Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 15 luglio 2022 Traccia A

1) Sia A il sottoinsieme del piano definito da

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2 + y^2 < 4,\ y > x,\ x > 0\}.$$

Rappresentarlo graficamente e calcolare poi l'integrale

$$\int_A (x^2 + y^2) \log(1 + x^2 + y^2) \mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

7 pts.

2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2} - \log(1 - x^2 + y^2)$$

e lo si rappresenti sul piano. Dire se è un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire che f è differenziabile nei punti interni al suo dominio. Determinare quindi l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $\big(0, 0, f(0, 0)\big)$. Come si colloca tale piano rispetto al piano (x, y)?

8 pts.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + \omega^2 y = t + \cos(\omega t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

dove ω è una costante positiva.

8 pts.

4) Dare la definizione di punto di minimo locale forte per una funzione di due o più variabili reali. Enunciare e dimostrare il Teorema di Weierstrass per funzioni di più variabili reali.

7 pts.