

- 1) (a) Determinare le radici settime (in forma esponenziale) del numero complesso

$$z = \frac{(i-2)\overline{(i-2)}e^{-1+i\pi/2}}{i}.$$

- (b) Stabilire se il seguente insieme A è limitato superiormente, inferiormente e determinarne sup e inf specificando se si tratta anche del massimo e del minimo:

$$A := \{e^{-n^2} - 1 : n \in \mathbb{N}\}.$$

8 pts.

- 2) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \arctan(1/x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} x^{1/(x-1)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2) + x^{\sqrt{2}}}{1 - \cos(x^{1/\sqrt{2}})}.$$

9 pts.

- 3) Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq 2 \\ x \log\left(\frac{x}{x^2 - 2}\right) & x \in (-\sqrt{2}, 0) \cup (\sqrt{2}, 2) \end{cases}$$

è derivabile in $x = 2$. Una volta determinati a e b procedere con la ricerca degli asintoti di f e stabilire che f è strettamente decrescente su un intervallo di centro 2.

8 pts.

- 4) Enunciare la formula di Taylor di ordine n . Scrivere poi la formula di MacLaurin di ordine 12 per la funzione

$$f(x) = 2x^4 \cos(x^2).$$

Quanto valgono $f^{(11)}(0)$ e $f^{(4)}(0)$? È $x = 0$ un punto estemale per f ? Di che tipo?

8 pts.

- 1) (a) Determinare le radici settime (in forma esponenziale) del numero complesso

$$z = \frac{(i-2)\overline{(i-2)}e^{-1+i\pi/2}}{i}.$$

- (b) Determinare il dominio, il tipo di monotonia e l'immagine della funzione

$$f(x) = e^{-x^2(\arccos(\sqrt{x})-\pi)}.$$

8 pts.

- 2) Determinare dominio e asintoti della funzione

$$f(x) = x \log \left(\frac{x}{x^2 - 2} \right)$$

Stabilire se f è strettamente decrescente su un intervallo di centro 2. Scrivere infine l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(2, f(2))$.

8 pts.

- 3) Calcolare

$$\int_0^{1/2} \left(\frac{x-2}{x^2+1} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx.$$

6 pts.

- 4) Enunciare la formula di Taylor di ordine n . Scrivere poi la formula di MacLaurin di ordine 12 per la funzione

$$f(x) = 2x^4 \cos(x^2).$$

Quanto valgono $f^{(11)}(0)$ e $f^{(4)}(0)$? È $x = 0$ un punto estremale per f ? Di che tipo?

8 pts.