

Cognome _____ Nome _____

- 1) Stabilire il carattere delle seguenti serie numeriche:

$$(a) \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n}{2} \log \left(1 + \frac{n-1}{n^2+1} \right),$$
$$(b) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} n^3 e^{-n} \arctan(n^3+1).$$

8 pts.

- 2) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = (y - e^x)^2 (x - y + 2)^3$$

e studiarne la natura.

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = e^x + \cos x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di curva rettificabile e di ascissa curvilinea. Dimostrare, poi, che ogni curva regolare può essere parametrizzata rispetto all'ascissa curvilinea e con tale parametrizzazione il suo vettore velocità assume norma costante uguale a 1.

Gli studenti immatricolati precedentemente all'AA 2018/19, sostituiscano questo esercizio con il seguente:

Dare la definizione di funzione differenziabile in un punto di un aperto. Dimostrare che una funzione differenziabile in un punto ha ivi tutte le derivate direzionali e per queste vale la formula del gradiente.

6 pts.