

- 1) (a) Determinare la forma esponenziale del numero complesso

$$z = 2 \frac{(i-1)^3}{i}$$

e ricavarne poi le radici undicesime.

- (b) Determinare dominio, tipo di monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \arccos(\sqrt{x}).$$

8 pts.

- 2) Determinare dominio e asintoti e studiare la monotonia della funzione

$$f(x) = \left(\frac{2x-1}{x^2-1}\right)^{\sqrt{2}}.$$

Tracciarne quindi un grafico approssimativo.

7 pts.

- 3) Calcolare la media integrale di  $f(x) = \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$  sull'intervallo  $[\frac{\pi^2}{16}, \frac{\pi^2}{4}]$ .

7 pts.

- 4) Dare la definizione di funzione convessa su un intervallo  $I$ .  
Nel caso di una funzione derivabile su  $I$ , dare una caratterizzazione (analitica o geometrica) della convessità.  
Stabilire infine che la funzione  $f(x) = e^{x^2-x-1}$  è strettamente convessa su  $\mathbb{R}$ .

8 pts.