

1) (a) Sia

$$z = \frac{(1+i)^4}{(1-i)^2}.$$

Determinare la forma cartesiana di z ; determinare poi le sue radici quarte in forma esponenziale

(b) Stabilire se il seguente insieme è limitato superiormente, inferiormente e determinarne sup e inf specificando se si tratta del massimo e del minimo:

$$A = \left\{ \frac{n-1}{n^2} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

8 pts.

2) Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1}{x^3}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \log \left(1 + \frac{\sin(x)}{x^2} \right).$$

6 pts.

3) Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 & x \geq 2 \\ \frac{\log(x+1)}{x-1} & -1 < x < 2, x \neq 1 \end{cases}$$

è derivabile in $x = 2$. Una volta determinati a e b procedere con la ricerca degli asintoti.

7 pts.

4) Enunciare una forma del teorema di de L'Hôpital.

Scrivere la formula di MacLaurin di ordine 8 per la funzione:

$$f(x) = x \cos(x^2)$$

Quanto vale $f^{(9)}(0)$?

Calcolare infine $\int_{\sqrt{\pi}}^0 f(x) dx$.

9 pts.