

- 1) Calcolare

$$\int_A \frac{x-y}{(x+y)^2} dx dy,$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 < x + y < -1, -1 < y - x < 0\}$.

7 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \cos^2(xy)(x - \log y)^2,$$

stabilendo se si tratti di un insieme aperto, chiuso, convesso, limitato.

Stabilire poi che f è di classe C^∞ sul suo dominio.

Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 1, f(0, 1))$.

Determinare, infine, i punti di minimo assoluto di f e rappresentarli sul piano.

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 2y'' + 8y = \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Scrivere la definizione di derivata direzionale per una funzione di più variabili reali.
Dimostrare che se $f : A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ è differenziabile in $x_0 \in \overset{\circ}{A}$ allora esiste $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0)$ secondo qualunque versore $v \in \mathbb{R}^n$.

7 pts.