

Cognome _____ Nome _____

- 1) a) Stabilire se la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} \log(n+1)}{n^2 + 1}.$$

- b) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{e^n}{\pi^{n+1}}.$$

7 pts.

- 2) Stabilire che la funzione

$$f(x, y) = (x - y + 1)(y - x^2)^2$$

è differenziabile su \mathbb{R}^2 . Calcolare l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto $(1, 1, f(1, 1))$.
Determinare infine i suoi punti stazionari stabilendone anche la natura

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - y' + y = x + e^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di insieme normale rispetto all'asse delle x . Dare poi la formula di riduzione per l'integrale di una funzione $f(x, y) = g(x)h(y)$ continua su un rettangolo $[a, b] \times [c, d]$.

6 pts.