



XXVII. NEMZETKÖZI MAGYAR MATEMATIKA VERSENY KAPOSVÁR 2018. MÁRCIUS 14-18.

10. évfolyam feladatsora

1. A nyári festőtáborban a gyerekek ecseteket és a tisztításukhoz szükséges anyagokat, rajzlapokat és festékgombokat kapnak, amelyekből tetszés szerint válogatva az alapszínek mellett mindig új keverék színekhez jutnak. Minden alap- illetve keverékszínt külön rajzlapon próbálnak ki. Gyerekekként legalább hány rajzlapra van szükség, ha egy válogatásban a kiszemelt festékgomb csak legfeljebb egyszer és ugyanakkora mennyiségben szerepel, feltéve, hogy a festékgombok színei: piros, kék, sárga és zöld
(Szalay István, Szeged)
2. Jelölje $V(n)$ az n szám egyjegyű pozitív osztóinak számát. Például $V(100) = 4$, mivel a 100-nak 4 egyjegyű osztója van: 1, 2, 4 és 5.
Mennyi $V(1) + V(2) + V(3) + \dots + V(99) + V(100)$ értéke?
(Róka Sándor, Nyíregyháza)
3. Egy n természetes számra (a tízes számrendszerben) akkor mondjuk, hogy *furfangos*, ha az n szám számjegyeinek összege és az $n+1$ szám számjegyeinek összege is páratlan szám. Hány 2018-nál kisebb *furfangos* szám van?
(Péics Hajnalka, Szabadka)
4. Az $ABCD$ négyzet A csúcsából húzzunk két olyan félegyenest, amelyek egymással 45° -os szöget zárnak be. Az egyik félegyenes a BC oldalt az E pontban, a BD átlót a P pontban metszi. A másik a CD oldalt az F pontban, a BD átlót pedig a Q pontban metszi. Mutassuk meg, hogy az AEF háromszög területe kétszerese az APQ háromszög területének!
(Pintér Ferenc, Nagykanizsa)
5. Állapítsuk meg az $A = x + \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}}$ kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét, ha x pozitív valós szám.
(Katz Sándor, Bonyhád)
6. Egy egyenlő szárú ABC háromszög BC alapjának belső P pontján keresztül párhuzamosokat húzunk a szárakkal. Ezek a párhuzamosok az AB -t az R pontban, az AC -t a Q pontban metszik. Bizonyítandó, hogy a P pont QR egyenesre vonatkozó tükörképe az egyenlő szárú háromszög köré írt körén van.
(Laczkó László, Budapest)