

Cognome\_\_\_\_\_Nome\_\_\_\_\_

- 1) (a) Stabilire se il seguente integrale improprio converge o meno:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2 + x^3} dx.$$

- (b) Determinare il carattere della serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n + \log n}{n^2 - 1}.$$

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(1 - 4x^2 - y^2)}{x^2 - y^2}.$$

Determinarne e rappresentarne sul piano il suo dominio. Dire se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire che  $f$  è differenziabile sul suo dominio e calcolare poi  $\frac{\partial f}{\partial v}(\frac{1}{\sqrt{8}}, 0)$ , dove  $v$  è il versore  $(-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ . Stabilire infine se esiste  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ .

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -xy + x^3 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di insieme normale rispetto ad uno degli assi cartesiani. Enunciare e dimostrare la formula di riduzione per l'integrale doppio di una funzione continua su un insieme normale rispetto all'asse prescelto precedentemente.

6 pts.