Politecnico di Bari

Analisi Matematica – modulo B – Corso C

A.A. 2022/2023 Prova parziale 11 luglio 2023 Traccia A

1) (a) Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=4}^{+\infty} \frac{2^4}{(-2)^n}.$$

(b) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n n}{(n-1)\log n}.$$

7 pts.

2) Si consideri la funzione reale di due variabili reali

$$f(x,y) = \arcsin\big((1-x-y)^2\big).$$

Se ne determini il dominio e lo si rappresenti sul piano. Dire se si tratta di un insieme aperto, chiuso, limitato, connesso per archi. Stabilire se esiste la derivata direzionale di f nel punto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ secondo un qualunque versore e, in caso affermativo, calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ con $v = (-\frac{1}{12}, -\frac{\sqrt{143}}{12})$.

9 pts.

3) Determinare le soluzioni singolari e l'integrale generale in forma implicita dell'equazione

$$y' = (e^y - 1)\sqrt{1+x}.$$

Cercare, infine, di determinare l'integrale generale in forma esplicita.

8 pts.

4) Dare la definizione (per un insieme limitato del piano) di insieme misurabile (secondo Peano-Jordan). Enunciare poi la caratterizzazione degli insiemi misurabili basata sulla nozione di misura nulla. Usarla infine per dimostrare che un insieme normale rispetto ad uno degli assi è misurabile.

6 pts.