

Politecnico di Bari
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e Automazione
Programma del Corso di ANALISI MATEMATICA/ I modulo
Anno Accademico 2015/2016
Prof.ssa Silvia Cingolani

Numeri reali. Numeri reali. Assiomi algebrici e di ordinamento. Assioma di completezza. Numeri naturali, relativi e razionali. Incompletezza dei numeri razionali*. Maggiorante, minorante di un sottoinsieme di \mathbb{R} . Insiemi limitati superiormente ed inferiormente. Intervalli e semirette in \mathbb{R} . Massimo e minimo di un sottoinsieme di \mathbb{R} . Estremo superiore, estremo inferiore di un sottoinsieme di \mathbb{R} . Teorema di esistenza dell'estremo superiore*. Illimitatezza superiore di \mathbb{N}^* . Principio del minimo intero in \mathbb{N} . Proprietà Archimedeica dei numeri reali*. Teorema di densità dei numeri razionali nei numeri reali*. Teorema di esistenza della radice n -esima. Teorema di densità dei numeri irrazionali nei numeri reali*. Il Principio di Induzione Completa*. Fattoriali, coefficienti binomiali. Binomio di Newton.

Numeri complessi. Numeri complessi in forma geometrica. Piano di Gauss. Operazioni in \mathbb{C} . Unità immaginaria. Rappresentazione algebrica di un numero complesso. Modulo e coniugato di un numero complesso. Proprietà del modulo e del coniugato. Principio di identità dei numeri complessi. Coordinate polari. Rappresentazione dei numeri complessi in forma trigonometrica. Potenza di un numero complesso. Formula di De Moivre*. Radici di un numero complesso. Formula risolutiva delle radici*. Interpretazione geometrica. Formula risolutiva delle equazioni di secondo grado complesse*. Teorema fondamentale dell'algebra per equazioni di grado n .

Le funzioni reali. Funzioni reali di variabile reale. Insieme di definizione. Immagine. Grafico. Funzione restrizione. Funzioni iniettive, surgettive. Funzioni bigettive. Funzioni inverse. Funzioni monotone. Funzioni pari, funzioni dispari, funzioni periodiche. Funzioni lineari. Funzione valore assoluto e proprietà. La distanza euclidea in \mathbb{R} . Funzioni elementari: potenza n -esima, reciproca della potenza, radice n -esima, logaritmo, esponenziale. Funzioni trigonometriche e loro inverse. Operazioni tra funzioni: funzioni somma, differenza, prodotto, quoziente. Funzione composta.

Limiti e Continuità. L'ampliamento dei numeri reali. Ordinamento in $\overline{\mathbb{R}}$. Operazioni in $\overline{\mathbb{R}}$. Punti di accumulazione di sottoinsiemi di \mathbb{R} in $\overline{\mathbb{R}}$. Limite di funzione reale. Teorema sull'unicità del limite*. Teorema della permanenza del segno*. Teoremi di confronto. Teorema sul limite della restrizione. Limite destro e limite sinistro. Operazioni sui limiti. Teorema sul limite della funzione composta. Infiniti e infinitesimi. Ordine di infinitesimo, ordine di infinito. Forme indeterminate. Limiti notevoli. Limiti delle funzioni monotone. Funzioni continue e proprietà. Teorema di permanenza del segno per funzioni continue. Continuità della funzione somma. Continuità della funzione prodotto. Teorema sulla continuità della funzione composta. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri*. Applicazioni alla ricerca di soluzioni per equazioni algebriche e

trascendenti. Teorema dei valori intermedi*. Teorema sulla continuità della funzione inversa. Continuità delle funzioni elementari.

Successioni. Successioni di numeri reali e proprietà. Limiti di successioni. Successioni convergenti, divergenti ed indeterminate. Alcuni limiti notevoli di successioni. Successioni estratte pari e dispari. Teorema sulla caratterizzazione del limite di funzioni mediante limite di successioni.

Derivata. Definizione di derivata. Interpretazione geometrica della derivata. Retta tangente al grafico. Teorema sulla derivata della funzione somma*. Teorema sulla derivata della funzione prodotto*. Teorema sulla derivata della funzione reciproca*. Teorema sulla derivata della funzione quoziente*. Teorema sulla derivata della funzione inversa*. Derivate delle funzioni elementari. Teorema sulla derivata della funzione composta. Teorema di Rolle*. Teorema di Lagrange*. Teorema di Cauchy. I Teoremi di De L'Hopital ed applicazioni allo studio dei limiti. Asintoti. Criterio di monotonia*. Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo*. Criterio di stretta monotonia*. Convessità e concavità. Flessi. Criterio di convessità*. Punti di massimo locale, punti di minimo locale. Punti stazionari. Teorema di Fermat*. Condizioni necessarie e sufficienti per l'esistenza di minimi e massimi relativi. La formula di Taylor con Resto di Peano*. Unicità del Polinomio di Taylor*. Sviluppi notevoli. Sviluppi mediante sostituzione. Criterio per lo studio dei punti di massimo e minimo relativo mediante le derivate di ordine superiore*. Applicazioni. Studio qualitativo del grafico di una funzione.

Integrale definito. Partizione di un intervallo. Somme integrali inferiori e superiori. Funzioni integrabili secondo Riemann su un intervallo. Integrale definito. Interpretazione geometrica. Teorema di integrabilità secondo Riemann delle funzioni monotone. Teorema di integrabilità secondo Riemann delle funzioni continue. Proprietà di linearità, addittività, confronto degli integrali definiti. Teorema della Media Integrale*. Applicazioni al calcolo delle aree.

Integrale indefinito. Primitiva di una funzione. Teorema fondamentale del Calcolo Integrale*. Caratterizzazione dell'insieme delle primitive di una funzione continua su un intervallo chiuso e limitato*. Teorema di Torricelli*. Integrale indefinito. Proprietà degli integrali indefiniti. Integrali immediati. Integrali quasi immediati. Integrazione di funzioni razionali fratte. Formula di integrazione per parti ed applicazioni. Formula di integrazione per sostituzione ed applicazioni.

Sono in programma le dimostrazioni degli argomenti asteriscati.

Testi consigliati:

M. Bertsch, R. Dal Passo, Elementi di Analisi Matematica, Aracne Editrice.

P. Marcellini, C. Sbordone, Elementi di Analisi Matematica uno, Liguori Editore.

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Matematica, Calcolo Infinitesimale e Algebra lineare, Zanichelli Editore.

P. Marcellini, C. Sbordone, *Esercitazioni di Matematica* Vol. 1, parti 1 e 2 , Liguori Editore.