

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

- (b) Stabilire il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{\log n}{n^2 \sqrt{\log(\log n)}}.$$

8 pts.

- 2) Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 4)e^{-x^2 - y^2}$$

e stabilirne la natura. Stabilire poi se esiste il piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 0, f(1, 0))$ e in caso affermativo determinarne l'equazione.

8 pts.

- 3) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = te^{-t} \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Ricordare la definizione di insieme normale rispetto ad un asse e la relativa formula di riduzione. Sia poi A l'insieme del piano cartesiano delimitato dalle curve $y = x^2$ e $y = 2x$, per $x \geq 0$ e $f \in C^0(A)$. Scrivere la formula di riduzione per il calcolo di $\iint_A f(x, y) dx dy$ considerando A come insieme normale rispetto all'asse x . Invertire poi l'ordine d'integrazione considerando A come insieme normale rispetto all'asse y .

6 pts.