

- 1) Stabilire il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{1+x^3}{x^{9/2}} \arctan(x^6) dx.$$

6 pts.

- 2) Si consideri la funzione

$$F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y) = (e^{-x^2+y}(x+y), x+y, \sin(\pi xy)).$$

Si stabilisca se F è differenziabile su \mathbb{R}^2 e si determini la sua matrice Jacobiana nel punto $(-1, 1)$.

Si consideri poi la prima componente di F e si trovino i suoi punti stazionari studiandone la natura.

10 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y = \cos(\sqrt{2}t) + t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Enunciare la formula di riduzione per un dominio normale rispetto all'asse delle x e la formula di inversione. Applicare quest'ultima per invertire l'ordine di integrazione in

$$\int_0^1 \left(\int_{x^2}^x f(x, y) dy \right) dx,$$

con $f \in C^0(\mathbb{R}^2)$.

6 pts.