

- 1) (a) Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$z^8 + 16z^4 = 0.$$

- (b) Si consideri l'insieme numerico

$$A = \left\{ (-1)^n \frac{2n}{n+1} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

Determinare $\sup A$, $\inf A$ e l'eventuale esistenza di massimo e di minimo. Giustificare le risposte analizzando separatamente le sottosuccessioni di indici pari e dispari.

8 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(x^2 - 3x + 2).$$

- Determinare il dominio naturale di f .
- Determinare gli eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui).
- Studiare la monotonia di f e determinarne l'immagine; tracciarne un grafico qualitativo.

7 pts.

- 3) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_1^e \frac{\log x}{x^2} dx.$$

6 pts.

- 4) Sia $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $h : I \rightarrow \mathbb{R}$.

- (a) Dare la definizione di *stretta convessità* per h su I .
- (b) Dare una caratterizzazione della stretta convessità per h derivabile su I e una condizione sufficiente per h derivabile due volte su I .
- (c) Applicare la condizione sufficiente per studiare la convessità/concavità e gli eventuali flessi della funzione

$$h(x) = \frac{1}{1+x^2} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

9 pts.