

1) Stabilire il carattere delle seguenti serie:

(a)

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 - 1};$$

(b)

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n - e^{-n}}{n^2 - 1}$$

7 pts.

2) Determinare i punti stazionari e gli eventuali punti di estremo della funzione

$$f(x, y) = x^2(y^2 - 1) - y^2.$$

9 pts.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{2y}{t} = \cos t \\ y(\pi) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

4) Dare la definizione di funzione differenziabile in un punto interno al suo dominio. Dimostrare, poi, che se f è differenziabile in $x_0 \in \overset{\circ}{A}$ e v è un versore, esiste $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0)$ e inoltre $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0) = \langle \nabla f(x_0), v \rangle$.

6 pts.