

- 1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{k=3}^{+\infty} (-1)^k \left(\frac{2}{3}\right)^k.$$

- (b) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \sin\left(\frac{2}{n^3}\right).$$

7 pts.

- 2) Si consideri la funzione a valori vettoriali

$$F(u, v) = \left(\sqrt{u^2 - v^2}, \frac{1}{\log(u + v)} \right).$$

Se ne determini il dominio naturale e lo si rappresenti sul piano; dire se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Determinare l'insieme su cui F è differenziabile.

Sia poi $g(x, y) = xy$. Calcolare $\nabla(g \circ F)(2, 0)$ usando la regola della catena.

9 pts.

- 3) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' + 4y = t \cos(2t).$$

8 pts.

- 4) Enunciare la formula di riduzione per un integrale doppio su un insieme normale. Usarla poi per invertire l'ordine di integrazione in

$$\int_0^1 \left(\int_{x^2}^x f(x, y) dy \right) dx,$$

con f funzione continua su \mathbb{R}^2 .

6 pts.