Politecnico di Bari

Complementi di Analisi Matematica

Laurea Ingegneria Informatica e Automazione

A.A. 2016/2017 Appello 6 ottobre 2017 Traccia A

Cognome____________________ Nome____________________ N° Matricola____________________

Programma: precedente AA 2014/2015 ☐ da AA 2014/2015 in poi ☐

1) Calcolare la trasformata di Laplace del segnale

$$f(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0,1] \\ \cos(\pi t) & t \in (1, +\infty) \end{cases}$$

Calcolare quindi la trasformata di $f \star H$, dove H è la funzione di Heaviside.

6 pts.

Per gli anni accademici precedenti al 2014/2015, si sostituisca l'esercizio 1) con il seguente:

1) Stabilire che la seguente serie di funzioni converge uniformemente su $\mathbb{R}$.

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\cos^2(\pi x) - 2n}{n^{5/2} - n + 1}.$$

6 pts.

2) Dimostrare che se una serie di potenze di centro 0 converge in $\bar{z} \in \mathbb{C}$ allora converge in modulo su $D(0, |\bar{z}|)$.

5 pts.

3) Calcolare

$$\int_{C^+(i,1)} \frac{zi}{(z^2+1)^3} \mathrm{d}z,$$

dove $C^+(i,1)$ è la circonferenza di centro i e raggio 1, orientata positivamente.

6 pts.

4) Sia $f \in H(\Omega)$, Ω aperto di $\mathbb{C}$. Dimostrare che uno zero è isolato per f se e solo se è di ordine finito.

5 pts.

5) Calcolare i residui in 0 per le funzioni

$$f(z) = \cos^2 z + \frac{\pi}{z} - \frac{1}{z^2};$$
$$g(z) = z^5 e^{1/z^2};$$
$$h(z) = \frac{e^{1/z^2}}{z-1}.$$

7 pts.

6) Calcolare la serie di soli coseni della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in [0,1] \\ 1 & x \in (1,2] \end{cases}$$

estesa per periodicità con periodo 2 ad $\mathbb{R}$. Usando tale serie stabilire che

$$\frac{2}{3} + \sum_{h=1}^{+\infty} (-1)^h \frac{2}{h^2 \pi^2} = \sum_{h=0}^{+\infty} (-1)^h \frac{16}{(2h+1)^3 \pi^3}.$$

7 pts.