

Politecnico di Bari
Analisi Matematica – modulo B – Corso C
A.A. 2020/2021 Prova parziale 19 novembre 2021

- 1) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_A x^2 y^2 dx dy,$$

dove A è l'insieme definito da $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < xy < 2, 1 < \frac{y}{x} < 2\}$.

6 pts.

- 2) Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è differenziabile nel punto $(0, 0)$. Stabilire poi se è differenziabile nel punto $(-1, -1)$ e, in caso affermativo, determinare sia l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(-1, -1, f(-1, -1))$ che $\frac{\partial f}{\partial v}(-1, -1)$ per qualunque versore $v \in \mathbb{R}^2$.

10 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2y}{1+x^2} + e^{2 \arctan x} \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di derivata parziale rispetto a x^j per una funzione reale di n variabili reali (x^1, \dots, x^n) . Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat per una tale funzione.

6 pts.