Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corso C

A.A. 2024/2025 Prova parziale 7 novembre 2025 Traccia A

1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1}{3^n}-\frac{(-1)^n}{2^n}\right).$$

(b) Stabilire il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2+3n}.$$

7 pts.

2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x,y)=\sqrt{x^2+4y^2-4}+\log(\frac{x}{2}+y-1)$$

e rappresentarlo sul piano specificando se si tratti di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi.

Stabilire poi che f è differenziabile nei punti interni al suo dominio.

Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(2,1,f(2,1))$.

Calcolare infine la derivata direzionale di f nel punto $(2,1)$ secondo il versore $v=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

8 pts.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''+6y'+8y=te^{-2t} \\ y(0)=1 \\ y'(0)=0 \end{cases}$$

8 pts.

4) Dare la definizione di punto di minimo locale per una funzione di più variabili reali .

Enunciare e dimostrare una condizione sufficiente perché una funzione di classe C^2 su un insieme aperto $A\subset\mathbb{R}^n$, $n>1$, abbia un punto di minimo locale in $x_0\in A$.

7 pts.