Politecnico di Bari

Complementi di Analisi Matematica
Laurea Ingegneria Informatica e Automazione
Laurea Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni
A.A. 2015/2016 Appello 10 febbraio 2016 Traccia A

Cognome________________ Nome________________ N° Matricola________________

Programma: precedente AA 2014/2015 ☐ da AA 2014/2015 in poi ☐

1) Calcolare la trasformata di Laplace del segnale g periodico di periodo π associato alla funzione $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(t) = \cos(2t)$.

Per gli anni accademici precedenti al 2014/2015, si sostituisca l'esercizio 1) con il seguente:

1) Studiare la convergenza puntuale e uniforme in $[0, 1]$ della successione di funzioni:

$$f_n(t) = \frac{te^{-nt}}{1 + n^2t^2}.$$

2) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin\left(\frac{1}{n^2}\right) x^n$.

3) Dare la definizione di funzione armonica su un aperto del piano e di armonica coniugata di una funzione armonica. Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza di una armonica coniugata.

4) Calcolare

$$\int_{C^+(0,2)} \frac{\sin \frac{1}{z}}{(z - i)^2 z} \mathrm{d}z,$$

dove $C^+(0, 2)$ è la circonferenza di centro 0 e raggio 2 orientata nel verso antiorario.

5) Dimostrare che se z_0 è un polo di ordine $m > 1$ per una funzione f allora

$$\mathrm{Res}(f, z_0) = \lim_{z \to z_0} \left(\frac{1}{(m - 1)!} D^{m-1}\big((z - z_0)^m f(z)\big) \right).$$

6) Sia $f : [-1, 2] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & x \in [-1, 0] \\ e^x & x \in (0, 2] \end{cases}$$

e siano $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ e $(b_k)_{k\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}$ i coefficienti di Fourier di f. Calcolare la somma della serie $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} (a_k^2 + b_k^2)$.