

- 1) (a) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} n^2 \sin \left( \frac{1}{n^2 - 1} \right).$$

- (b) Stabilire per quali  $x \in \mathbb{R}$  la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^n$$

converge e determinarne la somma in funzione di  $x$ .

7 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = -\frac{x}{x-y} + \log x$$

e rappresentarlo sul piano. Dire se è un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire che  $f$  è differenziabile nel suo dominio. Calcolare  $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$  con  $v = (1/\sqrt{2}, -\sqrt{11/12})$ . Verificare infine che  $f$  non ha punti stazionari.

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (x^2 - 1)y + x^2 - 1 \\ y(-1) = 2 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di matrice jacobiana per una funzione  $F : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\Omega$  aperto. Calcolare quindi la matrice jacobiana di  $F(x, y) = (x^2 - y^2, \cos(xy), x)$ .

6 pts.