

Cognome_____Nome_____N° Matricola_____

- 1) Stabilire di che natura è il punto critico $(1, 0)$ per le seguenti funzioni:

$$\begin{aligned}f(x, y) &= 2x^2 - 4x + 2 - y^2 \\g(x, y) &= (x - 1)^3 + y^3 - (x - 1)^2 - 2y^2 \\h(x, y) &= (x - 1)^4 + y^4 + (x - 1)^2\end{aligned}$$

6 pts.

- 2) Sia a un parametro reale e si consideri l'equazione differenziale $y'' + ay' + 2y = 0$. Per quale valore di a , la funzione $y(x) = xe^{-ax/2}$ è soluzione.

4 pts.

- 3) Si consideri l'equazione differenziale

$$y'' - y' + y = e^{x/2} + x.$$

In che modo è possibile applicare il metodo di similarità per determinarne una soluzione?

4 pts.

- 4) Stabilire se il seguente problema di Cauchy ha una ed una sola soluzione locale:

$$\begin{cases} y' = y \arctan(xy) + 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire, inoltre, che essa è globale cioè definita su \mathbb{R} .

6 pts.

- 5) Invertire l'ordine di integrazione nei seguenti integrali:

$$\int_{-1}^2 \left(\int_y^2 f(x, y) dx \right) dy, \quad \int_0^1 x \left(\int_0^{x^2} y dy \right) dx.$$

Calcolare, inoltre, il valore del secondo di essi.

10 pts.