

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=5}^{+\infty} \frac{-3}{(-2)^n}.$$

- (b) Stabilire il carattere dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)^{1/2} \log x}.$$

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione a valori vettoriali di due variabili reali

$$F(x, y) = (xy^2, \cos x, \arcsin(x - y)).$$

Se ne determini il dominio e lo si rappresenti sul piano. Dire se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi.

Calcolare la matrice jacobiana di F nel punto di coordinate $(1/2, 1/2)$.

Si consideri poi la curva $\gamma(t) = \left(\frac{\cos t}{\sqrt{2}}, \frac{\sin t}{\sqrt{2}} \right)$. Calcolare $(F \circ \gamma)'(\pi/4)$.

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \cos(2t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Enunciare la formula di riduzione per un integrale doppio su un dominio normale rispetto all'asse delle x . Sia poi $f \in C^0(\mathbb{R}^2)$. Invertire l'ordine di integrazione in

$$\int_0^1 \left(\int_{-x^2}^0 f(x, y) dy \right) dx.$$

6 pts.