



Politecnico di Bari
Laurea Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Programma di Complementi di Analisi Matematica
AA 2012-2013 Docente: Dr. [E. Caponio](#)

La presenza dell'abbreviazione (nodim) a fianco di una voce del programma indica che relativamente a tale argomento non sono state date dimostrazioni a lezione.

Serie numeriche

Definizione. Carattere di una serie. Esempi: serie geometrica, serie telescopiche. Serie armonica e serie armonica generalizzata. Serie somma e serie prodotto di una costante per una serie. Condizione necessaria per la convergenza. Serie a termini non-negativi: criteri di confronto, criterio del confronto asintotico. Criterio degli infinitesimi (*nodim*). Criterio del rapporto e criterio della radice. Successioni di Cauchy in \mathbb{R}^n . Gli spazi \mathbb{R} , \mathbb{C} , \mathbb{R}^n come spazi metrici completi. Convergenza assoluta. Serie a termini di segno alternato, criterio di Leibniz (*nodim*).

Successioni di funzioni

Convergenza puntuale e uniforme. Esempi. Criterio di Cauchy per la convergenza uniforme. Teorema sulla continuità del limite uniforme di una successione di funzioni continue. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di derivata.

Serie di funzioni

Convergenza puntuale e convergenza uniforme. Convergenza assoluta e convergenza totale. Relazioni fra le varie nozioni di convergenza. Teorema sulla continuità della somma. Teorema di derivazione termine a termine. Teorema di integrazione termine a termine.

Funzioni complesse di variabile complessa

Parte reale e parte immaginaria di una funzione complessa. Esempi. La topologia euclidea di \mathbb{C} . Nozione di limite, di continuità. Funzioni olomorfe. Operazioni con le derivate, derivata di una funzione composta, derivata di una funzione inversa. Relazioni di Cauchy-Riemann. Esempi di funzioni olomorfe e non olomorfe. Funzioni intere. Funzioni armoniche. Funzioni olomorfe aventi derivata non nulla come funzioni conformi.

Serie di potenze nel campo dei numeri complessi

Generalità. Raggio di convergenza e disco di convergenza. Convergenza totale sui compatti contenuti nel disco di convergenza. Teoremi per il calcolo del raggio di convergenza. Teorema di Abel (*nodim*). Raggio di convergenza della serie delle derivate di

una serie di potenze. Derivabilità della somma di una serie di potenze. Relazione tra il coefficiente n -esimo della serie e il valore nel centro della derivata n -esima della somma.

Funzioni analitiche nel campo dei numeri reali

Nozione di funzione analitica. Condizione affinché una funzione reale sia analitica in un intervallo. Analiticità di alcune funzioni reali elementari. Calcolo per serie di alcuni integrali. Funzione degli errori.

Complementi di teoria dell'integrazione

Integrale di una curva regolare a tratti a valori nel campo dei numeri complessi. Integrale di una funzione complessa lungo una curva regolare a tratti e sua interpretazione come coppia di integrali di due forme differenziali associate alla funzione.

Forme differenziali. Integrale di una forma differenziale su una curva. Invarianza dell'integrale di una forma differenziale rispetto alle riparametrizzazioni che conservano l'orientamento. Differenziale di una funzione di due variabili. Forme differenziali esatte.

Primitiva di una forma differenziale esatta. Integrale di una forma differenziale esatta. Caratterizzazione delle forme differenziali esatte. Forme differenziali chiuse. Aperti semplicemente connessi. Esattezza delle forme differenziali di classe C^1 chiuse su un aperto semplicemente connesso (*nodim*).

Funzioni olomorfe

Teorema di Cauchy-Goursat (*nodim*). Formula di rappresentazione di Cauchy. Analiticità di una funzione olomorfa e seconda formula di rappresentazione di Cauchy. Applicazioni delle formule di Cauchy al calcolo di integrali di funzioni olomorfe lungo curve.

Zeri di una funzione olomorfa. Ordine di uno zero. Zeri isolati. Equivalenza per uno zero tra l'essere isolato e avere ordine finito. Principio di identità per le funzioni olomorfe. Estensioni olomorfe di alcune funzioni elementari reali (esponenziale, seno, coseno, funzioni iperboliche). Formula di Eulero. Logaritmo di un numero complesso. Funzioni multivoche. Determinazione principale del logaritmo. Continuità e derivabilità della determinazione principale del logaritmo: piano complesso tagliato. Potenza con esponente complesso.

Teorema di Hermite-Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra e sue conseguenze.

Coniugata di una funzione armonica su un aperto del piano semplicemente connesso. Proprietà della media per le funzioni armoniche di due variabili.

Serie di Laurent

Serie numeriche bilatere. Serie di Laurent. Insieme di convergenza di una serie di Laurent. Univocità dei coefficienti nello sviluppo in serie di Laurent. Sviluppabilità in serie di Laurent di una funzione olomorfa su una corona circolare. Singolarità isolate. Classificazione delle singolarità isolate. Caratterizzazione di singolarità eliminabili, poli e singolarità essenziali. Teorema di Picard (*nodim*).

Residuo in un punto singolare. I Teorema dei residui. Metodi per il calcolo del residuo in un punto singolare. Singolarità all'infinito e residuo all'infinito. II Teorema dei residui. Calcolo di alcuni integrali attraverso il metodo dei residui: integrali trigonometrici, integrali impropri sulla retta reale di funzioni aventi al più un numero finito di discontinuità, integrali di tipo Fourier, lemma di Jordan (*nodim*).

Serie di Fourier

Coefficienti di Fourier e serie di Fourier di una funzione assolutamente integrabile sull'intervallo $[-\pi, \pi]$. Polinomi trigonometrici. Riconduzione del caso di una funzione definita nell'intervallo $[a, b]$ a quello dell'intervallo $[-\pi, \pi]$. Estensione all'asse dei reali, periodica di periodo $b-a$, di una funzione definita sull'intervallo $[a, b]$. Estensioni pari ed estensione dispari sull'intervallo $[-T, T]$ di una funzione definita in $[0, T]$ e relative serie dei coseni e serie dei seni. Condizioni sufficienti per la convergenza puntuale e uniforme ad f della serie di Fourier di f (*nodim*). Convergenza in media quadratica della serie di Fourier di una funzione il cui quadrato è integrabile (*nodim*). Identità di Parseval (*nodim*).

Testi di riferimento

Per la parte del programma relativa alla serie numeriche:

- “Analisi Matematica 1” di M. Bramanti, C.D. Pagani e S. Salsa, Zanichelli, Bologna, 2008

Per la parte del programma relativa alla successioni e serie di funzioni e per la parte relativa alle forme differenziali:

- N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone “Elementi di Analisi Matematica due”, Liguori Editore, 2001.

In alternativa al precedente testo può essere usato “Analisi Matematica 2” di M. Bramanti, C.D. Pagani e S. Salsa, Zanichelli, Bologna, 2009.

Per la rimanente parte del programma:

- V. De Cicco, D. Giachetti “Metodi Matematici per l'Ingegneria”, Esculapio, Bologna, 2011.

Per approfondimenti “Note di Metodi Matematici per Ingegneria Informatica”, di M. Giaquinta e G. Modica, Pitagora Editrice, Bologna, 2007.

Per la parte di programma relativa a serie numeriche, successioni e serie di funzioni, forme differenziali, il testo di riferimento per gli esercizi è:

- P. Marcellini, C. Sbordone, “Esercitazioni di Matematica”, I volume, parte seconda e II volume, Liguori Editore, Napoli 1995.

- Si vedano anche gli appunti delle lezioni e gli esercizi svolti delle tracce di esame disponibili per il download all'indirizzo <http://goo.gl/6sVkT>

Bari, 19/06/2013

Dott E. Caponio

