



XXVII. NEMZETKÖZI MAGYAR MATEMATIKA VERSENY KAPOSVÁR 2018. MÁRCIUS 14-18.

11. évfolyam feladatsora

1. Oldja meg a természetes számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $y^2 - 6 \cdot x! = 213$

b) $y^2 - 6 \cdot 2^x = 213$

(Molnár István, Gyula)

2. Az ABC hegyesszögű háromszögben $BAC \angle = 45^\circ$. Legyen M az A csúcsból húzott magasság talppontja a BC oldalon. D és E az AB és AC oldalak pontjai úgy, hogy $BMD \angle = 45^\circ$ és $CME \angle = 45^\circ$

a) Igazoljuk, hogy a $BDEC$ négyszög húrnégyszög!

b) Mekkora az ADE és ABC háromszögek területének aránya?

(Bíró Béla, Sepsiszentgyörgy)

3. Határozd meg a következő S összeget, amelyben az a pozitív valós szám.

Milyen a értékek esetén lesz $S > 1$, ha

$$S = \log_2 a \cdot \log_{2^2} a + \log_{2^2} a \cdot \log_{2^3} a + \dots + \log_{2^{2017}} a \cdot \log_{2^{2018}} a$$

(Szabó Magda, Szabadka)

4. Egy szabályos háromszög oldala n egység, ahol $n \geq 2$ egész szám. A háromszöget oldalaival párhuzamos egyenesekkel felbontjuk olyan szabályos háromszögekre, melyek oldala 1 egység. Egy hangya elindul egy tetszőlegesen kiválasztott kis háromszögből, és mindig szomszédos kis háromszögbe lép át. (Két kis háromszög szomszédos, ha van közös oldaluk.) Semelyik kis háromszögbe nem lép egynél többször. Legfeljebb hány kis háromszöget tud bejárni, beleértve azt is, amelyik kis háromszögben kezdetben állt? (Kis háromszögön mindig 1 egység oldalú háromszöget értünk.)

(Erdős Gábor, Nagykanizsa)

5. Adott az $f(x) = \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^6 x + \cos^6 x}$, $x \in \mathbb{R}$ függvény. Határozzuk meg

a) az $f(x) = \frac{10}{7}$ egyenlet megoldásait,

b) az $f(x)$ függvény értékkészletét.

(Katz Sándor, Bonyhád)

6. Az $ABCD$ téglalapba írjunk AEF szabályos háromszöget úgy, hogy az E pont a BC , az F pont a CD oldal belső pontja.

a) A téglalap $AD=b$ és $AB=a$ oldalainak milyen $\frac{b}{a}$ arányánál lehet a téglalapba a fentiek szerint szabályos háromszöget írni?

b) Bizonyítsuk be, hogy az ABE , ADF és CEF háromszögek egyikének a területe a két másik háromszög területének összegével egyenlő.

(Pintér Ferenc, Nagykanizsa)