

Cognome_____Nome_____N° Matricola_____

- 1) • Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{(e-2)^n}{e}.$$

- Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\cos n - 2}{n^{3/2} - n}.$$

6 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione reale di due variabili reali

$$f(x, y) = (x^2 y - e^{\sqrt{x^2 - y^2}})^{1/3}$$

e rappresentarlo graficamente sul piano. Stabilire poi che f ha derivata direzionale nel punto $(1, 0)$ secondo il versore $v = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Calcolare quindi $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$.

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y' = 2e^{-x} - x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Calcolare

$$\int_A \frac{2xy}{x^2 - y^2} dx dy,$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{x}{2}\}$.

8 pts.