



Politecnico di Bari
Laurea Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Programma Analisi Matematica - II modulo (6cfu)
AA 2015-2016 Docente: Prof. [E. Caponio](#)

Integrali impropri

Definizione. Esempio standard: funzione potenza di esponente reale qualunque. Significato geometrico dell'integrale improprio. Integrale secondo il valore principale di una funzione su \mathbb{R} . Teoremi di confronto. Criterio dell'ordine di infinitesimo o infinito per la convergenza o divergenza dell'integrale improprio di una funzione definitivamente positiva. Criterio del confronto asintotico. Assoluta integrabilità.

Serie numeriche

Definizioni, primi esempi: serie geometrica, serie di Mengoli, serie telescopiche. Condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica. Combinazione lineare di serie. Carattere di una serie. Relazione tra serie numeriche e integrali impropri. Serie a termini non negativi. Criteri di convergenza: criterio dell'integrale e sua applicazione al calcolo approssimato della somma di una serie convergente e allo studio della serie armonica generalizzata; criterio del confronto; criterio del confronto asintotico; criterio degli infinitesimi. Convergenza assoluta. Criterio del rapporto. Criterio della radice. Serie a segni alterni. Criterio di Leibniz e sua applicazione al calcolo approssimato della somma di una serie (a segni alterni) convergente.

Limiti e continuità per funzioni reali di più variabili reali

Topologia euclidea in \mathbb{R}^n : distanza euclidea, norma euclidea, intorni sferici, punti interni, esterni, frontiera di un insieme, punti isolati, insiemi aperti e chiusi, punti isolati e punti di accumulazione, insiemi limitati, compatti, connessi, connessi per poligonalità. Funzioni reali di più variabili reali: limiti e continuità. Teorema di Weierstrass e teorema dei valori intermedi per funzioni continue di più variabili reali.

Calcolo differenziale per funzioni reali di più variabili reali

Derivate parziali. Funzioni derivabili su un sottoinsieme di \mathbb{R}^2 . Gradiente di una funzione. Differenziabilità per funzioni di due variabili reali. Piano tangente al grafico di una funzione differenziabile. Teorema del differenziale. Derivata di una funzione composta da una curva in \mathbb{R}^2 con una funzione di due variabili reali. Derivate direzionali. Derivata direzionale di una funzione differenziabile. Gradiente come direzione e verso di massima crescita di una funzione. Ortogonalità tra le curve di livello e il gradiente per una funzione di due variabili reali. Funzioni a gradiente nullo su un aperto connesso. Derivate parziali di ordine superiore. Funzioni di classe C^k , $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ su un aperto di \mathbb{R}^n . Teorema di Schwarz. Matrice Hessiana in un punto. Formula di Taylor di ordine due con il resto di Peano per funzioni di più variabili reali. Punti di estremo locale. Punti critici. Condizione necessaria del primo ordine perché un punto sia di estremo locale. Condizione necessaria del secondo ordine perché un punto stazionario sia di massimo o di minimo locale. Condizione sufficiente perché un punto stazionario sia di massimo o di minimo locale forte. Condizione sufficiente perché un punto stazionario per una funzione differenziabile due volte sia di sella.

Equazioni differenziali ordinarie

Integrale generale. Forma normale. Insieme di definizione e regolarità delle soluzioni. Equazioni differenziali lineari. Teorema di rappresentazione dell'integrale generale di un'equazione differenziale lineare non omogenea. Integrale generale di un'equazione differenziale lineare del primo ordine. Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Funzioni linearmente indipendenti, Wronskiano. Condizione sufficiente per la lineare indipendenza di due funzioni derivabili. Condizione necessaria e sufficiente per la lineare indipendenza di due soluzioni di un'equazione lineare del II ordine omogenea. Teorema di struttura dell'integrale generale di un'equazione lineare del II ordine omogenea. Esistenza e unicità della soluzione del relativo problema di Cauchy. Equazioni lineari del II ordine a coefficienti costanti omogenee: integrale generale di una equazione omogenea, integrale generale di un'equazione non-omogenea, metodo di similarità e metodo di variazione delle costanti arbitrarie.

Funzioni Lipschitziane. Teorema di Cauchy di esistenza e unicità locale per equazioni differenziali ordinarie del primo ordine. Controesempi all'unicità locale. Teorema di Picard. Nozione di sistema dinamico. Equazioni di ordine superiore al primo come sistemi dinamici e relativo teorema di esistenza e unicità locale per il problema di Cauchy associato. Condizioni sufficienti per l'esistenza e l'unicità globale. Equazioni differenziali ordinarie del primo ordine a variabili separabili, soluzioni singolari e integrale generale in forma implicita.

Calcolo integrale per funzioni di due variabili reali

Domini normali del piano e loro area. Integrale di una funzione limitata su un dominio normale rettangolo. Integrabilità delle funzioni continue. Linearità, additività, monotonia dell'integrale. Media integrale. Formule di riduzione. Formula di inversione: caso di un rettangolo e di un triangolo. Insieme di misura nulla. Funzioni generalmente continue e loro integrabilità. Trasformazioni del piano. Jacobiano di una trasformazione. Coordinate polari. Formula del cambiamento delle variabili di integrazione.

Testi di riferimento

- M. Bertsch, R. Dal Passo, *"Elementi di Analisi Matematica"*, Aracne Editrice
- N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, *"Elementi di Analisi Matematica due"*, Liguori Ed., 1998
- C.D. Pagani, S. Salsa, *"Analisi matematica, Vol. 2"*, 2° edizione, Zanichelli, 2015
- P. Marcellini, C. Sbordone, *"Esercitazioni di Matematica"*, volumi 1 e 2 (in quattro tomi) Liguori Ed., 1995
- S. Salsa, A. Squellati, *"Esercizi di Analisi matematica 2"*, (in 3 tomi) Zanichelli, 2011
- T. M. Apostol *"Calculus, Vol. 2"*, 2nd edition, John Wiley & Sons, 1969

Bari, 01/06/2016



Prof. E. Caponio