

- 1) (a) Determinare la forma esponenziale del numero complesso

$$z = \frac{(\sqrt{3} - i)^4}{16 e^{i\pi/3}}$$

e calcolarne le radici cubiche in forma cartesiana.

- (b) Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \arctan \left(\frac{1 - 2n}{n + 1} \right) : n \in \mathbb{N}, n \geq 0 \right\}.$$

Determinare $\sup A$ e $\inf A$, specificando se si tratti di massimo e/o minimo.

8 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x) = (x + 2) e^{\frac{x}{x-1}}.$$

Determinare il dominio naturale di f e determinarne gli eventuali asintoti. Studiare la monotonia di f , individuando gli eventuali punti di estremo locale e globale. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

8 pts.

- 3) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^1 \frac{x + 3}{x^2 + 2x + 5} dx.$$

6 pts.

- 4) Enunciare la formula di Taylor di ordine n con resto di Peano. Scrivere poi lo sviluppo di MacLaurin di ordine 4 per la funzione $f(x) = \cos(2x)$ e lo sviluppo di ordine 4 per $g(x) = e^{-2x^2}$. Utilizzare tali sviluppi per calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - e^{-2x^2}}{x^4}.$$

8 pts.