

- 1) (a) Determinare la forma esponenziale del numero complesso

$$\frac{(i-1)i}{i+1}.$$

- (b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \sinh(\log_{1/2}(x^3)) + \arccos x.$$

8 pts.

- 2) Determinare dominio e asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\log(x+2)}{x^2-1}.$$

Determinare poi la miglior approssimazione lineare di  $f$  nel punto  $x_0 = 0$ .

8 pts.

- 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-2}^0 \sqrt{|x+1|} dx.$$

6 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il teorema di caratterizzazione della monotonia di una funzione derivabile.

8 pts.

- 1) (a) Determinare le radici quarte del numero complesso

$$-\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i.$$

- (b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = x^{1/2} 2^{x^2-1}.$$

8 pts.

- 2) Si calcolino i seguenti limiti:

a)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(3+x)^{1/2} - 1}{\arcsin(x+2)}.$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - xe^x - \sin x}{x^2 + 1}.$$

8 pts.

- 3) Scrivere la formula di Taylor (col resto di Peano) di centro  $x_0 = 1$  e ordine 2 per la funzione

$$f(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) - (x-1)^4.$$

Cosa si può dedurre riguardo al centro?

6 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivabilità di una funzione  $f$  in un punto  $x_0$  sapendo che  $f$  è derivabile a destra e a sinistra di  $x_0$ .

8 pts.

- 1) (a) Determinare la forma cartesiana del numero complesso

$$\frac{e^{2-\pi i}}{i-2}.$$

- (b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\frac{1}{e^{x+1}} + (\pi - \arctan x)}.$$

8 pts.

- 2) Si calcolino i seguenti limiti:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x - x^2) - x}{3 \tan x + x}.$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} \log^2 x + 2^{x+1}}{x + \sqrt{x}}.$$

8 pts.

- 3) Determinare gli eventuali punti di estremo locale e globale della funzione

$$f(x) = \log(1 - x^2) - x^2.$$

6 pts.

- 4) Scrivere la definizione di funzione derivabile in un punto.

Dimostrare, poi, che se  $f$  è derivabile in  $x_0$  allora  $f$  è continua in  $x_0$ .

Dare infine un esempio di una funzione continua in un punto ma non derivabile.

8 pts.

- 1) (a) Calcolare in forma cartesiana

$$(\sqrt{3} - i)^{12}.$$

- (b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \arcsin(3 - x) + \log_{1/2}(\sinh x).$$

8 pts.

- 2) Si calcolino i seguenti limiti:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin(x-1)}{x-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{1/(x^2-1)}.$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\arctan\left(\frac{2}{x+1}\right)}{x^{1/3}3^x}.$$

8 pts.

- 3) Studiare la convessità della funzione

$$f(x) = x^2 - x + \log(1 - x).$$

6 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il teorema sulla derivata di una funzione inversa.

8 pts.