

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{2^n}.$$

- (b) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\frac{1}{(n-1)^{3/2}} - \arcsin \left(\frac{1}{n^{2/3}} \right) \right).$$

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = e^{\sqrt{16-4x^2-y^2}}.$$

Si determini il dominio di f e lo si rappresenti sul piano e si dica se sia un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi, compatto. Stabilire che f è differenziabile nell'interno del suo dominio e si determini l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $(1, 0, f(1, 0))$. Dire infine perché f ha minimo e massimo assoluti e determinare l'unico punto di massimo assoluto posseduto da f .

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + 2y = \cos(2t) + t \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Enunciare la formula di riduzione per un dominio normale rispetto all'asse delle y e la formula di inversione nel caso di un dominio normale rispetto ad entrambi gli assi. Applicare quest'ultima per invertire l'ordine di integrazione in

$$\int_{-1}^1 \left(\int_{1/e}^{e^y} f(x, y) dx \right) dy,$$

con $f \in C^0(\mathbb{R}^2)$.

6 pts.