

1) (a) Determinare le soluzioni in  $\mathbb{C}$  dell'equazione  $z^7 + 2z^2 = 0$ .

(b) Determinare dominio, tipo di monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{2}{\arccos(x^3 - 1)}.$$

8 pts.

2) Determinare il numero di punti in  $\mathbb{R}$  su cui la funzione razionale

$$f(x) = \frac{2x^8 - 1}{-x^8 + x^5 + 10x^4}$$

non è definita. Determinare poi gli asintoti orizzontali di  $f$ . Calcolare infine l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $x = 1$ .

8 pts.

3) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{\sin(2x)}{\sin^2 x} dx.$$

Usare il risultato poi per calcolare la media integrale della funzione integranda sull'intervallo  $[\pi/4, \pi/2]$ .

6 pts.

4) Sia  $I \subset \mathbb{R}$  intervallo e  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ . Dare la definizione di stretta convessità per  $f$ . Dare una caratterizzazione della stretta convessità per  $f$  derivabile su  $I$  e una condizione sufficiente per  $f$  derivabile 2 volte su  $I$ . Si applichi quest'ultima condizione per studiare la stretta convessità della funzione

$$f(x) = \frac{1}{3x^4 - 1}.$$

8 pts.