LEHRSTUHL FÜR RECHNERARCHITEKTUR UND PARALLELE SYSTEME

Praktikum Rechnerarchitektur

Parallele Berechnung der Mandelbrotmenge

Wintersemester 2018/19

Maximilian Frühauf Tobias Klasuen Florian Lercher Niels Mündler

1 Einleitung

Die Leistung und Geschwindigkeit des individuellen Rechenkerns stagniert seit einigen Jahren. Moderne Computer erlangen einen Großteil ihrer erhöhten Rechenleistung seit einiger Zeit nur noch durch Parallelisierung. Diese sollte jedoch geschickt gestaltet werden, um unerwünschte Seiteneffekte wie Leerlauf zu vermeiden.

1.1 Didaktische Ziele

Das zugrundeliegende Problem ist, dass bei der Lastaufteilung einer unabhängigen Menge von Berechnungen in einem Cluster eine fixe Zuordnung von zu berechnden Bereichen auf Rechenkerne erzeugt wird. Dauert die Bearbeitung eines Bereiches jedoch deutlich kürzer als diejenige anderer Abschnitte, so verbringt der reservierte Rechenkern die Zeit bis zum Abschluss der anderen Berechnungen ohne Arbeit und verbraucht Strom und Platz im Idle-Mode. Da die Kerne eines Clusters jedoch darauf ausgelegt sind, ständig zu arbeiten, sollte dieser Zustand vermieden werden, um Zeit, Kosten und Energie zu sparen.

Dies kann erreicht werden, indem die Einteilung der Rechenbereiche die vorraussichtliche Rechendauer berücksichtigt. Dazu werden rechenintensive Bereiche verkleinert und umgekehrt Bereiche mit geringerer Rechenlast vergrößert. Ziel sollte sein, dass alle Knoten für die Bearbeitung in etwa gleich lang brauchen, sodass die gegenseitige Wartezeit minimiert wird.

Dieses Projekt soll intuitiv vermitteln, dass bei der Aufteilung unabhängiger Berechnungen auf ein Cluster eine Abschätzung der benötigten Rechenlast die Gesamtrechendauer deutlich verringern kann. Außerdem soll ersichtlich sein, wie die verwendete Aufteilung bestimmt wird.

1.2 Verwendung der Mandelbrotmenge

Die Mandelbrotmenge ist eine Teilmenge der komplexen Zahlen. Um sie zu berechnen wendet man folgende Formel wiederholt auf jede komplexe Zahl c an:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c, \quad z_0 = 0 \tag{1}$$

In der Mandelbrotmenge befinden sich alle c, für die der Betrag von z_n für beliebig große n endlich bleibt. Wenn der Betrag von z nach einer Iteration größer als 2 ist, so strebt z gegen unendlich, das zugehörige c liegt also nicht in der Menge. Sobald $|z_n| > 2$ kann die Berechnung daher abgebrochen werden.

Um nun für eine beliebige Zahl zu bestimmen, ob diese in der Mandelbrotmenge liegt, müssen theoretisch unendlich viele Rechenschritte durchgeführt werden. Zur computergestützten Bestimmung werden die Rechenschritte nach einer bestimmten Iteration abgebrochen die Zahl als in der Menge liegend betrachtet.

Es handelt sich also um eine Berechnung, die sehr zeitaufwändig ist, wobei die benötigte Zeit durch Erhöhen der Iterationszahl beliebig erhöht werden kann. Zusätzlich ist die Berechnung für jede einzelne komplexe Zahl unabhängig von jeder anderen Zahl.

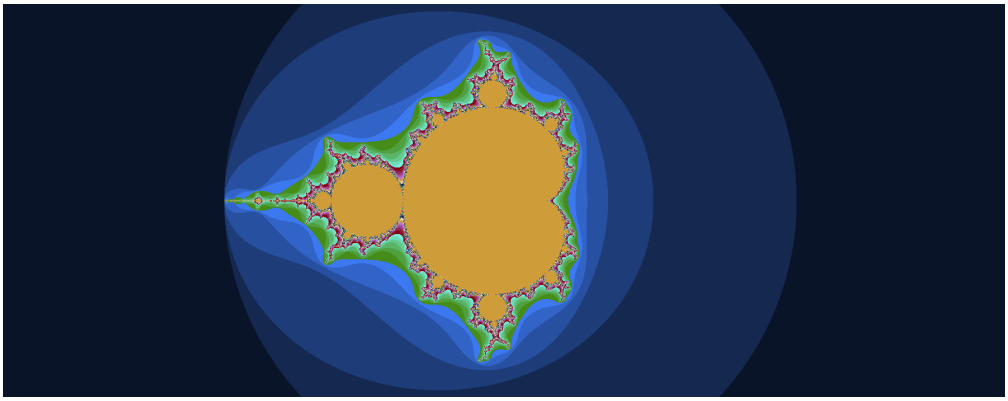

Abbildung 1: Die Mandelbrotmenge, visualisiert in einem Ausschnitt des komplexen Zahlenraumes.

Diese Eigenschaften ermöglichen es, zweierlei Dinge zu kontrollieren:

- Die Dauer der Berechnung
- Die Aufteilung der Berechnung auf unterschiedliche Rechenkerne

Somit kann gesichert werden, dass eine wahrnehmbare Zeit (100-200 ms) zur Berechnung benötigt wird. Zudem kann die Unterteilung des zu berechnden Raumes frei gewählt werden, sodass für verschiedenste Aufteilungen die Gesamtrechenzeit visualisiert werden kann.

1.3 Darstellung der Mandelbrotmenge

Komplexe Zahlen lassen sich auch grafisch darstellen, indem man sie in ein Koordinatensystem einträgt. Dabei entspricht die x-Koordinate dem Realteil und die y-Koordinate dem Imaginärteil der Zahl. Für das Projekt wird ein Ausschnitt des Bildschirmes als zweidimensionale Darstellung des komplexen Raumes betrachtet und für jeden darin liegenden Punkt die Zugehörigkeit zur Mandelbrotmenge bestimmt. Dabei wird der Raum jedoch diskretisiert, indem jedem Pixel des Bildschirmes die komplexen Koordinaten c der linken oberen Ecke zugeordnet werden.

Die grafische Darstellung der Mandelbrotmenge wird durch Einfärbung des zu c gehörigen Pixels erhalten. Die Zahl der benötigten Iterationen bis zum Abbruch der Berechnung bestimmt dabei die Farbe, sodass alle Pixel innerhalb der Menge und alle Pixel außerhalb jeweils gleichfarbig sind.

Das entstehende Fraktal ist aufgrund seiner Form auch als “Apfelmännchen” bekannt (siehe Abbildung 1). Die Menge ist zusammenhängend, jedoch bilden sich an ihren Rändern viele kleine und sehr komplexe Formen, die visuell ansprechend sind. Es eignet sich daher gut, um optisch Interesse am Projekt zu wecken.

1.4 MPI

Das Message Passing Interface[1] ist eine weit verbreitete Spezifikation, für die Kommunikation zwischen unabhängigen Rechenkernen. Dadurch existieren viele gut funktionierende Umsetzungen in einer Vielzahl von Programmiersprachen. Für dieses Projekt wichtig ist, dass es echte Parallelisierung mit geringem Overhead ermöglicht. So können die einzelnen Berechnungen auf jeweils eigenen unabhängigen Rechenkernen laufen und die Art der Aufteilung erhält größtmögliche Bedeutung. Die Gestaltung von MPI erlaubt dabei beliebige Zuordnungen, von Kernen auf einem Prozessor bis hin zu unabhängigen Clusterknoten, die lediglich eine SSH-Verbindung besitzen.

1.5 Qualitätsanforderungen

Die Benutzeroberfläche soll so leicht und intuitiv wie möglich zu bedienen sein. Hierbei soll zudem darauf geachtet werden, dass alle Funktionen nur mit einer minimalen Anzahl an Mausklicks auszuführen sind und die Oberfläche nicht überladen wird.

Zudem soll das System robust gestaltet werden. Dies wird durch die Verwendung von Buttons, Listen, Drop-Down Menüs und Slider gewährleistet, die die Möglichkeit der Eingabe von ungültigen Werten verhindern.

Es sind keine Sicherheitsfeatures (Benutzerauthentisierung, Verschlüsselung) geplant, da keine sensiblen Daten verarbeitet werden und die Anwendung nicht uneingeschränkt über das Internet zugänglich ist.

1.6 Einschränkungen

Die Benutzeroberfläche soll in einem Webbrowser lauffähig sein, sodass sie auf beliebigen Endgeräten zugänglich gemacht werden kann. Um die erwartete Performanzsteigerung an einem echten Beispiel zu demonstrieren, soll die Berechnung der Mandelbrotmenge parallel auf mehreren Raspberry Pi's[2] oder ähnlichen unabhängigen Kleincomputern oder Rechenkernen zum Einsatz kommen soll.

[1] `https://www.mpi-forum.org/`

[2] Für ein Beispiel, siehe `https://www.raspberrypi.org/products/raspberry-pi-3-model-b/`

2 Problemstellung und Spezifikation

- Fachliche Spezifikation in Anhang

3 Dokumentation der Implementierung

- Sollte größter Teil werden
- 1. High level overview?
  2. Wie läuft das auf meinem System?
  3. Code Dokumentation / Entwicklerdokumentation

4 Ergebnisse / Evaluation

- Skalierbarkeitsgraph
- Wie gut ist SIMD / OpenMP / MPI / Mischformen?
- Frontend Overhead messen

Notiz, entdeckt durch das In-Betracht-Ziehen der Leerregionen:
Probleme bei der Verwendung des Rekursiven Lastbalanierers: Da es stets im Diskreten eine Minimalgröße für die aufgeteilten Regionen gibt, kann es sein, dass eine Region für die eine hohe Last vorhergesagt wird viele Worker reserviert - diese jedoch nicht vollständig ausreizen kann, da die Maximalaufteilung schon erreicht wurde. Durch die dadurch entstehenden Leerregionen von nicht verwendbaren Workern kann eine suboptimale Aufteilung enstehen, schlechter noch als die des naiven rekursiven Balancierers.

Dies kann abgeschwächt werden, indem eine Region stets nur soviel Workerressourcen erhält, wie sie maximal auslasten könnte (Fläche/Fläche minimaler Aufteilung)

5 Zusammenfassung

- Zusammenfassung
- Ausblick