

- 1) (a) Determinare la forma esponenziale del numero complesso

$$\left(\frac{1+i}{3-3i} \right)^6.$$

- (b) Data la successione $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$, determinare $\sup A$ e $\inf A$, ed eventualmente $\max A$ e $\min A$, dove A è l'insieme immagine della successione.

8 pts.

- 2) Determinare dominio, asintoti verticali e orizzontali della funzione

$$f(x) = \log(x^2 - 4) \cdot e^{\sqrt{x-1}}.$$

Determinare la miglior approssimazione lineare di f in $x = \sqrt{5}$. Si consideri poi la funzione

$$g(x) = e^{-\sqrt{x-1}} f(x)$$

e studiarne monotonia e convessità.

8 pts.

- 3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\pi/2} x \cos(2x) dx.$$

6 pts.

- 4) Dare la definizione di continuità per una funzione $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dimostrare che se f è derivabile su $[a, b]$ e $|f'(x)| \leq \frac{1}{2(b-a)}$, $\forall x \in [a, b]$, allora $|f(b) - f(a)| \leq \frac{1}{2}$.

8 pts.