Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corso C

A.A. 2025/2026 Prova parziale 3 febbraio 2026 Traccia A

1) Calcolare il seguente integrale doppio effettuando un opportuno cambio di variabili:

$$\iint_A \frac{x}{y} \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

dove A è l'insieme del primo quadrante $(x > 0, y > 0)$ delimitato dalle iperboli $xy = 1, xy = 2$ e dalle rette $y = x, y = 3x$.

7 pts.

2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x,y) = \ln(2x - y) + \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

e rappresentarlo sul piano specificando se si tratti di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire poi che f è differenziabile nei punti interni al suo dominio. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, f(1, 1))$. Calcolare infine la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ secondo il versore $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

9 pts.

3) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale utilizzando il metodo di variazione delle costanti arbitrarie:

$$y'' + y = \frac{1}{\cos t}.$$

Determinare poi la soluzione che soddisfa le condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$.

Gli studenti immatricolati negli anni precedenti all'AA 2025/2026, sostituiscano il termine noto con la funzione $\cos t$ *e usino il metodo di similarità.*

8 pts.

4) Dare la definizione di serie numerica e di somma di una serie. Enunciare e dimostrare il teorema sul carattere della serie geometrica $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n$ al variare della ragione $q \in \mathbb{R}$, specificandone il valore della somma nel caso di convergenza.

6 pts.