

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=4}^{+\infty} (2 - e)^n.$$

- (b) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{\log(n^2 - 1)}{n}.$$

7 pts.

- 2) Si consideri il campo  $X : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $X(u, v) = (u^2 - \log(v + 1), \log(u - 2v))$ . Determinare il dominio  $A$  di  $X$  e rappresentarlo sul piano  $(u, v)$ . Dimostrare che  $X$  è differenziabile su  $A$ . Calcolare la matrice Jacobiana di  $X$ . Si consideri poi la funzione  $\varphi(x, y) = xy - x^2$ . Stabilire che  $\varphi \circ X$  è differenziabile su  $A$ . Calcolare infine  $\nabla(\varphi \circ X)(1, 0)$ .

9 pts.

- 3) Determinare le soluzioni singolari e l'integrale generale in forma esplicita dell'equazione differenziale:

$$y' = \frac{y \log y}{(1 - x)^2}.$$

8 pts.

- 4) Calcolare  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$ .

6 pts.