

- 1) Calcolare

$$\int_A y(x^2 + y^2) dx dy,$$

dove $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4, x \geq 1, y \geq 0\}$.

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione $f(x, y) = (x - y)^2(e^x - 1)^3$. Calcolarne il gradiente sul suo dominio e dimostrare che esso è ortogonale al vettore $(2 \log 2, 2 \log 2 + 6 \log^2 2)$ applicato al punto $(\log 2, 0)$.

Determinare poi i punti critici di f e studiarne la natura.

9 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = x(1 + e^{2x}) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di serie numerica e di somma di una serie numerica. Dimostrare che la serie geometrica (in \mathbb{R}) è convergente se e solo se la sua ragione è strettamente compresa tra -1 e 1 . Ottenere anche l'espressione della somma in tal caso.

6 pts.