

- 1) (a) Determinare la forma esponenziale del numero complesso

$$z = \frac{e^{i\pi/3}(1-i)^4}{2+2i}$$

e calcolarne le radici seste.

- (b) Studiare la monotonia della successione

$$a_n = \frac{n}{2^n}, \quad n \geq 1.$$

Determinare l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell'insieme $A = \{a_n : n \geq 1\}$.
Stabilire se A ammette massimo e/o minimo.

8 pts.

- 2) Studiare dominio e asintoti della funzione

$$f(x) = (x^2 - 4x + 3)e^{-x}.$$

Determinare inoltre i punti di estremo locale di f . Disegnare il grafico qualitativo della funzione (senza studiarne la convessità).

8 pts.

- 3) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_1^e \frac{\log^2 x}{x} dx.$$

6 pts.

- 4) Dare la definizione di funzione strettamente convessa su un intervallo I . Enunciare una condizione sufficiente per la stretta convessità nel caso di funzioni derivabili due volte.

Si consideri poi la funzione

$$f(x) = e^{x^2} - 2x^2$$

e stabilire che è strettamente convessa definitivamente per $x \rightarrow \pm\infty$

8 pts.