

- 1) (a) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2}{n \log^3 n} - \frac{1}{(n-1)^{3/2}} \right).$$

- (b) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2^n - 3^n}{4^n}.$$

7 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy}{\sin(x^2 - y^2)}$$

e rappresentarlo sul piano specificando se si tratta di un insieme aperto, chiuso, connesso per archi, limitato. Tracciare poi la curva di livello 0 di f .

Stabilire poi che f è differenziabile nel suo dominio e determinare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $(\pi/2, 0, f(\pi/2, 0))$.

9 pts.

- 3) Determinare l'integrale generale in forma esplicita dell'equazione

$$y' = (y + 1)^2 x e^{2x^2 - 1}.$$

Qual è la soluzione che soddisfa la condizione $y(1) = -1$?

8 pts.

- 4) Enunciare la caratterizzazione di un insieme misurabile mediante la sua frontiera. Usarla poi per stabilire che ogni insieme normale è misurabile.

6 pts.