

- 1) Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_A \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy,$$

dove  $A$  è la regione limitata del primo quadrante avente bordo le rette  $y = x$ ,  $y = \sqrt{3}x$  e la circonferenza  $x^2 + y^2 = 4$ .

7 pts.

- 2) Sia data la funzione  $f(x, y) = x^2(y^2 + 1) - x^2y^3$ . Determinarne i punti critici. Stabilire se sono punti estremali e di che tipo (senza determinare esplicitamente il punto  $(0, \bar{y})$  in cui si ha un cambio della loro natura). Calcolare poi il piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 1, f(1, 1))$ .

9 pts.

- 3) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = 2 \sin(2t) \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Enunciare il criterio dell'integrale per le serie a termini non negativi. Mostrare poi dettagliatamente come il criterio si applica per stabilire il carattere della serie armonica generalizzata.

6 pts.