

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ N° Matricola \_\_\_\_\_

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{\pi^2}{4\pi^n};$$

- (b) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n + (-1)^n \log(n^2 + 1)}{2n^{5/2} - 1}.$$

8 pts.

- 2) Determinare il dominio della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y}{x^2 - y} \log(x - y^2 + 2)$$

e rappresentarlo sul piano. Dire se è un insieme limitato, aperto, connesso. Stabilire inoltre che non esiste  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ . Stabilire che esiste il piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, 0, f(1, 0))$  e determinarne l'equazione. Calcolare infine  $\frac{\partial f}{\partial v}(1, 0)$  dove  $v$  è il versore associato al vettore  $w = (-1, -1)$ .

8 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Dare la definizione di sottoinsieme del piano misurabile e di area per un sottoinsieme misurabile. Dimostrare poi che il rettangoloide sotteso da una funzione continua positiva su  $[a, b] \subset \mathbb{R}$  è misurabile e che la sua area è uguale a  $\int_a^b f(x) dx$ .

6 pts.