УДК 519.713.6

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ АВТОМАТЫ

Р. Г. Бухараев

ВВЕДЕНИЕ

Статья содержит обзор основных результатов по теории абстрактных вероятностных автоматов, содержащихся в работах, опубликованных с 1963 по 1974 год. В настоящее время можно констатировать, что интерес к исследованиям в области традиционной теории вероятностных автоматов уменьшился. Это объясняется, по-видимому, тем, что многие важные разделы теории практически построены, а дальнейшее продвижение вызывает существенные затруднения. С другой стороны, установление факта, что вероятностный автомат в некоторых важных аспектах эквивалентен общему линейному автомату, вызвало смещение интересов в сторону последних. Возникли новые тенденции. Одна из них состоит в появлении разнообразных обобщений понятия вероятностного автомата и связанных с ними классификаций математических объектов и представимых ими языков, вторая, более содержательная и перспективная тенденция, состоит в возрастании интереса к сравнительным оценкам сложности вероятностных и детерминированных алгоритмов.

Возрастает количество работ, посвященных приложениям теории вероятностных автоматов — к моделированию поведения в случайных средах, к задачам группового поведения, проблемам обучения и т. д. Прикладные аспекты вероятностных автоматов в обзоре не затрагиваются. Но мы касаемся в определенной степени теории линейных автоматов, теории вероятностных грамматик и алгоритмов.

По вероятностным автоматам изданы книги Р. Г. Бухараева [26], А. А. Лоренца [102], Д. А. Поспелова [138], Паза [321], Бёлинга, Гейнса, Гисберга [207]. Книга Лоренца написана с позиций конструктивного направления в математике. Излагается небольшой раздел конструктивной теории вероятностей и множеств, исследуются проблемы стабильности (см. § 2) и экономии состояний вероятностных автоматов, а также вопросы структурного синтеза. Книга Д. А. Поспелова тяготеет к инженерной точке зрения и, в основном, посвящена структурной теории и вопросам синтеза. Книга Паза представляет собой род учебника и содержит большое количество примеров и упражнений. Много внимания в ней уделено свойствам стохастических матриц и проблеме стабильности вероятностных автоматов. Книга Бёлинга и др. представляет собой обработку лекций по стохастическим автоматам, читавшихся авторами в университете в Бонне, и затрагивает все классические аспекты теории (3-я часть 4-х семестрового курса, первые две части которого уже изданы). Монография Р. Г. Бухараева относится к абстрактной теории вероятностных автоматов и в основном посвящена вопросам представимости многотактных каналов и языков в конечных вероятностных автоматах, эквивалентности и гомоморфизму вероятностных автоматов. В ней изучается, в частности, строение кортежей характеристических чисел стохастических матриц и результаты применяются к исследованию свойств вероятностных автоматов определенного вида. Развитием идей книги А. А. Лоренца [102] в части решения задачи синтеза устойчивых генераторов случайных кодов является книга [104]. Из других обобщающих материалов можно отметить сборники [42, 159], а также книгу Штарке [373], содержащую главу, посвященную систематическому изложению основных теорем теории вероятностных автоматов. См. также [308]. Из обзорных статей по теории вероятностных автоматов и ее приложениям следует указать работы [22, 30, 31, 131, 207, 215, 257, 294].

§ 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕРОЯТНОСТНОГО АВТОМАТА И ЕЕ ОБОБЩЕНИЯ

Вероятностный автомат (с конечным числом состояний n) по Карлайлу [212] представляет собой конечную систему $n\times n$-матриц с неотрицательными элементами $\langle M(y/x), x\in\mathfrak{X}, y\in\mathfrak{Y}\rangle$, зависящую от двух параметров, где $\mathfrak{X}$ — множество входных символов, а $\mathfrak{Y}$ — множество выходных символов автомата, причем выполнено условие, что все матрицы $A(x)=\sum_{y\in\mathfrak{Y}} M(y/x)$ являются стохастическими. Рабин [332] систематически изучал конечный вероятностный автомат без выхода, в общем виде представляющий собой конечную систему стохастических $n\times n$ — матриц. $\langle A(x), x\in\mathfrak{X}\rangle$. Начальное состояние автомата задается либо непосредственно, либо в виде распределения вероятностей начальных состояний, что равносильно заданию начального стохастического вектора состояний $\bar{\mu}(e)$ (e — пустое слово). Тогда функционирование вероятностного автомата состоит в генерировании счетного векторного множества

$$L_M = \{\overline{\mu}(q/p),\ p \in F_{\mathfrak{X}},\ q \in F_{\mathfrak{Y}},\ |p| = |q|\}$$

в первом случае и аналогичного множества $L_A = \{\overline{\mu}(p),\ p \in F_{\mathfrak{X}}\}$ во втором случае. Здесь $\overline{\mu}(q/p) = \overline{\mu}(e) M(q/p)$ и $\overline{\mu}(p) = \overline{\mu}(e) A(p)$, а $M(q/p) = M(y_1/x_1) \cdot M(y_2/x_2) \ldots M(y_s/x_s)$, если $p = x_1, x_2 \ldots x_s$ и $q = y_1 y_2 \ldots y_s$ (аналогично $A(p)$). Важнейшими задачами теории являются характеризация словарных функций $\tau_M^{\overline{\mu}(e)}(q/p) = \overline{\mu}(e) M(q/p) \overline{e}$ ($\overline{e}$ — вектор-столбец из единиц) и

$$\chi_A^{\overline{\mu}(e),\, \overline{n}_F}(p) = \overline{\mu}(e) A(p) \overline{n}_F$$

($\overline{n}_F$ — решающий вектор-столбец с единицами на местах с индексами из множества F, остальные координаты — нули), которые содержательно означают, соответственно, вероятность реакции автомата выходным словом q на входное слово p и вероятность оказаться состоянию автомата во множестве F после реакции на входное слово p.

Частные типы вероятностного автомата — автомат со случайными реакциями и марковский автомат рассматривал Ю. А. Шрейдер [189]. Вероятностные автоматы типа Мили и типа Мура были введены и изучались независимо Р. Г. Бухараевым [17] и Штарке [367]. Возможности различных типов вероятностных автоматов изучал Саломаа [344, 345], в частности, он ввел в рассмотрение и исследовал возможности по представимости языков p-адических автоматов [343]. Среди других работ, содержащих различные определения математической модели вероятностного автомата можно упомянуть [61, 113, 135, 234, 235, 258, 261, 263, 350, 365]. В. И. Левин рассматривал многосвязные вероятностные автоматы [93]. Кнаст [272] и Фейхтингер [239] изучали вероятностный автомат с непрерывным временем функционирования. Штарке и Тиле ввели в рассмотрение и детально изучали асинхронные вероятностные автоматы [375, 377, 378]. Различные обобщения модели вероятностного автомата рассматриваются также в работах [119, 171, 202, 228, 248, 315, 364, 393, 399]. Последующее интенсивное развитие получила теория общих линейных автоматов, которые представляют также обобщение вероятностных автоматов. Общим линейным автоматом называется конечная система $n \times n$-матриц $\langle M(x),\ x \in \mathscr{X} \rangle$, дополненная начальным вектором-строкой $\overline{\lambda}(e)$. Как матрицы $M(x)$, так и вектор-строка $\overline{\lambda}(e)$ имеют произвольные вещественные компоненты. Решающий вектор-столбец $\overline{f}$ также имеет произвольные вещественные компоненты. Функционирование его формально определяется аналогично функционированию вероятностного автомата Рабина. Их ввел в рассмотрение П. Туракайнен [393, 398]. (см. детальнее в § 2). С начала 70-х годов появились различные «неавтоматные» обобщения вероятностных автоматов. Переходный характер носят модели вероятностного автомата над деревьями, введенного Магидором и Мораном [291], а также позднее Эллисом [231], модель вероятностного автомата с магазинной памятью, рассмотренная Комия Нориаки [275], и двусторонние вероятностные автоматы, предложенные Ю. И. Куклиным [80]. Последние являются естественными обобщениями соответствующих детерминированных аналогов.

Вероятностный автомат над деревьями определяется следующим образом. Пары (V, Σ) — конечные дихотомические деревья E, взвешенные функцией $V: E \to \Sigma$, определяют вход автомата. Перемещение автомата вдоль дерева (например, «вверх») определяется посредством функции $r: E \to S$ и вероятностной меры $M(r(x), \sigma, r(x0), r(x1)) \to [0, 1]$, $\sum\limits_{r_1, r_2} M(r, \sigma, r_1, r_2) = 1$, $\sigma \in \Sigma$, x — путь в дереве. Автомат принимает дерево, если суммарная вероятность пройти дерево и оказаться в множестве отмеченных состояний $F \subset S$ больше константы λ.

Первое определение вероятностной машины встречается в работе К. Леу, М. Э. Мур, К. Э. Шеннон, Н. Шапиро [95], еще в 1955 году. Определение вероятностной машины Тьюринга дал Сантос [347], Фу и Т. Д. Ли [244], Саломаа [346] и позднее Сантос [352] и Кнаст [274] ввели определения и систематически изучали вероятностные грамматики. Следует заметить, что как определения, так и результаты упомянутых работ по вероятностным грамматикам являются естественными и ожидаемыми обобщениями своих детерминированных аналогом (см. § 6). В заключение этого параграфа укажем на работы Б. А. Трахтенброта [160], В. Н. Агафонова и Я. М. Барздиня [2, 11], Дж. Гилла [256], в которых различные модификации вероятностных машин Тьюринга используются для оценки сложности вычислений на вероятностных машинах.

§ 2. ПРЕДСТАВИМОСТЬ ЯЗЫКОВ И СЛОВАРНЫХ ФУНКЦИЙ В КОНЕЧНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ АВТОМАТАХ

Язык S представим в конечном вероятностном автомате Рабина A множеством состояний F (решающим вектором $\overline{n}_F$), начальным вектором состояний $\overline{\mu}(e)$ и константой λ, $0 < \lambda \leqslant 1$, если выполнено условие

$$(p)\{p \in F_{\mathfrak{X}} \to \chi_A^{\overline{\mu}(e),\, \overline{n}_F}(p) > \lambda \sim p \in S\}.$$

Язык S представим в конечном вероятностном автомате Мили M выходной буквой y, начальным вектором состояний $\overline{\mu}(e)$ и константой λ, $0 < \lambda \leqslant 1$, если выполнено условие

$$(px)\{px \in F_{\mathfrak{X}} \to \overline{\mu}(p) M(y/x) \overline{e} > \lambda \sim p \in S\}.$$

С точностью до представимости пустого слова в языке эти определения эквивалентны [31]. Рабин показал [332], что класс языков, представимых в конечных вероятностных автоматах (стохастических языков) шире класса регулярных языков. Именно он доказал, что множество стохастических языков имеет мощность континуума.

Доказательство Рабина имеет характер теоремы существования и не дает конструктивного примера нерегулярного стохастического языка. Такой пример был построен П. Туракайненом для языков в однобуквенном алфавите [390] (см. также [271, 342]). Саломаа [342] показал, что мощность континуума имеет даже класс однобуквенных стохастических языков. Первый пример, языка, непредставимого в конечном вероятностном автомате, построил Р. Г. Бухараев [18]. Он же предложил некоторые критерии стохастичности языков [18]. В работах [7, 87, 300, 330] был построен целый ряд примеров нестохастических языков. В [7] построена общая методика конструирования нестохастических языков, охватывающая большинство из известных примеров. Принципиально другой подход к конструированию нестохастических языков применил Я. К. Лапиньш [87]. В [31] построено континуальное семейство нестохастических языков.

Возник вопрос о существовании алгебр над множеством стохастических языков, в частности о замкнутости класса стохастических языков относительно теоретико-множественных операций. Получены следующие результаты. Класс стохастических языков замкнут относительно пересечения и объединения с регулярным языком [32], но в общем случае незамкнут относительно этих операций [87]. То же относится и к операции конкатенации языков, даже по отношению к паре — стохастический и регулярный язык [300]. Из других свойств класса стохастических языков известно, что он замкнут относительно операции обращения языков [396], однако незамкнут относительно конкатенации и гомоморфизма [395, 400].

Имеет смысл здесь же сопоставить аналогичные результаты для стохастических словарных функций. Понимание словарной функции χ: $F_{\mathfrak{X}} \to [0, 1]$ как нечеткого языка (*fuzzy*) ввел Заде [412]. Назу и Хонда выявили ряд интересных свойств замкнутости класса стохастических словарных функций (вероятностное событие по Назу и Хонда) [299]. Числовая словарная функция $\chi(p)$ называется стохастической, если найдется конечный вероятностный автомат, начальный вектор состояний $\overline{\mu}(e)$ и решающий вектор $\overline{n}_F$ такие, что $\chi(p) \equiv \chi_A^{\overline{\mu}(e), \overline{n}_F}(p)$, $p \in F_{\mathfrak{X}}$.

Например, класс стохастических словарных функций замкнут относительно операции дополнения, определяемой как $\overline{\chi}(p) = 1 - \chi(p)$, операции произведения, операции взятия стохастической линейной комбинации $\chi(p)=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\lambda_i(p),\ \alpha_i\geqslant 0,$ $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=1$, операции обращения аргумента. Назу и Хонда выделили ряд классов стохастических словарных функций, замкнутых относительно операций объединения, пересечения и дополнения.

Следует заметить, что накладываемое условие стохастичности словарных функций оказывается весьма ограничительным при конструировании алгебр таких функций. В то же время для словарных функций, представимых в общих линейных автоматах [398], этот вопрос решается естественным образом. Доказано, что класс словарных функций, представимых в конечномерных линейных автоматах, образует алгебру, аналогичную алгебре Клини регулярных языков, относительно системы операций:

1. Умножение на константу: $(\alpha f)(p)=\alpha f(p)$.
2. Сложение: $(f+g)(p)=f(p)+g(p)$.
3. Умножение: $(f\cdot g)(p)=\sum_{p_1,p_2=p} f(p_1)g(p_2)$.
4. Итерация: если $f(e)=0$, то $f^*=1+f+f^2+\ldots$ и элементарных функций

$$f_0:(p)\{p\in F_{\mathfrak{X}}\to f_0(p)=0\},$$

$$f_1:(p)\{p\in F_{\mathfrak{X}}\to f_1(p)=1\},$$

$$f_x:f_x(p)=\begin{cases}1, \text{ если } p=x,\\ 0, \text{ если } p\neq x,\end{cases}\quad x\in\mathfrak{X}.$$

Замыкание множества элементарных функций относительно операций 1-4 и образует семейство всех функций, представимых в конечномерных линейных автоматах (Шютценберже, см. в [126]). В то же время между этими двумя классами имеется простая связь. Пусть $f(p)$ представлен в некотором n-мерном линейном автомате. Тогда существует вероятностный автомат с $n+5$ состояниями такой, что

$$\chi(p)=\alpha^{|p|}f(p)+\frac{1}{n+5},\quad p\in F_{\mathfrak{X}},$$

где α — некоторое положительное число, а $|p|$ — длина слова p. Эта теорема, доказанная Ю. А. Альпиным [31], является модификацией результата П. Туракайнена, который доказал, что класс стохастических языков совпадает с классами языков, представимых в конечномерных общих линейных автоматах [398]. Представимость языков в общих линейных автоматах определяется аналогично с тем, как это делается для вероятностных автоматов, с той разницей, что точка сечения η может быть произвольным вещественным числом.

Об отношении класса стохастических языков к некоторым другим известным классам языков известно следующее. Пример Р. Г. Бухараева нестохастического языка является примитивно-рекурсивным языком [21, 31]. С другой стороны, Рабин построил вероятностный автомат [332], который представляет как общерекурсивные, так и необщерекурсивные языки в зависимости от вычислимости и невычислимости константы λ [31]. Имеется пример нестохастического контекстно-свободного языка и в то же время пример стохастического контекстно-независимого языка [330]. А. А. Лоренц построил пример конечного вероятностного автомата и точки сечения λ таких, что представимый в этом автомате язык не является эффективно перечислимым [101]. Фу и Ли показали, что если определить представимость языков условием $p \in S \sim \chi(p) > \varphi(p)$, где $\varphi(p)$ — произвольная словарная функция со значениями в $(0, 1)$, то класс языков, представимых в конечных вероятностных автоматах, в этом смысле совпадает с классом стохастических языков [244]. Эти же авторы рассмотрели представимость языков, основанный на принципе максимального правдоподобия. Слово p *МП*-представимо в вероятностном автомате M тогда и только тогда, если состояние a такое, что $\overline{\chi}_M^{\pi, a}(p) = \max\limits_{b \in \mathfrak{A}} \overline{\chi}_M^{\pi, b}$ принадлежит F. Доказано, что класс *МП*-представимых языков занимает промежуточное положение между классами регулярных и стохастических языков. Изучались условия, при которых конечный вероятностный автомат представляет регулярный язык. Проблему поставил Рабин (332) и он же доказал следующую теорему редукции. Точка сечения λ, $0 < \lambda \leqslant 1$, называется изолированной для данного вероятностного автомата A, если найдется положительная константа δ, $\delta > 0$, такая, что для любого слова p, $p \in F_{\mathfrak{X}}$ выполнено условие $|\chi(p) - \lambda| > \delta$. Если конечный вероятностный автомат с n состояниями A представляет язык S с изолированной точкой сечения λ, то этот язык регулярен, причем число состояний l минимального детерминированного автомата, представляющего этот язык, удовлетворяет неравенству

$$l \leqslant \left(1 + \frac{1}{\delta}\right)^{n-1}.$$

Этот результат вызвал попытки описать необходимые и достаточные условия представимости конечным вероятностным автоматом регулярных языков. Геометрическая интерпретация необходимого и достаточного условия регулярности стохастического языка получена в [26]. Там же формулируется достаточное условие изолированности точки сечения для регулярных (естественное обобщение регулярных цепей Маркова) вероятностных автоматов. Недавно Бертони [203] доказал, что не существует алгоритма, позволяющего для произвольного рационального заданного вероятностного автомата и произвольной рациональной точки сечения определить, является ли она изолированной. Условиям всюду плотности в 0,1 множества $\{\chi(p),\ p\in F\mathscr{X}\}$ посвящены работы [134, 285].

Обобщение теоремы редукции Рабина на детерминированные автоматы со счетным числом состояний получено в [32]. Значение этого результата заключается в тополого-метрическом истолковании условий теоремы редукции, благодаря чему возникают возможности ее широких обобщений.

Паз доказал, что если множество переходных матриц инициального вероятностного автомата Мили $\{M(q(p),\ |p|=|q|\}$ конечно, то такой автомат представляет выходной буквой регулярный язык [325].

Штарке и Туракайненом изучались нестандартные формы представимости языков в конечных вероятностных автоматах с заменой знака $>$ в условии $\{p\in S\sim\chi(p)>\lambda\}$ на знаки $\geqslant$, $<$, $\leqslant$, $=$ [368, 397]. Обозначим соответствующие классы языков через $L(>)$, $L(\geqslant)$ и т. д., а также через $L_{\text{rat}}(>)$ и т. д. соответствующие классы языков, представимых в конечных вероятностных автоматах с рационально заданными элементами переходных матриц, векторов и точкой сечения. Доказаны собственные включения:

{Класс регулярных языков}$\subset L_{\text{rat}}(=)\subset L(>)$. Далее,

$$L_{\text{rat}}(\geqslant)=L_{\text{rat}}(>)=L_{\text{rat}}(<)=L_{\text{rat}}(\leqslant).$$

Неизвестно, верны ли эти соотношения в общем случае.

Подклассом класса стохастических языков являются дефинитные языки. Язык S называется дефинитным, если для некоторого целого числа k принадлежность слова p, $|p|\geqslant k$, языку S определяется тем, принадлежит или нет этому языку слово p', где $p=\tilde{p}p'$ и $|p'|=k$. Рабин показал, что вероятностные автоматы со строго положительными элементами переходных матриц (актуальные автоматы) с изолированной точкой сочетания представляют дефинитные языки [332]. Ряд работ был посвящен обобщению и уточнению условий дефинитности стохастического языка (45, 78, 97, 123, 321, 322, 381]. Некоторые другие частные подклассы стохастических языков рассматривались Саломаа [344, 343], Штарке [367], Р. Г. Бухараевым [26]. В связи с определением дефинитных языков и актуальных автоматов, Рабином [332] была сформулирована проблема устойчивости вероятностных автоматов, получившая развитие в ряде исследований. Пусть A — актуальный автомат и λ — изолированная точка сечения. Существует ε, $\varepsilon>0$, такое, что для каждого автомата A' с переходными вероятностями, отличающимися от переходных вероятностей автомата A менее чем на ε, λ — есть изолированная точка сечения, и автомат A' представляет с этим λ тот же язык, что и автомат A. В дальнейшем проблемой устойчивости занимались Б. С. Кочкарев и Риттер. Б. С. Кочкарев ввел понятие частичной устойчивости вероятностного автомата относительно языка, по отношению к которому точка λ остается изолированной точкой сечения, и доказал соответствующее обобщение теоремы устойчивости [77, 75].

При доказательстве обнаруживается интересный факт: если A — вероятностный автомат и R — язык такой, что все матрицы $A(p)$, $p \in R$, являются регулярными стохастическими матрицами, то язык R регулярен. На этой основе можно строить классы регулярных языков, относительно которых устойчив данный вероятностный автомат. Риттер вводит размерность сильной устойчивости вероятностного автомата как максимальное число линейно независимых устойчивых возмущений, где устойчивое возмущение есть вектор $\bar{\xi}$ с нулевой суммой координат, добавление которого к некоторой строке одной из переходных матриц автомата дает вероятностный автомат, эквивалентный исходному. Доказано, что для вероятностного автомата без недостижимых состояний размерность сильной устойчивости не меньше числа избыточных состояний автомата. Для минимального вероятностного автомата с n состояниями ($n \geqslant 5$) верхняя оценка размерности сильной устойчивости равна $n-4$ и она неулучшаема [339, 338]. По проблеме устойчивости вероятностных автоматов см. также [99, 105, 127, 240].

Пазом [326] была поставлена проблема: какого рода детерминированные устройства менее мощные, чем машины Тьюринга, способны отделить любую пару языков, отделимую конечным вероятностным автоматом с вычислительными параметрами. В частности, достаточно ли для этой цели автоматов с магазинной памятью? Косараю дал отрицательный ответ на последний вопрос [276].

Вернемся к критериям представимости языков и словарных функций в конечных вероятностных автоматах. Поскольку класс стохастических языков является множеством континуальной мощности, критерий этот должен содержать континуальный произвол. Приведем некоторые формы критерия, полученные в [18, 21] и [31]. Пусть S — некоторый язык, q — проекция S_q этого языка определяется условием $(p)\{p \in F_{\mathfrak{X}} \rightarrow qp \in S \sim p \in S_q\}$. Тогда для того, чтобы язык S был стохастическим, необходимо и достаточно, чтобы были стохастическими все его q-проекции для всех слов q определенной длины (например, все x-проекции, $x \in \mathscr{X}$) [25].

Если допустить, что функция отметок вероятностного автомата принимает не только значения 0 и 1, но произвольные вещественные значения, то представимые такими автоматами стохастические словарные функции можно охарактеризовать следующим образом. Пусть E — пространство всех вещественнозначных словарных функций с естественно определенными операциями сложения и умножения на число. Определим в E линейные p сдвиги условием $f \to f_p$, где f_p — такая функция, что $(q) f_p(q) = f(pq)$. Обозначим через $E_f \leqslant E$ пространство, натянутое на множество $\{f_p, p \in F_{\mathfrak{X}}\}$. Для того, чтобы f была представима конечным вероятностным автоматом, необходимо и достаточно, чтобы в E_f существовал многогранник, вершины которого при p сдвигах переходят внутрь многогранника.

Следующий результат также в определенной степени характеризует стохастические словарные функции. (Нормализованным) вероятностным языком над множеством T терминальных символов называется система $\hat{L} = (L, \mu)$, где L — язык над T, а μ — (вероятностная) мера на множестве L. Эллис [231] доказал, что каждый полный (т. е.

$$(q)(q \in Q) \to \exists b \{(b \in T) \& M(q, b) \neq \varnothing\})$$

автомат, допускающий деревья (см. стр. 84), допускает нормализованный вероятностный язык.

Рабин обратил внимание на то обстоятельство, что потенциально более широкие возможности конечных вероятностных автоматов по представимости языков по сравнению с детерминированными автоматами не могут быть практически использованы [332]. Тем не менее, вероятностное распознавание регулярных языков может быть более экономным по числу требуемых состояний автомата, чем детерминированная. Рабин доказал, что существует вероятностный автомат ровно с двумя состояниями и последовательность λ_n, $1 \leqslant n < \infty$, изолированных точек сечения такая, что для каждого n детерминированный автомат B_n с наименьшим числом состояний, представляющий стохастический регулярный язык S_n, имеет, по крайней мере, n состояний. Проблеме экономии состояний при вероятностном представлении регулярных языков посвящены также работы [45, 100].

§ 3. АВТОМАТНЫЕ СВОЙСТВА МНОГОТАКТНЫХ КАНАЛОВ

Вероятностный автомат M ассоциирует многотактный канал $\langle \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \tau_M^{\overline{\mu}}(q/p) \rangle$. В этой связи возникает вопрос о строении многотактных каналов, ассоциируемых конечными вероятностными автоматами. Проблема была поставлена Карлайлом [213] и им же достигнуто существенное продвижение в ее решении. Поскольку

$$\tau_M^{\overline{\mu}}(qq'/pp') = \overline{\mu}(q/p) \cdot \overline{\tau}(q'/p'),$$

где $\overline{\tau}(q'/p') = M(q'/p')\overline{e}$ для вероятностного автомата M, то каждая $n \times n$ матрица вида $P = (\tau^{\overline{M}}(q_i q_j'/p_i p_j')$ для любого $n \geqslant 1$ и равных длин слов $|p_i| = |q_i|$, $|p_j'| = |q_j'|$ представима в виде $P = GH$, где G и H — прямоугольные матрицы $n \times k$ и $k \times n$, k —

число состояний вероятностного автомата (составная последовательностная матрица). Рангом многотактного канала $r(\tau)$ называется максимальный ранг среди рангов всех составных последовательностных матриц P канала τ, равный ∞ в случае несуществования такого максимума.

Для каждого многотактного канала τ с k состояниями справедлива формула разложения

$$\tau(qq'/pp')=\sum_{i=1}^{r} a_i(q/p)\cdot\tau(q_iq'/p_ip'),$$

где $r\leqslant k$ и p_i, q_i, a_i являются функциями только $\tau(q''/p'')$ для всех p'', q'' длин не более $2k-1$. Применяя это соотношение, рекуррентно можно вычислять вероятности $\tau(q/p)$ для слов произвольной длины $|p|=|q|$, используя лишь значения τ в сегменте пар слов длины не более $2k-1$. Карлайл доказал также, что если многотактный канал $\tau(q/p)$ конечного ранга r, то существует его конечно автоматная реализация в классе псевдовероятностных автоматов (см. определение в § 4).

Критерий автоматности многотактного канала был описан независимо Р. Г. Бухараевым [17] и Штарке [367].

Для того чтобы многотактный канал $\tau(q/p)$ был автоматным, необходимо и достаточно, что выполнялись условия:

1. $\tau(q/p)=0$, если $|p|\neq|q|$;
2. Из $\tau(q_1/p_1)=0$ и $|p_1|=|q_1|$ следует $\tau(q_1q/p_1p)=0$;
3. Отношение $\tau(q_1q/p_1p/\tau(q_1/p_1)=\tau_{p_1,q_1}(q/p)$ есть условная вероятностная мера при фиксированных p_1, q_1, и $\tau(q_1/p_1)\neq 0$, определенная для всех слов $p\in F_{\mathfrak{X}}$, $q\in F_{\mathfrak{Y}}$ [17].

Каждая условная вероятностная мера $\tau_{p_1,q_1}(q/p)$, $p_1\in F_{\mathfrak{X}}$, $q_1\in F_{\mathfrak{Y}}$, $|p_1|=|q_1|$ определяет, в свою очередь, автоматный канал, множество которых составляет множество состояний канала $\tau(q/p)$. Эквивалентными перечисленным являются условия

1. $\tau(q/p)=0$, если $|p|\neq|q|$,
2. $\sum\limits_{y\in\mathfrak{Y}}\tau(qy/px)=\tau(q/p)$ для любых слов $|p|=|q|$, $x\in\mathfrak{X}$.

Необходимое и достаточное условие представимости многотактного канала $\tau(q/p)$ в конечном вероятностном автомате получено в [263] и, независимо от нее, в [31]. Введем в рассмотрение некоторую нумерацию пар слов (p, q) одинаковой длины из свободных полугрупп $F_{\mathfrak{X}}$ и $F_{\mathfrak{Y}}$ соответственно. В таком случае мы можем рассматривать пару (p, q) как индекс (p, q)-той координаты вектора-канала I в счетномерном линейном вектором пространстве E^{∞}, равной $\tau(q/p)$. На вектор-каналы I естественным образом распространяются понятия (стохастической) линейной комбинации, матричного преобразования. В частности, пусть счетно-мерная матрица $D(q'/p')=$

$=(d_{(p_1,q_1),(p_2,q_2)})$ имеет единичные элементы на местах $p_2=p'p_1$, $q_2=q'q_1$ и нулевые на всех остальных местах, т. е. осуществляет «сдвиг» (p', q') в нумерации координат вектора I. Множество каналов Γ, $\Gamma\subset E^{\infty}$ будем называть стохастическим, если произвольные (p', q')-«сдвиги» его элементов являются неотрицательными линейными комбинациями элементов Γ. Опорным множеством множества ω, $\omega\subset E^{\infty}$ называется любое множество $\Gamma(\omega)$ такое, что любой элемент ω представляется как стохастическая линейная комбинация элементов $\Gamma(\omega)$.

Для того чтобы автоматный канал I был конечно автоматным, необходимо и достаточно, чтобы опорное множество множества состояний канала I было конечным стохастическим множеством [27]. См. также [263, 277, 405].

§ 4. ГОМОМОРФИЗМ, ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ, ПРИВЕДЕНИЕ И МИНИМИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ АВТОМАТОВ

Определение эквивалентности вероятностных автоматов и решение задачи минимизации в классе инициально-эквивалентных автоматов было дано Карлайлом [212]. Мы будем, однако, придерживаться не хронологии, а соображений удобства изложения, с точки зрения современных представлений.

Вектор состояний $\bar{\mu}$ мы будем отождествлять с состоянием a, если $\bar{\mu}$ имеет a-координату, равную 1 (будем даже писать $\bar{\mu}=a$ в этом случае).

Два вектора состояний $\bar{\mu}_1$ и $\bar{\mu}_2$ (состояния a_1 и a_2) вероятностного автомата M (или двух вероятностных автоматов M_1 и M_2 с одинаковыми множествами входных и выходных букв) называются эквивалентными, если тождественно совпадают словарные функции

$$\tau_M^{\bar{\mu}_1}(q/p)\equiv\tau_M^{\bar{\mu}_2}(q/p)\ (\tau_M^{a_1}(q/p)\equiv\tau_M^{a_2}(q/p)),$$
$$\tau_{M_1}^{\bar{\mu}_1}(q/p)\equiv\tau_{M_2}^{\bar{\mu}_2}(q/p)\ (\tau_{M_1}^{a_1}(q/p)\equiv\tau_{M_2}^{a_2}(q/p)),$$
$$p\in F_{\mathfrak{X}},\quad q\in F_{\mathfrak{Y}},\quad |p|=|q|.$$

Далее мы используем терминологию работы [31], применяя термин «инициальная эквивалентность» вместо установившегося термина «эквивалентность», но зато резервируя термин «слабая эквивалентность» для эквивалентности вероятностных автоматов не по каналу $\tau(q/p)$, а по словарной функции $\chi(p)$ (см. ниже). Вероятностный автомат M_1 называется инициально-эквивалентно (эквивалентно) вложенным в M_2, $M_1\lesssim M_2$ (соответственно, $M_1\lessapprox M_2$), если для любого состояния a_1 (вектора состояний

$\bar{\mu}_1$, соответственно) существует эквивалентное ему состояние a_2 (вектор состояний $\bar{\mu}_2$) вероятностного автомата $M_2 \cdot M_1$ и M_2 инициально-эквивалентны (эквивалентны), $M_1 \sim M_2$ (соответственно, $M_1 \approx M_2$), если оба они инициально эквивалентно (эквивалентно) вложены друг в друга. Очевидно, что $\subseteq \to \lesssim$ и $\sim \to \approx$, а обратные импликации не всегда имеют место.

Вероятностный автомат M будем называть типа Мили, если условная вероятностная мера автомата удовлетворяет условию $\mu(a', y/a, x) \equiv \mu(a'/a, x) \cdot \mu(y/a, x)$ и типа Мура, если $\mu(a', y/a, x) \equiv \mu(a'/a, x) \cdot \mu(y/a')$. Штарке доказал, что для любого вероятностного автомата существует инициально-эквивалентный ему вероятностный автомат типа Мура, который можно выбрать так, что сохраняются свойства детерминированности функции переходов и конечности множеств $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{a}$, или же так, что сохраняется свойство конечности множеств $\mathfrak{Y}$ и $\mathfrak{a}$, а функция отметок $\mu(y/a')$ для каждого состояния a' является детерминированной функцией. Соответствующая теорема для вероятностного автомата типа Мили не имеет места. Штарке привел пример вероятностного автомата, который не может быть инициально-эквивалентно вложен ни в какой вероятностный автомат типа Мили [373].

Карлайл называет вероятностный автомат обозримым (abservable [214]), если существует частичная функция $\delta: \mathfrak{A} \times \mathfrak{X} \times \mathfrak{Y} \to \mathfrak{A}$ такая, что $\{\mu(a', y/a, x) > 0\} \Leftrightarrow \{a' = \delta(a, x, y)$ определено$\}$. Для любого вероятностного автомата M существует обозримый вероятностный автомат M^* такой, что $M \subseteq M^*$ и $M \approx M^*$. Здесь вероятностный автомат M^* может быть бесконечным, если даже M — конечен.

Хорошо известный результат из теории детерминированных автоматов Карлайл перенес на вероятностные автоматы. Пусть $|\mathfrak{A}| = n$. Тогда $\{\bar{\mu}_1 \sim \bar{\mu}_2\} \leftrightarrow (p)\ \{p \in \mathfrak{X}^{n-1} \Leftrightarrow \tau_M^{\bar{\mu}_1}(q/p) = \tau_M^{\bar{\mu}_2}(q/p)\}$. Соответственно результат обобщается на вектора состояний, принадлежащие разным автоматам. Отношения $\sim$ и $\subseteq$ для конечных вероятностных автоматов и отношение $\sim$ для векторов состояний алгоритмически разрешимы.

Вероятностный автомат называется приведенным (минимальным) (200), если из $a_1 \sim a_2$ следует $a_1 = a_2$ (из $a \sim \bar{\mu}$ следует $\bar{\mu} = a$). Вероятностный автомат M' называется приведенной формой вероятностного автомата M (минимальной формой M), если M' — приведенный (соответственно минимальный) и, $M \sim M'$ (соответственно, $M \approx M'$). Штарке называет вероятностный автомат M сильно-приведенным, если $\bar{\mu}_1 \sim \bar{\mu}_2$ влечет $\bar{\mu}_1 = \bar{\mu}_2$; соответственно определяется сильно-приведенная форма вероятностного автомата. Ивен [233] показал, что минимальность (сильно-приведенность) — алгоритмически разрешимые свойства для конечных вероятностных автоматов. Карлайл [212, см. также Навроцкий [301]) доказал, что всегда существует приведенная форма M' вероятностного автомата M, которую для конечного автомата можно построить, причем сохраняя свойства обозримости, детерминированности функции переходов и свойство быть автоматом типа Мили. При доказательстве используется метод Карлайла склеивания эквивалентных состояний M (см. ниже), а именно, множество состояний приведенного автомата строится как фактормножество $\mathfrak{A}/_{\sim}$ по отношению эквивалентности $\sim$ и полагается

$$\mu'([a'], y/[a], x)=\sum_{a_1\in[a]} P_{[a]}(a_1)\cdot\sum_{a_2\in[a']}\mu(a_2, y/a_1, x),$$

де $[a]$ — класс эквивалентности из $\mathfrak{A}/_{\sim}$, содержащий a, $P_{[a]}$ — роизвольное распределение вероятностей над классом $[a]$. Все риведенные формы M имеют одинаковое число состояний ($|\mathfrak{A}|$). Если M — приведенный вероятностный автомат и $M\sim M'$, где M' — минимальный (сильно-приведенный), то и M — минимальный (соответственно сильно-приведенный).

Рассматривая вероятностный автомат с точностью до эквивалентности, можно еще уменьшить число его состояний. Отт [310, 309] и Паз [320] показали, что существуют конечные минимальные вероятностные автоматы M, для которых M' имеет меньшее число состояний и $M\gneqq M'$. Для этого необходимо (но недостаточно), чтобы M не было сильно-приведенным.

Каждая минимальная форма вероятностного автомата инициально-эквивалентно в него вложена. Если $M_1\approx M_2$ и M_1, M_2 — оба минимальные, то $M_1\sim M_2$. Заметим, что если хотя бы одна минимальная форма вероятностного автомата M — сильно-приведенная, то и все другие его минимальные формы — сильно-приведенные.

Пусть $\mathfrak{A}_0\subseteq\mathfrak{A}$ — есть множество всех таких состояний $a\in\mathfrak{A}$, что $a\sim\bar{\mu}$ для некоторого недерминированного вектора состояний $\bar{\mu}$. Приведенный вероятностный автомат M тогда и только тогда имеет минимальную форму, когда для каждого $a\in\mathfrak{A}_0$ существует $\bar{\mu}_a$ такое, что $\bar{\mu}_a\sim a$ и $\bar{\mu}_a(\mathfrak{A}_0)=0$. Так как для конечного $\mathfrak{A}_0$ последнему условию всегда можно удовлетворить, то в этом случае всегда существует минимальная форма вероятностного автомата, которую для конечного $\mathfrak{A}$ можно найти эффективно. (Бэкон, [200]). Отношения $\approx$ и $\subsetneqq$ для конечного вероятностного автомата алгоритмически разрешимы.

Ивен [233] показал, что детерминированные вероятностные автоматы тогда и только тогда приведенные, если они минимальные. Для вероятностных автоматов с детерминированной функцией переходов это, вообще говоря, неверно.

Штарке (373) привел пример приведенного, но не сильно-приведенного детерминированного вероятностного автомата.

Р. Г. Бухараев ввел определение гомоморфизма вероятностных автоматов и установил связь этого понятия с понятием эквивалентности [17, 26, 27, 31]. Вероятностный автомат M_1 с n_1 состояниями гомоморфно отображается на вероятностный автомат M_2 с n_2 состояниями $n_1 \geqslant n_2$, если существует $n_2 \times n_1$ матрица H ранга n_2 с суммой элементов строк, равной единице, такая, что

$$M_1(y/x)H = HM_2(y/x), \quad x \in \mathfrak{X}, \quad y \in \mathfrak{Y}.$$

Пусть вероятностный автомат M_1 гомоморфно отображается на вероятностный автомат M_2. Тогда автоматы M_1 и M_2 эквивалентны, причем вектору состояний $\overline{\mu_1}$ эквивалентен вектор состояний $\overline{\mu_2} = \overline{\mu_1} H^*$. Если при этом матрица H состоит только из нулей и единиц, то автоматы инициально-эквивалентны.

В теории эквивалентности вероятностных автоматов большую роль играет линейное векторное пространство E_M, натянутое на множество векторов-столбцов

$$L_M = \{\overline{\tau}_M(q/p),\ p \in F_{\mathfrak{X}},\ q \in F_{\mathfrak{Y}},\ |p| = |q|\},$$

и матрица N_M, составленная из векторов-столбцов, образующих базис в E_M. Если вероятностные автоматы M_1 и M_2 гомоморфны, то размерности пространств E_{M_1} и E_{M_2} совпадают. Для того чтобы два вектора состояний $\overline{\mu_1}$ и $\overline{\mu_2}$ вероятностного автомата M были эквивалентны, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось матричное равенство

$$(\overline{\mu_1} - \overline{\mu_2}) N_M = \overline{0}.$$

Отсюда вытекает, что для того чтобы вероятностный автомат не имел несовпадающих эквивалентных векторов состояний, необходимо и достаточно, чтобы это матричное уравнение имело только нулевое решение. При этом размерность пространства E_M равна числу состояний автомата A [31]. На основе понятия гомоморфизма Р. Г. Бухараев сформулировал необходимое и достаточное условие эквивалентности двух вероятностных автоматов и описал класс всех вероятностных автоматов, эквивалентных данному [26, 31]**. Для описания критерия необходимо ввести два новых понятия. Будем называть объект, формально описанный и функционирующий как вероятностный автомат, однако со снятым ограничением на неотрицательность элементов переходных матриц, псевдовероятностным автоматом. Про-

---

* В определениях и формулировках результатов относительно гомоморфизма и эквивалентности намеренно опущены упоминания о допустимом множестве состояний $\mathfrak{Z}$, рассматриваемом в [27, 31].

** Класс вероятностных автоматов с тем же числом состояний, инициально-эквивалентных данному описан Карлайлом [212].

цесс минимизации вероятностного автомата, имеющего эквивалентные векторы состояний, может, вообще говоря, привести к псевдовероятностному автомату. Для каждого вероятностного автомата M рассмотрим операцию вида $\tilde{M}=DM$, где стохастическая матрица D является решением матричного уравнения

$$DN_M=N_M.$$

(Псевдо) вероятностные автоматы M и $\tilde{M}$ эквивалентны. Будем называть $\tilde{M}$ канонической формой M.

Для того чтобы вероятностные автоматы M_1 и M_2 были эквивалентными, необходимо и достаточно, чтобы некоторые канонические формы этих автоматов гомоморфно отображались на один и тот же, вообще говоря, псевдовероятностный автомат [31]. Пусть M — вероятностный автомат с n состояниями, T_1 и T_2 — две произвольные стохастические $n\times n$-матрицы, N_M — базисная матрица. Для того чтобы система $n\times n$-матриц $M'(y/x)$, $x\in\mathfrak{X}$, $y\in\mathfrak{Y}$ определяла вероятностный автомат, эквивалентный данному, необходимо и достаточно, чтобы выполнялась система условий

$$T_1M(y/x)T_1^{-1}N=T_2M'(y/x)T_2^{-1}N,$$

$$m'_{ij}(y/x)\geqslant 0,\ i,\ j=1,2,\ldots,n,\ x\in\mathfrak{X},\ y\in\mathfrak{Y},$$

$$T_1N_M=N.$$

Пусть M — вероятностный автомат со взаимно-неэквивалентными n состояниями. Карлайл показал, что для того чтобы система $n\times n$-матриц $M'(y/x)$, $x\in\mathfrak{X}$, $y\in\mathfrak{Y}$ определяла вероятностный автомат, инициально-эквивалентный данному, необходимо и достаточно выполнение условий

$$P^{-1}M'(y/x)PN_M=M(y/x)N_M,$$

$$m'_{ij}(y/x)\geqslant 0,\ i,\ j=1,2,\ldots,n,$$

где P — произвольная матрица перестановок (212). Р. Г. Бухараев [31] заметил, что теория эквивалентности и гомоморфизма вероятностных автоматов по отношению к представимости словарных функций $\chi(p)$ (слабая эквивалентность, инициальная слабая эквивалентность) строится совершенно аналогично этой теории по отношению к представимости каналов $\tau(q/p)$. В этом случае два вектора состояний $\overline{\mu}_1$ и $\overline{\mu}_2$ слабо-эквивалентны, если тождественно

$$\chi_A^{\overline{\mu}_1,\overline{n}_F}(p)\equiv\chi_A^{\overline{\mu}_2,\overline{n}_F}(p),\ p\in F_{\mathfrak{X}},$$

и вероятностный автомат A_1 слабо-гомоморфно отображается на вероятностный автомат A_2, если существует подходящая прямоугольная матрица H полного ранга такая, что

$$A_1(x)H=HA_2(x),\quad x\in\mathfrak{X}.$$

Базисная матрица N_A берется в линейном векторном пространстве E_A, натянутом на векторное множество $L_A = \{\mu(p), p \in F_{\mathfrak{X}}\}$. Формулировки теорем дублируются с трансформацией соответствующих понятий.

Приведем один результат, относящийся к проблеме слабой эквивалентности. Любой вероятностный автомат Рабина A является слабогомоморфным образом свободного автомата D с решающим вектором $\overline{n}(A)$, p-тая координата которой равна значению словарной функции $\chi_A(p)$ [31].

Остановимся теперь на проблеме практической реализации методов минимизации числа состояний конечных вероятностных автоматов. Карлайл [212] предложил вычислительный процесс, позволяющий проверить последовательную минимизацию числа состояний вероятностного автомата при условии, что известна хотя бы пара эквивалентных состояний. Этот «метод склеивания» Карлайла состоит в следующем. Пусть M — вероятностный автомат с n состояниями, имеющий пару эквивалентных состояний, например, a_1 и a_2. Тогда система матриц $M'(y/x)$, $x \in \mathfrak{X}$, $y \in \mathfrak{Y}$, полученная из системы матриц $M(y/x)$, $x \in \mathfrak{X}$, $y \in \mathfrak{Y}$ вычеркиванием из строки и столбца a_1 и заменой столбца a_2 суммой столбцов a_1 и a_2, определяет вероятностный автомат с $(n-1)$ состоянием, инициально-эквивалентный A. Проблема отыскания минимальной формы конечного вероятностного автомата решена Ивеном [233], как проблема выделения в базисной матрице N_M минимальной совокупности строк такой, что любые другие ее строки являются выпуклой линейной комбинацией выделенных строк. В работах (85, 184) предлагаются методы минимизации числа состояний конечного вероятностного автомата, построенные на аналогии с известными методами минимизации детерминированных автоматов, не приводящие, однако, вообще говоря, к приведенной форме. Из других работ, имеющих отношение к обсуждаемой проблеме, можно упомянуть [86, 129, 185, 221, 232, 246, 253, 302, 320, 371, 372, 374].

§ 5. СТРУКТУРНАЯ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ АВТОМАТОВ

Задачу структурной декомпозиции вероятностного автомата с детерминированной функцией выходов в форме, не содержащей петель (loop-free), решил Бэкон [199], следуя методам Хартманиса*. Разбиение π множества состояний вероятностного автомата M обладает свойством подстановки тогда и только тогда, если каждая переходная матрица M допускает укрупне-

* *Hartmanis J.*, Loop-free structure of sequential machines. Inf. and Control, 1962, 5, 25—43

ние, соответствующее данному разбиению. Два разбиения π и τ множества состояний независимы тогда и только тогда, если

$$\sum_{j \in \pi_k \cap \tau_l} a_{ij}(x) = \left[\sum_{j \in \pi_k} a_{ij}(x)\right] \cdot \left[\sum_{j \in \tau_l} a_{ij}(x)\right]$$

для всех подмножеств π_k и τ_l разбиений π и τ и всех $i \in \mathfrak{A}$, $x \in \mathfrak{X}$. Вероятностный автомат допускает последовательностную (quasi — series) декомпозицию, если существуют разбиения π, τ и разбиение φ^{π}, определенное функцией φ, такие, что

1. π обладает свойством подстановки и $\varphi^{\pi} \geqslant \pi$;
2. $\pi \cdot \tau = 0$ и π, τ независимы;
3. $(\varphi^{\pi} \cdot \tau, \tau)$ составляют разбиение [199].

Результат допускает и обобщенную формулировку для многих разбиений. Вероятностный автомат M допускает параллельную декомпозицию, если существуют разбиения π, τ и разбиение φ^{π}, определенное функцией φ, такие, что

1. π обладает свойством подстановки и $\varphi^{\pi} \geqslant \pi$;
2. $\pi \cdot \tau = 0$ и π, τ независимы;
3. τ обладает свойством подстановки [199].

Обобщения этого метода декомпозиции без петель достигнуты в [274, 414]. См. также [9, 53, 54, 51, 60, 122, 292]. А. Х. Гиоргадзе и Л. В. Бурштейн получили статистические оценки числа вероятностных автоматов с рациональными элементами переходных матриц, допускающих декомпозицию в смысле Бэкона [194] или в смысле декомпозиции детерминированного автомата в представлении вероятностного автомата по Дэвису-Ченцову [174, 225] в некоторых классах автоматов. Пусть n — число состояний, $p(n)$ — число входных букв и $l(n)$ — общий знаменатель всех переходных вероятностей автомата. Тогда при условии $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{p(n)\, l(n)}{\ln n} < 1$ любой наперед заданный вероятностный автомат класса $\{n, p(n), l(n)\}$ допускает последовательную декомпозицию асимптотически с вероятностью 1. Наоборот, при выполнении условия $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\ln n}{p(n)\, l(n)} = 0$ асимптотически почти для каждого автомата из этого класса последовательная декомпозиция невозможна. Аналогичны результаты для параллельной декомпозиции [50]. А. Р. Ротенберг применил идею укрупнения к асимптотическому разложению однородной цепи Маркова на семейство цепей, описывающих блуждания в каждом эргодическом множестве исходной цепи [145].

Другое направление в структурной теории вероятностных автоматов связано с работой Дэвиса [225], который показал, что конечная однородная цепь Маркова может быть реализована как конечный детерминированный автомат со случайным входом именно, всякая стохастическая $n \times n$ матрица A может быть представлена в виде стохастической линейной комбинации простых (детерминированно-стохастических) матриц: $A=\sum_{i=1}^{N}\alpha_i C_i$ (система компонент $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_N$ образует имплицирующий вектор [23]). Отсюда вытекает возможность представления конечного вероятностного автомата как последовательной композиции управляемого генератора случайных кодов без памяти и конечного детерминированного автомата, что было замечено многими авторами [114, 118, 174, 186, 224, 409]. В этом аспекте проблемы важной является задача построения минимального имплицирующего вектора.

Близок по идее к упомянутому направлению метод синтеза стохастических векторов, матриц и вероятностных автоматов, предложенный Эльчороури и Гупта [229]. В [23] проблема получения имплицирующего вектора $\bar{\alpha}$ данной стохастической матрицы A рассматривается как проблема «реализации» со сложностью, равной числу ненулевых компонент $\bar{\alpha}$, и получаются результаты, качественно отличные от результатов в проблеме получения минимальных форм реализации функций алгебры логики в классе контактных схем*.

В ряде работ грузинских математиков были поставлены и решались задачи синтеза вероятностных автоматов из базисных вероятностных элементов [108, 109, 110, 152, 155, 157, 158].

Р. Л. Схиртладзе доказал, что для любого двоично-рационального числа p из интервала $(0, 1)$, которое содержит в двоичном представлении n значащих разрядов после запятой, можно построить контактную схему, обладающую проводимостью с вероятностью p из контактов, обладающих проводимостью с вероятностью $\frac{1}{2}$, причем для этого необходимо и достаточно n таких контактов [155]. В [158] метод был обобщен на многополюсные схемы. Л. В. Макаревич, А. Х. Гиоргадзе доказали, что при специальном моделировании конечных вероятностных автоматов Рабина с рациональными элементами переходных матриц посредством сетей из логико-вероятностных элементов базис вида $\{\&, \vee, \sim$, элемент задержки $d, \gamma\}$ является полным [110]. Здесь γ — некоторый элементарный вероятностный автомат типа Мура с двумя состояниями, двумя входными и выходными буквами, реализующий вероятность $\frac{1}{2}$. При этом моделировании возникает случайная временная задержка T, математическое ожидание которой не зависит от длины входного слова и имеет оценку

$$k(\log_2 k+3) < E(T) < 2n(\log_2 k+3).$$

---

* *Яблонский С. В.*, Об алгоритмических трудностях синтеза минимальных контактных схем. Проблемы кибернетики, 1959, вып. 2 .

Л. В. Макаревич показал, что в предположении конечности базиса логико-вероятностных элементов (существенна конечность множества элементарных вероятностей, «поставляемых» базисом) последний может быть полным лишь при реализации рациональных конечных вероятностных автоматов со случайной целочисленной временной задержкой [108—109]. Паз доказал, что всякий вероятностный автомат с n состояниями можно реализовать в виде сети из некоторых специальным образом соединенных $(n-1)$ вероятностных автоматов, с двумя состояниями (whirl, вихревое соединение) [327]. Полноту базиса элементов $\{\neg$, стохастические &, V$\}$ показал Цех [415].

Возможность представления вероятностного автомата в виде последовательной композиции управляемого генератора случайных кодов и детерминированного автомата привела к появлению методов минимизации [85] и декомпозиции [81, 82] вероятностного автомата, основанных на прямом использовании соответствующих методов для детерминированных автоматов. С другой стороны, возрос интерес к проблематике синтеза генераторов случайных кодов. В работе [16] была поставлена задача синтеза управляемого генератора случайных кодов, получены необходимые и достаточные условия существования решения и предложен общий метод синтеза. См. также [177, 362]. Метод приближенного синтеза произвольного бернуллиевского распределения, использующий упомянутую структурную реализацию автономного вероятностного автомата (регулярной однородной цепи Маркова) и его предельные свойства, был предложен Гиллом [254]. Это направление получило дальнейшее развитие в работах [88, 104, 288] на основе использования свойства регулярности в введенных А. Лоренцом и А. Метрой понятия бистохастического циркулянта и его обобщений.

По методам практического синтеза вероятностных автоматов можно указать работы [1, 139, 156, 162, 168, 197, 247, 249, 270, 363]. Алгебраическая структурная теория вероятностных автоматов предложена Сантосом в [350]. См. также [308, 280].

Структурный подход к теории вероятностных автоматов развит в книге Д. А. Поспелова [138], в которой систематически изложены и наиболее известные методы синтеза и приведения вероятностных автоматов.

В заключение следует отметить стоящее несколько в стороне от нашего подхода по определению основного объекта и методологии исследования направления: структурная теория вероятностных преобразователей, в которых вероятность (вернее частота) играет роль носителя информации, а базис состоит полностью из дискретных детерминированных элементов. Первой в этом направлении была работа Б. Р. Гейнца [47]. См. также [335]. В нашей стране в настоящее время имеется довольно обширная литература на эту тему, представление о которой дает работа Б. Ф. Кирьянова [71].

A-машина [95] определяется как последовательностная вычислимая функция, определенная на всех начальных последовательностях некоторой последовательности нулей и единиц A. Если последовательность определяется датчиком случайности с вероятностью p генерирования единицы, то получаем p-машину. Множество S сильно p-перечислимо, если существует p-машина, производящая (в любом порядке) это множество символов с положительной вероятностью. S называется p-перечислимым, если S — множество тех символов, которые какая-либо p-машина производит хотя бы один раз с вероятностью $> \frac{1}{2}$. Основной результат статьи [95] состоит в том, что если A_p последовательность, определенная двоичным разложением числа p, то три следующих предложения эквивалентны.

1. S является A_p-перечислимым,
2. S является p-перечислимым,
3. S является сильно p-перечислимым.

Вывод тот, что если p — вычислимое действительное число, то множество S может быть только рекурсивно-перечислимым. С другой стороны, существуют нерекурсивно-перечислимые p и сильно p-перечислимые множества для невычислимых значений p. Определение вероятностной машины Тьюринга принадлежит Сантосу [347] и является естественным обобщением определения детерминированной машины Тьюринга. K-местная случайная функция есть функция $\Phi(m_1, m_2, \dots m_k, m)$ целочисленных аргументов, отображающая N^{k+1} в $[0,1]$ и удовлетворяющая соотношению $\sum\limits_{m=0}^{\infty} \Phi(m_1, m_2, \dots m_k, m) \leqslant 1$ для каждой группы значений остальных аргументов, числа на ленте машины представляются, как обычно, последовательностями единиц, разделенных специальным знаком. k-местная случайная функция Φ считается вычислимой на данной вероятностной машине Тьюринга, если вероятность переработки записи на ленте кортежа $m_1, m_2, \dots, m_k$ в число m равно соответствующему значению. Целочисленная k-местная детерминированная функция f вероятностно-вычислима, если существует вероятностная машина Тьюринга $\mathfrak{z}$ и константа $\lambda \in (0, 1)$ такие, что $f(m_1, m_2, \dots, m_k) = m$ тогда и только тогда, если

$$\Phi(m_1, m_2, \dots m_k, m) =$$
$$= \sup \{\Phi_{\mathfrak{z}}(m_1, m_2, \dots, m_k, m') : m' = 0, 1, 2 \dots\} > \lambda.$$

Класс детерминированно-вычислимых функций является собственным подклассом вероятностно-вычислимых, именно, он несчетен [347].

А. М. Маслов показал, что любую функцию, определяемую вероятностной машиной Тьюринга, можно получить из функций $x+1$, 0 функций выбора и распределения вероятностей $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \ldots\right)$ при помощи операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации (аналогичных соответствующим в детерминированном случае), и обратно, каждая такая функция определяется вероятностной машиной [116]. По Соломаа вероятностная грамматика типа i определяется как тройка $[G, \overline{\delta}, \varphi]$, где G — детерминированная грамматика типа i, φ — однозначное отображение множества правил $\{f_1, f_2, \ldots, f_k\}$ грамматики G в множество всех стохастических (рациональных) k-векторов и $\overline{\delta}$-стохастический k-вектор. Каждому выводу $D = f_{j_1} \cdot f_{j_2} \cdot \ldots \cdot f_{j_{r+1}}$ ставится в соответствие число $\psi(D)$, где для $r=0$ $\psi(D) = [\overline{\delta}]_{j_1}$ и

$$\psi(D) = \psi(D')\,[\varphi(f_{j_r})]_{j_{r+1}},$$

где D' — начало вывода длины r. Представимый язык определяется как множество всех слов, для которых существует вывод такой, что $\psi(D) > \lambda \geqslant 0$ (pim — языки), или такой, что $\sum\limits_{D \in D_p} \psi(D) > \lambda \geqslant 0$ (pis — языки). Если снять условия стохастичности φ и δ, то получается весовая грамматика, и, соответственно, wim и wis — языки. Каждый (рациональный) стохастический язык является $(r)w3s$ языком. Обратно, если весовая (рациональная) грамматика G_w не содержит правил вида $x \to y$ (где x, y — нетерминальные символы), то представляемый wis-язык (рациональный) стохастический. Каждый $p3m$ и $p3s$ язык являются языками типа 3. Языки типа 3 строго включены в множество всех $(r)w3m$ языков. Язык $\{a^n b^n, n \geqslant 1\}$ является $(r)w3s$-языком, но не $(r)w3m$-языком. Кроме того, каждое рекурсивно-перечислимое множество является $(r)p2m$ и $(r)p2s$ языком при наличии специальной интерпретации грамматики [346].

Кнаст [274] и Сантос [352] определяют вероятностную грамматику как естественное обобщение детерминированной грамматики соответствующего типа, вводя понятия вероятностной продукции, как условной вероятностной меры $\rho(\tau/\sigma)$ вместо $\sigma \to \tau$ в детерминированном случае. Вероятностная грамматика G_{st} одноопределенная, простая (unambiguous), если для каждого слова языка $L(G_{st}, 0)$ существует единственная последовательность продукций, которая генерирует это слово $pc\lambda_{G_{st}}(p) > 0$. Кнаст доказал, что вероятностный язык типа 3 одноопределенный тогда и только тогда, если он стохастический. В общем случае класс стохастических языков $L(M)$ является собственным подклассом класса вероятностных языков типа $3L_{st}{}^3$. Класс вероятностных языков типа 3 образует булеву алгебру относительно операций пересечения, взятия суммы и дополнения. Если

L — вероятностный контекстно-свободный язык и $L \subset \Sigma^*$, тогда существует Σ', язык Дика $D \subset (\Sigma')^*$ и гомоморфизм h: $(\Sigma')^* \to \Sigma^*$ такой, что для некоторого вероятностного языка $L_{st}^3 \subset (\Sigma')^*$ $L = h(D \cap L_{st}^3)$. Класс вероятностных контекстно-свободных языков совпадает с классом вероятностных языков типа 3 [274]. Сантос изучил связь вероятностных грамматик с асинхронными вероятностными автоматами, вероятностными машинами Тьюринга и вероятностными автоматами с магазинной памятью [347].

Другое важное направление в теории вероятностных машин — это сравнительные оценки сложности вероятностных и детерминированных вычислений. Я. М. Барздинь показал, что для любой рекурсивной функции f существует рекурсивный предикат Г такой, что

1. Любое детерминированное вычисление Г требует для почти всех значений аргумента x не менее чем $f(x)$ шагов.

2. Для любого $\Delta < 1$ существует $\frac{1}{2}$ машина M такая, что вероятность вычисления его на каждом значении аргумента x значения предиката $\Gamma(x)$, причем для бесконечно большого числа значений x время вычисления $\tau_M(x)$ не превышает $2|x|$, больше Δ [11].

Определим временную сигнализирующую относительно предиката $\Gamma(x)$ для вероятностной машины Тьюринга $t_M(\Delta, x)$ как наименьшее α такое, что

$$P\{M(x) = \Gamma(x) \,\&\, \tau_M(x) \leqslant \alpha\} > \Delta.$$

Б. А. Трахтенброт [160] установил, что если $\frac{1}{2}$ — машина вычисляет предикат Г с надежностью $\Delta \geqslant \frac{1}{2}$, то найдется такая машина Тьюринга N, вычисляющая Г, что

$$t_N(x) \leqslant 2^{t_M(\Delta, x)} \log^2 t_M(\Delta, x).$$

Существуют языки, которые с надежностью $\Delta > \frac{1}{2}$ отделяются на 1/2 машинах за время $\log n$, тогда как любая отделяющая их машина Тьюринга работает по порядку не менее чем n^2 шагов [160].

Р. В. Фрейвалд [166] показал, что для каждого $\varepsilon > 0$ существует вероятностная машина Тьюринга, которая распознает симметрию слов в двоичном алфавите с вероятностью, превосходящей $1-\varepsilon$, за время $cp|\log^2|p|$, где c — константа, не зависящая от p (ср. с оценкой для детерминированной машины Тьюринга)*. С другой стороны, если некоторая вероятностная машина Тьюринга распознает симметрию слов в двоичном алфавите с вероятностью, превосходящей некоторое $\Delta > \frac{1}{2}$ за

* *Барздинь Я. М.*, Сложность распознавания симметрии на машинах Тьюринга. Проблемы кибернетики, 1965, вып. 15

время $t(p)$, то существует такая константа C, что для бесконечно многих слов x

$$t(p) > C|p|\log_2|p|.$$

Дж. Гилл (256) высказал следующее предположение: если f — рекурсивная функция и она вычислима на вероятностной машине Тьюринга с вероятностью, превосходящей некоторое $\Delta > \frac{1}{2}$ за время $t(p)$, то существует также детерминированная машина Тьюринга, которая вычисляет f с такой временной сигнализирующей $\tilde{t}(p)$, что для некоторой константы $C > 0$ для бесконечно многих p $\tilde{t}(p) \leqslant Ct(p)$. Р. В. Фрейвальд опроверг эту гипотезу, приведя пример множества, на распознавание которого на вероятностной машине с вероятностью $1+0(1)$ требуется время $C|p|\log\log|p|$, а любая детерминированная машина для всех слов, кроме конечного числа, требует для той же цели не меньше, чем $C|p|\log|p|$, времени [166]. См. также [2, 72].

§ 7. ДРУГИЕ ВОПРОСЫ

Еще в работах Блэкуэлла, Копманса [205] и Гильберта [251] решалась проблема оценки сложности идентификации функции конечных однородных цепей Маркова.

Используя аналогичные методы, Карлайл показал, что для распознавания различия двух векторов состояний вероятностного автомата с n состояниями достаточно безусловного эксперимента длины $(n-1)$. Эквивалентность двух вероятностных автоматов распознает соответственно безусловный эксперимент длины n_1+n_2-1, где n_1 и n_2 — соответственно числа состояний этих автоматов [216]. А. А. Мучник развил мощный математический аппарат оценок сложности экспериментов с общими линейными автоматами, и, в частности, распространил на них отмеченные выше результаты Карлайла [125]. Паз показал, что для определения связности вероятностного автомата с n состояниями можно построить безусловный эксперимент длины $n-1$ [321]. Кратные эксперименты рассматривал Сантос. Он показал, что для каждого вероятностного автомата M и некоторого множества векторов состояний H можно построить безусловный диагностический эксперимент кратности не выше $(n-1)$ и длины не более $\frac{1}{2}n(n-1)$. Если число неэквивалентных состояний в автомате A равно k, то оценки для эксперимента, распознающего эти векторы состояний, будет соответственно k и $(k-1)(n-1)$. Аналогичные результаты получаются и для распознавания автоматом [353]. Л. В. Макаревич, А. А. Матевосян получили оценку длины установочного эксперимента, которая равна $l(T) < (\lambda+n)\left(\frac{m}{\varepsilon}\right)^{\lambda+n}$. Здесь λ — длина простой входной последовательности, $m=|\mathcal{X}|$ и ε — наименьшая, не равная нулю, переходная вероятность автомата [112]. Аналогичная задача рассмотрена в [314]. В упомянутых выше работах эксперимент над вероятностным автоматом понимается в абстрактном смысле, как возможность идентификации объектов на основе задания конечной системы данных о функционировании математической модели автомата (или автоматов). Проблему организации реального эксперимента с вероятностным автоматом поставил Рабин [332]. Подробно ее анализировал Бом [208—210].

Поскольку реальные эксперименты с вероятностными автоматами имеют статистическую природу, то фактическое решение задач эксперимента получается с некоторой погрешностью. Для получения оценок для ожидаемой погрешности Бом использовал методы теории информации.

А. С. Барашко, А. М. Богомолов рассматривали задачи вероятностного эксперимента над детерминированными автоматами [10].

Конструктивное направление в теории вероятностных автоматов представлено А. А. Лоренцом [102, 103]. Автор отмечает, что теория конечных детерминированных автоматов конструктивна и его целью является сохранение этих конструктивных черт в теории вероятностных автоматов. Первым шагом в этом направлении является предположение, что элементы стохастических матриц перехода — конструктивные действительные числа. Однако и при этом допущении многие привычные в классической теории процедуры оказываются невыполнимыми. Например, доказано, что невозможен алгоритм, распознающий регулярные стохастические матрицы. Таким образом, круг допустимых средств сужается. Тем не менее, А. А. Лоренцу удалось, наложив необходимые ограничения, доказать конструктивные аналоги ряда важных результатов. Это относится к теоремам о квазидефинитных системах матриц, результатам по проблеме устойчивости вероятностного автомата, вопросам экономии состояния при замене детерминированного автомата вероятностным, теореме редукции Рабина.

В последние годы возрос интерес к изучению поведения коллективов вероятностных автоматов, к изучению их поведения в случайных средах и, в частности, к изучению вероятностных автоматов с переменной структурой. Для большинства работ характерен экспериментальный подход моделирования соответствующих игровых ситуаций на ЭВМ. Теоретические аспекты проблемы изучали В. Я. Валах и В. С. Королюк [34, 35, 36], исследовавшие оптимальное поведение стохастических автоматов в средах с различными свойствами, В. И. Варшавский, И. П. Воронцова [37, 38, 39]. Хандрасекаран и Шен [219], В. М. Ченцов [176], Саварагн Ешикачу, Баба Норио [198], исследовавшие проблемы обучения стохастических автоматов с переменной структурой. Обзор по проблеме можно найти в [294]. См. также [62, 68, 69, 119, 136, 161, 164, 165, 170, 176, 283, 284, 296—297, 315].

БИБЛИОГРАФИЯ

1. *Агасандян Г. А.*, Срагович В. Г., О структурном синтезе вероятностных автоматов. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1971, № 6, 121—125 (РЖМат, 1972, 3В332)
2. *Агафонов В. Н.*, Барздинь Я. М., О множествах, связанных с вероятностными машинами. Z. math. Log. und Grundl. Math., 1974, *20*, № 6, 481—498 (РЖМат, 1975, 11А94)
3. *Агибалов Г. П.*, Распознавание операторов, реализуемых в линейных автономных автоматах. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1970, № 3, 99—108 (РЖМат, 1970, 11В297)
4. —, Юфат Я. Г., О простых экспериментах для линейных инициальных автоматов. Автоматика и вычисл. техн., 1972, № 2, 17—19 (РЖМат, 1972, 7В359)
5. *Альпин Ю. А.*, О разбиениях, производимых вероятностными автоматами. В сб. «Вероятности. автоматы и их применение». Рига «Зинатне», 1971, 23—26 (РЖМат, 1971, 12В686)
6. —, Условие устойчивости вероятностного автомата. В сб. «Вероятности. методы и кибернет.» Вып. 9. Казань, Казан. ун-т, 1971, 3—5 (РЖМат, 1972, 8В450)
7. —, Бухараев Р. Г., Об одном достаточном признаке непредставимости языков в конечных вероятностных автоматах. Докл. АН СССР, 1975, *223*, № 4 (РЖМат, 1976, 3В626)
8. *Арешян Г. Л.*, Маранджян Г. Б., О некоторых вопросах теории вероятностных автоматов. Тр. Вычисл. центра АН Арм.ССР и Ереванск. ун-та, 1964, вып. 2, 73—81 (РЖМат, 1965, 11В134)
9. *Афанасьев Ю. М.*, Крысанов А. М., Летунов Ю. П., Последовательная декомпозиция вероятностных автоматов. Автоматика и телемеханика, 1973, № 3, 84—88 (РЖМат, 1973, 8В402)
10. *Барашко А. С.*, Богомолов А. М., Об экспериментах с автоматами с источником случайных сигналов на входе. Автоматика и вычисл. техн., 1969, № 3, 6—14 (РЖМат, 1969, 11В339)
11. *Барздинь Я. М.*, О вычислимости на вероятностных машинах. Докл. АН СССР, 1969, *189*, № 4, 699—702 (РЖМат, 1970, 6В391).
12. *Белоконь О. С.*, Исследование процессов сходимости в простейшей системе вероятностных автоматов. Кибернетика, 1972, № 1, 46—50 (РЖМат, 1972, 7В368).
13. —, Анализ структуры сопровождающей матрицы в системе конечных вероятностных автоматов. (АН УССР. Ин-т кибернет. Секц. «Мат. методы исслед. и оптимиз. систем». Препринт — 73—42). Киев, 1973, 28 с. На ротапринте (РЖМат, 1974, 6В530).
14. *Богомолов А. М.*, Твердохлебов В. А., К экспериментам с вероятностными автоматами. В сб. «Кибернетика» Донецкое отд. Тр. семинара. Вып. I. Киев, 1969, 34—40 (РЖМат, 1970, 6В405).
15. *Бухараев Р. Г.*, Об имитации вероятностных распределений. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1963, *123*, № 6, 56—67 (РЖМат, 1965, 4В7).
16. —, Об управляемых генераторах случайных величин. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1963, *123*, № 6, 68—87 (РЖМат, 1964, 11В189).
17. —, Некоторые эквивалентности в теории вероятностных автоматов. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1964, *124*, № 2, 45—65, (РЖМат, 1965, 10В170).
18. —, Критерий представимости событий в конечных вероятностных автоматах. Докл. АН СССР, 1965, *164*, № 2, 289—291 (РЖМат, 1966, 2В229).
19. —, Автоматное преобразование вероятностных последовательностей. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1966, *125*, № 6, 24—33, (РЖМат, 1967, 4В210).

20. —, Две поправки к статье «Некоторые эквивалентности в теории вероятностных автоматов». Уч. зап. Казанск. ун-т, 1966, *125*, № 6, 110 (РЖМат, 1967, 4В208).
21. —, О представимости событий в вероятностных автоматах. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1967, *127*, № 3, 7—20 (РЖМат, 1968, 8В277).
22. —, Теория вероятностных автоматов. Кибернетика, 1968, № 2, 6—23 (РЖМат, 1969, 1В302).
23. —, К задаче минимизации входа автомата, генерирующего однородную конечную цепь Маркова. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1969, *129*, № 4, 3—11 (РЖМат, 1970, 10В265).
24. —, Критерии представимости событий в конечных вероятностных автоматах. Докл. АН СССР, 1965, *164*, № 2, 289—291 (РЖМат, 1969, 2В229).
25. —, Критерии представимости событий в конечных вероятностных автоматах. Кибернетика, 1969, № 1, 8—17 (РЖМат, 1969, 9В229).
26. —, Вероятностные автоматы. Казань, Изд-во Казанск. гос. ун-та, 1970, 188 с (РЖКиб, 1970, 9Г218 К).
27. —, Абстрактная теория вероятностных автоматов. В сб. «Вероятностн. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 9—22 (РЖМат, 1971, 12В687).
28. —, Проблемы синтеза вероятностных преобразователей. В сб. «Вероятностн. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 61—75 (РЖМат, 1971, 12В688).
29. —, Автоматный синтез управляемого генератора случайных кодов. В сб. «Вероятностн. автоматы и их применение». Рига «Зинатне», 1971, 97—101 (РЖМат, 1971, 10В442).
30. —, Прикладные аспекты вероятностных автоматов. Автоматика и телемеханика», 1972, № 9, 76—86 (РЖМат, 1973, 1В609).
31. —, Теория абстрактных вероятностных автоматов. В сб. «Пробл. кибернетики. вып. 30», М., «Наука», 1975, 147—197 (РЖМат, 1975, 9В372).
32. —, Бухараев Р. Р., Топологический метод редукции автоматов. Изв. высш. учеб. заведений. Математика, 1974, № 5, 31—39 (РЖМат, 1974, 11В498).
33. *Вайсброд Э. М.*, Розенштейн Г. Ш., О времени «жизни» стохастических автоматов. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика», 1965, № 4, 52—59 (РЖМат, 1966, 2В166).
34. *Валах В. Я.*, Оптимизация поведения конечных и стохастических автоматов в случайных средах. В сб. «Теория оптимальн. решений. Тр. семинара. Вып. 3». Киев, 1967, 3—29 (РЖМат, 1968, 12В410).
35. —, Время пребывания стохастического автомата в множестве состояний с минимальным штрафом. Сб. «Теория автоматов и методы формального синтеза вычисл. машин и систем». Тр. семинара. Вып. 7. Киев, 1969, 62—75 (РЖКиб, 1969, 12Г215).
36. —, К вопросу об оптимальности стохастического автомата в составной среде. В сб. «Теория оптимальн. решений», Тр. семинара. Вып. 4. Киев, 1969, 53—62 (РЖМат, 1969, 12В360).
37. *Варшавский В. И.*, Воронцова И. П., О поведении стохастических автоматов с переменной структурой. Автоматика и телемеханика, 1963, *24*, № 33, 353—360 (РЖМат, 1964, 3В274).
38. —, —, Стохастические автоматы с переменной структурой. В сб. «Теория конечн. и вероятностн. автоматов». М., «Наука», 1965, 301—308. Дискус. 309 (РЖМат, 1966, 2В308).
39. —, —, Использование стохастических автоматов с переменной структурой для решения некоторых задач поведения. В сб. «Самообучающиеся автомат. системы». М., «Наука», 1966, 158—164 (РЖМат, 1968, 1В586).
40. —, —, Цетлин М. Л., Обучение стохастических автоматов. В сб. «Биол. аспекты кибернетики». М., АН СССР, 1962, 192—197 (РЖМат, 1965, 3В274).
41. *Васерштейн Л. Н.*, Марковские процессы на счетном произведении пространств, описывающие системы автоматов. В сб. «Пробл. передачи информ.», 1969, *5*, вып. 3, 64—72 (РЖМат, 1970, 2В388).

42. Вероятностные автоматы и их применение (Ин-т электроники и вычисл. техн. АН Латв. ССР). Рига, «Зинатне», 1971, 212 с. (РЖМат, 1971, 9В414К)
43. *Воловник Г. А.*, Построение матриц вероятностей перехода конечного автомата с нарушениями. В сб. «Надежность и эффективн. дискретн. систем». Рига, «Зинатне», 1968, 147—159 (РЖМат, 1969, 2В284).
44. *Воронцова И. П.* Алгоритмы изменения переходных вероятностей стохастических автоматов. В сб. «Пробл. передачи информ.», 1965, *1*, вып. 3, 122—126 (РЖМат, 1967, 1В189)
45. *Габбасов Н. З.*, К характеристике событий, представляемых конечными вероятностными автоматами. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1970, *130*, № 3, 18—27 (РЖМат, 1971, 1В359)
46. *Галустов Г. Г.*, Поздняков Г. М., Зимовнов В. А., Некоторые результаты моделирования распознающих вероятностных автоматов. В сб. «Вопр. техн. диагностики». Таганрог, 1975, 42—54 (РЖМат, 1975, 8В367)
47. *Гейнц Б. Р.*, Стохастическая вычислительная машина. «Электроника», 1967, № 14
48. *Гёссел М.*, Мондров Х. Д., К вопросу обработки случайных последовательностей абстрактными автоматами. В сб. «Дискретн. системы. Т. 4». Рига, «Зинатне», 7—12 (РЖМат, 1975, 5В608)
49. *Гиоргадзе А. Х.*, Метод построения матриц переходов автомата со стохастическими элементами задержек. Сообщ. АН Груз. ССР, 1969, *54*, № 1, 49—52 (РЖМат, 1969, 11В341)
50. —, Бурштейн Л. В., Стохастические оценки декомпозиции вероятностных автоматов. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1974, № *1*, 138—145 (РЖМат, 1974, 8В392)
51. —, Джебашвили Т. Л., К вопросу о декомпозиции вероятностного автомата. Сообщ. АН Груз. ССР, 1974, *76*, № 2, 321—323 (РЖКиб, 1975, 4Г165)
52. —, Зеленцов В. П., Постановка проблемы управления случайных процессов. В сб. «Методы представления и аппаратурн. анализ случайных процессов и полей. Т. 1». Новосибирск, 1969, 75—78 (РЖМат, 1969, 11В270)
53. —, Сафиулина А. Г., Об итеративной декомпозиции конечных вероятностных автоматов. Автоматика и телемеханика 1974, № 9, 81—85 (РЖМат, 1975, 3В568)
54. —, —, Методы декомпозиций вероятностных автоматов. Автоматика и вычисл. техн., 1974, № 5, 1—5 (РЖМат, 1975, 3В569)
55. —, —, О декомпозиции вероятностных автоматов. Кибернетика, 1975, № 2, 6—11 (РЖМат, 1975, 11В449)
56. *Гладкий В. С.*, Об обращении матриц на вероятностных автоматах. В сб. «Вероятности. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 131—141 (РЖМат, 1971, 10В440).
57. *Глинский Г.*, Теоретико-информационные проблемы теории ненадежных автоматов. В сб. «Теория конечн. и вероятности. автоматов». М., «Наука», 1965, 280—300. Дискус. 300 (РЖМат, 1965, 11В157)
58. *Головченко В. Б.*, Самоорганизация коллектива вероятностных автоматов с двумя простейшими «мотивами» поведения. Автоматика и телемеханика, 1974, № 4, 151—156 (РЖМат, 1974, 8В389)
59. —, О динамике взаимодействующих вероятностных автоматов Мура. В сб. «Автоматизир. системы упр. (АСУП) — теория, методол. моделиров., техн. средства». Иркутск, 1974, 138—143 (РЖМат, 1975, 4В506)
60. *Горбатов В. А.*, Крысанов А. М., Летунов Ю. П., Параллельная декомпозиция вероятностных автоматов. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1972, № 5, 112—120 (РЖМат, 1973, 4В444)
61. *Горяшко А. П.*, «Диффузионная» модель функционирования вероятностного автомата. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1972, № 4, 133—136 (РЖМат, 1974, 6В529)
62. *Григоренко В. Б.*, Рапопорт А. Н., Ронин Е. И. Исследование обучающихся систем, реализованных в виде вероятностных автоматов. Изв.

высш. учебн. заведений, радиофизика, 1971, *14*, № 7, 1026—1034 (РЖМат, 1971, 12В683)
63. *Дубров Я. А.*, К теории неинициальных вероятностных автоматов. В сб. «Теория автоматов и методы формализован. синтеза вычислит. машин и систем». Тр. семинара. Вып. 5. Киев, 1969, 33—39 (РЖМат, 1969, 10В241)
64. *Журавлев Г. Е.*, Веселов В. Н., Исследование забывающего автомата. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1970, № 4, 118—126 (РЖМат, 1971, 2Г219)
65. *Заровный В. П.*, К теории бесконечных линейных и квазилинейных автоматов. Кибернетика, 1971, № 4, 5—17, (РЖМат, 1972, 1В644)
66. *Инагава Ясуёси.*, Вероятностные автоматы. Сури качеку, Math. Sci., 1971, *9*, № 8, 39—40, 42—47 (РЖКиб, 1971, 12Г126)
67. —, Вероятностные автоматы. Bull. Electrotechn. Lab., 1965, *29*, № 6, (РЖКиб, 1966, 3Г147)
68. *Канделаки Н. П.*, Церцвадзе Г. Н., О поведении некоторых классов стохастических автоматов в случайных средах. Автоматика и телемеханика, 1966, *24*, № 6, 115—119 (РЖМат, 1967, 1В186)
69. —, —, Решение задачи локализации характеристических чисел матриц автоматов, обладающих асимптотически оптимальным поведением в стационарных случайных средах. Тр. Вычисл. центра АН Груз.ССР, 1969, *9*, № 1, 144—149 (РЖМат, 1970, 3В346)
70. *Кельманс А. К.*, О связности вероятностных схем. Автоматика и телемеханика, 1967, № 3, 98—116 (РЖМат, 1967, 8В329)
71. *Кирьянов Б. Ф.*, Эквивалентность систем, реализующих стохастический принцип вычислений. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1972, № 5, 121—128 (РЖМат, 1973, 3В637)
72. *Коваленко И. Н.*, Замечание о сложности представления событий в вероятностных и детерминированных автоматах. Кибернетика, 1965, № 2, 35—36 (РЖМат, 1966, 11В186)
73. *Костромин Г. Я.*, О нахождении имплицирующего вектора для стохастической матрицы. (Редколлегия Ж. Автоматика и вычислит. техн. АН Латв.ССР). Рига, 1972. 10 с., библиогр. *4 назв.* (Рукопись деп. в ВИНИТИ № 4248 — 72. Деп. от 10 апр. 1972 г. (РЖКиб, 1972, 9Г198 Деп.)
74. *Кочкарев Б. С.*, К вопросу об устойчивости вероятностных автоматов. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1967, *127*, № 3, 82—87 (РЖМат, 1968, 9В246)
75. —, Об устойчивости вероятностных автоматов. Кибернетика, 1968, № 2, 24—30 (РЖМат, 1968, 12В390)
76. —, О проверке выполнимости одного достаточного условия устойчивости вероятностных автоматов. В сб. «Теория автоматов». Семинар. Вып. 4, Киев, АН УССР, 1967, 79—90, также Кибернетика, 1969, № 4 (РЖМат, 1969, 3В244)
77. —, О частичной устойчивости вероятностных автоматов. Докл. АН СССР, 1968, *182*, № 5, 1022—1025 (РЖМат, 1969, 7В256)
78. —, Одно достаточное условие дефинитности события, представленного вероятностным автоматом. Уч. зап. Казанск. ун-т, 1969, *129*, № 4, 12—20 (РЖМат, 1970, 8В288)
79. *Крысанов А. И.*, Алгоритмы параллельной декомпозиции вероятностных автоматов. В сб. «Экон.-мат. методы и программир. план. экон. задач». М., 1972, 126—134 (РЖМат, 1972, 12В262)
80. *Куклин Ю. И.*, Двусторонние вероятностные автоматы. (Автоматика и вычисл. техн.), 1973, № 5, 35—36 (РЖМат, 1974, 5В487)
81. *Кээвалик А. Э.*, Якобсон Г. Э., Об одном способе декомпозиции автономных вероятностных автоматов. Тр. Таллинск. политехн. ин-та, 1973, № 350, 53—59 (РЖМат, 1974, 6Г227)
82. —, —, Метод декомпозиции вероятностных автоматов. В сб. «Дискретн. системы. Т. 4». Рига, «Зинатне», 1974, 13—21 (РЖМат, 1975, 5В604)
83. *Лазарев В. Г.*, Ченцов В. М., К вопросу получения приведенной формы стохастического автомата. В сб. «Синтез дискретных автоматов и управляющих устройств». М., «Наука», 1968.
84. —, —, Использование стохастических автоматов для распределения ин-

формации. В сб. «Автоматы, гибридн. и управляющ. машины». М., «Наука», 1972, 66—72 (РЖМат, 1972, 7В373)

85. —, —, О минимизации числа внутренних состояний стохастического автомата. В сб. «Синтез дискретн. автоматов и упр. устройств». М., «Наука», 1968, 150—159 (РЖМат, 1969, 4В295)

86. *Лапиньш Я. К.*, Минимизация вероятностных автоматов, представляющих конечные информационные среды. Автоматика и вычисл. техн., 1973, № 1, 7—9 (РЖМат, 1973, 8В401)

87. —, О нестохастических языках, получаемых как объединение или пересечение стохастических языков. Автоматика и вычисл. техн., 1974, № 4, 6—13 (РЖМат, 1975, 1В625)

88. —, Метра И. А., Об одном методе синтеза преобразователей вероятностных распределений. Автоматика и вычисл. техн., 1973, № 4, 32—37 (РЖМат, 1973, 12В17)

89. *Ларин А. А.*, Основные понятия теории вероятностных цифровых автоматов. В сб. «Кибернет. и автоматическое управл.» Тр. семинара, Вып. 2, Киев, 1968, 3—8 (РЖМат, 1969, 2В285)

90. —, Информационные проблемы теории вероятностных цифровых автоматов. В сб. «Автоматы, гибридн. и управляющие машины». М., «Наука», 1972, 59—65 (РЖМат, 1972, 7В374)

91. *Левин В. И.*, Определение характеристик вероятностных автоматов с обратными связями. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, 1966, № 3, 107—110 (РЖМат, 1966, 11В184)

92. —, Операционный метод изучения вероятностных автоматов. Автоматика и вычисл. техн., 1967, № 1, 18—25, (РЖМат, 1967, 11В261)

93. —, Многосвязные вероятностные автоматы. Изв. АН СССР, Техн. кибернетика, № 6, 1968, 63—68 (РЖМат, 1969, 7В258)

94. —, Анализ надежности неоднородных марковских автоматов. В сб. «Надежность и эффективн. дискретн. систем». Рига, «Зинатне», 1968, 141—145 (РЖМат, 1969, 2В304)

95. *Леу К.*, Мур Э. Ф., Шеннон К. Э., Шапиро Н., Вычислимость на вероятностных машинах. В сб. «Автоматы». М., Изд-во ин. лит., 1956, 281—305

96. *Лоренц А. А.*, Некоторые вопросы конструктивной теории конечных вероятностных автоматов. Автоматика и вычисл. техн. 1967, № 5, 57—80 (РЖМат, 1968, 6В323)

97. —, Обобщенно квазидефинитные конечные вероятностные автоматы и некоторые алгоритмические проблемы. Автоматика и вычисл. техн., 1968, № 5, 1—8 (РЖМат, 1969, 4В281)

98. —, Вопросы сводимости конечных вероятностных автоматов. Автоматика и вычисл. техн., 1969, № 7, 4—13 (РЖМат, 1969, 12В350)

99. —, Синтез устойчивых вероятностных автоматов. Автоматика и вычислит. техн., 1969, № 4, 90—91 (РЖМат, 1970, 3В343)

100. —, Экономия состояний конечных вероятностных автоматов. Автоматика и вычисл. техн., 1969, № 2, 1—9

101. —, О характере событий, представимых в конечных вероятностных автоматах. Автоматика и вычисл. техн. 1971, № 3, 91—93 (РЖМат, 1971, 10В614)

102. —, Элементы конструктивной теории вероятностных автоматов. Рига «Зинатне», 1972, 236 с. (РЖМат, 1973, 3В410К)

103. —, Проблемы конструктивной теории вероятностных автоматов. В сб. «Вероятностн. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 37—53 (РЖМат, 1971, 10А23)

104. —, Синтез надежных вероятностных автоматов. Рига, «Зинатне», 1975, 168 с (РЖМат, 1976, 3В421)

105. —, Об устойчивости конечных вероятностных автоматов. В сб. «Теория конечн. автоматов и ее прил. Вып. 3.» Рига, «Зинатне», 1974, 52—60 (РЖМат, 1975, 2В585)

106. *Макаревич Л. В.*, О достижимости в вероятностных автоматах. Сообщ. АН ГрузССР, 1969, *53*, № 2, 293—296 (РЖМат, 1969, 10В242)

107. —, О реализуемости вероятностных операторов в логических сетях. В сб. «Дискретн. анализ». Вып. 15. Новосибирск, 1969, 35—56 (РЖМат, 1970, 11В302)
108. —, Проблема полноты в структурной теории вероятностных автоматов. Кибернетика, 1971, № 1, 17—30 (РЖМат, 1971, 8В491)
109. —, Об общем подходе к структурной теории вероятностных автоматов. В сб. «Вероятностн. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971 (РЖМат, 1971, 9В415)
110. —, Гиоргадзе А. Х., К вопросу о структурной теории вероятностных автоматов. Сообщ. АН Груз ССР, 1968, *50*, № 1, 37—42 (РЖМат, 1968, 11В313)
111. —, Матевосян А. А., Преобразование случайных последовательностей в автоматах. Автоматика и вычисл. техн., 1970, № 5, 8—13 (РЖМат, 1971, 2В399)
112. —, —, Установочные эксперименты с конечными вероятностными автоматами. Автоматика и телемеханика, 1972, № 8, 88—92 (РЖМат, 1972, 11В344)
113. —, —, Эргодические автоматы. Сообщ. АН ГрузССР, 1975, *78*, № 2, 313—315 (РЖМат, 1975, 12В588)
114. *Макаров С. В.*, О реализации стохастических матриц конечными автоматами. В сб. «Вычисл. системы. Вып. 9». Новосибирск, 1963, 65—70 (РЖМат, 1964, 9В134)
115. *Маранджян Г. Б.*, О выделении наиболее вероятных траекторий цепей Маркова. Сб. научн. тр. Ереван. политехн. ин-та, 1968, *24*, 231—238 (РЖМат, 1969, 5Г194)
116. *Маслов А. Н.*, Вероятностные машины Тьюринга и рекурсивные функции. Докл. АН СССР, 1972, *205*, № 5, 1018—1020 (РЖМат, 1972, 8В429)
117. *Матевосян А. А.*, Об универсальном источнике P-ичных случайных последовательностей. Ин-т кибернет. АН Груз ССР. Тбилиси, 1974, 19 с., ил., библиогр. 5 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 8 стр. 1974 г., № 887—74 Деп.)
118. *Матюшков Л. П.*, О реализации автономных стохастических автоматов. Тр. I Респ. конференции математиков Белоруссии, 1964, Минск «Высш. школа», 1965, 166—170 (РЖМат, 1966, 11В225)
119. *Метев Боян.*, Некоторые вероятностные автоматы с переменной структурой. Тр. междунар. семинара по прикл. аспектам теории автоматов. Варна, 1971, Т. 2, 442—449 (РЖМат, 1971, 12В685)
120. *Метра И. А.*, Сравнение числа состояний вероятностных и детерминированных автоматов, представляющих заданные события. Автоматика и вычисл. техн., 1971, № 5, 94—96 (РЖМат, 1972, 2Г122)
121. —, Стохастический счетчик. В сб. «Вероятностн. автоматы и их применение». Рига, «Зинатне», 1971, 33—36 (РЖМат, 1971, 12В689)
122. —, Об укрупняемости произведений стохастических матриц. Автоматика и вычисл. техн., 1972, № 3, *20* (РЖМат, 1972, 10В415)
123. —, Смилгайс А. А., О дефинитности и регулярности событий, представленных вероятностными автоматами. Автоматика и вычисл. техн., 1968, № 4, 1—7 (РЖМат, 1969, 1В303)
124. —, —, О некоторых возможностях представления нерегулярных событий вероятностными автоматами. Латв. матем. ежегодник, 1968. Вып. 3, Рига, «Зинатне», 253—261 (РЖМат, 1969, 3В243)
125. *Мучник А. А.*, Общие линейные автоматы. В сб. «Проблемы кибернетики». Вып. 23. М., «Наука», 1970, 171—208 (РЖМат, 1971, 4В459)
126. —, Маслов А. Н., Регулярные, линейные и вероятностные события. Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1973, *133*, 149—168 (РЖМат, 1974, 3В397)
127. *Невельсон М. Б.*, Хасьминский Р. З., Об устойчивости стохастических систем. В сб. «Пробл. передачи информ.», 1966, *2*, № 3, 76—91 (РЖМат, 1967, 1В59)
128. *Неймарк Ю. И.*, Григоренко В. П., Рапопорт А. Н., Об оптимизации независимыми детерминированными и стохастическими автома-

тами. В сб. «Прикл. матем. и кибернет.», Материалы к Всес. межвуз. симпозиуму по прикл. матем. и кибернет.» Горький, 1967, 148—166 (РЖМат, 1968, 1В306)
129. *Паршенков Н. Я.,* Ченцов В. М., К вопросу минимизации стохастического автомата. В сб. «Проблемы передачи информации», 1969, *5*, № 4, 81—83 (РЖМат, 1970, 5В348)
130. —, —, Устойчивость внутренних состояний вероятностного автомата. Кибернетика, 1970, № 6, 47—52 (РЖМат, 1971, 5В449)
131. —, —, О теории стохастических автоматов. В сб. «Дискретн. автоматы и сети связи». М., «Наука», 1970, 141—184 (РЖКиб, 1971, 2Г216)
132. —, —, Некоторые вопросы теории вероятностных автоматов. Тр. Междунар. симпозиума по прикл. аспектам теории автоматов. Варна, 1971, Т. 2, 454—463 (РЖМат, 1971, 11В601)
133. —, —, Вопросы теории вероятностных автоматов. В сб. «Автоматы и упр. сетями связи». М., «Наука», 1971, 180—202 (РЖМат, 1972, 6В306)
134. *Подниек К. М.,* О точках сечения некоторых вероятностных автоматов. Автоматика и вычисл. техн., 1970, № 5, 90—91 (РЖМат, 1971, 2В401)
135. *Поздняк А. С.,* Адаптивные вероятностные автоматы. В сб. «VI Всес. совещ. по пробл. упр.», 1974. Реф. докл., ч. I, М., «Наука», 1974, 57—61 (РЖМат, 1975, 4В507)
136. —, Исследование сходимости алгоритмов функционирования обучающихся стохастических автоматов. Автоматика и телемеханика, 1975, № 1, 88—103 (РЖМат, 1975, 6В584)
137. *Поспелов Д. А.,* О некоторых задачах вероятностной логики. Тр. Моск. энерг. ин-та. Вып. 42, 1962, 153—159 (РЖМат, 1963, 5В315)
138. —, Вероятностные автоматы. М., «Энергия» 1970, 88 с.
139. *Пяткин Вал. П.,* Пяткин Вяч. П., Романов А. К., Об одной задаче синтеза вероятностных автоматов. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1972, № 4, 130—132 (РЖМат, 1974, 6В528)
140. *Растригин Л. А.,* Рипа К. К., Статистический поиск как вероятностный автомат. Автоматика и вычислит. техн., 1971, № 1, 50—55 (РЖМат, 1971, 6В428)
141. *Рипа К. К.,* Некоторые статистические свойства оптимизирующих автоматов и случайного поиска. Автоматика и вычисл. техн., 1970, № 3, 28—32 (РЖКиб, 1970, 12Г249)
142. —, Свойства системы оптимизации коллективом независимых автоматов со случайными выходами. В сб. «Проблемы случайн. поиска». Вып. 3. Рига, «Зинатне», 1974, 27—41 (РЖМат, 1975, 2В584)
143. —, Алгоритмы самообучения при случайном поиске как вероятностные автоматы. В сб. «Пробл. случайн. поиска». Вып. 2. Рига, «Зинатне», 1973, 99—126 (РЖМат, 1В241)
144. *Рогинский В. Н.,* Об одном типе вероятностных дискретных автоматов. В сб. «Пробл. передачи информ.» М., «Наука», Вып. 17, 1964, 85—90 (РЖМат, 1965, 2В286)
145. *Ротенберг А. Р.,* Асимптотическое укрупнение состояний некоторых стохастических автоматов. В сб. «Проблемы передачи информации». Вып. 9, 1973, № 4 (РЖКиб, 1974, 4Г258)
146. *Роткоп Л. Л.,* Методы исследования статистических автоматов релейного действия при стохастических возмущениях. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1963, № 4, 107—114 (РЖМат, 1964, 3В166)
147. *Сафонов И. В.,* К вопросу определения переходных вероятностей. В сб. «Теория автоматов», Тр. семинара. Вып. I, Киев, 1969, 107—112 (РЖМат, 1970, 8В196)
148. *Сильвестрова Э. М.,* Конечные марковские стохастические автоматы с дискретным временем. I. М., Кибернетика, 1972, № 3, 122—133 (РЖМат, 1972, 12В260)
149. —, Конечные марковские стохастические автоматы с дискретным временем. II. М., «Кибернетика», 1972, № 4, 26—30 (РЖМат, 1973, 3В411)
150. —, Об оптимальном конструировании вероятностных автоматов с альтер-

нативной памятью. В сб. «Мат. модели сложн. систем». Киев, 1973, 169—173 (РЖМат, 1974, 8В394)
151. *Сраговuч В. Г.*, Флеров Ю. А., Об одном классе стохастических автоматов. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1965, № 2, 66—73 (РЖМат, 1965, 9В220)
152. *Схиртладзе Р. Л.*, О синтезе *Р*-схемы из контактов со случайными дискретными состояниями. Сообщ. АН Груз ССР, 1961, *26*, № 2, 181—186 (РЖМат, 1962, 1В230)
153. —, Выравнивание распределений двоичных случайных последовательностей функциями алгебры логики. Сообщ. АН Груз ССР, 1965, *37*, № 1, 37—44 (РЖМат, 1965, 7В130)
154. —, Об оптимальном выравнивании распределений булевых случайных величин. Сообщ. АН Груз. ССР, 1965, *40*, № 3, 559—566 (РЖМат, 1966, 6В156)
155. —, О методе построения булевой величины с заданным распределением вероятностей. В сб. «Дискретн. анализ». Вып. 7, Новосибирск, 1966, 71—80 (РЖМат, 1967, 1В211)
156. —, Об одном способе синтеза марковского автомата. Сообщ. АН Груз ССР, 1969, *55*, № 3, 549—552 (РЖМат, 1970, 5В347)
157. —, Синтез вероятностных преобразователей в коде «диагональных» векторов. В сб. «Исслед. некотор. вопр. мат. кибернет.». Тбилиси, Тбилис. гос. ун-т, 1973, 81—86 (РЖМат, 1973, 11В534)
158. —, Чавчанидзе В. В., К вопросу синтеза дискретных стохастических устройств. Сообщ. АН Груз. ССР, 1961, *27*, № 5 (РЖМат, 1962, 11В241)
159. Теория конечных и вероятностных автоматов. Тр. междунар. симпозиума по теории релейн. устройств и конечн. автоматов (ИФАК), М., «Наука», 1965, 403 (РЖМат, 1966, 3В190 К)
160. *Трахтенброт Б. А.*, Замечания о сложности вычислений на вероятностных машинах. В сб. «Теория алгоритмов и мат. логики». М., Вычисл. центр АН СССР, 1974, 159—176
161. *Усачев Е. С.*, Стохастическая модель обучения и ее свойства. В сб. «Исслед. по теории самонастраивающ. систем». М., Вычисл. центр АН СССР, 1967, 8-26 (РЖМат, 1967, 12В287)
162. —, О реализации стохастической модели автоматики. В сб. «Исслед. по теории самонастраивающихся систем.» М., Вычисл. центр АН СССР, 1971, 207—222 (РЖМат, 1972, 3В331)
163. *Фараго Т.*, К постановке задачи о предсказывании с помощью вероятностного автомата. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. кибернет.», Вып. 10. Л., Ленингр. ун-т, 1974, 46—61 (РЖМат, 1974, 9В488)
164. *Флеров Ю. А.*, Об итогах стохастических автоматов. В сб. «Исслед. по теории самонастраивающихся систем.» М., Вычисл. центр АН СССР, 1967, 97—114 (РЖМат, 1967, 12В291)
165. —, Предельное поведение одного класса стохастических автоматов с переменной структурой. В сб. «Вопр. кибернетики. Адаптив. системы». М., 1974, 140—145 (РЖМат, 1975, 1В628)
166. *Фрейвалд Р. В.*, К сравнению возможностей вероятностных и частотных алгоритмов. В сб. «Дискретн. системы». Т. 4. Рига, «Зинатне», 1974, 280—287 (РЖМат, 1975, 5В577)
167. *Фудзимато Синти*, Фукао Такэси. Анализ вероятностного автомата. Бюлл. Электр. техн. лаборатории. 1966, *30*, № 8, (РЖКиб, 1967, 4Г151)
168. *Церцвадзе Г. Н.*, Некоторые свойства и методы синтеза стохастических автоматов. Автоматика и телемеханика, 1963, *24*, № 3, 341—352 (РЖМат, 1964, 1В267)
169. —, Стохастические автоматы и задача построения надежных автоматов из ненадежных элементов. Автоматика и телемеханика, 1964, *25*, № 2, 213—226 (РЖМат, 1964, 11В206)
170. —, О стохастических автоматах, асимптотически оптимальных в случай-

ной среде. Сообщ. АН Груз ССР, 1966, *43*, № 2, 433—438 (РЖМат, 1967, 5В173)
171. —, Стохастический автомат с гистерезисной тактикой. Тбилисис университетис шромеби, Тр. Тбилиск. ун-та, 1970, *135*, 57—61 (РЖМат, 1971, 1В368)
172. *Цетлин М. Л.*, Гинзбург С. Л., Об одной конструкции стохастических автоматов. В сб. «Пробл. кибернетики». Вып. 20, М., «Наука», 1968, 19—26 (РЖМат, 1969, 8В233)
173. *Ченцов В. М.*, Синтез стохастического автомата. В сб. «Проблемы синтеза цифровых автоматов». М., «Наука», 1967, № 13, 135—144 (РЖМат, 1968, 7В299)
174. —, Об одном методе синтеза автономного стохастического автомата. Кибернетика, 1968, № 3, 32—35 (РЖМат, 1968, 12В293)
175. —, Синтез стохастического автомата. В сб. «Проблемы синтеза цифровых автоматов». М., «Наука», 1967, 135—144 (РЖМат, 1968, 7В299)
176. —, Исследование поведения стохастических автоматов с переменной структурой. В сб. «Информационные сети и коммутация». М., «Наука», 1968 (РЖКиб, 1969, 5Г195)
177. *Четвериков В. Н.*, Бакановнч Э. А., Меньков А. В., Исследования управляемых вероятностных элементов и устройств. В сб. «Дискретн. системы. Т. 4». Рига, «Зинатне», 1974, 57—66 (РЖМат, 1975, 4В510)
178. *Чирков М. К.*, К анализу вероятностных автоматов. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. программир.». Вып. 4. Л., Ленингр. гос. ун-т, 1965, 100—103 (РЖМат, 1968, 1В299)
179. —, Композиция вероятностных автоматов. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. кибернет». Вып. 5, Л., Ленинградск. гос. ун-т, 1968, 31—59 (РЖМат, 1969, 4В296)
180. —, Вероятностные автоматы и вероятностные отображения. В сб. «Дискретн. анализ», Вып. 7. Новосибирск, 1966, 61—70 (РЖМат, 1967, 2В225)
181. —, Эквивалентность вероятностных конечных автоматов. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. кибернет.» Вып. 5. Л., Ленингр. гос. ун-т, 1968, 3—30 (РЖМат, 1969, 6В278)
182. —, О вероятностных конечных автоматах. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. программирования». Вып. 3. Л., Ленингр. гос. ун-т, 1964, 44—57
183. —, Вероятностные задачи доопределения частичных автоматов без памяти. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. кибернет.», Вып. 8. Л., Ленингр. гос. ун-т, 1971, 66—81 (РЖМат, 1971, 11В599)
184. —, О минимизации вероятностных автоматов. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. кибернет.». Вып. 9, М., Моск. гос. ун-т, 1972, 88—99 (РЖМат, 1973, 2В374)
185. —, Буй-Мин Чи, Приведенные формы частичных вероятностных автоматов. В сб. «Вычисл. техн. и вопр. кибернет.», Вып. 11, М., Моск. гос. ун-т, 80—93 (РЖМат, 1974, 10В467)
186. —, Шилкевич Т. П., О реализуемости вероятностных автоматов автоматами со случайными входами. В сб. «Методы вычислений», Вып. 6, Л., Ленингр. гос. ун-т, 1970, 127—136 (РЖМат, 1971, 1В364)
187. *Шмуклер Ю. И.*, Теоретико-информационные оценки процесса обучения. В сб. «Техн. кибернетика». М., «Наука», 1965, 318—325 (РЖМат, 1966, 12В437)
188. —, О поиске условного экстремума вероятностным автоматом. В сб. «Исслед. по теории самонастраивающ. систем». М., Вычисл. центр АН СССР, 1967, 115—137 (РЖМат, 1968, 5В250)
189. *Шрейдер Ю. А.*, Модели обучения и управляющие системы. В кн. Буш Р., Мостеллер «Стохастические модели обучаемости». М., Изд-во ин. лит., 1962
190. *Яковлев В. В.*, Стохастические функциональные преобразователи. Автоматика и вычисл. техника, 1973, № 6, 25—28 (РЖМат, 1974, 5В486)
191. *Ярошицкий Н. В.*, Предельное поведение замкнутой системы автоматов

со случайным входом. Кибернетика, 1965, № 1, 57—61 (РЖМат, 1967, 2В240)
192. —, Вероятностно-автоматное моделирование дискретных систем. Кибернетика, 1966, № 5, 35—43 (РЖМат, 1967, 4В238)
193. —, Теорема существования эргодических распределений для одной частной системы автоматов. В сб. «Теория автоматов. Семинар. Вып. 1». Киев, «Наукова думка», 1966, 22—23 (РЖМат, 1967, 12В288)
194. *Adam A.*, On stochastic truth functions. Coloq. Inform. Theory, Debrecen, 1967, Abstracts, Budapest, s. a. 1—2 (РЖМат, 1968, 12В396)
195. *Adomian G.*, Linear stochastic operators. Revs. Mod. Phys., 1963, *35*, № 1, 185—207 (РЖМат, 1964, 5В37)
196. *Aleksic Tihomir Z.* On near optimal decomposition of stochastic matrices. Publ. Electrotehn. fak. univ. Beogradu. Ser. Math. i fiz, 1969, № 274—301, 135—138 (РЖМат, 1970, 9В339)
197. *Arbib M.*, Realisation of stochastic systems. Ann. Math. Statist., 1967, *38*, № 3, 927—933 (РЖМат, 1971, 9В106)
198. *Baba Norio,* Sawaragi Yoshikazu., Consideration on the learning behaviours of stochastic automata. «Кэйсоку дзидо сэйге гаккай ромбунсю» Trans. Soc Instrum. and Contr. Eng., 1974, *10*, № 1, 78—85 (РЖМат, 1975, 1В629)
199. *Bacon G. C.*, The decomposition of stochastic automata. Inform. and Contr., 1964, 7, № 3, 320—339 (РЖМат, 1966, 11В188)
200. —, Minimal-state stochastic finite-state systems. IEEE Trans. Circuit Theory, CT-11, 1964, (РЖМат, 1965, 1В175)
201. *Bancilhon Francois.*, A geometric model for stochastic automata. IEEE Trans. Comput., 1974, *23*, № 12, 1290—1299 (РЖМат, 1975, 7В479)
202. *Baztoszynski R.*, Some remarks on extension of stochastic automata. Bull. Acad. Pol. Sci. Ser. scimath. astron. et phys, 1970, 18, № 9, 551—556 (РЖМат, 1971, 5В450)
203. *Bertoni A. T.*, The solution of problems relative to probabilistic automata in the frame of the formal language theory. Lect. Notes Comput. Sci., 1975, *26*, 107—112 (РЖМат, 1976, 1В708)
204. —, Mathematical methods of the theory of stochastic automata. Lect. Notes Comput. Sci., 1975, *28*, 9—22 (РЖМат, 1976, 1В709)
205. *Blackwell D.*, Koopmans L., On the identifiability problem for functions of finite Markov chains. Ann. Math. Statist., 1957, *28*, № 4, 1011—1015 (РЖМат, 1959, 4015)
206. *Booth Taylor L.*, Probabilistic automata and system models. An overview «5-th Asilomar Conf. Circuits and Syst., Pacific Grove Calif., 1971. Conf. Rec». North Hollywood, Calif., 1972, 1-4 (РЖМат, 1974, 8В397)
207. *Böhling Karl Heinz,* Dittrich Gisbert., Endliche stochastische Automaten. B. I. — Hochschulskripten, № 6, 766a. Bibliographisches Institut, Mannheim-Vienna-Zürich, 1972, 138
208. *Böhme J. F.*, Einfache diagnostische Vorgabeexperimente mit stochastischen Automaten. Ber. Math. Forschungsinst. Oberwolfach, 1970, № 3, 117—127 (РЖМат, 1971, 11В598)
209. —, Diagnostische Vorgabeexperimente mit stochastischen Automaten. Computing, 1971, *8*, № 2, 2 (РЖКиб, 1972, 6Г142)
210. —, Experimente mit stochastischen Automaten. Diss. Doct. — Ing. Techn. Fak. Univ. Erlangen-Nürnberg, 1970, *95* (РЖКиб, 1971, 9Г112)
211. *Bukharajev R. G.*, Applied aspects of probabilistic automata. Prog. IFAC 5-th World Congr., 1972. Part 4, S. 1., s. a. 39—2/1—39—12/8 (РЖМат, 1974, 7В584)
212. *Carlyle J. W.*, Reduced forms for stochastic sequential machines. J. Math. Analysis and Applic., 1963, 7, № 2, 167—175 (РЖМат, 1964, 12В229)
213. —, On the external probability structure finitestate channels. Inform. and Contr., 1964, *7*, № 3, 385—397 (РЖМат, 1965, 5В151)
214. —, State-calculable stochastic sequential machines, equivalences, smf. events. IEEE Conf. Rec. Switch. Circuit Theory and Logic Design, Ann.

Arbor, Mich., 1965 N. Y., Inst. Electron. Engrs, Inc, 1965, 258-263 (РЖМат, 1967, 7В222)
215. —, Stochastic finite-state system theory «System Theory», Mc-Crew-Hill, 1969, № 4, 387—424
216. —, P a z A., Realizations by stochastic finite automata. J. Comput. and Syst. Sci. 1971, *5*, № 1, 26-40 (РЖМат, 1972, 2В427)
217. *Cerny J.*, Note on stochastic transformers. Mat. cas., 1970, **20**, № 2, 101—108 (РЖМат, 1971, 1В369)
218. —, V i n a z J., On simple stochastic models. Mat. cas., 1970, *20*, № 4, 293—303 (РЖМат, 1971, 6В430)
219. *Chandrasekaran B.*, S h e n D. W., Adaptation of stochastic automata in nonstationary environments. Proc. Nat. Electron. Conf. Chicago III, *23*, 1967. Chicago III, 1967, 39—44 (РЖКиб, 1969, 5Г197)
220. —, —, Stochastic automata games. IEEE Trans. Syst. Sci. and Cybernet., 1969, **5**, № 2, 145—149 (РЖМат, 1970, 3В340)
221. *Chen Chi-Tsong*, Minimization of linear sequential machines. IEEE Trans. Comput., 1974, *23*, № 1, 93—95 (РЖМат, 1974, 9В501)
222. *Chen I-Ngo*, *S h e n g C. L.*, The decision problems of definite stochastic automata. SIAM J. Control., 1970, *8*, № 1, 124—134 (РЖМат, 1970, 12В395)
223. *Claus V.*, Ein Reduktionssatz für stochastische Automaten. Z. angew. Math. und Mech., 1968, *48*, № 8, Sonderh., 115—117 (РЖМат, 1969, 10В243)
224. *Cleave J. P.*, The synthesis of finite homogenous Markov chains. Cybernetica, 1962, *15*
225. *Davis A. S.*, Markov chains as random input automata. Amer. Math. Monthly, 1961, *68*, № 3, 264—267 (РЖМат, 1962, 4В16)
226. *Ecker K.*, R a t s c h e k H. Eigenschaften der von linearen Automaten erkennbaren Worte. Acta Inform., 1974, *3*, № 4, 365—383 (РЖМат, 1975, 3В565)
227. *Eichner Lutz*, Homomorphe Darstellung endlicher Automaten in linearen Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybern. 1973, *9*, № 10, 587—613 (РЖМат, 1974, 11В492)
228. *El-Choroury Hassan N.*, G u p t a S o m e s h w a r C., Convex stochastic sequential machines. Int. J. Sci. Syst., 1971, *2*, № 1, 97—112 (РЖМат, 1972, 6В308)
229. —, —, Realization of stochastic automata. IEEE Trans. Comput., 1971, *20*, № 8, 889—893 (РЖМат, 1972, 3В333)
230. *Ellis C. A.*, Probabilistic languages and automata. Ph. D. Diss. Univ. of Illionis, 1969
231. —, Probabilistic tree automata. Inform. and Contr., 1971, *19*, № 5, 401—416 (РЖМат, 1972, 6В309)
232. *Engelbert H. J.*, Zur Reduktion stochasticher Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybernet. 1968, *4*, № 2, 81—92 (РЖМат, 1969, 5В352)
233. *Even S.*, Comments on the minimization of stochastic machines. IEEE Trans. Electron. Comput., 1965, *14*, № 4, 634—637 (РЖМат, 1967, 1В213)
234. *Feichtinger G.*, Zur Theorie abstrakter stochastischer Automaten. Z. Wahrscheinlichkeitstheorie und verw. Geb., 1968, *9*, № 4, 341—356 (РЖМат, 1969, 5В351)
235. —, Stochastische Automaten als Grundlage linearen Lernmodelle. Statistisches Heft, 1969, *10*, № 1
236. —, Ein Markoffsches lernmodell für Zwei-Personen-Spiele. Elektron. Datenverarb., 1969, *11*, № 7, 322—325 (РЖМат, 1970, 3В407)
237. —, Lernprozesse in stochastischen Automaten. Lect. Notes Oper. Res. and Math. Syst., 1970, *24*, 66 (РЖМат, 1970, 11В303)
238. —, Gekoppelte stochstische Automaten und sequentielle Zwei-Personen-Spiele. Unternehmenforsch., *14*, № 4, 249—258 (РЖМат, 1971, 6В426)
239. —, Stochastische Automaten mit stetigem Zeitparameter. Angew. Inform., 1971, *13*, № 4, 156—164 (РЖКиб, 1971, 10Г85)

240. *Fischer K.*, Lindner R., Thiele H., Stabile stochastische Automaten. 1967, *3*, № 4, 201—213 (РЖМат, 1968, 8В272)
241. *Fox M.*, Conditions under which a given process is a function of a Markov Chain. Ann. Math. Statist., 1962, *33*, № 3
242. *Freivald R. V.*, Functions computable in the limit by probabilistic machines. Lect. Notes. Comput. Sci., 1975, *28*, 77—87 (РЖМат, 1976, 1В710)
243. *Fujimoto Sinti,* On the partition pair and the decomposition by partition pair for stochastic automata. Дэнси цусин гаккай ромбунси, Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap., 1973, *56*, № 11, 615—622 (РЖМат, 1974, 4В391)
244. *Fu King-Sun,* Li T. J., On stochastic automata and languages. Inform. Sci., 1969, *1*, № 4, 403—419 (РЖМат, 1970, 6В406)
245. *Gaines B. R.*, Memory minimization in control with stochastic automata. Electron. Lett., 1971, *7*, № 24, 710—711 (РЖМат, 1972, 5В209)
246. *Gallaire Herve*, On the isomorphism of linear automata. Int. Comput. Symp. Venice, 1972, Proc. S. l, s. a., 473—484 (РЖМат, 1974, 11В490)
247. *Gelenbe S. Erol,* On the loop-free decomposition of stochastic finite state systems. Inform. and Contr., 1970, **10**, № 5, 474-484 (РЖМат, 1973, 7В425)
248. —, On probabilistic automata with structiral restrictions. IEEE Conf. Rec. 10th Annal. Sympos. Switch and Automata Theory. Waterloo, 1969 N. Y., 1969, 90—99 (РЖМат, 1971, 1В366)
249. —, A realizable model for stochastic sequential machines. IEEE Trans. Comput., 191, **20**, № 2, 199—204 (РЖМат, 1971, 10В615)
250. —, On languages defined by probabilistic automata. Inform. and Contr., 1970, *16*, № 5, 487—501 (РЖМат, 1971, 3В334)
251. *Gilbert E. J.*, On the identifiability problem for functions of finite Markov chains. Am. Math. Statist., 1959, *30*
252. *Gill A.*, On a weight distribution problem with applications to the design of a statistic generators. J. Assoc. Comput. Mach., 1963, *10*, № 1, 110—121 (РЖМат, 1964, 7В526)
253. —, The reduced form of a linear automaton. Automata theory. New York—London, Acad. Press, 1966, 164—175 (РЖМат, 1967, 1В193)
254. —, Synthesis of probability transformers. J. Franklin Inst., 1962, *274*, № 1, 1—19 (РЖМат, 1963, 9В391)
255. —, Analysis and synthesis of stable linear sequential circuits. J. Assoc. Comput. Mach., 1965, *12*, № 1, 141—149 (РЖМат, 1966, 4В100)
256. *Gill J. T.*, Computational complexity of probabilistic Turing machines. Proc. 6-th Ann. ACM Symp. on Theory of Comp., 1974, 91—96
257. *Glorioso R. M.*, Learning in stochastic automata. «5-th Asilomer Conf. Circuits and Syst., Pacific Grove, Calif., 1971, Conf. Rec». North Hollywood, Calif., 1972, 11—15 (РЖМат, 1974, 8В396)
258. *Goscinski Andrzej,* Jakubowski Ryszard. Automat stochastyczny jako model programowania dynamicznego. Podst. sterow, 1972, *2*, № 2, 147—162 (РЖМат, 1972, 12В261)
259. *Griffiths T. V.*, The unsolvability of the equivalence problem for free nondeterministic generalized machines. J. Assoc. Comput. Math., 1968, *15*, № 3, 409—413 (РЖМат, 1969, 3В407)
260. *Guiasu S.*, On codification in abstract random automata. Inform. and Contr., 1968, *13*, № 4, 277—283 (РЖМат, 1969, 4В293)
261. *Havranek Tomas*, An application of logical probabilistic expressions to the realization of stochastic automata. Kybernetika, 1974, *10*, № 3, 241—257 (РЖМат, 1974, 8В361)
262. *Heller A.*, Probabilistic automata and stochastic transformations. Math. Syst. Theor. 1967, *1*, № 3, 197—208 (РЖМат, 1969, 5В353)
263. *Homuth H. H.*, A type of a stochastic automation applicable to the communication channel. Angew. Inform., 1971, № 8, 362—372 (РЖМат, 1972, 1В654)
264. *Horvath W. J.*, Stochastic models of behavior. Manag. Sci., 1966, *12*, № 12, В513—В518, (1967, РЖМат, 8В273)

265. *Inagaki Y.*, Fukumura T., Matuura H., Some aspects of linear space automata. Inform. and Contr., 1972, *20*, № 5, 439—479
266. *Jarvis R. A.*, Adaptive global seach in time-variant environment using a probabilistic automation with pattern recognition supervision. IEEE Trans. Syst. Sci. and Cybern., 1970, *6*, № 3, 209—217 (РЖМат, 1971, 4В708)
267. *Kashyap R. L.*, Optimization of stochastic finite-state systems. IEEE Trans. Automat. Control, 1966, *11*, № 4, 685—692, (РЖМат, 1968, 6В80)
268. *Kfoury D. I.*, Synchronizing sequence for probabilistic automata. Stud. Appl. Math., 1970, *49*, № 1, 101—103 (РЖМат, 1970, 9В338)
269. —, Liu Chung L., Devinite stochastic sequential machines and definite stochastic matrices. IEEE Conf. Rec. 10th Ann. Sympos. Switch and Automata Theory, Waterloo 1969, 100—105 (РЖМат, 1970, 12В394)
270. *Knast R.*, On a certain possibility of structural synthesis of probabilistic automata (polish). Place komisji budowy maszyn i elektrotechniki (posnanskie towarz. przyjaciol nauk) 1967, *1*, № 5, 57—67, (РЖКиб, 1967, 10Г124)
271. —, Repsentability of nonregular languages in finite probabilistic automata. Inform. and Contr., 1970, *16*, № 3, 285—302, (РЖМат, 1971, 1В367)
272. —, Continuous-time probabilistic automata. Inform. and Contr., 1969, *15*, № 4, 335—352 (РЖМат, 1970, 8В285)
273. —, Linear probabilistic sequential machines. Inform. and Contr., 1969, *15*, № 2, 111—129, (РЖМат, 1970, 5В345)
274. —, Finite-state probabilistic languages. Inform. and Contr. 1972, *21*, № 2, 148—170 (РЖМат, 1973, 5В863)
275. *Komiya Noriaki*, Некоторые свойства вероятностных автоматов с пушдаун лентой. Дэмпа кэнкюсё кихо, Rev. Radio Res. Lab., 1971, *17*, № 90, 236—243 (РЖМат, 1972, 2В432)
276. *Kosaraju S. Rao*, Probabilistic automata — a problem of Paz. Inform. and Contr. 1973, *23*, № 1, 97—104 (РЖМат, 1974, 2В930)
277. —, A note on probalistic input-output relations. Inform. and Contr., 1974, *26*, № 2, 194—197 (РЖМат, 1975, 5В605)
278. *Kuich W.*, Walk K., Block-stochastic matrices and associated finite-state languages. Computing, 1966, *1*, № 1, 50—61 (РЖМат, 1967, 1В188)
279. *Kurtis Eaves B.*, Polymatrix games with joint constraints SIAM Appl. Math., 1973, *24*, № 3, 418—423 (РЖМат, 1973, 12В524)
280. *Künstler Herbert*, Algebren endlicher stochastischer Automaten und ihrer Verhaltensfunktionen. I. Elektron. Informationsverarb. und Kybern., 1975, *11*, № 1—2, 61—116 (РЖМат, 1975, 10В337)
281. *Kutsuwa Toshiro*, Kosako Hideo, Kojima Yoshiaki, Некоторые вопросы анализа стохастических последовательностных машин. Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap., 1973, *A56*, № 1, 1—8 (РЖКиб, 1973, 7Г199)
282. *Lakshmivarahan S.*, Thathachar M. A. L., Optimal nonlinear reinforcement schemes for stochastic automata. Inform. Sci. (USA), 1972, *4*, № 2, 121—128 (РЖМат, 1972, 8В449)
283. —, Absolutely expedient learning algorithms for stochastic automata. IEEE Trans. Syst. Man, and Cybern., 1973, *3*, № 3, 281—286 (РЖМат, 1973, 12В461)
284. —, Bayasian learning and reinforcement schemes for stochastic automata. Proc. Int. Conf. Cybern. and Soc. Washington, D. C., 1972, N. Y. 1972, 369—372 (РЖКиб, 1974, 4Г257)
285. *Latikka E.* On density of output probabilities in ergodic probabilistic automata. Turxunyliopiston julk., 1973, Sar. A1, № 158, 11pp. (РЖМат, 1974, 6В527)
286. *Lewis W. E.*, Stochastic sequential machines; theory and applications. Doct. diss. Northwest Univ., 1966, 98. Dissert. Abstrs., 1967, *B27*, № 8, 2782—2783 (РЖМат, 1968, 3В287D)
287. *Liu C. L.*, A note on definite stochastic sequential machines. Inform. and Contr., 1969, *14*, № 4, 407—421 (РЖМат, 1970, 3В341)
288. *Lorenc A. A.*, On the synthesis of generation of stable probability distri-

butions. Inform. and Contr. 1974, *24*, № 3, 212—230 (РЖКиб, 1974, 8Г262)

289. *Lovell Bernard W.*, The incompletely-specified finitestate stochastic sequential machine equivalence and reduction. IEEE Conf. Rec. 10th Annual Sympos. Switch. and Automata Theory, Waterloo. 1969. New York. N. Y. 1969, 82—89 (РЖМат, 1971, 1В362)
290. *Maclaren R. W.*, A stochastic model for the synthesis of learning system. IEEE Trans. Syst. and Cybern., 1966, *2*, (РЖКиб, 1967, 5Г194)
291. *Magidor M.*, Moran G., Probabilistic tree automata and context free languages. Isr. J. Math., 1970, *8*, № 4, 340—348 (РЖМат, 1971, 6В429)
292. *Matluk Mario Magidin,* Gill Arthur, Decomposition of linear sequential circuits residue classrings. J. Franklin Inst., 1972, *294*, № 3, 167—180 (РЖКиб, 1973, 1Г131)
293. *Moisil Gr. C.*, Fenomene de indeterminism la automatele cu relee temporizate. An. Univ. Timisoara. Ser. sti. mat., 1969, *7*, № 1, 91—94 (РЖКиб, 1971, 1Г269)
294. *Narendra Kumpati S.*, Thatchachar M. A. L., Learning automata — a survey. IEEE Trans. Syst. Man. and Cybern., 1974, *4*, № 4, 323—324 (РЖМат, 1974, 12В388)
295. —, Viswanathan R., A two-level system of stochastic automata for periodic random environments. IEEE Trans. Syst. Man. and Cybern., 1972, *2*, № 2, 285—289 (РЖМат, 1972, 9В424)
296. —, —, A note on the linear reinfircement scheme for variable structure stochastic automata. IEEE Trans. Syst., Man. and Cybern., 1972, *2*, № 2, 292—294 (РЖМат, 1972, 9В425)
297. —, —, Stochastic automata model with applications to learning systems. IEEE Trans. Syst. Man. and Cybern., 1973, *3*, № 1, 107—111 (РЖКиб, 1973, 8Г199)
298. —, —, On variable-structure stochastic automata models and optimal convergence. Proc. 5-th Ann. Princeton Conf. Inform. Sci. and Syst., 1971, Princeton, N. Y. 410—414 (РЖКиб, 1973, 10Г204)
299. *Nasu Masakazu,* Honda Namio., Fuzzy events realized by finite probabilistic automata. Inform. and Contr. 1968, *12*, № 4, 284—303 (РЖМат, 1969, 4В294)
300. —, —, A context-free languages which is not accepted by a probabilistic automata (manuscript). Inform. and Contr., 1971, *18*, № 3, 233—236 (РЖКиб, 1972, 1Г222)
301. *Nawrotzki K.*, Eine Bemerkung zur Reduction stochastischer Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybern., 1966, *2*, № 3, (РЖКиб, 1967, 5Г192)
302. —, Zur Minimalisierung stochastischer Automaten. Elektron. Informationsverarb. and Kybern., 1972, *8*, № 10, 623—631 (РЖКиб, 1974, 1Г220)
303. —, Richter Dieter, Eine Bemerkung zum allgemeinen Reduktionsproblem von P. H. Starke. Elektron. Informationsverarb. und Kybern., 1974, 10, № 8—9, 481—487 (РЖМат, 1975, 7В478)
304. *Nieh T. T.*, Stochastic sequential machines with prescribed performance criteria. Inform. and Contr., 1968, *13*, № 2, 99—113 (РЖМат, 1969, 7В255)
305. —, Carlyle J. W., On the deterministic realization of stochastic finite-state machines. Proc. 2-nd Ann. Princeton Conf. Inform. Sci and Systems, 1960
306. *Nihoul C. J.*, La transformee stochastique et l'etude des systemes non lineaires. Bull. Scient. A. I. M., 1963, *76*, № 8—9, 803—817 (РЖМат, 1965, 4В90)
307. *Onicescu Octav,* Guiasu Silviu, Finite abstract random automata. Z. Wahrscheinlichkeitstheor. und Geb. 3, № 4, 1965, 279—285 (РЖКиб, 1966, 2Г141)
308. *Ostojic Branko*, Teorija stochastickoga automata zasnovanana neformalnim neuronskim mrezama. Dokt. dis. Sveuciliste u Rijeci. Then. fak. Rijeka, 1974, 157 (РЖКиб, 1974, 11Г145К)

309. *Ott E. H.*, Theory and application of stochastic sequential machines. Sperry Rand. Res. Center. Research Pap., Sudburg. Mass, 1966
310. —, Reconsider the state minimization problem for stochastic finite-state systems. IEEE Conf. Rec. of the 7-th Ann. Sympos. of Switch. Circuit and Automate Theory, 1966
311. *Page C. V.*, Equivalences between probabilistic and deterministic sequential machines. Inform. and Contr., 1966, *9*, № 5, 469—520 (РЖМат, 1968, 4В286)
312. —, Strong stability problems for probabilistic sequential machines. Inform. and Contr., 1969, *15*, № 6, 487—509 (РЖКиб, 1970, 10Г197)
313. —, The search for a definition of partition pair for stochastic automata. IEEE Trans. Comput., 1970, *19*, № 2, 1222—1223 (РЖМат, 1971, 10В616)
314. *Pan Anthony C.*, State identification and homing experiments for stochastic sequential machines. Proc. 4-th Haw. Int. Conf. Syst. Sci. Honolulu Haw., 1971, North Hollywood Calif., 1971, 498—500 (РЖМат, 1972, 1В404)
315. *Paredaens J. J.*, Finite stochastic automata with variable transition probabilities. Computing, 1973, *11*, № 1, 1—20 (РЖМат, 1974, 3В405)
316. —, A general definition of stochastic automata. Computing, 1974, *13*, № 2, 93—105 (РЖМат, 1975, 4В508)
317. *Parhami Behrooz*, Stochastic automata and the problems of reliability of sequential machines. IEEE Trans. Comput., 1972, *21*, № 4, 388—391 (РЖМат, 1972, 9В421)
318. *Paz A.*, Some aspects of probabilistic automata. Inform. and Contr., 1966, *9*, № 1, 26—60 (РЖМат, 1967, 6В146)
319. —, Minimization theorems and techniques for sequential stochastic machines. Inform. and Contr. 1967, *11*, № 1—2, 155—166 (РЖМат, 1968, 11В191)
320. —, Homomorphism between stochastic sequential machines and related problems. Math. Syst. Theory, 1968, *2*, № 3, 223—245 (РЖМат, 1969, 8В224)
321. —, Introduction to probabilistic automata. New York, Acad. Press, 1971, XXY, 228 с. (РЖМат, 1973, 3В412К)
322. —, Definite and quazi-definite sets of stochastic matrices. Proc. Amer. Math. Soc., 1965, *16*, 634—641 (РЖМат, 1966, 5В25)
323. —, Fuzzy star functions, probabilistic automata and their approximation by non-probabilistic automata. IEEE Conf. Rec. 8th Annual. Sympos. Switch and Automata Theory, Austin, Texas, 1967, N. Y. 1967, *2*, (РЖМат, 1969, 4В292)
324. —, A finite set of n×n stochastic matrices, generating all *n*-dimentional probability vectors whose coordinated have finite expansion. SIAM J. Contr., 1969, *5*, № 4, 545—554 (РЖМат, 1974, 7В329)
325. —, Regular events in stochastic sequential machines. IEEE Trans. Comput., 1970, *19*, № 5, 456—457 (РЖМат, 1971, 1В365)
326. —, Formal series, finiteness properties and decision problems. Ann. Acad. Scient. Fennicae Suomalais. tiedeakat. toimituks 1971, A-1, № 493, *16* (РЖМат, 1971, 11В559)
327. —, Whirl decomposition of stochastic systems. IEEE Trans. Comput., 1971, *20*, № 10, 1208—1211 (РЖМат, 1972, 4В372)
328. —, Rabinovitz M., Linear automata approximation problem. IEEE Trans. Comput., 1974, *C-23*, № 3, 249—255 (РЖКиб, 1974, 12Г192)
329. —, Reichard M., Ergodic theorem for sequences of infinite stochastic mattrices. Proc. Cambridge Philos. Soc. 1967, 63
330. *Phan Dinh Dieu,* On a necessary condition for stochastic languages. Elektron Informationsverarb. und Kybern., 1972, *8*, № 10
331. —, On a class of stochastic languages. Ztschr. f. math. Logik and Grundlagen, 1971, *17*, 421—425
332. *Rabin M. O.*, Probabilistic automata. Inform. and Contr., 1963, *6*, № 3, 230—245 (РЖМат, 1964, 11В184)
333. —, Lectures on classical and probabilistic automata. Automata theory, N. Y. — London, Acad. Press, 1966, 304—313 (РЖМат, 1967, 1В184)

334. *Rennae Souza Celso de*, A theorem on the state reduction of synthesized stochastic machines. IEEE Trans. Comput., 1969, *18*, № 5, 473—474 (РЖМат, 1970, 2В398)
335. *Riberia Sergia T.*, Random-pulse machines. IEEE Trans. Electron. Comput., 1967, *16*, № 3, 216—276
336. *Richardt I.*, Zur Analyse und Synthese asynchroner stochastischer Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybern., 1974, *10*, № 2—3, 123—132 (РЖМат, 1975, 3В567)
337. *Riordan J. S.*, Optimal feedback characteristics from stochastic automaten models. IEEE Trans. Automat. Control, 1969, *14*, № 1, 89—92 (РЖМат, 1970, 3В219)
338. *Rytter W.*, The strong stabylity problem for stochastic automata Bull. Acad. pol. Sci. Ser. sci. math., astron. et phys., 1973, *21*, № 3, 271—275, (РЖМат, 1973, 9В438)
339. —, The dimension of strong stability of minimal-state stochastic automata. Bull. Acad. pol. Sci. Ser. sci. math., astron. et phys., 1973, *21*, № 3, 277—279 (РЖМат, 1973, 9В439)
340. —, Zagadnienie stabilnosci skonczonych stochastycznych. Pr. CO PAN, 1972, № 6, 38 (РЖМат, 1973, 1В611)
341. —, The dimension of stability of stochastic automata. Inform. and Contr. 1974, *24*, № 3, 201—211 (РЖКиб, 1974, 9Г270)
342. *Salomaa A.*, On probabilistic automata with one input letter. Turun yliopiston julkaisuja, 1965, Sar. AI, № 85, 16 pp (РЖМат, 1967, 1В185)
343. —, On m-adic probabilistic automata. Inform. and Contr., 1967, *10*, № 2, 215—219 (РЖМат, 1968, 4В280)
344. —, On events represented by probabilistic automata of different types. Canad. J. Math., 1968, *20*, № 1, 242—251 (РЖМат, 1969, 1В300)
345. —, On languages accepted by probabilistic and timevariant automata. Proc. 2-nd Ann. Princeton Conf. Inform. Sci. Systems, 1968
346. —, Probabilistic and weighted grammars. Inform. and Contr., 1970, *15*, № 6, 529—544 (РЖМат, 1970, 11В296)
347. *Santos E. S.*, Probabilistic Turing machines and computability. Proc. Amer. Math. Soc., 1969, *22*, № 3, 704—710 (РЖМат, 1970, 4В357)
348. —, Fuzzy algorithms. Inform. and Contr. 1970, *17*, № 4, 326—339 (РЖМат, 1971, 5В435)
349. —, Computability by probabilistic turing machines. Trans. Amer. Math. Soc. 1971, *159*, 165—184 (РЖМат, 1972, 5В320)
350. —, Algebraic structure theory of stochastic machines. Conf. Rec. 3d Annu. ACM Symp. Theory Comput., Shaker Heights, Ohio, 1971, New York, 1971, 219—243 (РЖМат, 1974, 3В404)
351. —, First and second covering problems of quasi stochastic systems. Inform. and Contr. 1972, *20*, № 1, 20—37 (РЖМат, 1972, 8В448)
352. —, Probabilistic grammars and automata. Inform. and Contr., 1972, *21*, № 1 (РЖКиб, 1973, 2Г202)
353. —, Identification of stochastic finite-state systems. Inform. and Contr., 1972, *21*, № 1 (РЖКиб, 1973, 2Г123)
354. —, A note on probabilistic grammars. Inform. and Contr., 1974, *25*, № 4, 393—394 (РЖКиб, 1975, 2Г175)
355. —, Realizations of fuzzy languages by probabilistic, max-product, and maximin automata. Inform. SCI (USA), 1975, *8*, № 1, 39—53 (РЖМат, 1975, 9В374)
356. —, State-splitting for stochastic machines. SIAM. J. Comput., 1975, *4*, № 1, 85—96 (РЖМат, 1975, 12В587)
357. *Sawaragi Yoshikazu*, Baba Norio, Two *E*-optimal nonlinear reinforcement schemes for stochastic automata. IEEE Trans, Syst. Man. and Cybern., 1974, *4*, № 1, 126—131 (РЖМат, 1974, 11В499)
358. —, A note on the learning behavior or variablestructure stochastic automata. IEEE Trans. Syst. Man. and Cybern., 1973, *3*, № 6, 644—647 (РЖМат, 1974, 12В389)

359. *Schmitt Alfred.*, Vorhersage der Ausgabe stochastischer Automaten. Mitt. Ges. Matt. und Datenverarb, 1970, № 8, 36—38 (РЖМат, 1971, 9В418)
360. —, Optimale Vorhersage der Ausgabe stochastischer Automaten über lange Zeiten Arbeitsber. Inst. math. Masch. und Datenverarb., 1971, *3*, № 6 (РЖМат, 1971, 9В419)
361. *Shapiro J.*, Joseph, Narendra Kumpati S., Use of stochastic automata for parameter self-optimization with multimodal performance criteria. IEEE Trans. Syst. Sci. and Cybern., 1969, *5*, № 4 (РЖМат, 1970, 6В289)
362. *Sheng C. L.*, Threshold logic elements used as a probability transformer. J. Assoc. Comput. Math., 1965, *12*, № 2, 262—276 (РЖМат, 1966, 5В182)
363. *Silio Charles B. Jr.*, Synthesis of simplicial covering machines for stochastic finite state systems. 6-th Asilomar Conf. Circuits and Syst., Pacific Grove, Calif, 1972, North Hollywood, Calif, 1973, 202—208 (РЖМат, 1975, 6В585)
364. *Souza Celso de Renna e*, Probabilistic automata with monitored final state sets. IEEE Trans. Comput. 1971, *20*, № 4, 448—450 (РЖМат, 1971, 11В600)
365. *Stanciulescu Florin*, Oprescu Francisc Anton, A mathematical model of finite random sequential automata. IEEE Trans. Comput., 1968, *C-17*, № 1, 28—31 (РЖМат, 1969, 1В301)
366. —, Francisc Mihai, Opresen Anton, Probabilisation de l'algebre sequentielle et simulation mathematique des automates sequentiels aleatoires. Bull. math. Soc. Sci. Rsr, mat. RSF, 1968, *12*, № 1, 123—132 (РЖМат, 1969, 8В234)
367. *Starke P. H.*, Theorie Stochastischen Automaten. I. Theorie Stochastischen Automaten. II. Elektron Informationsverarb. und Kybern. 1965, *1*, № 2 (РЖМат, 1967, 2В226)
368. —, Stochastische Ereignisse und Wortmengen. Z. math. Logik. Grundl. Math, 1966, *12*, № 1—2, 61—68 (РЖМат, 1967, 2В224)
369. —, Stochastische Ereignisse und stochastische Operatoren. Elektron. Informationsverarb. und Kybern, 1966, *2*, № 3
370. —, Theory of stochastic Automata. Kybernetika, 1966, *2*, 475—482 (РЖМат, 1967, 7В228)
371. —, Die Reduktion von stochastischen Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybernet., 1968, *4*, № 2, 93—99 (РЖМат, 1969, 5В350)
372. —, Uber die Minimalisierung von stochastischen Rabin-Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybernet. 1969, *5*, № 3, 153—170 (РЖМат, 1970, 5В346)
373. —, Abstrakte Automaten. Berlin, VEB Deutsch. Verl. Wiss., 1969, 392S., ill. (РЖМат, 1970, 2В377К)
374. —, Schwache Homomorphismen fur stochastische Automaten. Z. math. Log. und Grundl. Math., 1969, *15*, № 5, 421—429 (РЖМат, 1970, 12В397)
375. —, Einige Bemerkungen uber asynchrone stochastische Automaten. Suomalais, tiedeakat, toimituks, 1971, Ser A I, № 491, 21 (РЖМат, 1972, 4В373)
376. —, Thiele H. Zufallige Zustande in stochastischen Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybernet., 1967, *3*, № 1, 25—37 (РЖМат, 1968, 6В224)
377. —, —, On asynchronous stochastic automata. Inform. and Contr., 1970, *17*, № 3, 265—293 (РЖМат, 1971, 5В451)
378. —, —, Uber Asynchrone stochastische Automaten. Ber. Math. Forschungsinst. Oberwolfach., 1970, *3*, № 3, 129—142 (РЖМат, 1971, 11В597)
379. *Sugino K.*, Inagaki Y., Fukumura T., On analysis of probabilistic automaten by its state characteristic equation. Trans. Inst. Electr. und Commun. Eng. Jap. 1968, 51-C, № 1, 29—36 (РЖКиб, 1968, 10Г214)
380. *Sustal J.*, The degree of distinguishability of stochastic sequential machines and related problems. Elektron Informationsverarb. und Kybern., 1974, *10*, № 4, 203—214 (РЖМат, 1975, 5В609)

381. —, On the size of the set of all reducible stochastic sequential machines. Inform. and Contr., 1974, *26*, 301—311 (РЖМат, 1975, 7B477)
382. *Szynal P.*, Janick S., Some remarks on extension of a finite sets of stochastic automata. Bull. Acad. Pol. Sci. Ser. sci math. astron. et phys, 1975, *23*, № 2, 183—187 (РЖМат, 1975, 1B704)
383. *Takeuschi Akihiro*, Kitahashi Tadahiro, Interaction between random media and stochastic automaten. Дэнси цусин гаккай ромбунси, Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap. 1972, *A55*, № 10, 569—570 (РЖМат, 1973, 3B413)
384. —, —, On the behavior of stochastic automata in environments reacting to those outpunts in random fashion. Дэнси цусин гаккай ромбунси, Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap., 1972, *55D*, № 9, 587—593 (РЖМат, 1973, 2B375)
385. —, —, Tanaka Kohkichi, Random environments and automata. Inform. Sci. (USA), 1975, *8*, № 2, 141—154 (РЖМат, 1975, 10B336)
386. —, —, —, Поведение стохастического автомата в случайной среде. Дэнси цусин гаккай ранбунси. Trans. Inst. Electron. and Commun. Eng. Jap., 1971, *C 54*, № 10, 949—950 (РЖКиб, 1972, 3Г186)
387. *Tan Choon Peng*, On two-state isolated probabilistic automata. Inform. and Contr., 1972, *21*, № 5, 483—495 (РЖМат, 1973, 7B426)
388. *Tandareanu Nicolae.*, Functions associated to a partition on state set of a probabilistic automaton. Inform. and Contr., 1975, *28*, № 4, 304—313 (РЖМат, 1976, 1B705)
389. *Thomasian A. J.*, A finite criterion for indecomposible channels. Ann. Math. Statistics, 1963, *34*, № 1, 337—338 (РЖМат, 1963, 12B509)
390. *Turakainen P.* On non-regular events representable in probabilistic automata with one input letter. Turun yliopiston julk., 1966, Sar. AI, № 90, 14 (РЖМат, 1967, 7B227)
391. —, Äärellisistä ja stokastisista automaateista. Arkhimedes, 1967, № 2, 16—20 (РЖМат, 1968, 9B253)
392. —, On *m*-adic stochastic languages. Inform. and Contr. 1976, *17*, № 4, 410—415 (РЖМат, 1971, 5B712)
393. —, On probabilistic automata and their generalizations. Suomalais, tiedeakat. toimituks, 1968, 53 (РЖМат, 1969, 7B254)
394. —, On time-variant probabilistic automata with monitors. Turun yliopiston julk, 1969, Sar. A, № 130 (РЖМат, 1970, 4B365)
395. —, The family of stochastic languages is closed neither under catenation nor under homomorphism. Turun yliopiston julk., 1970, Sar. AI, № 133, 6 pp (РЖМат, 1971, 1B361)
396. —, On stochastic languages. Inform and Contr. 1968, *12*, № 4, 304—313 (РЖМат, 1969, 4B291)
397. —, On languages representable in rational probabilistic automata. Suomalais. tiedeakat. toimituks, 1969, *10*, Sar. AI, № 439 (РЖМат, 1970, 1B329)
398. —, Generalised automata and stochastic languages. Proc. Amer. Math. Soc., 1969, *21*, № 2, 303—309 (РЖМат, 1970, 1B330)
399. —, On multistochastic automata. Inform. and Contr., 1973, *23*, № 2, 183—203 (РЖМат, 1974, 2B931)
400. —, Some closure properties of the family of stochastic languages. Inform. and Contr., 1971, *18*, № 3, 253—256 (РЖМат, 1972, 1B125)
401. —, Some remarks on multistochastic automata. Inform. and Contr., 1975, *27*, № 1, 75—86 (РЖМат, 1975, 7B476)
402. *Tzafestas S. G.*, State estimation algorithms for nonlinear stochastic sequential machines. Comput. J., 1973, *16*, № 3, 245—253 (РЖМат, 1974, 3B403)
403. *Viswanathan R.*, Narendra Kumpati S., Convengence rates of optimal variable structure stochastic automata. Syst. Seventies Proc. IEEE Syst. Sci. and Cybern. Conf., Pittsburgh, Pa, 1970, New York, 147—153 (РЖМат, 1972, 2B431)

404. —, —, Games of stochastic automata. IEEE Trans. Syst. Man, and Cybern, 1974, *4*, № 1, 131—135 (РЖМат, 1974, 11В497)
405. *Warfield J. N.*, Synthesis of switching circuits to yield prescribed probability relations. IEEE Conf. Rec. Switch. Circuit Theory and Logic. Design, Ann-Arbor, Mich., 1965 (РЖМат, 1967, 6В237)
406. *Wes W.*, Fu K. S., A formulation of fuzzy autimata and its application as a model of learning system. Syst. Sci. and Cybern., 1969, *5*, № 3, 215—223 (РЖМат, 1970, 5В352)
407. *White G. M.*, Penny matching machines. Inform. and Contr., 1959, *2*, № 4, 349—363 (РЖМат, 1962, 10В55)
408. *Willis D. G.*, Computational complexity and probability constructions. J. Assoc. Comput. Mach., 1970, *17*, № 2, 241—259 (РЖМат, 1970, 12В381)
409. *Winkowski J.*, A method of realization of Markov chain. Algorythmy, 1968, № 9 (РЖМат, 1968, 3В260)
410. *Yasui T.*, Yajima S., Two-state two symbol probabilistic automata. Inform. and Contr., 1970, № 3, 203—224, (РЖМат, 1970, 12В396)
411. —, —, Some algebraic properties of sets of stochastic matrices. Inform. and Contr., 1969, *14*, № 4 (РЖКиб, 1970, 3Г213)
412. *Zaden A. L.*, Fuzzy sets. Inform. and Contr., 1965, *8*, 338—353 (РЖМат, 1966, 12В453)
413. —, Communication: fuzzy algorithms. Inform. and Contr., 1968, *12*, № 2, 94—102 (РЖМат, 1969, 4В275)
414. *Zech Karl-Adolf.*, Homomorphe decomposition stochastischer und nicht deterministischer Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybern., 1971, *7*, № 5—6, 297—315 (РЖМат, 1972, 5В340)
415. —, Eine Bemerkung uber stochastische Wahrheitsfunktionen und ihre Anwendung in der Structurtheorie stochastischer Automaten. Elektron. Informationsverarb. und Kybern, 1971, *7*, № 8, 505—512 (РЖКиб, 1972, 8Г197)
416. *Zunlke H.*, Ersetzbarkeit von stochastischen Automaten. Wiss. Z. Fredrich Schiller-Univ. Jena. Math-Naturwiss, Reihe, 1969, *18*, № 2, 279—283 (РЖМат, 1970, 8В286)