XXVII. NEMZETKÖZI MAGYAR MATEMATIKA VERSENY
KAPOSVÁR 2018. MÁRCIUS 14-18.

12. évfolyam feladatsora

1. A koordináta-rendszerben adottak az $A(2\ ;\ 2)$ és $B(9\ ;\ 9)$ pontok. Írjuk fel annak a. körnek az egyenletét, amely illeszkedik az A és B pontokra, és érinti az x tengelyt!

   (Katz Sándor, Bonyhád)

2. Határozza meg az $A = 2018^{x_1+x_2+\ldots+x_n}$ kifejezés értékét, ahol $x_1, x_2, \ldots, x_n$ az alábbi egyenlet gyökei

   $$x^{2017} = x^{2018} + \left\{\frac{2019+x}{1+[x]}\right\}$$

   (ahol $[x]$ az x valós szám egész részét jelenti és $\{x\} = x - [x]$.)

   (Fedorszki Ádám, Beregszász)

3. Az R sugarú körbe írjuk be az $ABCDE$ ötszöget úgy, hogy $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{DE} = R$ legyen. Jelölje M és N a CD és AE oldalak megfelelő felezőpontjait. Mutassuk meg, hogy a BMN háromszög szabályos!

   (Pintér Ferenc, Nagykanizsa)

4. Egy pénzérmét feldobunk egymás után 10-szer. Mi a valószínűsége, hogy nem lesz két egymást követő fej ebben a sorozatban? (Róka Sándor, Nyíregyháza)

5. Adott a d nem – negatív egész szám és egy $a_0, a_1, a_2, \ldots$ sorozat ahol $a_0 = 1$ és minden $n \geq 1$ - re érvényes, hogy

   $a_n = \dfrac{a_{n-1}}{3}$, ha a_{n-1} osztható 3 – mal

   $a_n = a_{n-1} + d$, ha a_{n-1} nem osztható 3 – mal

   Keressük meg az összes olyan d számot, melyre érvényes, hogy létezik olyan $k > 1$ természetes szám, melyre $a_k = 1$ (Kekeňák Tamás, Kassa)

6. Oldjuk meg a $\sqrt[3]{-x^3 - x^2 + x + 2} - x^2 + 2x + 2 = 0$ egyenletet a valós számok halmazán.

   (Bíró Bálint, Eger)