Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 19 novembre 2021 Traccia A

1) (a) Determinare in forma cartesiana le soluzioni dell'equazione in $\mathbb{C}$

$$iz^2 + z^5 = 0.$$

(b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{2}{(x+1)^2} + \arcsin(x+2).$$

8 pts.

2) Stabilire che la funzione

$$f(x) = e^{1/(x^2-1)} - x \log \frac{1}{1-x}$$

ha uno zero nell'intervallo $(0,1)$. Stabilire inoltre che $x_0 = 0$ è un punto di massimo locale forte per f. Stabilire infine che f è strettamente concava in un intorno di tale punto.

7 pts.

3) Sia $f(x) = \left(1 + \dfrac{1}{x^2}\right)^x$. Calcolare

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \quad \text{e anche} \quad \lim_{x \to -\infty} (g \circ f)(x),$$

dove la funzione $g = g(w)$ è definita da:

$$g(w) = \frac{\sin(w^2-1) + \log\sqrt{w}}{\sqrt{w}-1}.$$

7 pts.

4) Dare la definizione di sup e inf di un insieme e di una funzione. Enunciare poi il teorema dei valori intermedi per le funzioni continue e dimostrarlo usando il teorema degli zeri.

8 pts.

Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 19 novembre 2021 Traccia B

1) (a) Si determini la forma esponenziale del numero complesso

$$z = -\frac{i-1}{\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

Si calcoli poi $z^{10} - iz$ in forma cartesiana.

(b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \left(\log_{1/2}(x^2-1)\right)^{-1/\sqrt{3}} \sqrt{x-1}.$$

8 pts.

2) Stabilire che la funzione

$$f(x) = 3^{-x} + x \log \frac{x-2}{x+2}$$

ha uno zero nell'intervallo $(-\infty, -2)$. Stabilire poi se esiste la miglior approssimazione lineare di f nel punto $x_0 = -4$ e in caso affermativo determinarla. Stabilire infine che f è strettamente decrescente in un intorno di tale punto.

7 pts.

3) Sia $f(x) = \left(x^2-1\right)^{1/(x^2-1)}$. Calcolare

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) \quad \text{e anche} \quad \lim_{x\to 1^+} (g \circ f)(x),$$

dove la funzione $g = g(w)$ è definita da:

$$g(w) = \frac{\sin(2w) + \log \frac{1}{1-w}}{w}.$$

7 pts.

4) Dare la definizione di funzione derivabile a destra e sinistra in un punto. Dare inoltre la definizione di punto angoloso. Fornire un esempio di una funzione che ha un punto di estremo locale forte in un punto angoloso. Dire perché una tale funziona non inficia il teorema di Fermat. Dimostrare infine il teorema di Fermat.

8 pts.

Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo A – Corso C

A.A. 2021/2022 Prova parziale 19 novembre 2021 Traccia C

1) (a) Determinare in forma cartesiana le soluzioni dell'equazione in $\mathbb{C}$

$$iz^2 + z^5 = 0.$$

(b) Determinare insieme definizione, monotonia e immagine della funzione

$$f(x) = \frac{2}{(x+1)^2} + \arcsin(x+2).$$

8 pts.

2) Stabilire che la funzione

$$f(x) = e^{1/(x^2-1)} - x \log \frac{1}{1-x}$$

ha uno zero nell'intervallo $(0,1)$. Stabilire inoltre che $x_0 = 0$ è un punto di massimo locale forte per f. Stabilire infine che f è strettamente concava in un intorno di tale punto.

8 pts.

3) Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\sqrt[3]{\pi/2}} x^5 \cos(x^3) \mathrm{d}x.$$

6 pts.

4) Dare la definizione di sup e inf di un insieme e di una funzione. Enunciare poi il teorema dei valori intermedi per le funzioni continue e dimostrarlo usando il teorema degli zeri.

8 pts.