

- 1) a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{(-1)^n}{2^n} - \frac{1}{3^n} \right).$$

- b) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \left(\frac{1}{n} \right).$$

8 pts.

- 2) Si considerino i due campi vettoriali

$$F : (x, y) \mapsto \left(x e^{\sqrt{x-y}}, \log \left(\frac{x-2y}{x+2y} \right) \right) \in \mathbb{R}^2$$
$$G : (t_1, t_2) \mapsto (t_1 t_2, t_1^2 + t_2^2, 2t_1 + t_2) \in \mathbb{R}^3$$

Si determini il dominio di $H = G \circ F$ e lo si rappresenti sul piano specificando se si tratti di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Si stabilisca che H è differenziabile sul suo dominio. Si calcoli infine la matrice Jacobiana di H nel punto $(1, 0)$

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \frac{t}{2} - 2 \cos t \\ y(\pi) = 0 \\ y'(\pi) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di dominio nel piano normale rispetto ad uno degli assi cartesiani ed enunciare la corrispondente formula di riduzione. Invertire poi l'ordine di integrazione nel seguente integrale:

$$\int_0^{1/\sqrt{2}} \left(\int_{x^2}^{1-x^2} f(x, y) dy \right) dx,$$

dove f è una qualunque funzione continua e limitata su \mathbb{R}^2 .

6 pts.