VII. Nemzetközi Magyar Matematika Verseny

Szabadka, 1998. ápr. 23-26.

10. osztály

1. feladat: Oldjuk meg a pozitív egész számok körében a következő egyenletet:

$$\sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}=a+b\sqrt{2}$$

Kórizs Júlia (Bácskatopolya)

2. feladat: Igazoljuk, hogy ha n egész szám, akkor az

$$\frac{n^4+4n^2+3}{n^4+10n^2+16}$$

tört nem egyszerűsíthető!

Balázsi Borbála (Beregszász)

3. feladat: Határozzuk meg az összes olyan pozitív egész x, y, z számokból álló számhármast, amelyre teljesül a következő két egyenlet:

$$\begin{aligned} x^3+3y^3+z^5+z &= 1998 \\ y^2z &= x \end{aligned}$$

Oláh György (Révkomárom)

4. feladat: Legyen d egy A kezdőpontú félegyenes és α egy olyan változó szög, amely 0° és 90° között minden értéket felvesz. A d félegyenesen úgy választjuk ki a B pontot, hogy $AB = \operatorname{tg}\alpha$ teljesüljön, és úgy szerkesztjük meg AB fölé az ABC háromszöget, hogy $BAC\angle = \alpha$, $AC = \sin\alpha$ teljesüljön. Mit írnak le a C pontok, ha α minden lehetséges értéket felvesz?

Kovács Béla (Szatmárnémeti)

5. feladat: Egy háromszög oldalainak a, b, c mértékszámai egész számok és tudjuk, hogy az egyik magasság a másik két magasság összegével egyenlő. Bizonyítsuk be, hogy $a^2+b^2+c^2$ négyzetszám.

Katz Sándor (Bonyhád)

6. feladat: Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$n^{4(x_1^2+x_2)}+n^{4(x_2^2+x_3)}+\ldots+n^{4(x_n^2+x_1)}=1,$$

ahol $n \geq 2$ egész szám.

Bencze Mihály (Brassó)