

Cognome_____Nome_____

- 1) Calcolare

$$\int_A \frac{x^2}{y^2} dx dy,$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq xy \leq 4, x \leq y \leq 2x\}$.

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{\sin(x^2 y)}{2x^2 + y^2}.$$

Determinarne il dominio e calcolare, se esiste, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$. Stabilire che f è differenziabile sul suo dominio. Determinare, infine l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(\sqrt{\pi/2}, 1)$.

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \cos x - x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di serie geometrica. Ricavare il valore della somma parziale n -esima per una serie geometrica di ragione q ; dimostrare quindi che una tale serie converge se $q \in (-1, 1)$, diverge positivamente per $q \geq 1$ ed è indeterminata per $q \leq -1$.

6 pts.

Cognome_____Nome_____

- 1) Calcolare

$$\int_A \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x\}$.

7 pts.

- 2) Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)(x - y)^2$$

e studiarne la natura

9 pts.

- 3) Determinare le soluzioni singolari e l'integrale generale in forma implicita dell'equazione

$$y' = \frac{y+1}{y} \log x.$$

Quanto vale in e la derivata della soluzione che soddisfa $y(e) = 1$?

8 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il criterio del rapporto per una serie numerica a termini positivi.

6 pts.