Politecnico di Bari

Complementi di Analisi Matematica

Laurea Ingegneria Informatica e Automazione

A.A. 2016/2017 Appello 26 giugno 2017 Traccia A

Cognome____________________Nome____________________N° Matricola____________________

Programma: precedente AA 2014/2015 ☐ da AA 2014/2015 in poi ☐

1) Sia $f(t) = \sin_+^2(t-\pi)$, calcolare $f \star H$ dove H è la funzione di Heaviside.

6 pts.

Per gli anni accademici precedenti al 2014/2015, si sostituisca l'esercizio 1) con il seguente:

1) Studiare convergenza puntuale e uniforme in $\mathbb{R}$ della successione di funzioni

$$f_n(t) = \cos\left(\frac{\pi n^2 t^2}{1+n^2t^2}\right).$$

6 pts.

2) Studiare convergenza puntuale e uniforme della serie di potenze in $\mathbb{R}$:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^n + n}{n^2+1}(x-1)^n.$$

7 pts.

3) Dare la definizione di integrale di una funzione f complessa di variabile complessa e continua, lungo una curva regolari a tratti $\gamma : [a,b] \to \mathbb{C}$.

Dimostrare poi che

$$\left| \int_\gamma f(z)\mathrm{d}z \right| \leq \ell(\gamma) \max_{t\in[a,b]} |f(\gamma(t)| \, ,$$

dove $\ell(\gamma)$ è la lunghezza della curva γ.

5 pts.

4) Dare la definizione di singolarità eliminabile. Dimostrare poi che se $f \in H(D'(z_0,\delta))$ ed esiste $L \geq 0$ tale che $|f(z)| \leq L$, per ogni $z \in D'(z_0,\delta)$, allora z_0 è una singolarità eliminabile per f.

5 pts.

5) Calcolare

$$\int_{\partial^+ Q} \frac{z^2 e^{1/z^2}}{z^3+z},$$

6 pts.

dove Q è il quadrato di vertici $2(1+i)$, $2(i-1)$, $-2(1+i)$, $2(1-i)$.

6) Determinare la serie di soli coseni della funzione $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0,1] \\ x^2 & x \in (1,2] \end{cases}$$

Dimostrare poi, usando tale serie, che

$$\sum_{h=1}^{+\infty} \frac{(-1)^h 2 - 1}{h^2\pi^2} = -\frac{1}{3}.$$

7 pts.