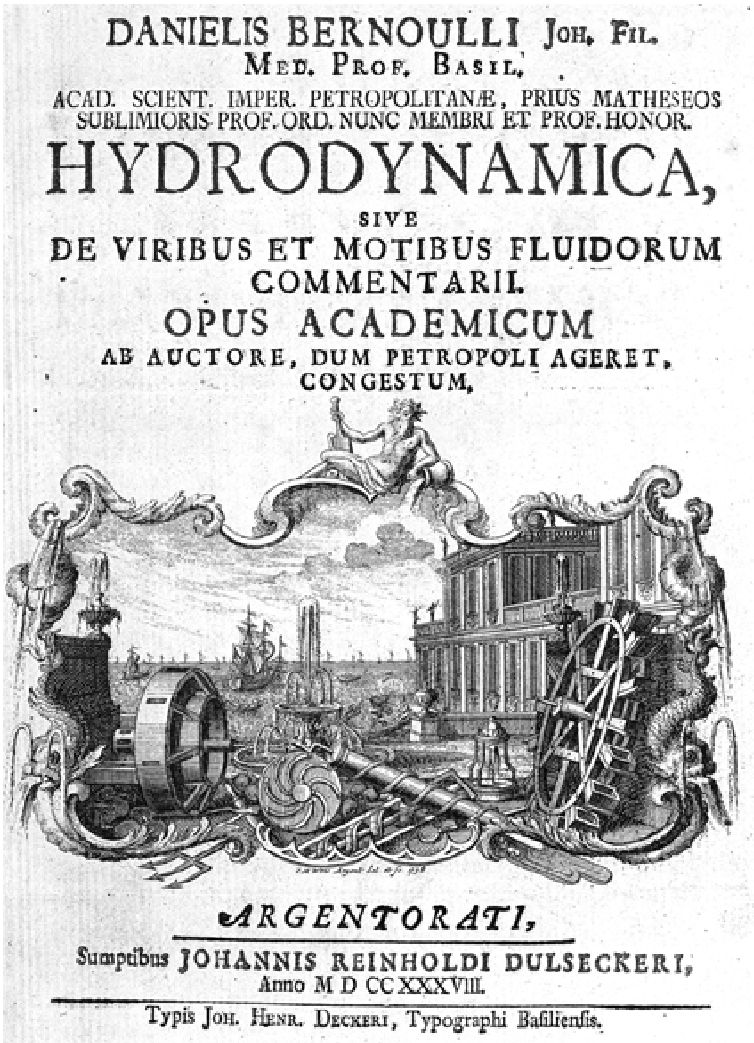
Université Toulouse 3 – Paul Sabatier
L3 Mécanique

Année universitaire 2017-2018
Mécanique des fluides

Exercices et problèmes – 1ère partie


DANIELIS BERNOULLI JOH. FIL.
MED. PROF. BASIL.
ACAD. SCIENT. IMPER. PETROPOLITANÆ, PRIUS MATHESEOS SUBLIMIORIS PROF. ORD. NUNC MEMBRI ET PROF. HONOR.
HYDRODYNAMICA,
SIVE
DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM COMMENTARII.
OPUS ACADEMICUM
AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET, CONGESTUM.

ARGENTORATI,
Sumptibus JOHANNIS REINHOLDI DULSECKERI,
Anno M D CC XXXVIII.
Typis JOH. HENR. DECKERI, Typographi Basiliensis.

Equipe pédagogique :
D. Fabre, M. Zagzoule

Table des matières

1 Analyse dimensionnelle et similitude

1.1 Force de résistance à l'avancement d'un bateau de pêche

On cherche à déterminer la résistance à l'avancement d'un petit bateau de pêche naviguant dans de l'eau de mer à la vitesse nominale $U = 4m/s$. La longueur du navire est de $L = 10m$, et sa surface mouillée est de $S = 37,64m^2$.

1.1.1 Analyse dimensionnelle

1. Listez tous les paramètres physiques pertinents et indépendants ayant une influence sur la force de résistance.
   Liste des paramètres retenus : U, L, ρ, g, ν *(ou* μ*),*
   Paramètres non retenus :
   - P_0 *(pression de référence "atmosphérique). Justifications possibles : (i) expérimentale ; on constate que la traînée ne varie pas en fonction des conditions météo. (ii) La force due à la pression est une intégrale de* P *sur une surface fermée, si on modifie la pression de référence (on remplace* P *par* $P + \delta_P$ *partout) l'intégrale correspondante n'est pas modifiée (cf. chap. 2 et souvenirs de L2 normalement). (iii) les équations du mouvement du fluide incompressible (NS) sont invariantes lorsque l'on change* P_0 *en* P_0' *(cf. chap. 5).*
   - T_0 *: les transferts thermiques ne sont pas pertinents dans ce problème (et de +* T_0 *n'est pas indépendant car pour un fluide incompressible* $\rho = \rho(T)$*)*
   - ρ_a, μ_a *(densité de l'air ; car 1000 fois plus faible que celle de l'eau, la résistance exercée par l'air est donc négligeable)*
   - *Si on retient* ν*,* μ *n'est pas indépendant (ou inversement).*
   - *Largeur* ℓ*, hauteur* H*, autres dimensions, etc... car si l'on considère une géométrie de bateau donnée, celles-ci sont toutes proportionnelles à la longueur* L*. (en revanche si l'on considère une famille de géométries dont on souhaite faire varier les caractéristiques, il pourra être pertinent de rajouter des paramètres géométriques comme* ℓ/L *, etc... , mais ici dans la suite on utilisera une maquette géométriquement similaire)*
   - *De même la surface mouillée* S *n'est pas indépendante car* $S =\equiv L^2$*, le volume non plus.*
   - *La masse du bateau n'est pas pertinente (elle intervient dans le bilan des forces verticales, mais n'est pas pertinente dans la force horizontale)*
   - *De même pour toutes les autres propriétés du bateau (répartition de masse à l'intérieur de celui-ci, etc...)*
   - *etc... (l'age du capitaine n'est pas pertinent non plus !)*

   NB les valeurs de ρ, ν*,etc... sont données dans le tableau "annexe B".*
2. En déduire que la résistance à l'avancement peut se mettre sous la forme suivante :
$$R_T = \frac{1}{2}\rho S U^2 \cdot C_T\left(\frac{UL}{\nu}, \frac{U}{\sqrt{gL}}\right)$$
   Méthode : on part de la relation $R_T = \mathcal{F}(U, L, \rho, g, \nu)$*. On liste les dimensions physiques des variables retenues. On met sous forme adimensionnelle sous la forme*
$$\frac{R_T}{[M][L][T]^{-2}} = \overline{\mathcal{F}}\left(\frac{U}{[L][T]^{-1}}, \frac{L}{[L]}, \frac{\rho}{[M][L]^{-3}}, \frac{g}{[L][T]^{-2}}, \frac{\nu}{[L]^2[T]^{-1}}\right)$$
   Le choix le plus judicieux est $[L] = L$*,* $[M] = \rho L^3$*,* $[T] = L/U$*. On arrive alors à :*
$$\frac{R_T}{\rho L^2 U^2} = \overline{\mathcal{F}}\left(1, 1, 1, \frac{gL}{U^2}, \frac{\nu}{LU}\right)$$
   ce qui est équivalent à la forme recherchée (NB par convention on préfère faire apparaître S *plutôt que* L^2 *, c'est équivalent dimensionnellement mais plus pratique à l'usage) .*
3. Quels nombres adimensionnels classiques reconnaissez-vous là ? quelle est leur interprétation ?
   On reconnaît les nombres de Froude et Reynolds (s'aider du tableau "annexe A").
   Intéprétations : Re = Effets inertiels / Effets visqueux, Fr = effets inertiels /effets gravitationnels). NB : ici les effets gravitationnels se manifestent par la création de vagues. Autre interprétation : Fr = vitesse du bateau / vitesse des vagues. Analogie avec le nombre de Mach (mais en réalité c'est plus compliqué car les vagues sont des ondes dispersives...).
4. Calculez la valeur de ces deux nombres dans le cas du bateau de pêche en condition réelles.
   $Fr = 0.4$, $Re = 3.0326 \cdot 10^7$.

1.1.2 Etude de similitude

On cherche à déterminer la traînée à l'aide d'une expérience en bassin de traction (dans l'eau douce), à l'aide d'une maquette à l'échelle 1/10ème.

5. Est-il possible de faire une expérience en similitude totale (nombres de Froude et de Reynolds identiques dans l'expérience et le navire réel) ?
Similitude de Reynolds =¿ $U_M/U = L/L_M$; similitude de Froude (en gravité terrestre, $g = g_M$) =¿ $U_M/U = (L/L_M)^{-1/2}$, impossible d'assurer les deux a moins de faire l'expérience sur une autre planète !
6. Quelle doit être la vitesse U_m de la maquette si l'on souhaite respecter la similitude de Reynolds ? Que vaut alors le nombre de Froude de l'expérience ? ce cas vous semble-t-il réaliste ?
$U_m = 40m/s$, $Fr_m = 12.77$, *la structure du champ de vagues va être très différente...*
7. Quelle doit être la vitesse U_m de la maquette si l'on souhaite respecter la similitude de Froude ? Que vaut alors le nombre de Reynolds Re_m de l'expérience ?
$U_m = 1.26m/s$; $Re_m = 1.2624e6$.

1.1.3 Similitude partielle sous l'hypothèse de Froude

Lorsque $Re \gg 10^5$ et $Fr \leq 0.4$, l'expérience montre que l'on peut faire l'hypothèse de Froude, qui consiste à supposer que la résistance à l'avancement se décompose en deux parties données par les expressions suivantes :

$$C_T(Re, Fr) = C_v(Re) + C_w(Fr)$$

où C_v est le coefficient de traînée visqueuse, estimé par la loi empirique de Hugues :

$$C_v(Re) = \frac{0.074}{(\log_{10} Re - 2)^2}$$

et $C_w(Fr)$ est la traînée de vagues, qui peut être mesuré en effectuant une expérience en similitude de Froude.

8. Pour une vitesse d'avance de la maquette correspondant à celle calculée à la question 7, on mesure sur la maquette une résistance à l'avancement $C_{T,m} = 22.28N$.
En déduire la traînée totale exercée sur le navire réel C_T, puis la puissance qui doit être fournie par le moteur du bateau.
Rep : le coefficient de traînée de la maquette vaut
$C_{T,m} = \frac{R_{T,m}}{\rho_m S_m U_m^2/2} = 0.074$.
La partie visqueuse donnée par la loi empirique vaut $C_v(Re_m) = 0.0044$.
En retranchant les deux on déduit $C_w = 0.003$, *qui est le même que pour le navire réel.*
Donc le coefficient de traînée du navire réel vaut $C_T = C_w + C_v(Re) = 0.003 + 0.0025 = 0.0055$, *et la traînée totale vaut* $R_T = 1701N$. *La puissance correspondante vaut* $\mathcal{P} = R_T U = 6803W = 9,13$ *chevaux-vapeur.*

1.2 Force de traînée sur une automobile

On cherche à estimer la force de traînée D s'exerçant sur une automobile de longueur L et surface frontale S roulant à la vitesse V, à l'aide d'une expérience utilisant une maquette à échelle réduite dans un tunnel hydrodynamique.

1. Listez et discutez les paramètres physiques pertinents et indépendants dans ce problème.
2. En utilisant les principes de l'analyse dimensionnelle, montrez que la traînée s'exprime simplement sous la forme suivante :

$$D = \rho S V^2 C_x(Re), \quad \text{avec } Re = \frac{VL}{\nu}$$

3. Calculez la valeur du nombre de Reynolds, pour une automobile de longueur $L = 4m$ (et surface frontale $S = 1.74m^2$), roulant à la vitesse $V = 90km/h$.
4. Dans l'expérience, la maquette est à l'échelle 1/10 (c.a.d. $L_m = L/10$). La vitesse de l'eau dans le tunnel hydrodynamique est notée V_m.
Quelle doit être la valeur de V_m pour assurer la similitude de Reynolds ?

5. Le tunnel hydrodynamique étant réglé à la vitesse V_m précédemment déterminée, on mesure à l'aide d'une balance de forces une traînée sur la maquette $D_m = 911N$. En déduire le C_x, puis la traînée D sur la voiture.
6. En déduire la puissance dissipée par les forces aérodynamiques, puis la puissance qui doit être fournie par le moteur, en supposant que le rendement énergétique global de celui-ci est $\eta = 20\%$.

1.3 Vitesse d'un animal volant

On cherche à estimer la vitesse V d'un animal volant (insecte, oiseau ou chauve-souris) en fonction de sa masse M.

1. Listez les différents paramètres physiques intervenant dans le problème, et discutez leur pertinence. Montrez qu'il est légitime de supposer que la vitesse est donnée par une loi de la forme

$$V = \mathcal{F}(M, L, \rho, g, \nu).$$

   où ρ est la masse volumique de l'air, g l'accélération de la gravité, L l'envergure de l'oiseau, M sa masse et ν la viscosité cinématique de l'air.
2. Donnez les dimensions physiques de V, ρ, ν, g, L et M.
3. En appliquant les principes de l'analyse dimensionnelle, montrez que la loi de vitesse peut se mettre sous la forme :

$$V = \sqrt{gL}\ \mathcal{F}\left(\frac{M}{\rho L^3}, \frac{\nu}{\sqrt{gL^3}}\right).$$

4. Interprétez physiquement la quantité $M/(\rho L^3)$. Justifiez pourquoi on peut supposer en première approximation que cette quantité a la même valeur pour tous les animaux volants.
5. Quelle est l'interprétation physique du nombre sans dimensions $Ga = \frac{\sqrt{gL^3}}{\nu}$ (parfois appelé nombre de Galilée) ?
6. Des considérations aérodynamiques permettent de montrer que dans la gamme $Ga > 10^3$ la structure de l'écoulement est indépendante de la viscosité. Estimez le nombre de Galilée pour les différents animaux volants du tableau ci-dessous.
7. En déduire que la vitesse d'un animal volant est proportionnel à $M^{1/6}$.
8. Application : calculez le rapport $V/M^{1/6}$ pour les différents animaux détaillés dans le tableau ci-dessous. Commentez les résultats

Animal	Poids	Vitesse	$V/M^{1/6}$
Guêpe	$100mg$	$20km/h$	
Colibri	$2.5g$	$45km/h$	
Hirondelle	$17g$	$60km/h$	
Aigle	$6kg$	$160km/h$	
Airbus A300	$150T$	$855km/h$	

9. En se basant sur l'analyse précédente, à combien estimez vous la vitesse d'une mouette de masse $400g$?