Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corso C

A.A. 2024/2025 Prova parziale 16 giugno 2025 Traccia A

1) (a) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 2n}{\sqrt{n^7 + n^3}}.$$

(b) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n - (-2)^n}{6^n}.$$

7 pts.

2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \log(xy)$$

e rappresentarlo sul piano specificando se si tratta di un insieme aperto, chiuso, connesso per archi, limitato.

Stabilire poi che f è differenziabile nei punti interni al suo dominio e determinare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $\big(1, 1, f(1,1)\big)$.

Calcolare infine $\frac{\partial f}{\partial v}(1,1)$ dove $v = \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

9 pts.

3) Determinare l'integrale generale dell'equazione omogenea associata a

$$y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x.$$

Dire poi che forma deve avere una soluzione particolare da cercare con il metodo di similarità (senza determinarla esplicitamente). Se il termine noto fosse costante, $f(x) = 1$ per ogni $x \in \mathbb{R}$, quale è la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 1/2$, $y'(0) = 0$? Perché non ne esistono altre?

8 pts.

4) Enunciare la formula di riduzione per un integrale doppio su un dominio normale rispetto all'asse x. Enunciare anche la formula di inversione e usarla per invertire l'ordine di integrazione per l'integrale

$$\int_{-1}^{1} \left(\int_{1/e}^{e^{-x}} f(x, y) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x,$$

dove f è una qualunque funzione continua su $\mathbb{R}^2$.

6 pts.