

- 1) Calcolare il seguente integrale

$$\int_A \log(x-y) dx dy,$$

dove $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x-2 < y < x-1, 2 < x+y < 4\}$.

6 pts.

- 2) Si consideri il campo vettoriale

$$F : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F(x, y) = ((xy)^{-1/2}, (x^2 - y)^{1/2}).$$

Se ne determini il dominio e lo si rappresenti sul piano specificando se si tratti di un insieme aperto, chiuso, connesso per archi, limitato. Si stabilisca poi che F è differenziabile nel punto $(1, 1/2)$. Si consideri poi la curva $\gamma : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (t^2, \frac{1}{2t^3})$ e si calcoli $(F \circ \gamma)'(1)$.

10 pts.

- 3) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \sin(2t) \\ y(0) = 0 = y'(0) \end{cases}$$

8 pts.

- 4) Enunciare e dimostrare il Teorema di Weierstrass per una funzione reale di più variabili reali.

6 pts.