Politecnico di Bari

Complementi di Analisi Matematica

Laurea Ingegneria Informatica e Automazione

A.A. 2016/2017 II esonero – II chance 14 febbraio 2017 Traccia A

Cognome____________________Nome____________________N° Matricola____________________

1) Stabilire se la seguente forma differenziale è esatta sul suo dominio

$$\omega(x,y) = \left(\arctan((xy)^2) + \frac{2x^2y^2}{1+x^4y^4}\right)\mathrm{d}x + \frac{2x^3y}{1+x^4y^4}\mathrm{d}y.$$

5 pts.

2) Calcolare i seguenti integrali:

(a) $\displaystyle\int_{C^+(i,3)} \frac{e^z}{(z+i)^3}\mathrm{d}z,$ dove $C^+(i,3)$ è la circonferenza di centro i e raggio 3 percorsa in senso antiorario

(b) $\displaystyle i\int_0^{2\pi} \frac{27e^{3it}}{(2i+3e^{it})^3}\mathrm{d}t.$

8 pts.

3) Determinare le singolarità al finito delle funzioni:

(a) $f(z) = \dfrac{z+\pi}{\sin z}$;

(b) $g(z) = z^5\cos\left(\dfrac{1}{z^2}\right)$;

specificando di che tipo esse siano e calcolandone il residuo.

8 pts.

4) Usando il metodo dei residui, calcolare

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(2t)t^2}{1+t^4}\mathrm{d}t.$$

7 pts.

5) Sia

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0,\pi] \\ -1 & x \in (-\pi, 0) \end{cases}$$

Determinare la serie di Fourier di f e studiarne converge puntuale e uniforme su $\mathbb{R}$. Dimostrare poi che $\displaystyle\sum_{h=0}^{+\infty}(-1)^h\frac{4}{(2h+1)\pi} = 1.$

8 pts.