Politecnico di Bari
CUC Ingegneria Civile
CdL Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
AA 2009-2010

Corso di Analisi Matematica I - Tracce di esame

Docenti: Prof.ssa G. Cerami, Dott. E. Caponio

A.A 2009/2010 I Esonero 16 Novembre 2009 Traccia A

1) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x-2}} - 2,$$

determinare l'insieme di definizione, dire se in esso f sia invertibile e, in caso affermativo, scrivere l'inversa indicandone l'insieme di definizione.

2) Stabilire se le seguenti funzioni siano strettamente monotone e, in caso affermativo, indicarne il tipo di monotonia giustificando la risposta:

$$f(x) = \log_{1/3}\left(2^x + 2\right); \qquad g(x) = \arcsin(x+1) + 4x.$$

3) Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione decrescente tale che, definitivamente, $a_n \geq 2$. Dire, giustificando la risposta, se è vero che $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è convergente ed il suo limite è maggiore o uguale di 2.

4) Calcolare il limite delle seguenti successioni:

$$\frac{\log_2(n^3-1) - n}{n^3+n}; \qquad \frac{\sin\frac{1}{2n}}{n\left(\cos\left(\frac{1}{3n}\right) - 1\right)}.$$

5) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(n^2-1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}.$$

A.A 2009/2010 I Esonero 16 Novembre 2009 Traccia B

1) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + \frac{2}{x-1}} + 3,$$

determinare l'insieme di definizione, dire se in esso f sia invertibile e, in caso affermativo, scrivere l'inversa indicandone l'insieme di definizione.

2) Stabilire se le seguenti funzioni siano strettamente monotone e, in caso affermativo, indicarne il tipo di monotonia giustificando la risposta:

$$f(x) = \log_{1/2}(3^x - 1)\,; \qquad g(x) = \arccos(x-1) - 2x.$$

3) Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione crescente tale che, definitivamente, $a_n \leq 3$. Dire, giustificando la risposta, se è vero che $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è convergente ed il suo limite è minore o uguale di 3.

4) Calcolare il limite delle seguenti successioni:

$$\frac{\log_4(n^2-2) - n}{n^2 - n}; \qquad \frac{n\left(\cos\left(\frac{1}{4n}\right) - 1\right)}{\sin\frac{1}{5n}}.$$

5) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (n^2+2)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}.$$

A.A 2009/2010 I Esonero 16 Novembre 2009 Traccia C

1) Data la funzione
$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{3}{x+1}} - 1,$$
determinare l'insieme di definizione, dire se in esso f sia invertibile e, in caso affermativo, scrivere l'inversa indicandone l'insieme di definizione.

2) Stabilire se le seguenti funzioni siano strettamente monotone e, in caso affermativo, indicarne il tipo di monotonia giustificando la risposta:
$$f(x) = \log_{1/4}\left(5^x + 1\right); \qquad g(x) = \arcsin(x-2) + 3x.$$

3) Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione crescente tale che, definitivamente, $a_n \le -2$. Dire, giustificando la risposta, se è vero che $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è convergente ed il suo limite è minore o uguale di -2.

4) Calcolare il limite delle seguenti successioni:
$$\frac{\log_3(n^4+1) - n^2}{n^4 + n}; \qquad \frac{\sin\frac{1}{3n}}{n\left(\cos\left(\frac{1}{2n}\right) - 1\right)}.$$

5) Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (2n^2+1)\left(\frac{1}{4}\right)^{n+2}.$$

A.A 2009/2010 I Esonero 16 Novembre 2009 Traccia D

1) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + \frac{3}{x-1}} + 1,$$

determinare l'insieme di definizione, dire se in esso f sia invertibile e, in caso affermativo, scrivere l'inversa indicandone l'insieme di definizione.

2) Stabilire se le seguenti funzioni siano strettamente monotone e, in caso affermativo, indicarne il tipo di monotonia giustificando la risposta:

$$f(x) = \log_{1/5}\left(4^x - 2\right); \qquad g(x) = \arctan(x+1) + 2x.$$

3) Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione decrescente tale che, definitivamente, $a_n \geq -4$. Dire, giustificando la risposta, se è vero che $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ è convergente ed il suo limite è maggiore o uguale di -4.

4) Calcolare il limite delle seguenti successioni:

$$\frac{\log_5(n^3+2) - n^2}{n^3+n}; \qquad \frac{n\left(\cos\left(\frac{1}{2n}\right) - 1\right)}{\sin\frac{1}{3n}}.$$

5) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (n^2-3)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 3 Febbraio 2010 Traccia A

1) Stabilire se la seguente successione è limitata inferiormente e se è limitata superiormente e determinarne inf e sup:

$$\left\{(2n+3)^{(-1)^n}\right\}_{n\in\mathbb{N}}.$$

2) Stabilire se la seguente funzione è invertibile:

$$f(x) = \arctan(x^3-1) + 2^x.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\cos(2n+\pi)-2}{n^{4/3}-1}.$$

4) Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ determinare l'insieme su cui è continua e l'insieme su cui è derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x-1}-1}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \\ \dfrac{\sin(x-1)}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

5) Determinare insieme di definizione, segno, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = \frac{e^{x-2}}{1-|x+1|}.$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\pi}^{2\pi} \cos^5 x \sin^3 x \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 3 Febbraio 2010 Traccia B

1) Stabilire se la seguente successione è limitata inferiormente e se è limitata superiormente e determinarne inf e sup:

$$\left\{(3n+2)^{(-1)^n}\right\}_{n\in\mathbb{N}}.$$

2) Stabilire se la seguente funzione è invertibile:

$$f(x) = \log_2(x^5+1) + 3^x.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(n^2-\pi)+1}{n^{5/3}-\sqrt{2}}.$$

4) Data la funzione $f\colon (-2,0] \to \mathbb{R}$ determinare l'insieme su cui è continua e l'insieme su cui è derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(2+x)}{1+x} & \text{se } -2 < x < -1 \\ 1 & \text{se } x = -1 \\ \dfrac{\tan(x+1)}{x+1} & \text{se } -1 < x \leq 0 \end{cases}$$

5) Determinare insieme di definizione, segno, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = \frac{e^{x+3}}{2-|x+2|}.$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-2\pi}^{\pi} \cos^3 x \sin^2 x \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 3 Febbraio 2010 Traccia C

1) Stabilire se la seguente successione è limitata inferiormente e se è limitata superiormente e determinarne inf e sup:

$$\left\{(4n+1)^{(-1)^n}\right\}_{n\in\mathbb{N}}.$$

2) Stabilire se la seguente funzione è invertibile:

$$f(x) = \log_3(x^3 - 5) + 2^x.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2 - \sin(2n + \pi/2)}{n^{5/4} + 2}.$$

4) Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ determinare l'insieme su cui è continua e l'insieme su cui è derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x+2)}{(x+2)^2} & \text{se } x < -2 \\ 1/2 & \text{se } x = -2 \\ \dfrac{e^{x+2}-1}{2(x+2)} & \text{se } x > -2 \end{cases}$$

5) Determinare insieme di definizione, segno, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = \frac{e^{x+1}}{3 - |x+3|}.$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi} \cos^4 x \sin^3 x \, dx.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 3 Febbraio 2010 Traccia D

1) Stabilire se la seguente successione è limitata inferiormente e se è limitata superiormente e determinarne inf e sup:

$$\left\{(2n+4)^{(-1)^n}\right\}_{n\in\mathbb{N}}.$$

2) Stabilire se la seguente funzione è invertibile:

$$f(x) = \arctan(\sqrt{x}-1) + 4^x.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1-\sin^3(n)}{n^{3/2}+1}.$$

4) Data la funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ determinare l'insieme su cui è continua e l'insieme su cui è derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x+\pi)}{x+\pi} & \text{se } x < -\pi \\ 1 & \text{se } x = -\pi \\ \dfrac{e^{x+\pi}-1}{x+\pi} & \text{se } x > -\pi \end{cases}$$

5) Determinare insieme di definizione, segno, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = \frac{e^{x-3}}{4-|x+4|}.$$

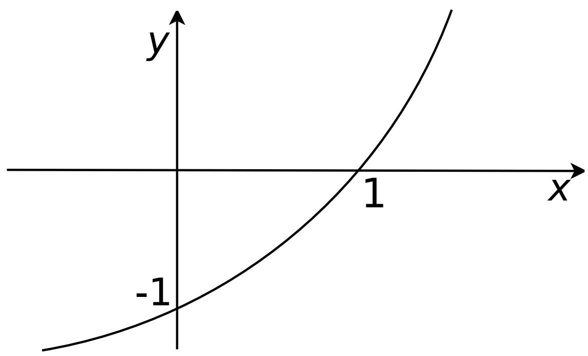
6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-\pi}^{\pi/2} \cos^3 x \sin^3 x \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 22 Febbraio 2010 Traccia A

1) Partendo dal grafico qui sotto della funzione $f = f(x)$, disegnare i grafici delle funzioni:

$$g(x) = f(x+1) + 1; \qquad h(x) = |f(x)|; \qquad l(x) = f(|x|).$$



2) Stabilire che la seguente equazione ha almeno una soluzione minore di -2:

$$x 2^{\frac{x}{x^2-4}} = -1.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n^{2/7} - 2)(n^{5/7} + 1)}.$$

4) Stabilire che la funzione $f(x) = 2 + x^2 + \log_3 x$ è invertibile e che la sua inversa è derivabile nel punto $y_0 = 12$; calcolare infine $(f^{-1})'(12)$.

5) Determinare insieme di definizione, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = x - \log \frac{x+1}{2+x}.$$

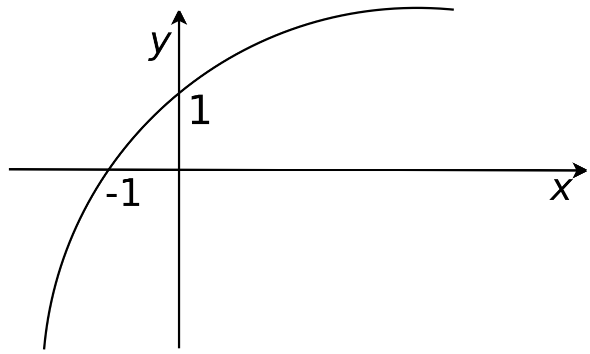
6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-1}^{2} \left| \frac{x-1}{1+x^2} \right| \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 22 Febbraio 2010 Traccia B

1) Partendo dal grafico qui sotto della funzione $f = f(x)$, disegnare i grafici delle funzioni:

$$g(x) = f(x-1) - 1; \qquad h(x) = |f(x)|; \qquad l(x) = f(|x|).$$



2) Stabilire che la seguente equazione ha almeno una soluzione minore di -2:

$$x^3 3^{\frac{x}{x^2-4}} = -3.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{(n^{1/5}-1)(n^{4/5}+2)}.$$

4) Stabilire che la funzione $f(x) = 1 + x^3 + \log_2 x$ è invertibile e che la sua inversa è derivabile nel punto $y_0 = 10$; calcolare infine $(f^{-1})'(10)$.

5) Determinare insieme di definizione, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = x - \log \frac{x-2}{x+1}.$$

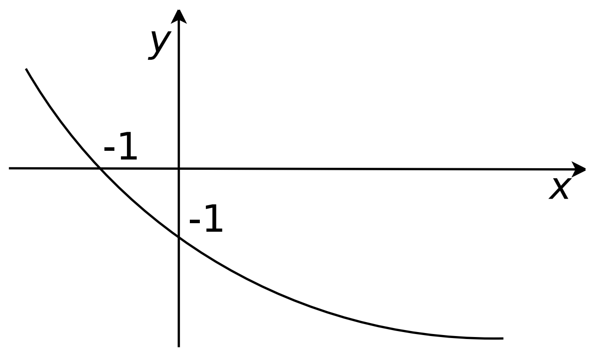
6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-2}^{3} \left| \frac{2-x}{1+x^2} \right| \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 22 Febbraio 2010 Traccia C

1) Partendo dal grafico qui sotto della funzione $f = f(x)$, disegnare i grafici delle funzioni:

$$g(x) = f(x-1) + 1; \qquad h(x) = |f(x)|; \qquad l(x) = f(|x|).$$



2) Stabilire che la seguente equazione ha almeno una soluzione minore di -1:

$$-2 = x3^{\frac{x}{x^2-1}}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{(n^{3/7}+3)(n^{4/7}-1)}.$$

4) Stabilire che la funzione $f(x) = 3 + x + \log_4 x$ è invertibile e che la sua inversa è derivabile nel punto $y_0 = 8$; calcolare infine $(f^{-1})'(8)$.

5) Determinare insieme di definizione, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = x + \log \frac{x+3}{x-1}.$$

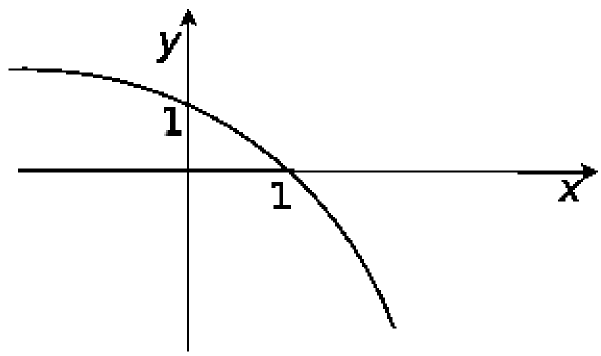
6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-3}^{1} \left| \frac{x+2}{1+x^2} \right| \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Esonero e Appello 22 Febbraio 2010 Traccia D

1) Partendo dal grafico qui sotto della funzione $f = f(x)$, disegnare i grafici delle funzioni:

$$g(x) = f(x+1) - 1; \qquad h(x) = |f(x)|; \qquad l(x) = f(|x|).$$



2) Stabilire che la seguente equazione ha almeno una soluzione minore di -1:

$$x^3 2^{\frac{x}{x^2-1}} = -\sqrt{2}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n^{2/5}+1)(n^{3/5}-2)}.$$

4) Stabilire che la funzione $f(x) = 1 + x^2 + \log_4 x$ è invertibile e che la sua inversa è derivabile nel punto $y_0 = 18$; calcolare infine $(f^{-1})'(18)$.

5) Determinare insieme di definizione, asintoti ed eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = x + \log \frac{x+1}{x-2}.$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-3}^{1} \left| \frac{1+x}{x^2+1} \right| \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 26 Aprile 2010 Traccia A

1) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x^{1/4}}.$$

Stabilire, poi, se la funzione $f \circ f$ è ben definita e, in caso affermativo, determinarne la legge.

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\log(9 - x^2)}{x - \sqrt{4 - x^2}}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n^3 - 3^{-n}}{n^4}.$$

4) Stabilire che la seguente equazione ha almeno due soluzioni:

$$e^{-x} = \frac{3}{2} - \arctan(x^2 - 2x).$$

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = 2 - x \log^2(x^2).$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^2 \frac{1 - e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 26 Aprile 2010 Traccia B

1) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x^{1/2}}.$$

Stabilire, poi, se la funzione $f \circ f$ è ben definita e, in caso affermativo, determinarne la legge.

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\log(4/3 - x^2)}{x - \sqrt{1 - x^2}}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2 - 3^{-n^2}}{n^3}.$$

4) Stabilire che la seguente equazione ha almeno due soluzioni:

$$\arctan(x^4 - e^{-x^2}) + 2^{x-1} = 0.$$

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = 1 - x \log^2(x^2)$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^2 \frac{1 - e^{\arctan(x/2)}}{4 + x^2} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 26 Aprile 2010 Traccia C

1) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = 1 + \frac{1}{x^{1/6}}.$$

Stabilire, poi, se la funzione $f \circ f$ è ben definita e, in caso affermativo, determinarne la legge.

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\log(6 - x^2)}{x - \sqrt{3 - x^2}}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-n^2} - n^2}{n^3}.$$

4) Stabilire che la seguente equazione ha almeno due soluzioni:

$$\arctan(x - 3x^2 + 1) = \frac{e^{-x}}{2}.$$

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = x \log^2(x^2) - 1.$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_{-2}^{-1} \frac{2 + e^{1/x}}{x^2} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 26 Aprile 2010 Traccia D

1) Determinare dominio e immagine della funzione

$$f(x) = 3 + \frac{1}{x^{1/4}}.$$

Stabilire, poi, se la funzione $f \circ f$ è ben definita e, in caso affermativo, determinarne la legge.

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\log(9 - x^2)}{x - \sqrt{2 - x^2}}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-n^3} - n^3}{n^4}.$$

4) Stabilire che la seguente equazione ha almeno due soluzioni:

$$2 \arctan(2^x - x^2) = e^x.$$

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale e assoluto della funzione:

$$f(x) = x \log^2(x^2) - 2.$$

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/8} \frac{1 + e^{\tan(2x)}}{\cos^2(2x)} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 17 Luglio 2010 Traccia A

1) Determinare estremo superiore ed inferiore ed eventualmente minimo e massimo della successione

$$\left\{ \left(3 - \frac{2}{n}\right)^{\sin\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)} \right\}_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}.$$

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\log_2(4 - \log_{1/2} x)}{\log_2 x}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - 2}{2n^{3/2} + 1}.$$

4) Stabilire che la seguente funzione è invertibile

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{3^x},$$

e calcolare la derivata della sua funzione inversa nel punto 19/9.

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione:

$$f(x) = e^{-x^3+x+1}.$$

Dire poi, motivando la risposta, se f ha massimo o minimo assoluto.

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\sqrt{3}/2} x \arcsin x \, \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 17 Luglio 2010 Traccia B

1) Determinare estremo superiore ed inferiore ed eventualmente minimo e massimo della successione

$$\left\{\left(5-\frac{3}{n}\right)^{\cos(n\pi)}\right\}_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}.$$

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x)=\frac{\log_5(25-\log_{1/5}x)}{\log_5 x}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\sqrt[4]{n}-1}{2n^{5/4}+3}.$$

4) Stabilire che la seguente funzione è invertibile

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-2}}+\frac{1}{2^x},$$

e calcolare la derivata della sua funzione inversa nel punto 9/8.

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione:

$$f(x)=e^{x^3-x^2+1}.$$

Dire poi, motivando la risposta, se f ha massimo o minimo assoluto.

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/2} x\arccos x\,\mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 17 Luglio 2010 Traccia C

1) Determinare estremo superiore ed inferiore ed eventualmente minimo e massimo della successione

$$\left\{\left(2-\frac{1}{n}\right)^{\sin(\frac{3\pi}{2}+n\pi)}\right\}_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}.$$

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x)=\frac{\log_3(9-\log_{1/3}x)}{\log_3 x}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\sqrt[3]{n}-4}{n^{4/3}+2}.$$

4) Stabilire che la seguente funzione è invertibile

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\frac{1}{4^x},$$

e calcolare la derivata della sua funzione inversa nel punto 17/16.

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione:

$$f(x)=e^{2x^3-x^2+2}.$$

Dire poi, motivando la risposta, se f ha massimo o minimo assoluto.

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/\sqrt{2}} x\arccos x\,\mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello 17 Luglio 2010 Traccia D

1) Determinare estremo superiore ed inferiore ed eventualmente minimo e massimo della successione

$$\left\{\left(3-\frac{1}{n}\right)^{\cos((1+n)\pi)}\right\}_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}.$$

2) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x)=\frac{\log_4(16-\log_{1/4}x)}{\log_4 x}.$$

3) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{\sqrt{n}-3}{3n^{3/2}+2}.$$

4) Stabilire che la seguente funzione è invertibile

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\frac{1}{5^x},$$

e calcolare la derivata della sua funzione inversa nel punto 26/25.

5) Determinare gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione:

$$f(x)=e^{-x^3+2x-2}.$$

Dire poi, motivando la risposta, se f ha massimo o minimo assoluto.

6) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{1/2} x\arcsin x\,\mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello del 17 Settembre 2010 Traccia A

1) Sia $f(x) = 2^x - 1$ e $g(x) = \log x$. Per quali valori di x le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ sono ben definite? Stabilire inoltre se $g \circ f$ e $f \circ g$ siano funzioni monotone e, in caso affermativo dire che tipo di monotonia hanno.

2) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n+1}}{(n-1)!}.$$

3) Dimostrare, usando il teorema degli zeri per le funzioni continue, che la seguente equazione

$$1 - e^{\frac{2x^2-1}{1-x^2}} = 0$$

ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(-1, 1)$.

4) Data $f(x) = \log_2[(\arccos x)^{\tan x}]$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto 0.

5) Determinare gli asintoti e gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 2}.$$

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x+2}}{x} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello del 17 Settembre 2010 Traccia B

1) Sia $f(x) = \arctan x$ e $g(x) = \log x - 1$. Per quali valori di x le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ sono ben definite? Stabilire inoltre se $g \circ f$ e $f \circ g$ siano funzioni monotone e, in caso affermativo dire che tipo di monotonia hanno.

2) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{3^{n-1}}{(n-2)!}.$$

3) Dimostrare, usando il teorema degli zeri per le funzioni continue, che la seguente equazione

$$2 - e^{\frac{3x^2-2}{1-x^2}} = 0$$

ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(-1, 1)$.

4) Data $f(x) = (2^{\tan x})^{\arccos x}$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto 0.

5) Determinare gli asintoti e gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + 1}.$$

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^3 \frac{\sqrt{x+1}}{x+2} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello del 17 Settembre 2010 Traccia C

1) Sia $f(x) = x^3 - 27$ e $g(x) = \log x$. Per quali valori di x le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ sono ben definite? Stabilire inoltre se $g \circ f$ e $f \circ g$ siano funzioni monotone e, in caso affermativo dire che tipo di monotonia hanno.

2) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^{n-1}}{(n+1)!}.$$

3) Dimostrare, usando il teorema degli zeri per le funzioni continue, che la seguente equazione

$$2 - e^{\frac{2x^2-4}{4-x^2}} = 0$$

ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(-2, 2)$.

4) Data $f(x) = \log_3[(\arccos x)^{\arctan x}]$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto 0.

5) Determinare gli asintoti e gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 2}.$$

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^3 \frac{\sqrt{x+3}}{x} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello del 17 Settembre 2010 Traccia D

1) Sia $f(x) = 3^x$ e $g(x) = \log x - 2$. Per quali valori di x le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ sono ben definite? Stabilire inoltre se $g \circ f$ e $f \circ g$ siano funzioni monotone e, in caso affermativo dire che tipo di monotonia hanno.

2) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^{n+1}}{(n-2)!}.$$

3) Dimostrare, usando il teorema degli zeri per le funzioni continue, che la seguente equazione

$$1 - e^{\frac{x^2-2}{4-x^2}} = 0$$

ha almeno due soluzioni nell'intervallo $(-2, 2)$.

4) Data $f(x) = (5^{\arcsin x})^{\tan x}$, determinare l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto 0.

5) Determinare gli asintoti e gli eventuali punti di minimo e massimo locale della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 - 2}.$$

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x+2}}{x+1} \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello del 29 Novembre 2010 Traccia A

1) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 e^{-n^2} + (-1)^n}{n}.$$

2) Determinare estremo superiore ed estremo inferiore (eventualmente massimo e minimo) dell'insieme

$$\{(5\cos n\pi - 4)(3 - n^{\cos n\pi}),\ n \in \mathbb{N}\}.$$

3) Studiare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $\mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \log|x| & \text{se } |x| > 1 \\ ax^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{se } 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

4) Determinare gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\cos(x^3) - x^2}{x}.$$

Dire poi se f ha punti di minimo o massimo assoluto. Motivare la risposta.

5) Data la funzione

$$f(x) = e^{\sqrt{x}} - \sqrt{1 - x^2},$$

determinarne l'insieme di definizione e stabilire se sia invertibile in esso. Enunciare poi il teorema di derivazione della funzione inversa e usarlo per calcolare $Df^{-1}(y_0)$, con $y_0 = \sqrt{e} - \frac{\sqrt{15}}{4}$.

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int x^2 \log\left(\frac{1}{x}\right) \mathrm{d}x.$$

A.A 2009/2010 Appello del 29 Novembre 2010 Traccia B

1) Determinare il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n - n^4 e^{-n^3}}{n}.$$

2) Determinare estremo superiore ed estremo inferiore (eventualmente massimo e minimo) dell'insieme

$$\{(1-2\cos n\pi)(6-n^{\cos n\pi}),\ n \in \mathbb{N}\}$$

3) Studiare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $\mathbb{R}$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2} + \log|x| & \text{se } |x| > 1 \\ ax^2 & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ \sqrt{-x} & \text{se } -1 \le x < 0. \end{cases}$$

4) Determinare gli asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - \sin(x^4)}{x}.$$

Dire poi se f ha punti di minimo o massimo assoluto. Motivare la risposta.

5) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{1-x^2} - \log x,$$

determinarne l'insieme di definizione e stabilire se sia invertibile in esso. Enunciare poi il teorema di derivazione della funzione inversa e usarlo per calcolare $Df^{-1}(y_0)$, con $y_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \log 2$.

6) Calcolare il seguente integrale

$$\int x \log\left(\frac{1}{x^2}\right) \mathrm{d}x.$$