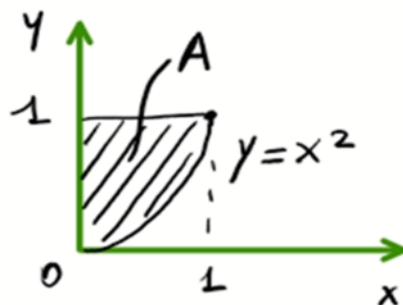


1) Calcolare

$$\int_A x(y - x^2)^{1/2} dx dy,$$

dove A è l'insieme rappresentato in figura.



7 pts.

2) Stabilire se esiste il piano tangente al grafico di

$$f(x, y) = (x + y)^2 e^{x^2 - y^2}$$

nel punto $(1, 1, f(1, 1))$ e in caso affermativo scriverne l'equazione. Determinare poi i punti estremali di f .

9 pts.

3) Determinare l'integrale generale in forma implicita dell'equazione

$$y' = \frac{\log x}{\sin^2 y}.$$

8 pts.

4) Enunciare e dimostrare il criterio della radice per una serie a termini a non negativi. Usarlo

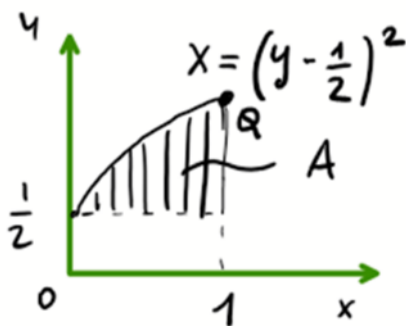
poi per dimostrare che $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$ converge; cosa se ne deduce rispetto alla successione $\frac{n!}{n^n}$?

6 pts.

1) Calcolare

$$\int_A \frac{1}{y^2 + 1} dx dy,$$

dove A è l'insieme rappresentato in figura.



7 pts.

2) Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) = \left(\frac{x - y}{x + y}, \log(1 - y - x^2) \right).$$

Determinarne il dominio e rappresentarlo sul piano. Dire se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire poi che F ha miglior approssimazione lineare nel punto $(0, -1)$ e determinare la legge di tale miglior approssimazione lineare.

3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

9 pts.

$$\begin{cases} y' = xy + (1 - x)e^x \\ y(-1) = 2 \end{cases}$$

8 pts.

4) Fornire dimostrazione di quale sia il carattere della serie geometrica al variare della ragione.

Calcolare poi la somma della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2^n}{e^{n+1}}$.

6 pts.