

1) (a) Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione $z^6 - 16z^2 = 0$.

(b) Determinare il tipo di monotonia e l'immagine della funzione

$$f(x) = 2^{-1/x^3},$$

ristretta all'intervallo $(-\infty, 0)$.

8 pts.

2) Determinare dominio e asintoti della funzione

$$f(x) = \log_2(1 - x^2) - \log(x^2).$$

Studiare la monotonia di f . Determinare, infine, la formula di Taylor di ordine 2 e centro $1/2$ per f .

8 pts.

3) Calcolare la media integrale della funzione

$$f(x) = \frac{x+1}{(x-1)x^2}$$

sull'intervallo $[2, 4]$.

6 pts.

4) Enunciare il Teorema degli zeri per le funzioni continue. Usarlo poi per dimostrare che se $f \in C^0((a, b))$ e

$$\left(\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \right) \left(\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) \right) < 0,$$

allora f ha uno zero in (a, b) .

8 pts.