

- 1) Calcolare l'integrale doppio

$$\int_D (x^2 + y^2) dx dy$$

dove D è l'insieme limitato, contenuto nel primo quadrante, avente come bordo l'unione dei punti della parabola $y = x^2$, della retta $y = 1$ e dell'asse delle y .

7 pts.

- 2) Sia $f(x, y) = (x^4 + y^4 - 4xy, xy, x - y)$ una funzione da \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 . Calcolare la matrice Jacobiana di f nel punto $(1, 2)$. Si consideri poi la prima componente di f . Se ne determinino i suoi punti critici e se ne studi la natura.

9 pts.

- 3) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = e^{-x} \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di derivata direzionale in un punto. Dimostrare che se una funzione è differenziabile in un punto allora ammette derivata direzionale secondo qualunque direzione.

6 pts.