# 第一章　数制和码制

## 主 要 内 容

- 数制与码制的基本概念
- 数字电路中常用的数制与码制
- 数制间的转换
- 二进制算数计算
- 几种常用编码

# 1.1 概述

## 数字量和模拟量

- 数字量：变化在时间上和数量上都是不连续的。（存在一个最小数量单位△）
- 模拟量：数字量以外的物理量。

## 数字信号和数字电路

- 数字信号：表示数字量的信号
- 数字电路：工作在数字信号下的电子电路。

## 模拟信号和模拟电路

- 数字电路和模拟电路：工作信号，研究的对象，分析/设计方法以及所用的数学工具都有显著的不同

- 数字电路的作用：处理信息
- 模拟电路：用连续的模拟电压/电流值来表示信息

## 数码

- 数字信号通常都是用数码形式给出。

## 数制

- 把多位数码中每一位的构成方法以及从低位到高位的进位规则称为数制。

## 算数运算

- 数量间的加、减、乘、除等运算。

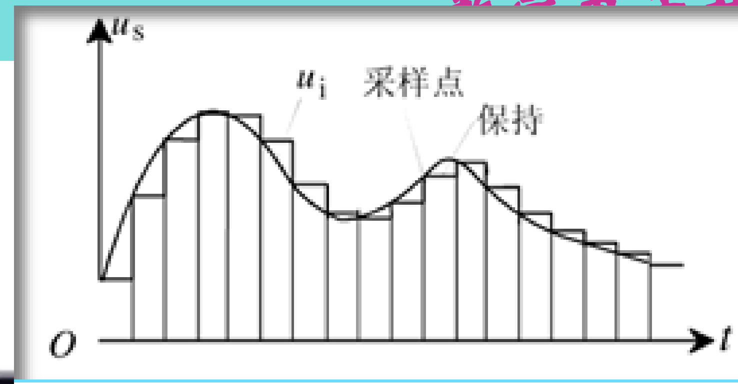
## 代码

- 当数码表示不同事物时，它们已经不再具有表示数量大小的含义，只是不同事物的代号，因此称为代码。

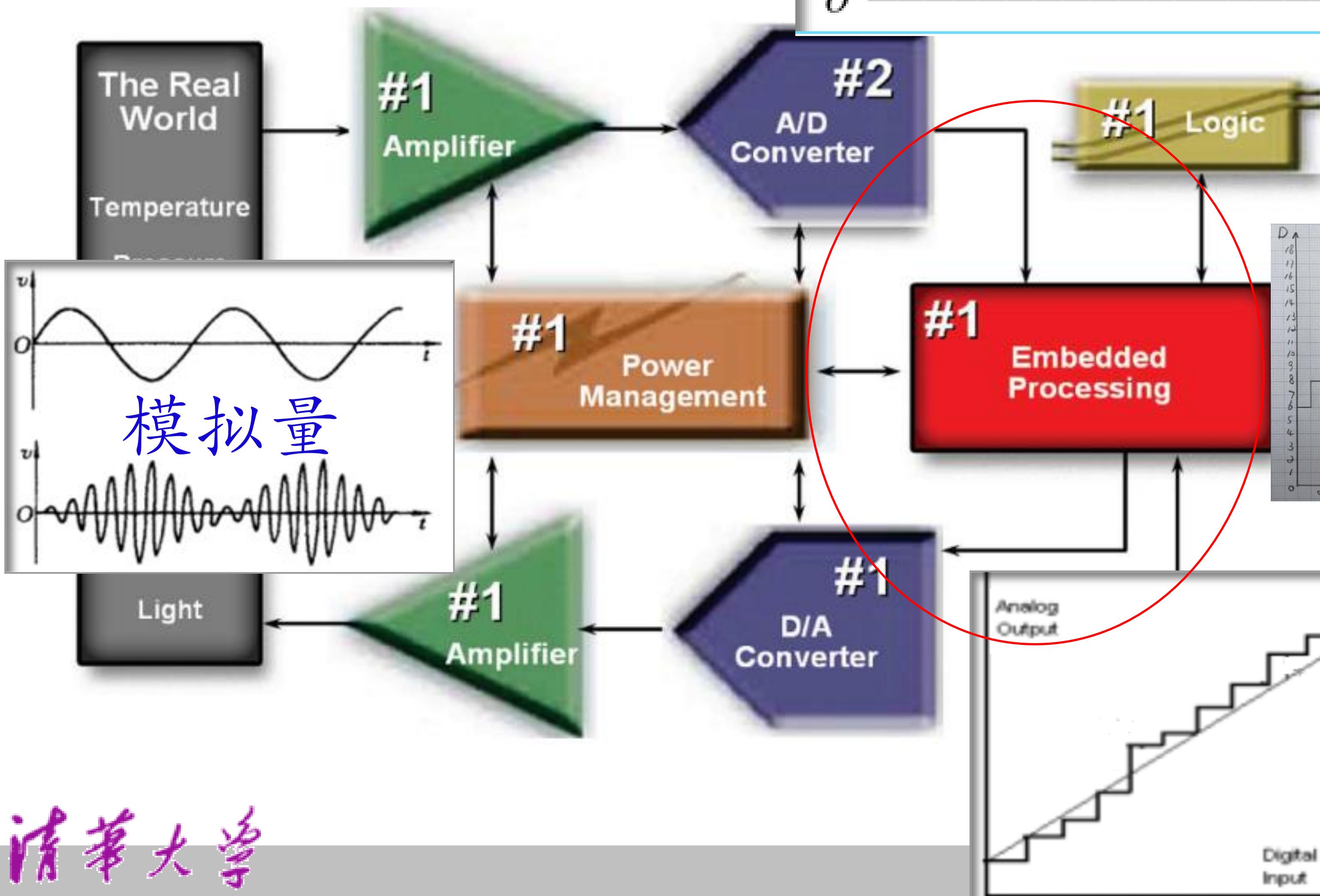
## 码制

- 为了便于记忆和查找，在编制代码时总要遵循一定的规则，这些规则叫码制。如美国信息交换标准代码（ASCII码）

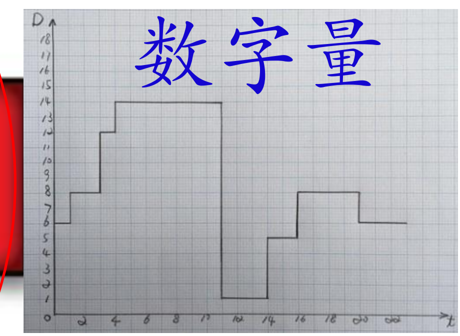
# 数字量和模拟量



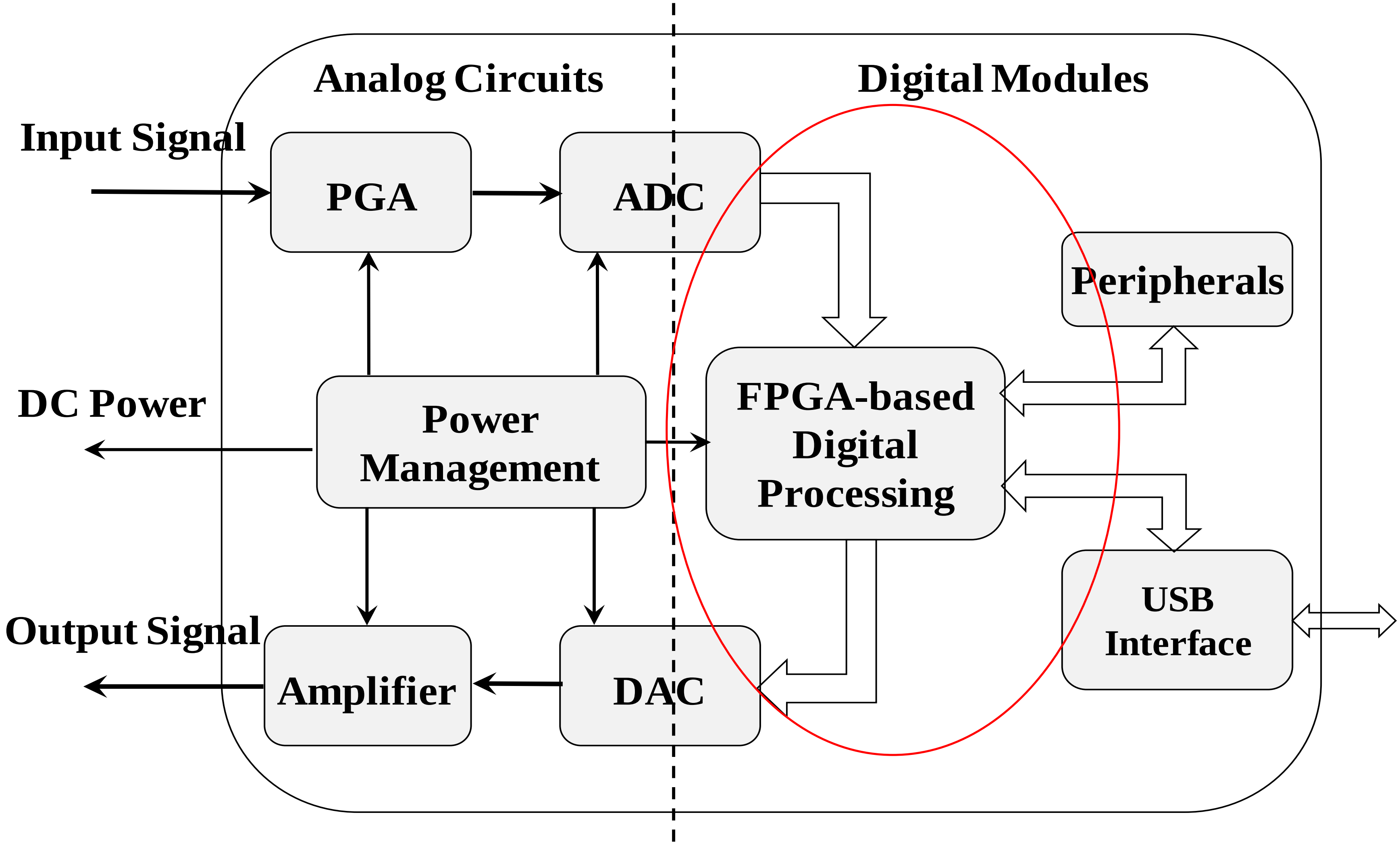
$u_s$
$u_i$
采样点
保持
O
t

The Real World
Temperature
Light
#1 Amplifier
#2 A/D Converter
#1 Logic
#1 Power Management
#1 Embedded Processing
#1 D/A Converter
#1 Amplifier
模拟量
Analog Output
Digital Input

数字量


Analog Circuits
Digital Modules
Input Signal
PGA
ADC
Peripherals
DC Power
Power Management
FPGA-based Digital Processing
Output Signal
USB Interface
Amplifier
DAC

实验套件实现架构

# 1.2 几种常用的数制

$$D = \sum K_i \times N^i$$ 任意进制数按十进制展开式

- A binary digit has only 2 possibilities

| | |
|---|---|
| 0 | 1 |

逢二进一

- An octal digit has 8 possibilities

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

逢八进一

- A decimal digit has 10 possibilities

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

逢十进一

- A hexadecimal (hex) digital has 16 possibilities

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

逢十六进一

# 不同进制数的对照表

| 十进制数 | 二进制 | 八进制 | 十六进制 |
|---|---|---|---|
| 00 | 0000 | 00 | 0 |
| 01 | 0001 | 01 | 1 |
| 02 | 0010 | 02 | 2 |
| 03 | 0011 | 03 | 3 |
| 04 | 0100 | 04 | 4 |
| 05 | 0101 | 05 | 5 |
| 06 | 0110 | 06 | 6 |
| 07 | 0111 | 07 | 7 |
| 08 | 1000 | 10 | 8 |
| 09 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |

# 1.3 不同数制间的转换

- 二一十转换

$$D = \sum K_i 2^i \qquad K \in (0,1)$$

- 例

$$(1011.01)_2 = 1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1 + 1\times 2^0 + 0\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2}$$
$$= (11.25)_{10}$$

## ❖十一二转换

**例**

$$
\begin{array}{l|l}
2 & 197 \cdots\cdots 余数=1=k_0 \\
2 & 98 \cdots\cdots 余数=0=k_1 \\
2 & 49 \cdots\cdots 余数=1=k_2 \\
2 & 24 \cdots\cdots 余数=0=k_3 \\
2 & 12 \cdots\cdots 余数=0=k_4 \\
2 & 6 \cdots\cdots\cdots 余数=0=k_5 \\
2 & 3 \cdots\cdots\cdots 余数=1=k_6 \\
 & 1 \cdots\cdots 余数=1=k_7 \\
 & 0
\end{array}
$$

故 $(\mathbf{197})_{\mathbf{10}} = (\mathbf{11000101})_{\mathbf{2}}$

**整数部分**

$$(S)_{10} = k_n 2^n + k_{n-1} 2^{n-1} + k_{n-2} 2^{n-2} \cdots + k_1 2^1 + k_0 2^0$$

$$= 2(k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1) + k_0$$

同理

$$k_n 2^{n-1} + k_{n-1} 2^{n-2} + \cdots + k_1 = 2(k_n 2^{n-2} + k_{n-1} 2^{n-3} + \cdots + k_2) + k_1$$

例

$$
\begin{array}{r}
0.8125 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.6250 \\
0.6250 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.2500 \\
0.2500 \\
\times \quad 2 \\
\hline
0.5000 \\
0.5000 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.000
\end{array}
$$

…………整数部分＝ 1 ＝$k_{-1}$

…………整数部分＝ 1 ＝$k_{-2}$

…………整数部分＝ 0 ＝$k_{-3}$

…………整数部分＝ 1 ＝$k_{-4}$

故 $(0.8125)_{10} = (0.1101)_2$

小数部分 $(S)_{10} = k_{-1}2^{-1} + k_{-2}2^{-2} + \cdots + k_{-m}2^{-m}$

左右同乘以2

$2(S)_{10} = k_{-1} + (k_{-2}2^{-1} + k_{-3}2^{-2} + \cdots + k_{-m}2^{-m+1})$

同理

$2(k_{-2}2^{-1} + k_{-3}2^{-2} + \cdots + k_{-m}2^{-m+1}) = k_{-2} + (k_{-3}2^{-1} + \cdots + k_{-m}2^{-m+2})$

## ❖二一十六转换

例：将$(01011110.10110010)_2$化为十六进制

$$(0101,1110.1011,0010)_2$$

$$=(5 \quad E \quad B \quad 2)_{16}$$

## ❖十六－二转换

例：将$(8FAC6)_{16}$化为二进制

$$
\begin{array}{ccccc}
(8 & F & A & C & 6)_{16} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
(1000 & 1111 & 1010 & 1100 & 0110)_{2}
\end{array}
$$

## ❖ 八—二转换

例：将$(011110.010111)_2$化为八进制

$$
\begin{array}{cccc}
(011 & 110. & 010 & 111)_2 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
=(3 & 6\ . & 2 & 7)_8
\end{array}
$$

例：将$(52.43)_8$化为二进制

$$
\begin{array}{cccc}
(5 & 2\ . & 4 & 3)_8 \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
(101 & 010. & 100 & 011)_2
\end{array}
$$

- 十六－十转换

十六进制转换为十进制

$$D = \sum K_i 16^i \qquad K \in (0,1 \cdots 15)$$

十进制转换为十六进制：通过二进制转化

# 1.4 二进制算数运算

## 1.4.1 二进制算术运算的特点

- 算术运算：

  1：和十进制算数运算的规则相同

  2：逢二进一

- 特点：

  加、减、乘、除全部可以用移位和相加这两种操作实现。简化了电路结构

- 所以数字电路中普遍采用二进制算数运算

## 1.4.2 反码、补码和补码运算

- 二进制数的正、负号也是用0/1表示的。
- 数值位逐位求反就为反码。
- 在定点运算中，最高位为符号位（0为正，1为负）

如　+89 = （0　1011001）

　　-89 = （1　1011001）

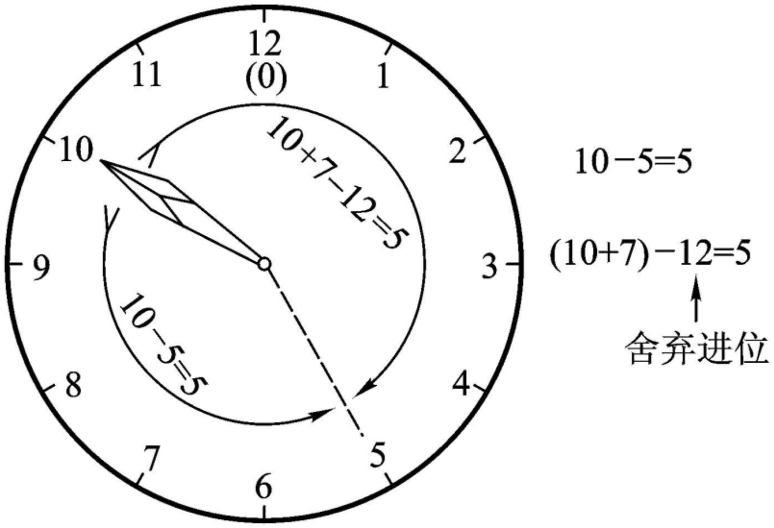
# 二进制数的补码：

- 最高位为符号位（0为正，1为负）
- 正数的补码和它的原码相同
- 负数的补码 = 数值位逐位求反(反码) + 1

  如　　+5 = （0　0101）

  　　　−5 = （1　1011）

- 通过补码，将减一个数用加上该数的补码来实现




10 - 5 = 5

10 + 7 —12 = 5 （舍弃进位）

7 + 5 = 12 产生进位的模

7是-5对模数12的补码

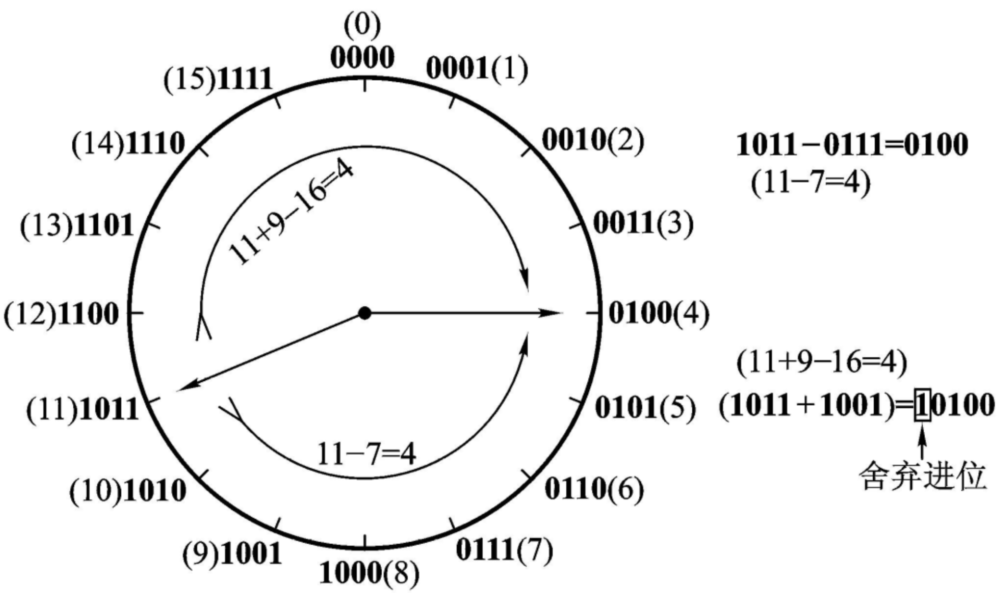
1011 – 0111 = 0100

(11 - 7 = 4)

1011 + 1001 = 10100

=0100（舍弃进位）

(11 + 9—16 = 4)




0111 + 1001 =$2^4$

1001是- 0111对模$2^4$（16）的补码

# 两个补码表示的二进制数相加时的符号位讨论

例：用二进制补码运算求出

13＋10 、13－10 、－13＋10 、－13－10

解：

| | | |
|---|---|---|
| +13 | 0 | 01101 |
| +10 | 0 | 01010 |
| +23 | 0 | 10111 |

| | | |
|---|---|---|
| +13 | 0 | 01101 |
| −10 | 1 | 10110 |
| +3 | 0 | 00011 |

| | | |
|---|---|---|
| −13 | 1 | 10011 |
| +10 | 0 | 01010 |
| −3 | 1 | 11101 |

| | | |
|---|---|---|
| −13 | 1 | 10011 |
| −10 | 1 | 10110 |
| −23 | 1 | 01001 |

结论：将两个加数的符号位和来自最高位数字位的进位相加，结果就是和的符号。

# 1.5几种常用的编码

## 一、十进制代码

几种常用的十进制代码

| 十进制数 | 8421码 | 余3码 | 2421码 | 5211码 | 余3循环码 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0011 | 0000 | 0000 | 0010 |
| 1 | 0001 | 0100 | 0001 | 0001 | 0110 |
| 2 | 0010 | 0101 | 0010 | 0100 | 0111 |
| 3 | 0011 | 0110 | 0011 | 0101 | 0101 |
| 4 | 0100 | 0111 | 0100 | 0111 | 0100 |
| 5 | 0101 | 1000 | 1011 | 1000 | 1100 |
| 6 | 0110 | 1001 | 1100 | 1001 | 1101 |
| 7 | 0111 | 1010 | 1101 | 1100 | 1111 |
| 8 | 1000 | 1011 | 1110 | 1101 | 1110 |
| 9 | 1001 | 1100 | 1111 | 1111 | 1010 |
| 权 | 8421 | | 2421 | 5211 | |

# 二、格雷码



特点：1. 每一位的状态变化都按一定的顺序循环。

2. 编码顺序依次变化，按表中顺序变化时，相邻代码只有一位改变状态。

应用：减少过渡噪声

| 编码顺序 | 二进制 | 格雷码 | 编码顺序 | 二进制码 | 格雷码 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0000 | 8 | 1000 | 1100 |
| 1 | 0001 | 0001 | 9 | 1001 | 1101 |
| 2 | 0010 | 0011 | 10 | 1010 | 1111 |
| 3 | 0011 | 0010 | 11 | 1011 | 1110 |
| 4 | 0100 | 0110 | 12 | 1100 | 1010 |
| 5 | 0101 | 0111 | 13 | 1101 | 1011 |
| 6 | 0110 | 0101 | 14 | 1110 | 1001 |
| 7 | 0111 | 0100 | 15 | 1111 | 1000 |

## 三、美国信息交换标准代码（ASCⅡ）

ASCⅡ是一组七位二进制代码，共128个

应用：计算机和通讯领域

| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $B_7B_6B_5$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | $B_4B_3B_2B_1$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 0 0 0 | NUL | DLE | Sp | 0 | @ | P | ` | p |
| 1 | 0 0 0 1 | SOH | DC1 | ! | 1 | A | Q | a | q |
| 2 | 0 0 1 0 | STX | DC2 | " | 2 | B | R | b | r |
| 3 | 0 0 1 1 | ETX | DC3 | # | 3 | C | S | c | s |
| 4 | 0 1 0 0 | EOT | DC4 | $ | 4 | D | T | d | t |
| 5 | 0 1 0 1 | ENQ | NAK | % | 5 | E | U | e | u |
| 6 | 0 1 1 0 | ACK | SYN | & | 6 | F | V | f | v |
| 7 | 0 1 1 1 | BEL | ETB | ' | 7 | G | W | g | w |
| 8 | 1 0 0 0 | BS | CAN | ( | 8 | H | X | h | x |
| 9 | 1 0 0 1 | HT | EM | ) | 9 | I | Y | i | y |
| A | 1 0 1 0 | LF | SUB | * | : | J | Z | j | z |
| B | 1 0 1 1 | VT | ESC | + | ; | K | [ | k | { |
| C | 1 1 0 0 | FF | FS | , | < | L | \ | l | \| |
| D | 1 1 0 1 | CR | GS | - | = | M | ] | m | } |
| E | 1 1 1 0 | SO | RS | . | > | N | ^ | n | ~ |
| F | 1 1 1 1 | SI | US | / | ? | O | _ | o | DEL |