

- 1) (a) Calcolare la somma della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 4^n}{8^n}.$$

- (b) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan(n)}{n^\alpha \sqrt{n+1}}.$$

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione:

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy + 2$$

Determinare i punti critici di  $f$  e classificarne la natura (massimo locale, minimo locale o sella). Scrivere inoltre l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 2, f(1, 2))$ .

9 pts.

- 3) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale:

$$y'' - 3y' + 2y = (x - 1)e^x$$

Determinare poi la soluzione particolare che soddisfa le condizioni iniziali  $y(0) = 0$  e  $y'(0) = 1$ .

8 pts.

- 4) Dare la definizione di differenziabilità per una funzione  $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  in un punto  $x_0$  interno ad  $A$ .

Per una tale funzione, enunciare e dimostrare il teorema che lega la differenziabilità alla continuità.

Fornire infine un esempio di una funzione di due variabili continua in un punto ma non differenziabile nello stesso.

6 pts.