

- 1) (a) Determinare la forma esponenziale del numero complesso

$$z = \frac{(1-i)^5}{2e^{i\pi/6}}$$

e ricavarne poi le radici settime.

- (b) Si consideri la successione

$$a_n = \frac{n+3}{2n+1}, \quad n \geq 1.$$

Studiare la monotonia della successione. Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme $A = \{a_n : n \geq 1\}$. Stabilire se A ammette massimo e/o minimo.

8 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \log |x| & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Studiare la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$. Determinare inoltre gli eventuali asintoti di f . Studiare infine la monotonia di f e determinarne eventuali punti di estremo locale e globale. Tracciarne infine un grafico approssimativo (senza studiare la convessità).

8 pts.

- 3) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx.$$

6 pts.

- 4) Enunciare la formula di Taylor di ordine n con resto di Peano.

Scrivere la formula di MacLaurin di ordine 7 per la funzione $f(x) = x \cos(x)$.

Utilizzare poi il risultato ottenuto per calcolare il limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) - x + \frac{x^3}{2}}{x^5}.$$

8 pts.