

Cognome_____Nome_____N° Matricola_____

- 1) Studiare il carattere della serie numerica

$$\sum_{k=3}^{+\infty} \frac{1 - \log(2k-1)}{k^2 - 2k}$$

7 pts.

- 2) Dimostrare che il seguente problema di Cauchy una ed una sola soluzione definita su \mathbb{R} . Dimostrare anche che tale soluzione è monotona crescente:

$$\begin{cases} y' = \cos^2(xy) \sin^2(xy) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

6 pts.

- 3) Sia $f(x, y) = \frac{x \log(x^2 - y^2 + 1)}{x + y}$. Determinare e rappresentare sul piano l'insieme A su cui f è differenziabile. Stabilire poi se f ha derivata direzionale nel punto $(1, 0)$ rispetto al vettore $v = (-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ e, in caso positivo, calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$

9 pts.

- 4) Calcolare

$$\int_A x^4 y \, dx dy,$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 2x^2, -1 \leq xy \leq -1/2\}$.

8 pts.