

- 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_A x^2 dx dy,$$

dove  $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4, x \geq \sqrt{2}\}$ .

7 pts.

- 2) Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = e^{-x^2-y^2} + \frac{y^2}{e}$$

e studiarne la natura. Determinare poi l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(-2, \frac{1}{2}, f(-2, \frac{1}{2}))$ .

8 pts.

- 3) Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = y \sin t + \sin t.$$

8 pts.

- 4) Enunciare il teorema di confronto per l'integrale improprio su un intervallo  $[a, +\infty)$ . Usarlo poi per dimostrare che la funzione  $f(x) = x^{10}e^{-x^4}$  è integrabile su  $(-\infty, +\infty)$ .

7 pts.