

- 1) (a) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso

$$\left(\frac{i^3 e^{-2+i3\pi/4}}{1-i} \right)^4.$$

- (b) Stabilire se il seguente insieme A è limitato superiormente, inferiormente e determinarne \sup e \inf specificando se si tratta anche del massimo e del minimo:

$$A := \left\{ \frac{n^2 - 1}{n} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

8 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \right) + \frac{1}{x - 3}.$$

- (a) Determinare il dominio naturale di f .
(b) Determinare gli asintoti di f .
(c) Utilizzare il teorema degli zeri per dimostrare che f ha almeno uno zero nell'intervallo $(2, 3)$.

8 pts.

- 3) Calcolare

$$\int \frac{2}{2x^2 + x + 1} dx$$

6 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il teorema di de l'Hôpital nel caso di un punto di accumulazione reale e forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

Usarlo poi per calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x - \sin(3x)}{x - \sin x}.$$

8 pts.