Politecnico di Bari

Complementi di Analisi Matematica

Laurea Ingegneria Informatica e Automazione

A.A. 2016/2017 Appello 21 aprile 2017 Traccia A

Cognome____________________Nome____________________N° Matricola____________________

Programma: precedente AA 2014/2015 ☐ da AA 2014/2015 in poi ☐

1) Calcolare la trasformata di Laplace del segnale periodico f di periodo π definito da

$$f(t) = \begin{cases} 2 & t \in (0, \pi/4] \\ 0 & t \in (\pi/4, \pi/2) \\ \sin(4t) & t \in [\pi/2, \pi] \end{cases}$$

6 pts.

Per gli anni accademici precedenti al 2014/2015, si sostituisca l'esercizio 1) con il seguente:

1) Calcolare per serie il seguente integrale

$$\int_0^{\frac{1}{4}} x^3 \sin(x^3) \mathrm{d}x.$$

6 pts.

2) Studiare convergenza puntuale e uniforme della serie di potenze in $\mathbb{R}$:

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{3k-2} \left(x + \frac{1}{3}\right)^k.$$

6 pts.

3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{C^+(4,2)} \frac{\mathrm{Log}_0 z}{\big(z-(4+i)\big)^4} \mathrm{d}z,$$

dove $C^+(4,2)$ è la circonferenza di centro 4 e raggio 2 percorsa in senso antiorario.

6 pts.

4) Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale dell'algebra

5 pts.

5) Dare la definizione di residuo in una singolarità isolata. Calcolare poi il residuo in 0 delle seguenti funzioni:

$$f(z) = z^5 \sin\left(\frac{1}{z^2}\right) + \cos z, \qquad g(z) = \frac{e^{\frac{1}{z^2}}}{z-i}.$$

6 pts.

6) Determinare la serie di Fourier della funzione $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in [0,1] \\ 2, & x \in (1,2] \end{cases}$$

Dimostrare poi, usando tale serie, che

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$

7 pts.