

Cognome\_\_\_\_\_Nome\_\_\_\_\_

- 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_A \log(xy) dx dy,$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [1, 2], 1 < xy < 2\}$ .

8 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{(xy)^{3/2}}{x^2 + y^2} \log(xy).$$

Se ne determini il dominio e si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Calcolare, poi,  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ . Stabilire, infine se esiste il piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(-1, -1)$  e, in caso affermativo, scriverne l'equazione.

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione in forma implicita del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \sqrt{\frac{y}{y+1}} \log x \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di serie numerica e di serie numerica convergente. Dimostrare che se una serie numerica è convergente allora il suo termine generale converge a 0. Fornire, poi, un esempio di una serie avente termine generale infinitesimo ma divergente positivamente.

6 pts.