Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corsi B e C

A.A. 2016/2017 Appello 16 gennaio 2017 Traccia A

Cognome__________Nome__________N° Matricola__________Corso____

1) Dimostrare che

$$\exists \lim_{b\to+\infty}\int_0^b \frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x \in \mathbb{R}.$$

6 pts.

2) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{e^{y-1}}{x^2-1} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

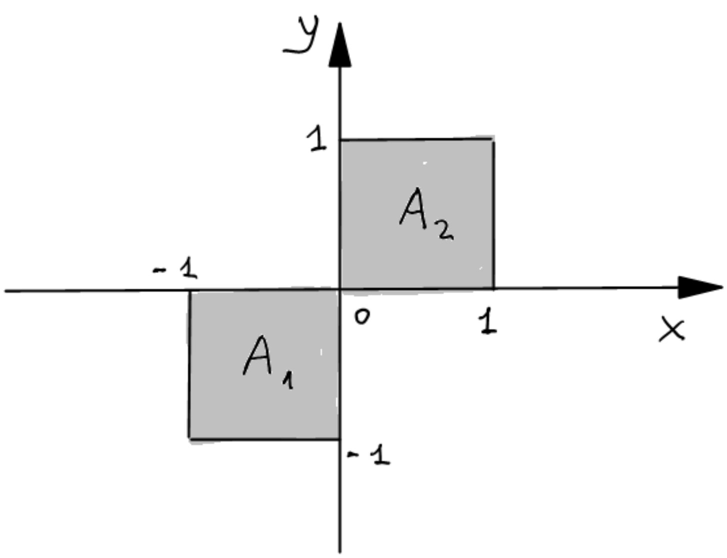
3) Stabilire se la funzione $f(x,y) = \sin\left(\frac{x-y}{x+y}\pi\right)$ ammette limite nel punto $(0,0)$. Stabilire poi se f è differenziabile in $(x_0, y_0) = (1,0)$ e, in caso positivo, determinare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $\big(x_0, y_0, f(x_0,y_0)\big)$.

9 pts.

4) Calcolare

$$\int_A (x+y)\sin x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

dove A è l'insieme rappresentato in grigio in figura:



$A = A_1 \cup A_2$

7 pts.

Politecnico di Bari
Analisi Matematica – modulo B – Corsi B e C
A.A. 2016/2017 Appello 16 gennaio 2017 Traccia B

Cognome____________Nome____________N° Matricola________Corso___

1) Enunciare e dimostrare il teorema di confronto per la convergenza di $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$, essendo f una funzione non-negativa, definita in $[a,b)$ e integrabile su ogni intervallo $[a,c]$, $c \in [a,b)$.

6 pts.

2) Determinare l'integrale generale dell'equazione:

$$y'' + 2y = \sin(\sqrt{2}x).$$

8 pts.

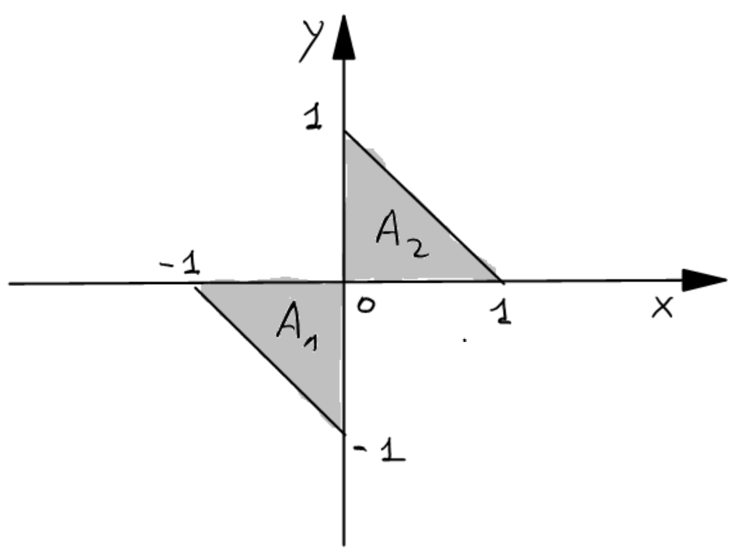
3) Stabilire se la funzione $f(x,y) = \cos\left(\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}\pi\right)$ ammette limite nel punto $(0,0)$. Stabilire poi se f è differenziabile in $(x_0,y_0) = (0,1)$ e, in caso positivo, determinare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $\big(x_0, y_0, f(x_0,y_0)\big)$.

9 pts.

4) Calcolare

$$\int_A |x|y^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

dove A è l'insieme rappresentato in grigio in figura:



$A = A_1 \cup A_2$

7 pts.

Politecnico di Bari
Analisi Matematica – modulo B – Corsi B e C
A.A. 2016/2017 Appello 16 gennaio 2017 Traccia C

Cognome__________________Nome__________________N° Matricola__________Corso___

1) Sia $f \in C^0\big([a,+\infty)\big)$. Dimostrare che se $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l > 0$ allora $\displaystyle\int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = +\infty$.

6 pts.

2) Determinare l'integrale generale dell'equazione:

$$y'' - 3y' = x - e^x.$$

8 pts.

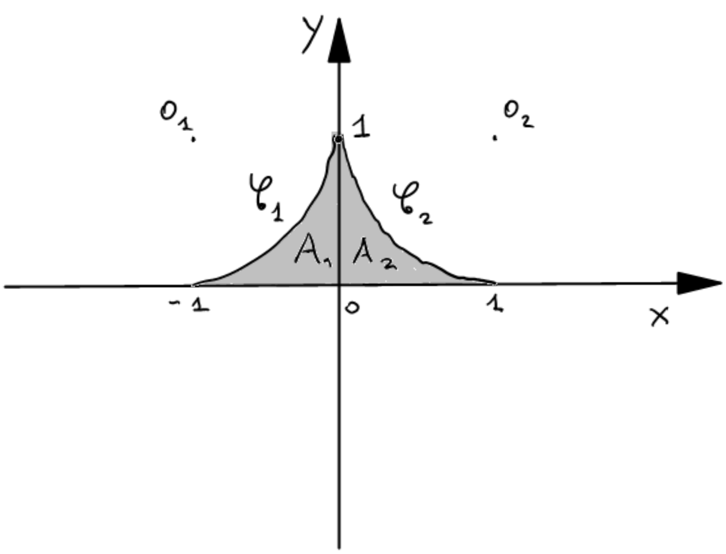
3) Stabilire se la funzione $f(x,y) = \arctan\left(\dfrac{2x-y}{2x+y}\right)$ ammette limite nel punto $(0,0)$. Stabilire poi se f è differenziabile in $(x_0,y_0) = (1,0)$ e, in caso positivo, determinare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $\big(x_0, y_0, f(x_0,y_0)\big)$.

9 pts.

4) Calcolare

$$\int_A (y-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

dove A è l'insieme rappresentato in grigio in figura:



$A = A_1 \cup A_2$

$\mathscr{C}_1$ arco della circonferenza di centro $O_1\ (-1,1)$ e raggio 1

$\mathscr{C}_2$ arco della circonferenza di centro $O_2\ (1,1)$ e raggio 1

7 pts.

Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corsi B e C

A.A. 2016/2017 Appello 16 gennaio 2017 Traccia D

Cognome__________ Nome__________ N° Matricola__________ Corso____

1) Dimostrare che se una funzione non-negativa $f \in C^0\big([a,b)\big)$, $b \in \mathbb{R}$, è un infinito di ordine $\alpha > 1$ per $x \to b^-$ allora $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = +\infty$..

6 pts.

2) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y + (x-1)^2 \\ y(1) = e \end{cases}$$

8 pts.

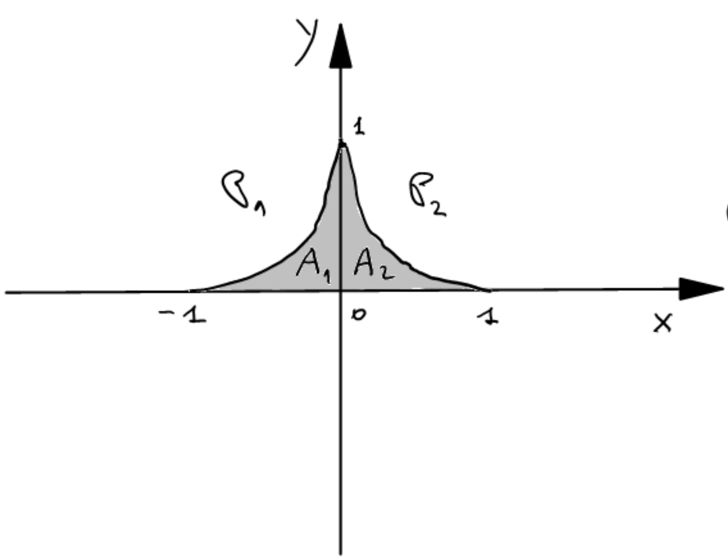
3) Stabilire se la funzione $f(x,y) = \left(\dfrac{x+2y}{x-2y}\right)^{2/5}$ ammette limite nel punto $(0,0)$. Stabilire poi se f è differenziabile in $(x_0,y_0) = (0,1)$ e, in caso positivo, determinare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $\big(x_0, y_0, f(x_0,y_0)\big)$.

9 pts.

4) Calcolare

$$\int_A y^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

dove A è l'insieme rappresentato in grigio in figura:



$A = A_1 \cup A_2$

P_1 arco della parabola di vertice $(-1,0)$ e asse parallelo all'asse delle y

P_2 arco della parabola di vertice $(1,0)$ e asse parallelo all'asse delle y

entrambe le parabole passanti per per il punto $(0,1)$

7 pts.