1　微分とは

1.1　解析的な意味

各点での微小変化量を求めること。
$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ のようなベクトル値関数だと変化量というのも変ですが、ベクトルの変化量ということです。

1.2　幾何学的な意味

その点での接ベクトルを求めること。こちらはベクトル値関数でもそのままの意味で解釈できます。

2　もう少し説明してみる

2.1　解析的な意味について

微分の定義は、

$$\frac{d}{dx}f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

でした。

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

の部分が、x と $x+h$ の平均の変化率なのでその平均をとる間を極限まで 0 に近づけていった先が、瞬間の「微小変化量」と解釈できます。

2.2　幾何学的な意味について

極限をとるまえの操作を考えてみると、x と $x+h$ の二点を通る直線の傾きを求めています。
その二点の間隔を狭めていくと、最終的には 1 点になり、事実上のその点での接線になります。

3　偏微分について

一変数の微分を踏まえてた上で話を進めると、偏微分自体はある変数について、それ以外の変数は固定して、注目した変数について微分をする、というそれ以上の意味はありません。

他の定理や主張と絡んでくるといろいろ深い意味をもってきますが、偏微分それ自体はそれ以上でもそれ以下でもありません。

4　機械学習における偏微分について

ニューラルネットにおいて、ノード間の重みを調整 (学習) する際、(確率的) 勾配降下法という方法を用いるのが一般的です。

その手法で重みを更新していくときの更新式に損失関数の偏微分が出てきます。

また、この偏微分が実際に計算するのは非常にやっかいなため、そのうまい方法として誤差逆伝播法がありますが、その中でキーになってくる δ と呼ばれる量の定義にも、偏微分が出てきます。

5　合成関数の微分

5.1　例題 1

$y = (x^2 + 3x + 1)^4$ を微分せよ。

5.2　解答

$$\frac{d}{dx}((x^2 + 3x + 1)^4) = 4((x^2 + 3x + 1))^3 \frac{d}{dx}(x^2 + 3x + 1)$$

$$= 4((x^2 + 3x + 1))^3(2x + 3)$$

5.3 例題 2

$y = \log(\sin(x^3 - 1))$ を微分せよ。

5.4 解答

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx}(\log(\sin(x^3 - 1))) &= \frac{1}{\sin(x^3 - 1)} \frac{d}{dx}(\sin(x^3 - 1)) \\
&= \frac{1}{\sin(x^3 - 1)} \cos(x^3 - 1) \frac{d}{dx}(x^3 - 1) \\
&= \frac{1}{\sin(x^3 - 1)} \cos(x^3 - 1) 3x^2 \\
&= \frac{3x^2}{\tan(x^3 - 1)}
\end{aligned}$$

6 合成関数の偏微分

6.1 例題

$f(x, y) = (x^2 + y^2)\sin(xy)$ を微分せよ。

6.2 解答

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}((x^2 + y^2)\sin(xy)) &= \frac{\partial}{\partial x}(x^2 + y^2)\sin(xy) + (x^2 + y^2)\frac{\partial}{\partial x}\sin(xy) \\
&= 2x\sin(xy) + (x^2 + y^2) y \cos(xy)
\end{aligned}$$