

Cognome_____Nome_____N° Matricola_____

- 1) Stabilire di che natura è il punto critico $(0, 0)$ per le seguenti funzioni:

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + x^2$$

$$g(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$$

$$h(x, y) = x^4 + y^4 + 2x^2 - y^2$$

6 pts.

- 2) Dimostrare che le funzioni $f(x) = x \cos x$ e $g(x) = e^x - x$ sono linearmente indipendenti.

4 pts.

- 3) Si consideri l'equazione differenziale

$$y'' - y' + y = e^{x/2} \left(x \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) - x^2 \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \right).$$

Nell'applicazione del metodo di similarità per determinare una sua soluzione \bar{y} , di che tipo deve essere \bar{y} ?

4 pts.

- 4) Stabilire se il seguente problema di Cauchy ha una ed una sola soluzione locale:

$$\begin{cases} y' = y^2 \log(xy) + 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire, inoltre, che essa è strettamente crescente in un intorno di $x = 1$.

6 pts.

- 5) Invertire l'ordine di integrazione nei seguenti integrali:

$$\int_0^2 \left(\int_{-x^3}^x f(x, y) dy \right) dx, \quad \int_{-1}^1 y \left(\int_0^{\frac{\sqrt{1-y^2}}{2}} x dx \right) dy.$$

Calcolare, inoltre, il valore del secondo di essi.

10 pts.