Econometria

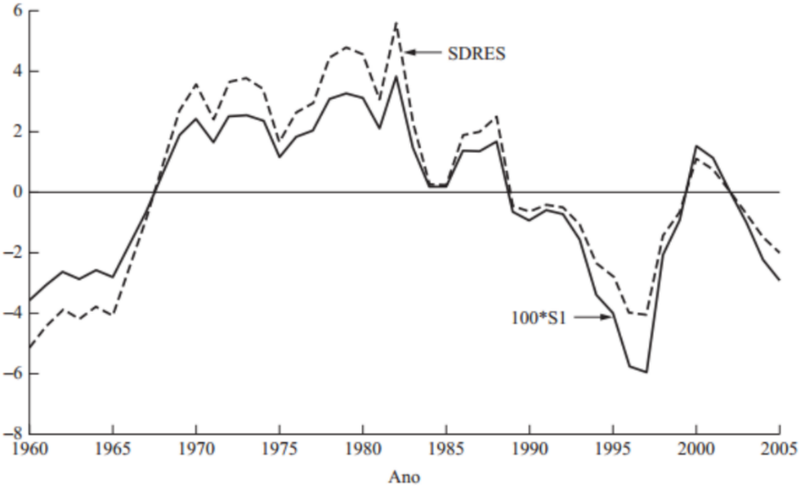
Autocorrelação Parte II

Detectando a Autocorrelação

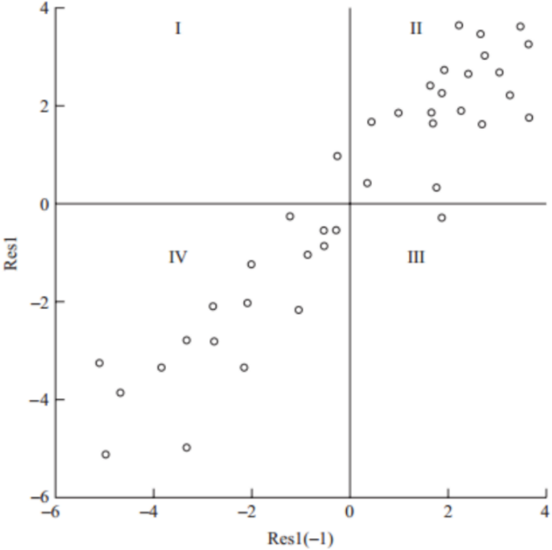
I. Gráfico dos Resíduos

- A hipótese de ausência da autocorrelação do modelo clássico refere-se aos termos de erro da população, que não são observáveis.
- Contudo uma avaliação visual do comportamento dos resíduos ($\hat{u}_t$) plotados contra o tempo pode nos dar alguma indicação da presença de autocorrelação.
- É possível plotar os resíduos simples (resíduo padronizado) ou o quadrado deles contra o tempo.
- A vantagem de usar os resíduos padronizados é que eles não têm unidade de medida e podem ser comparados com resíduos padronizados de outras regressões.

- Plotagem dos resíduos contra o tempo.



- Plotagem de u(t) contra u(t-1).



Detectando a Autocorrelação

II. Teste de Durbin-Watson

- É o teste mais conhecido para verificação de autocorrelação.
- Considere que $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$ e $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.
- Se $\rho = 0 \rightarrow u_t = \epsilon_t$, sendo os erros não autocorrelacionados.
- $H_0 = \rho = 0$
- A dedução da distribuição de probabilidade exata de $\hat{\rho}$ é difícil de ser deduzida.

Detectando a Autocorrelação

II. Teste de Durbin-Watson

- Como alternativa, Durbin e Watson propuseram a seguinte estatística de teste.

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

- Relação de d com $\hat{\rho}$:

Detectando a Autocorrelação

II. Teste de Durbin-Watson

- Como $-1 \leq \rho \leq 1 \rightarrow 0 \leq d \leq 4$
- Se $\hat{\rho} = 0 \rightarrow d = 2$: Não há autocorrelação.
  Se $\hat{\rho} = +1 \rightarrow d = 0$: autocorrelação positiva perfeita.
  Se $\hat{\rho} = -1 \rightarrow d = 4$: autocorrelação negativa perfeita.
- PERGUNTA: Quão próximo de 0 ou de 4 o valor da estatística deve estar para que possamos concluir que os erros são correlacionados?
- A determinação de um valor crítico para o teste exige o conhecimento da distribuição de probabilidade da estatística de teste sob H_0.
- Contudo, essa distribuição de probabilidade depende dos valores das variáveis explicativas.

Detectando a Autocorrelação

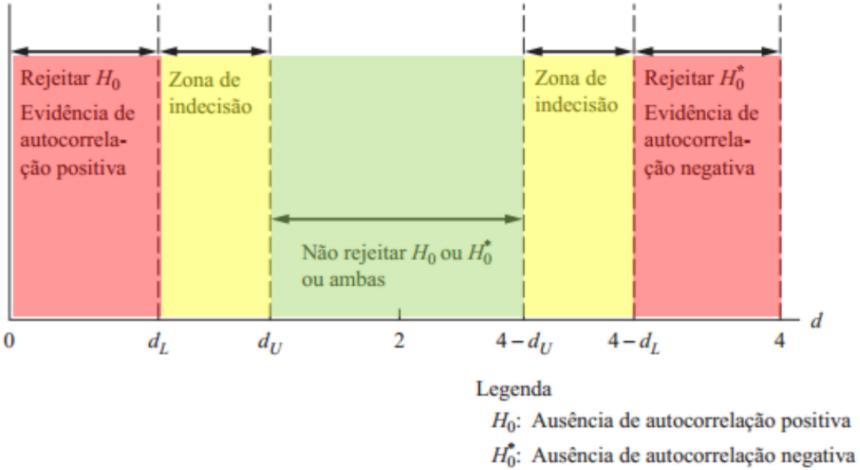
II. Teste de Durbin-Watson

- Diferentes conjuntos de variáveis explicativas conduzem a diferentes distribuições para d.
- Uma possibilidade é considerar um software que calcule o p-valor do teste para as variáveis explicativas do modelo emm questão.
- Durbin e Watson determinaram um limite inferior d_L e um superior d_U que dependem apenas do número de observações e do número de variáveis (Tabela D.5 Gurjarati) e consideraram as seguintes regras de decisão:

Detectando a Autocorrelação

HIPÓTESE NULA	DECISÃO	SE
Não há autocorrelação +	Rejeitar	$0 < d < d_L$
Não há autocorrelação +	Inconclusivo	$d_L \leq d \leq d_U$
Não há autocorrelação -	Rejeitar	$4 - d_L < d < 4$
Não há autocorrelação -	Inconclusivo	$4 - d_U \leq d \leq 4 - d_L$
Há autocorrelação	Não Rejeitar	$d_U < d < 4 - d_U$

- Uma desvantagem dessa regra é o intervalo de valores para os quais não se pode chegar a nenhuma conclusão.


Rejeitar H_0
Evidência de autocorrelação positiva
Zona de indecisão
Não rejeitar H_0 ou H_0^* ou ambas
Zona de indecisão
Rejeitar H_0^*
Evidência de autocorrelação negativa
0
d_L
d_U
2
$4-d_U$
$4-d_L$
4
d
Legenda
H_0: Ausência de autocorrelação positiva
H_0^*: Ausência de autocorrelação negativa

		X variables, excluding the intercept									
Observations		1		2		3		4		5	
N	Prob.	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U	D-L	D-U
15	0.05	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
	0.01	0.81	1.07	0.7	1.25	0.59	1.46	0.49	1.70	0.39	1.96
20	0.05	1.20	1.71	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
	0.01	0.95	1.15	0.86	1.27	0.77	1.41	0.68	1.57	0.60	1.74
25	0.05	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
	0.01	1.05	1.21	0.98	1.30	0.90	1.41	0.83	1.52	0.75	1.65
30	0.05	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
	0.01	1.13	1.26	1.07	1.34	1.01	1.42	0.94	1.51	0.88	1.61
40	0.05	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.39	1.72	1.23	1.79
	0.01	1.25	1.34	1.20	1.40	1.15	1.46	1.10	1.52	1.05	1.58
50	0.05	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
	0.01	1.32	1.40	1.28	1.45	1.24	1.49	1.20	1.54	1.16	1.59
60	0.05	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
	0.01	1.38	1.45	1.35	1.48	1.32	1.52	1.28	1.56	1.25	1.60
80	0.05	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
	0.01	1.47	1.52	1.44	1.54	1.42	1.57	1.39	1.60	1.36	1.62
100	0.05	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78
	0.01	1.52	1.56	1.50	1.58	1.48	1.60	1.46	1.63	1.44	1.65

Detectando a Autocorrelação

II. Teste de Durbin-Watson: Hipóteses que fundamentam a estatística d:

- O modelo de regressão inclui o intercepto.
- Os termos de erro são gerados por um processo autoregressivo de primeira ordem.
- O termo de erro é distribuído normalmente.
- O modelo não inclui valores defasados da variável dependente como uma das variáveis explicativas.
- As variáveis explicativas são não estocásticas.

Exemplo 6.2

Sabendo que um modelo tem 3 variáveis explicativas e 80 observações, verifique, a partir do teste de Durbin-Watson, a presença de autocorrelação em um resíduo que segue o processo

$$u_t = 0.75u_{t-1} + \varepsilon_t$$

Detectando a Autocorrelação

III. Teste de Breusch-Godfrey

- Breusch e Godfrey desenvolveram um teste de autocorrelação que permite valores defasados da variável dependente como variável explicativa, esquemas autoregressivos de ordem superior a 1 e esquema de média móveis.

- Considere o seguinte modelo de regressão $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$ e que o termo de erro segue um esquema autoregressivo de ordem p:
$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \ldots + \rho_p u_{t-p} + \epsilon_t$

- A hipótese nula a ser testada é:
$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_p = 0$

- Ou seja, não há correlação serial de qualquer ordem.

Detectando a Autocorrelação

III. Teste de Breusch-Godfrey

ETAPAS:

- Estime a equação de regressão por MQO e obtenha os resíduos ($\hat{u}_t$).

- Faça a regressão $\hat{u}_t$ contra os X_t e $\hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \ldots, \hat{u}_{t-p}$, que são os valores defasados dos resíduos estimados na etapa anterior.

- Note que para fazer essa regressão teremos apenas $n - p$ observações.

$$\hat{u}_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_t + \hat{\rho}_1 \hat{u}_{t-1} + \hat{\rho}_2 \hat{u}_{t-2} + \ldots + \hat{\rho}_p \hat{u}_{t-p} + \epsilon_t$$

- Obtenha o R^2 dessa regressão auxiliar.

Detectando a Autocorrelação

III. Teste de Breusch-Godfrey

ETAPAS:

- Breusch e Godfrey propuseram a estatística de teste

$$BG = (n-p)R^2,$$

  se o tamanho da amostra for grande $BG \sim \chi^2_p$

- Rejeitamos a hipótese nula, de que pelo menos um ρ é diferente de zero, se BG excede o valor crítico da qui-quadrado no nível de significância escolhido.

- Para encontrar o valor de p é necessário recorrer aos gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial bem como aos critérios de seleção, como o de Akaike e o de Schwarz.

No R

- Bibliotecas:

```
library(foreign)
library(dynlm)
library(lmtest)
```

- Definindo os dados como ST:

```
tsdata=ts(dados,start=2000)
```

- Teste Durbin Watson:

```
dwtest(ajuste)
```

- Teste Breusch-Godfrey:

```
bgtest(ajuste,order=2)
```

Exemplo 6.3

Considere o banco de dados ”phillips”(wooldridge) do R. A Curva Phillips é usada para explicar a alteração percentual no IPC (inf) a partir da taxa de desemprego (%) (unem).

- Obtenha um ajuste para a curva de Phillips.
- Faça o gráfico dos resíduos x ano. O que você pode concluir? Que outro gráfico é possível construir para verificar a presença de autocorrelação?
- Utilize os testes de Durbin Watson e Breusch-Godfrey para testar a presença de autocorrelação. O que você pode concluir?
- A curva de Phillips também é utilizada considerando a primeira diferença da variável ”inf” (use ”d(inf)” no R). O que você pode concluir? alguma modificação no que se refere a autocorrelação?

Exemplo 6.3:

O que fazer na presença de autocorrelação?

- Verificar se é um caso de autocorrelação pura e não consequência de especificação incorreta do modelo (exclusão de variáveis importantes ou forma funcional incorreta).
- Usar o método de mínimos quadrados generalizados: Transformar o modelo de modo que o modelo transformado não contenha o problema de autocorrelação pura.
- Em grandes amostras, usar o método de Newey-West para obter erros padrão corrigidos para a autocorrelação. Esse método é similar aos erros padrão consistentes para heterocedasticidade de White.
- Se a amostra for relativamente pequena e o ρ não for alto é possível utilizar o método de MQO.

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

NESSE PROCESSO DE OBTENÇÃO DE DIFERENÇAS, PERDEMOS UMA OBSERVAÇÃO, OU SEJA, TEMOS Y_t^* e X_t^* PARA $t = 2, 3, \ldots, n$, MAS NÃO TEMOS Y_1^* e X_1^*.

SE n É GRANDE, PODEMOS PROCEDER À ESTIMAÇÃO COM BASE EM $(n-1)$ OBSERVAÇÕES, MAS O ESTIMADOR RESULTANTE NÃO É MAIS O MELHOR ESTIMADOR LINEAR NÃO TENDENCIOSO DE MQG.

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

PARA OBTER O EMQG DEVEMOS TRANSFORMAR A PRIMEIRA OBSERVAÇÃO DE FORMA QUE SEU ERRO TRANSFORMADO TENHA A MESMA VARIÂNCIA QUE OS ERROS $(\varepsilon_2, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$

TEMOS QUE

$$Y_1 = \beta_1 + \beta_2 X_1 + u_1,$$

COM $VAR(u_1) = \sigma_u^2 = \sigma_\varepsilon^2 / (1-\rho^2)$. PARA OBTER UMA VARIÂNCIA DE ERRO DE σ_ε^2, VAMOS MULTIPLICAR $\sqrt{(1-\rho^2)}^2$.

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

$$\sqrt{(1-\rho^2)}\, Y_1 = \sqrt{(1-\rho^2)}\,\beta_1 + \sqrt{(1-\rho^2)}\,\beta_2 X_1 + \sqrt{(1-\rho^2)}\,u_1$$

$$Y_1^{\dagger} = \beta_1^{\dagger} + \beta_2^{\dagger} X_1^{\dagger} + u_1^{\dagger}$$

$$VAR(u_1^{\dagger}) = VAR\left(\sqrt{(1-\rho^2)}\,u_1\right) = \cancel{(1-\rho^2)} \times \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\cancel{(1-\rho^2)}}$$

$$VAR(u_1^{\dagger}) = \sigma_\varepsilon^2.$$

PERGUNTA: E SE O ρ FOR DESCONHECIDO?

RESPOSTA: VAMOS VER ALGUMAS POSSIBILIDADES

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

i) USANDO OS RESÍDUOS, CONSIDERANDO QUE O PROCESSO AR(1) É VÁLIDO.

$$\hat{u}_t = \rho \hat{u}_{t-1} + \nu_t \, ,$$

EM QUE $\hat{u}_t$ SÃO OS RESÍDUOS OBTIDOS NA EQ. ORIGINAL E ν_t É O TERMO DE ERRO.

ASSIM, USANDO MQO

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{n} \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2} \hat{u}_{t-1}^2}$$

ii) USANDO A ESTATÍSTICA DE DURBIN-WATSON

$$\hat{\rho} \simeq 1 - \frac{d}{2}$$

O Método de Mínimos Quadrados Generalizados para Correção de Autocorrelação.

MÉTODO DE NEWEY-WEST

- É uma extensão dos erros robustos de White.

- Corrige para autocorrelação e heterocedasticidade

- Válido para grandes amostras.

RESUMO

1) Se violarmos a hipótese de que os erros não são correlacionados, teremos autocorrelação serial.

2) Devido à diversidade de fontes, convém distinguir autocorrelação e viés de variáveis omitidas.

3) A autocorrelação causa ineficiência nos estimadores de MQO, apesar de não causar viés e inconsistência. Por isso, os testes t e F podem não ser legítimos.

4) A correção depende da natureza do problema e do conhecimento sobre o processo gerador do erro.

No R

- Bibliotecas:

```
library(foreign)
library(dynlm)
library(car)
library(orcutt)

\item Usando MQG:
cochrane.orcutt(ajuste)
```

- Usando o método de Newey-West:

```
library(sandwich)
coeftest(ajuste,vcovHAC)
```

Exemplo 6.4:

Considere o banco de dados ”prminwge”(wooldridge) do R. O interesse é modelar a taxa de emprego (prepop), a partir do salário mínimo (mincov), bem como do PNB (produto Nacional Bruto - estimativa do valor total de todos os produtos e serviços finais produzidos em um determinado período pelos meios de produção pertencentes aos residentes de um país) em Porto Rico (prgnp) e nos EUA (usgnp).

- Obtenha um ajuste considerando os logaritmos das variáveis e acrescente a tendência como variável (No R use ”trend(tsdata)”).
- Verifique através das técnicas vistas em sala se existe autocorrelação nos resíduos?. O que você pode concluir?
- Utilize o método de Newey-West para obter erros padrões consistentes. O que você pode concluir??

Exemplo 6.4: