

Cognome\_\_\_\_\_Nome\_\_\_\_\_

- 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_A (x^2 - y^2) dx dy.$$

dove  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y - x \leq 1, 1 \leq y + x \leq 3\}$ .

7 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$$

e rappresentarlo sul piano; dire se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire poi che  $f$  è differenziabile nell'interno del suo dominio e determinare quindi l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto  $(\sqrt{\frac{\pi}{4}}, -\sqrt{\frac{\pi}{4}})$ .

9 pts.

- 3) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 4 + x + 2e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di integrale in senso improprio per una funzione  $f: (a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ . Enunciare e dimostrare, poi, il teorema di confronto per la convergenza di un integrale improprio su un intervallo  $(a, b]$ .

6 pts.