

Cognome\_\_\_\_\_Nome\_\_\_\_\_N° Matricola\_\_\_\_\_

- 1) Stabilire se la funzione  $f(x) = \frac{\cos^2 x}{x(-\log x)^{3/2}}$  è integrabile tra 0 e  $\frac{1}{2}$ .

7 pts.

- 2) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y \arctan x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Si consideri poi la seguente modifica del problema precedente

$$\begin{cases} y' = y \arctan x + \sin y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

È ancora vero che tale problema ha una ed una sola soluzione definita su  $\mathbb{R}$ ? Motivare la risposta.

8 pts.

- 3) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = (1 - x^2 - y^2)xy$$

e studiarne la loro natura.

8 pts.

- 4) Calcolare

$$\int_A x^2 \cos(xy) dx dy,$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, 1 \leq y \leq \frac{\pi}{x}\}$ .

7 pts.

Cognome\_\_\_\_\_Nome\_\_\_\_\_N° Matricola\_\_\_\_\_

- 1) Stabilire se la funzione  $f(x) = \frac{\sin(x^4)}{x \log^{4/3} x}$  è integrabile tra 0 e  $\frac{1}{3}$ .

7 pts.

- 2) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x^2}{x^2+1}y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Si consideri poi la seguente modifica del problema precedente

$$\begin{cases} y' = \frac{x^2}{x^2+1}y + \cos y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

È ancora vero che tale problema ha una ed una sola soluzione definita su  $\mathbb{R}$ ? Motivare la risposta.

8 pts.

- 3) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = (1 - x^2 + y^2)xy$$

e studiarne la loro natura.

8 pts.

- 4) Calcolare

$$\int_A \frac{x^2 \cos x}{\cos^2(xy)} dx dy,$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{4}, 1 \leq y \leq \frac{\pi}{4x}\}$ .

7 pts.