Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2022/2023 Prova parziale 16 febbraio 2023 Traccia A

1) (a) Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$. Scrivere in forma esponenziale il numero complesso

$$\frac{(i-2)\overline{(i-2)}(\cos\alpha + i\sin\alpha)}{\sin(n\alpha) + i\cos(n\alpha)}.$$

(b) Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = \left(\pi - \arccos(x^{\sqrt{2}})\right)^{1/\sqrt{2}}$$

e stabilire se f è strettamente monotona specificandone il tipo di monotonia. Determinare, infine, l'immagine di f.

7 pts.

2) Determinare dominio naturale e asintoti della funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x}{x+1} - \frac{1}{2}\right).$$

Stabilire che f non ha punti estremali. Studiare infine la convessità di f.

8 pts.

3) Calcolare

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} |x|(x^3 - \cos x)\mathrm{d}x.$$

7 pts.

4) Dare la definizione topologica di limite per una funzione reale di variabile reale.

Siano poi f e g due funzioni definite su $A \subset \mathbb{R}$ e sia x_0 un punto di accumulazione per A. Si supponga che

- $\lim_{x\to x_0} f(x) = \ell_1 \in \mathbb{R}$
- $\lim_{x\to x_0} g(x) = \ell_2 \in \mathbb{R}$
- $f(x) < g(x)$ per ogni $x \in (x_0, x_0+\delta) \cap A$, con $\delta > 0$.

In che relazione sono tra loro sono ℓ_1 e ℓ_2? Giustificare la risposta.

8 pts.