Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corso C

A.A. 2025/2026 Prova parziale 24 febbraio 2026 Traccia A

1) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A x \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

dove

$$A = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4,\ x \geq 1\right\}.$$

7 pts.

2) Si consideri il campo vettoriale $F : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definito da:

$$F(x, y) = \left(\ln(x - y^2),\ e^{\sqrt{x+y}},\ \frac{x}{y^2 + 1}\right).$$

Determinare il dominio naturale D di F e rappresentarlo sul piano, specificando se si tratti di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire che F è differenziabile nel punto $(2, 0)$ e calcolare la matrice jacobiana di F in tale punto.

8 pts.

3) Determinare le soluzioni singolari e l'integrale generale in forma esplicita dell'equazione differenziale a variabili separabili:

$$y' = \frac{2x}{1 + x^2}(y^2 - 1).$$

Determinare poi la soluzione che soddisfa la condizione $y(0) = 0$. Dire perché è l'unica soluzione che soddisfa tale condizione iniziale.

9 pts.

4) Dare la definizione di derivata direzionale per una funzione $f : A \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ in un punto $x_0 \in \mathring{A}$. Enunciare e dimostrare il teorema che mette in relazione la differenziabilità di una funzione in un punto con l'esistenza delle derivate direzionali e la formula del gradiente.

6 pts.