

Cognome\_\_\_\_\_Nome\_\_\_\_\_

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=4}^{+\infty} \frac{2}{4^n}.$$

- (b) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left( \frac{1}{n \log^{\sqrt{2}} n} + (e^{1/n} - 1)n \right).$$

8 pts.

- 2) Determinare i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = (y - yx)^2(x - 2y)^3$$

e studiarne la natura.

8 pts.

- 3) Determinare le eventuali soluzioni singolari e l'integrale generale in forma esplicita dell'equazione:

$$y' = xy(\log y)(\sin x).$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di funzione (scalare) differenziabile in un punto di un aperto. Dimostrare, poi, che se  $f: A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $A$  aperto, è differenziabile in  $x_0 \in A$  allora, per ogni versore  $v \in \mathbb{R}^n$ ,  $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0) = \langle \nabla f(x_0), v \rangle$ .

6 pts.