

1) (a) Sia $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$. Si determini $\left(\frac{|z|^2}{z}\right)^9$ in forma esponenziale prima e cartesiana poi.

(b) Determinare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = \sinh(x^2 - 1) + \log(x^{1/4} - 2).$$

Stabilire poi il tipo di monotonia di f e determinarne infine l'immagine.

8 pts.

2) Sia

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2}.$$

Si determinino gli asintoti di f . Si consideri poi la funzione $g(x) = x^4 f(x^2)$, definita su \mathbb{R} . Si determinino i punti stazionari di g e se ne studi la natura. Si scriva infine la formula di Maclaurin di ordine 10 per g .

8 pts.

3) Calcolare

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(\sin(x^3) - \frac{|x|}{3} \arctan(x^2) \right) dx.$$

6 pts.

4) Enunciare il Teorema di doppio confronto per il limite di una funzione reale di variabile reale. Usarlo per dimostrare che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

8 pts.