

- 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_A \frac{x}{y^2} dx dy,$$

con $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 < x^2 + y^2 < 9, y > x > 0\}$.

7 pts.

- 2) Determinare e rappresentare sul piano il dominio della funzione

$$f(x, y) = \log(x^2 - 4y^2).$$

Dire se è un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire che f è differenziabile sul suo dominio. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 0)$. Dimostrare infine che f è una funzione illimitata.

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2ty = t \cos(2t^2) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di serie numerica. Enunciare e dimostrare il Criterio della radice.

6 pts.