Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 8 febbraio 2022 Traccia A

1) (a) Scrivere in forma cartesiana il numero complesso

$$z = \left(-\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} i\right)^{45}.$$

(b) Sia

$$f(x) = \log_{1/3}(2 + \sqrt{x}).$$

Si determini il dominio di f. Si determini, poi, monotonia e immagine della funzione f^2.

8 pts.

2) Sia

$$f(x) = \frac{\sin(|x|) + x^2 + \arctan(x^{1/3})}{2\sqrt{-x} + \log(1 - x^{1/3})}.$$

Determinare il dominio di f. Calcolare quindi $\lim_{x \to 0^-} f(x)$. Stabilire infine che f ha uno zero nell'intervallo $(-\infty, 0)$.

7 pts.

3) Calcolare

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1 + x} \mathrm{d}x.$$

6 pts.

4) Enunciare e dimostrare le condizioni sufficienti, basate sulla formula di Taylor, affinché un punto stazionario sia di estremo locale.

Stabilire quindi la natura del punto critico $x = 0$ della funzione $y(x) = x^2 \log(1 + x)$.

9 pts.

Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 8 febbraio 2022 Traccia B

1) (a) Scrivere in forma esponenziale il numero complesso

$$z = \frac{-2+2i}{\sqrt{3}i-1}$$

e determinarne, sempre in forma esponenziale, le radici quadrate.

(b) Sia

$$f(x) = \sqrt[4]{1+x^3}.$$

Si determini il dominio di f. Si determini, poi, monotonia e immagine della funzione $g(x) = \log_{1/3}(1+f(x))$.

8 pts.

2) Sia

$$f(x) = \frac{x^{1/3} + \log(1+\sqrt{x}) - x}{\log(1+2x^{1/3}) + x}.$$

Determinare il dominio di f. Calcolare quindi $\lim_{x\to 0^+} f(x)$. Stabilire infine che f ha uno zero nell'intervallo $(0, +\infty)$.

7 pts.

3) Calcolare

$$\int_{-2}^{2} \log(3+2|x|)\mathrm{d}x.$$

6 pts.

4) Enunciare e dimostrare la formula di Taylor con il resto di Peano.

Usare poi la formula di MacLaurin per calcolare $D^{(6)}(e^{-x^3})|_{x=0}$.

9 pts.