

- 1) Stabilire il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} \sin(2x^2)} dx.$$

6 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = e^{\sqrt{(x^2 - y^2)/(x+1)}}$$

e rappresentarlo sul piano. Dire se è un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire che f è differenziabile nei punti interni al suo dominio. Calcolare quindi $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$ con $v = (-1/\sqrt{10}, \sqrt{9/10})$. Determinare, infine, gli eventuali punti critici di f .

10 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' = y + xe^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di insieme normale rispetto all'asse delle x .
Perché un tale insieme è misurabile secondo Peano-Jordan?

6 pts.