Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 18 gennaio 2022 Traccia A

1) (a) Determinare parte reale e parte immaginaria del numero complesso

$$z = \left(-2(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)e^{i\pi/4}\right)^2.$$

(b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x^2-1}} + \arctan\left(\log_{1/2}(-1-x)\right).$$

8 pts.

2) Sia

$$f(x) = x^3\big(8 - \log(x^2)\big).$$

Si determinino dominio ed eventuali asintoti di f. Dallo studio degli asintoti verticali si deduca che f è prolungabile per continuità in 0 e si determini il suo prolungamento continuo in tale punto. Detto $\tilde{f}$ il prolungamento continuo di f in 0, si dimostri che $\tilde{f}$ è anche derivabile in 0 e che 0 è un punto stazionario. Dimostrare infine che 0 non è un punto di estremo locale per $\tilde{f}$.

8 pts.

3) Calcolare la media integrale di $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + x - 2}$ sull'intervallo $[-1, 0]$.

6 pts.

4) Dare la definizione topologica di limite di una funzione. Enunciare e dimostrare poi il teorema del doppio confronto.

8 pts.

Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 18 gennaio 2022 Traccia B

1) (a) Scrivere in forma esponenziale il numero complesso

$$z = -\frac{i\, e^{-i\pi/8}}{1-\sqrt{3}i}.$$

Calcolare poi z^{24}.

(b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione $\frac{1}{f}$, dove

$$f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_3(1+x^{1/\sqrt{2}})}.$$

8 pts.

2) Determinare insieme definizione ed eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{(x^2+1)e^{-x^2}}{x}.$$

Stabilire poi che la funzione $xf(x)$ è strettamente decrescente su $(0,+\infty)$ e strettamente crescente su $(-\infty,0)$. Stabilire, infine che $xf(x)$ ha un punto critico in 0 e indicarne la natura.

8 pts.

3) Calcolare

$$\int_1^{-1} x^4 \left(\sin x + \cos\left(\frac{\pi(x^5+1)}{4}\right)\right) dx.$$

6 pts.

4) Dare le definizioni di punto di massimo locale e di massimo locale forte. Enunciare e dimostrare poi il teorema di caratterizzazione della monotonia mediante il segno della derivata. Dire come si applica tale teorema per ottenere una condizione sufficiente affinché un punto sia di massimo locale.

8 pts.