

Cognome _____ Nome _____

- 1) Stabilire che il seguente integrale converge

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin^3 x}{x^2} dx.$$

6 pts.

- 2) Sia

$$f(x, y) = \frac{xe^{-x^2+y^2}}{\sqrt{y-x^2-1}}.$$

Determinare e rappresentare graficamente sul piano il dominio di f . Dire se esso è un insieme aperto, chiuso, compatto, limitato. Stabilire se esiste il piano tangente al grafico di f in tutti i suoi punti. In caso affermativo calcolare l'equazione del piano tangente nel punto $(0, 2, f(0, 2))$. Determinare anche $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 2)$, con $v = (\frac{1}{3}, -\frac{2\sqrt{2}}{3})$

10 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' = xe^{-x} + 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il criterio del rapporto per la convergenza di una serie numerica.

6 pts.