

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

- (b) Stabilire il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - 1) \sin^{3/2} \left(\frac{1}{n}\right).$$

8 pts.

- 2) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = (2x^3 - 2y^2)e^{-y^2}.$$

Stabilire la natura di  $(0, 0)$ . Stabilire infine che  $f$  ha piano tangente al suo grafico nel punto  $(1, -1, f(1, -1))$  e scriverne l'equazione.

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' + 2y = t - e^{-t} \\ y(0) = 0 = y'(0) \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare una caratterizzazione degli insiemi misurabili secondo Peano-Jordan. Dedurre poi che ogni insieme normale è misurabile. Fornire infine un esempio di un insieme limitato del piano che non è misurabile.

6 pts.