



Politecnico di Bari
Laurea Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Programma Analisi Matematica - Il modulo (6cfu)
AA 2013-2014 Docente: Dr. [E. Caponio](#)

Le voci “(nodim)”, a fianco ad un argomento, indica che su di esso non sono state fornite dimostrazioni durante le lezioni. Pertanto tale argomento, così come gli altri senza alcun contrassegno, può essere oggetto delle prove teoriche solo per quel che riguarda definizioni, enunciati, applicazioni, conseguenze. Le voci in blu sono quelle per cui si chiede la conoscenza di una dimostrazione.

Integrali impropri

Definizioni, primi esempi. [Criterio di confronto](#). Infiniti e infinitesimi di ordine (superiore a, inferiore a) α . Versioni particolari del criterio di confronto. Funzioni asintotiche in un punto. Relazione tra asintoticità e integrabilità in senso improprio. Parte positiva e parte negativa di una funzione. Assoluta integrabilità.

Serie numeriche

Definizioni, primi esempi. [Condizione necessaria per la convergenza di una serie numerica](#). [Somma di una serie numerica come integrale improprio di una funzione costante a tratti](#). [Carattere della serie armonica generalizzata](#). Serie a termini non negativi. [Teorema di confronto](#). Convergenza assoluta. Applicazioni del teorema di confronto: criterio degli infinitesimi, criterio del confronto asintotico. Criterio integrale (nodim). Carattere della serie geometrica. [Criterio del rapporto](#). Criterio della radice (nodim). Serie a segni alterni. Criterio di Leibniz (nodim).

Limiti e continuità per funzioni reali di più variabili reali

Nozione di distanza su un insieme. Topologia euclidea in \mathbb{R}^n : distanza euclidea, norma euclidea, intorni sferici, intorni, punti interni, esterni, frontiera di un insieme, insiemi aperti e chiusi, punti isolati e punti di accumulazione, l'insieme \mathbb{R}^n ampliato, intorni di ∞ , insiemi limitati. Funzioni reali e vettoriali di più variabili reali: limiti e continuità. Rappresentazione del dominio e dell'insieme di continuità di una funzione di due variabili reali. Successioni a valori in \mathbb{R}^n . Teorema ponte e sue conseguenze nello studio dei limiti (nodim).. Teorema di caratterizzazione del limite di una funzione di due variabili in coordinate polari (nodim). Complementi sulle proprietà topologiche di \mathbb{R}^n : caratterizzazioni degli insiemi chiusi, limitatezza delle successioni convergenti. Insiemi compatti e loro caratterizzazione. Funzioni continue su un insieme compatto di \mathbb{R}^n .

Calcolo differenziale per funzioni reali di più variabili reali

Derivate direzionali e derivate parziali. Funzioni derivabili su un sottoinsieme di \mathbb{R}^n . Gradiente di una funzione. Differenziabilità per funzioni scalari e vettoriali di più variabili reali. Matrice Jacobiana di una funzione a valori vettoriali. Migliore approssimazione lineare di una funzione in un punto. Conseguenze della differenziabilità. Piano tangente al grafico di una funzione reale di più variabili reali. Differenziale di una funzione composta da due funzioni differenziabili. Formula di rappresentazione delle derivate direzionali. Gradiente come direzione di massima crescita di una funzione (caso di una funzione di due variabili reali). Ortogonalità tra le curve di livello e il gradiente per una funzione di due variabili reali. Teorema del differenziale totale (*nodim*). Derivate direzionali di ordine superiore. Funzioni di classe C^k , $k \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ su un aperto di \mathbb{R}^n . Teorema di Schwarz (*nodim*). Funzioni differenziabili due volte in un punto. Differenziale secondo e matrice Hessiana in un punto. Teorema del valor medio. Formula di Taylor di ordine due per funzioni di più variabili reali (*nodim*). Formula di Taylor di ordine uno con il resto di Lagrange (*nodim*).

Matrici quadrate simmetriche definite positivamente. Autovalori. Condizioni necessarie e sufficienti perché una matrice di ordine due sia definita positivamente (negativamente). Funzioni convesse, concave, strettamente convesse e strettamente concave. Condizioni necessarie e sufficienti per la convessità e la stretta convessità di una funzione differenziabile su un aperto convesso di \mathbb{R}^n (*nodim*). Condizione necessaria e sufficiente per la convessità di una funzione differenziabile due volte su un aperto convesso di \mathbb{R}^n . Condizione sufficiente per la stretta convessità di una funzione differenziabile due volte su un aperto convesso di \mathbb{R}^n . Punti estremali globali e locali. Punti critici. Teorema di Fermat e teorema di Rolle per le funzioni di più variabili reali. Punti di sella. Esistenza di un minimo globale (resp. massimo) per una funzione convessa (resp. concava), differenziabile e avente un punto critico. Condizione necessaria perché un punto stazionario per una funzione differenziabile due volte sia di massimo o di minimo locale. Condizione sufficiente perché un punto stazionario per una funzione differenziabile due volte sia di massimo o di minimo locale forte. Condizione sufficiente perché un punto stazionario per una funzione differenziabile due volte sia di sella.

Equazioni differenziali ordinarie

Equazioni differenziali ordinarie del primo ordine e relativo problema di Cauchy (*nodim*). Equazioni differenziali lineari del primo ordine e metodo della variazione della costante arbitraria per determinarne l'integrale generale. Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Soluzioni linearmente indipendenti. Struttura dell'insieme delle soluzioni. Equazioni differenziali del secondo ordine a coefficienti costanti: integrale generale di una equazione omogenea, integrale generale di un'equazione non-omogenea, metodo di similarità e metodo di variazione delle costanti arbitrarie.

Complementi: Teorema di esistenza e unicità locale per equazioni differenziali ordinarie del primo ordine (*nodim*). Pennello di Peano. Equazioni differenziali ordinarie del primo ordine a variabili separabili. Integrale generale in forma implicita.

Curve. Integrali curvilinei. Forme differenziali

Curve. Orientazione di una curva. Curve regolari, semplici, chiuse. Riparametrizzazione di una curva. Curva orientata nel verso opposto a quello di una curva assegnata. Curve rettificabili. Lunghezza di una curva rettificabile.

Lunghezza di una curva regolare (*nodim*). Curve regolari a tratti. Integrale curvilineo di una funzione lungo una curva. [Invarianza rispetto a riparametizzazioni](#). Lunghezza d'arco.

Forme differenziali. Integrale di una forma differenziale su una curva regolare. Invarianza rispetto a riparametizzazioni che conservano l'orientamento della curva. Estensione della nozione di integrale curvilineo alle curve regolari a tratti. Forme differenziali esatte e nozione di primitiva per una forma differenziale. [Caratterizzazione delle forme differenziali esatte](#). Costruzione di una primitiva su un aperto connesso. Forme differenziali chiuse. Rotazionale di un campo vettoriale nello spazio. Insiemi stellati e insiemi semplicemente connessi. [Condizione necessaria perché una forma differenziale di classe \$C^1\$ sia esatta](#). Condizioni sufficienti perché una forma differenziale di classe C^1 sia esatta (*nodim*).

Calcolo integrale per funzioni di due variabili reali

Integrale secondo Riemann di una funzione limitata su un rettangolo. Integrabilità delle funzioni continue su un rettangolo chiuso (*nodim*). Formule di riduzione su un rettangolo (*nodim*). Caso di una funzione che sia il prodotto di due funzioni continue dipendenti da una sola delle variabili. Integrale secondo Riemann di una funzione di due variabili, limitata su un insieme qualunque. Funzione caratteristica di un insieme. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan. Insiemi di misura nulla. [Caratterizzazione degli insiemi misurabili secondo Peano-Jordan](#). Caratterizzazione degli insiemi di misura nulla. Esempi di insiemi misurabili e non misurabili. Insiemi normali rispetto ad un asse e [loro misurabilità](#). Funzioni generalmente continue. Integrabilità delle funzioni generalmente continue e limitate su un insieme del piano integrabile secondo Peano-Jordan (*nodim*). Linearità, additività, monotonia degli integrali doppi. Media integrale. [Formule di riduzione su insiemi normali per funzioni continue](#). Cambiamento delle variabili di integrazione (*nodim*). Caso della trasformazione di un dominio dalle coordinate cartesiane a quelle polari.

Testi di riferimento

- M. Bertsch, R. Dal Passo, Elementi di Analisi Matematica, Aracne Editrice.
- M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Matematica, Calcolo Infinitesimale e Algebra Lineare, Zanichelli Editore.
- P. Marcellini - C. Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Vol 1 e Vol. 2, parti 1 e 2 , Liguori Editore.
- M. Bramanti, Esercitazioni di Analisi Matematica 2, Esculapio Bologna

Bari, 24/06/2014

Dott E. Caponio

