

Cognome _____ Nome _____ AA di immatricolazione _____

- 1) (a) Scrivere in forma cartesiana il numero complesso

$$\left(e^{1+i\frac{\pi}{6}}\right)^6.$$

Qual è il modulo delle radici dodicesime del numero precedente?

- (b) Determinare dominio ed eventuale monotonia della funzione

$$f(x) = 1 + \arccos(x - 1) + \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-1}.$$

Determinare poi l'immagine di f .

7 pts.

- 2) Calcolare almeno due dei seguenti limiti

$$\begin{aligned} &\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(2x^2) - \cos x}{x^2 + x^3}; \\ &\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right)^x; \\ &\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log^2 x - (1 + 2x)^2 + 1}{x}. \end{aligned}$$

7 pts.

- 3) Dimostrare che la seguente funzione ha un punto di flesso in $x = \log \frac{1}{2}$:

$$f(x) = (e^x - 1)^2.$$

Qual è l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di flesso?

8 pts.

- 4) Dare la definizione di funzione continua in un punto. Enunciare e dimostrare poi il teorema della media integrale per le funzioni continue.

8 pts.

Cognome_____Nome_____AA di immatricolazione_____

- 1) (a) Scrivere in forma trigonometrica le radici quarte del numero complesso

$$e^{2+i\pi}.$$

Qual è il modulo delle potenze ottave delle radici precedenti?

- (b) Determinare dominio ed eventuale monotonia della funzione

$$f(x) = \arctan(\sqrt{x}) - 1 + \log_3(x^2 - 1)$$

Determinare poi l'immagine di f .

7 pts.

- 2) Calcolare almeno due dei seguenti limiti

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - \tan(3x^3)}{x^3 + x^5}; \\ & \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + \log x}{\log x} \right)^x; \\ & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 2^x + \left(\left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 - 1 \right) x^2}{x}. \end{aligned}$$

7 pts.

- 3) Dimostrare che la seguente funzione è strettamente decrescente su $(0, e)$ e strettamente concava su $(e^2, +\infty)$:

$$f(x) = (\log x - 1)^2.$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di funzione crescente su un insieme $A \subset \mathbb{R}$. Dimostrare poi che una funzione crescente su un intervallo chiuso e limitato è integrabile secondo Riemann.

(Gli studenti immatricolati negli anni precedenti al 2018/2019 sostituiscano questo esercizio con:

Dare la definizione di funzione derivabile in un punto. Enunciare e dimostrare poi il teorema di Fermat.)

8 pts.