

Cognome _____ Nome _____

- 1) Stabilire il carattere delle serie numeriche seguenti:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-n^2} (n^{10} - n^7); \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \log(2 + \cos^2 n) (e^{-\frac{1}{n^2+1}} - 1).$$

6 pts.

- 2) Stabilire se esiste il piano tangente al grafico della funzione

$$f(x, y) = e^{-x^2} (x^2 + xy)$$

nel punto di coordinate $(1, 0, f(1, 0))$ e, in caso affermativo, scriverne l'equazione. Determinare poi gli eventuali punti estremali di f .

10 pts.

- 3) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = e^{x+2} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione reale di più variabili reali. Sia poi $f: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $x_0 \in A$, A aperto; dimostrare che per ogni versore $v \in \mathbb{R}^n$, $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0) = \langle \nabla f(x_0), v \rangle$.

6 pts.