

## Introduction

Dire cest quoi leffet cheerios etc ...

Dans le cadre de l'UE Projet en Calcul Scientifique Numérique, nous devons travailler sur un projet, afin de nous apprendre plus en détail, la programmation et le calcul numérique avec un langage compilé, le C. Notre sujet était sur l'"Effet Cheerios", ou l'interaction d'objets à la surface d'un liquide par l'effet de la gravité et la déformation interfaciale. Cet effet se caractérise par la tension d'une surface liquide sous le poids d'un objet, par exemple une punaise sur l'eau. Lorsque nous ajoutons plusieurs objets sur la même surface, à distance plus ou moins grande, les objets vont potentiellement s'attirer puis créer des tas mobiles. Ce phénomène est notamment visible avec des céréales dans du lait, d'où le nom de Cheerios, célèbre marque de céréales américaine. Pour réaliser à bien ce projet nous avons du faire de nombreuses recherches sur la mécanique des fluides, les collisions inélastiques et nous avons également du faire un travail conséquent sur l'optimisation de notre algorithme.

## 1 nescescites

### 1.1 Effet Cheerios

Les formules pour les calculs viennent principalement de [1]

$$F(l) = -2\pi\gamma RB^{5/2}K_1\left(\frac{l}{L_c}\right) \quad (1)$$

### 1.2 Integration de verlet

Développement limité de Taylor Young de  $f(x)$  au point  $x_0$  :

$$DL_n f(x) = \sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i + o((x - x_0)^n) \quad (2)$$

Si on applique le développement limité d'ordre 3 la position( $\mathbf{x}(t + dt)$ ) au point  $t+dt$  on a l'équation suivante avec  $t_0$  comme le pas de temps précédent :

$$DL_3 \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t_0) + \mathbf{x}'(t_0)(t - t_0) + \frac{\mathbf{x}''(t_0)}{2!}(t - t_0)^2 + o((t - t_0)^3)$$

Si  $t_0$  est le pas de temps précédent,  $\mathbf{x}'(t)$  vitesse et  $\mathbf{x}''(t)$  l'accélération, nous avons :

$$DL_3 \mathbf{x}(t + dt) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{x}'(t)(t + dt - t) + \frac{\mathbf{x}''(t)}{2!}(t + dt - t)^2 + o(t + dt - t)$$

$$\Rightarrow DL_3 \mathbf{x}(t + dt) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t)(dt) + \frac{\mathbf{a}(t)}{2!}(dt)^2 + o(dt^3)$$

L'erreur sur le temps  $t_n$  est de l'ordre de  $o(\exp(Lt_n)dt^2)$

Et comme notre accélération ne dépend pas du changement de vitesse mais de l'équation (1), nous pouvons calculer l'accélération à partir du principe fondamental de la dynamique avec une masse constante. Il est important de faire cela après le calcul de position mais avant la vitesse car la position prend l'accélération précédente et la vitesse prend celui de avant et pendant le temps.

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{a} = \frac{\sum \mathbf{F}}{m} \quad (3)$$

Maintenant comme nous avons la nouvelle position et l'accélération, nous pouvons calculer la nouvelle vitesse.

$$\mathbf{v}(t + dt) = \mathbf{v}(t) + \frac{\mathbf{a}(t) + \mathbf{a}(t + dt)}{2}dt \quad (4)$$

### 1.3 Collisions

Expliquer comment on a deduit que les collisions etait des collisions in-elastic parfait et metre les equations utilise Pour les collisions, nous sommes partis sur un modèle assez simple qui itère chaque objet et regarde si la distance entre eux est plus petite que leur rayons additionnés on dis que il ya une collision et on applique les collisions et la conservation de momentum.

- Dabord on prend le vecteur norme collisions qui est le sens de 1 a 2  $\mathbf{c} \rightarrow ||\mathbf{c}|| = 1$
- Apres on trouve la vitesse relative pour voir comment les cheerios vont saffecter
- Et on calcule la vitesse avec le produit scalaire de vitesse relative et la norme de collision ceci ca va nous etre utile quand on calcule m'impulse des objets  $\mathbf{v}_{collision} = \mathbf{v}_{relative} \mathbf{c}$
- et on applique un coefficient entre 0.2 et 0.7 car notre experience nest pas des collisions elastique parfaite. Par contre il faut faire attention a cette constante car si on le mets trop petit ca fait tel que les cheerios na pas le rebond nescesaire et comence a entrer dans eux et si on le mets trop eleve ca fait tel que ca rebondit beaucoup mais tout ces effects negative diminue plus on prend notre pas de temps petit
- si la vitesse de collision est plus grand que 0 ca veut dire ils vont vers eux meme donc une collision???? ca veut dire que autrement meme si ils sont entre eux il ya pas de collision???? revoir applique collision et le if
- on calcule l'impulse  $i = 2 \frac{v}{m_1 m_2}$
- et on soustrait la vitesse du cheerio 1 par  $\mathbf{v}_1 - = i * m_2 * \mathbf{c}$
- et on ajoute pour l'autre  $\mathbf{v}_2 - = i * m_1 * \mathbf{c}$

## **2 Le bord**

### **2.1 collision des bords**

Et aussi on fait des collisions de bord aussi.

### **2.2 force des bords**

pour la force des bords on utilise la symetrie.

## **3 Comment on a concue notre probleme**

- On a pris l'interaction des forces totale sur chaque particule par la fonction dans l'article 'Cheerios effect'
- et de ca on deduis la force que reagis a chaque cheerios pour un pas de temps
- Check si il ya des collisions ou pas et si il ya on change les proprietes des cheerios par rapport aux collisions
- De la force en utilisant l'integration de verlet et le principe fondamentale de la dynamique  $\text{somme forces} = \text{derive (masse*vitesse)}$  on peux changer les positions des cheerios

## **Conclusion**

## Bibliographie

- [1] D. VELLA et L. MAHADEVAN, « The Cheerios effect, » *American Journal of Physics*, t. 73, n° 9, p. 817-825, sept. 2005, ISSN : 0002-9505, 1943-2909. DOI : 10.1119/1.1898523. adresse : <http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.1898523> (visité le 29/11/2022).
- [2] P. O. SCHERER, *Computational Physics, Simulation of Classical and Quantum Systems*, 2<sup>e</sup> éd. Springer Cham, 2013, ISBN : 978-3-319-00400-6. DOI : <https://doi-org.accesdistant.sorbonne-universite.fr/10.1007/978-3-319-00401-3>.
- [3] R. BENZI, S. SUCCI et M. VERGASSOLA, « Introduction to the Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics, » in *Relaxation in Complex Systems and Related Topics*, sér. NATO ASI Series, I. A. CAMPBELL et C. GIOVANNELLA, éd., Boston, MA : Springer US, 1990, p. 329-334, ISBN : 978-1-4899-2136-9. DOI : 10.1007/978-1-4899-2136-9\_45. adresse : [https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2136-9\\_45](https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2136-9_45) (visité le 03/10/2022).
- [4] D. CHAN, J. HENRY et L. WHITE, « The interaction of colloidal particles collected at fluid interfaces, » *Journal of Colloid and Interface Science*, t. 79, n° 2, p. 410-418, fév. 1981, ISSN : 00219797. DOI : 10.1016/0021-9797(81)90092-8. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0021979781900928> (visité le 29/11/2022).
- [5] N. CHARLTON. « Drawing and Animating Shapes with Matplotlib. » (s. d. ), adresse : <https://nickcharlton.net/posts/drawing-animating-shapes-matplotlib.html> (visité le 16/11/2022).
- [6] K. D. DANOV, R. DIMOVA et B. POULIGNY, « Viscous drag of a solid sphere straddling a spherical or flat surface, » *Physics of Fluids*, t. 12, n° 11, p. 2711, 2000, ISSN : 10706631. DOI : 10.1063/1.1289692. adresse : <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pof2/12/11/10.1063/1.1289692> (visité le 29/11/2022).
- [7] H. N. DIXIT et G. M. HOMSY, « Capillary effects on floating cylindrical particles, » *Physics of Fluids*, t. 24, n° 12, p. 122102, déc. 2012, ISSN : 1070-6631, 1089-7666. DOI : 10.1063/1.4769758. adresse : <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4769758> (visité le 29/11/2022).
- [8] D.-x. FENG et A. V. NGUYEN, « Contact angle variation on single floating spheres and its impact on the stability analysis of floating particles, » *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, t. 520, p. 442-447, mai 2017, ISSN : 09277757. DOI : 10.1016/j.colsurfa.2017.01.057. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0927775717300948> (visité le 29/11/2022).

- [9] M. A. FORTES, « Attraction and repulsion of floating particles, » *Canadian Journal of Chemistry*, t. 60, n° 23, p. 2889-2895, 1<sup>er</sup> déc. 1982, ISSN : 0008-4042, 1480-3291. DOI : 10.1139/v82-414. adresse : <http://www.nrcresearchpress.com/doi/10.1139/v82-414> (visité le 29/11/2022).
- [10] W. GIFFORD et L. SCRIVEN, « On the attraction of floating particles, » *Chemical Engineering Science*, t. 26, n° 3, p. 287-297, mars 1971, ISSN : 00092509. DOI : 10.1016/0009-2509(71)83003-8. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0009250971830038> (visité le 29/11/2022).
- [11] J. B. KELLER, « Surface tension force on a partly submerged body, » *Physics of Fluids*, t. 10, n° 11, p. 3009-3010, nov. 1998, ISSN : 1070-6631, 1089-7666. DOI : 10.1063/1.869820. adresse : <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.869820> (visité le 29/11/2022).
- [12] P. A. KRALCHEVSKY et K. NAGAYAMA, « Capillary interactions between particles bound to interfaces, liquid films and biomembranes, » *Advances in Colloid and Interface Science*, t. 85, n° 2-3, p. 145-192, mars 2000, ISSN : 00018686. DOI : 10.1016/S0001-8686(99)00016-0. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0001868699000160> (visité le 29/11/2022).
- [13] J. -. LOUDET, M. QIU, J. HEMAUER et J. J. FENG, « Drag force on a particle straddling a fluid interface : Influence of interfacial deformations, » *The European Physical Journal E*, t. 43, n° 2, p. 13, fév. 2020, ISSN : 1292-8941, 1292-895X. DOI : 10.1140/epje/i2020-11936-1. adresse : <http://link.springer.com/10.1140/epje/i2020-11936-1> (visité le 29/11/2022).
- [14] E. H. MANSFIELD, H. R. SEPANGI et E. A. EASTWOOD, « Equilibrium and mutual attraction or repulsion of objects supported by surface tension, » *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, t. 355, n° 1726, p. 869-919, 15 mai 1997, ISSN : 1364-503X, 1471-2962. DOI : 10.1098/rsta.1997.0049. adresse : <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.1997.0049> (visité le 29/11/2022).
- [15] A. MARCHAND, J. H. WEIJS, J. H. SNOEIJER et B. ANDREOTTI, « Why is surface tension a force parallel to the interface ? » *American Journal of Physics*, t. 79, n° 10, p. 999-1008, oct. 2011, ISSN : 0002-9505, 1943-2909. DOI : 10.1119/1.3619866. adresse : <http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.3619866> (visité le 29/11/2022).
- [16] J. C. MAXWELL, *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell*, 1<sup>re</sup> éd., W. D. NIVEN, éd. Cambridge University Press, 20 jan. 2011, ISBN : 978-1-108-01538-7. DOI : 10.1017/CB09780511710377. adresse : <https://>

- [www.cambridge.org/core/product/identifiant/9780511710377/type/book](http://www.cambridge.org/core/product/identifiant/9780511710377/type/book) (visité le 29/11/2022).
- [17] M. M. NICOLSON, « The interaction between floating particles, » *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, t. 45, n° 2, p. 288-295, avr. 1949, ISSN : 0305-0041, 1469-8064. DOI : 10.1017/S0305004100024841. adresse : [https://www.cambridge.org/core/product/identifiant/S0305004100024841/type/journal\\_article](https://www.cambridge.org/core/product/identifiant/S0305004100024841/type/journal_article) (visité le 29/11/2022).
  - [18] « Calculateur de Tension Superficielle d'une Aiguille à Flottante à Hydraulique Fluides Convertisseurs d'unités En Ligne. » (s. d. ), adresse : <https://www.translatorscafe.com/unit-converter/fr-FR/calculator/surface-tension/> (visité le 07/11/2022).
  - [19] « Compressible Lattice Boltzmann Method and Applications | SpringerLink. » (s. d. ), adresse : [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-11842-5\\_3](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-642-11842-5_3) (visité le 01/10/2022).
  - [20] T. ONDARÇUHU, P. FABRE, E. RAPHAËL et M. VEYSSIE, « Specific properties of amphiphilic particles at fluid interfaces, » *Journal de Physique*, t. 51, n° 14, p. 1527-1536, 1990, ISSN : 0302-0738. DOI : 10.1051/jphys:0199000510140152700. adresse : <http://www.edpsciences.org/10.1051/jphys:0199000510140152700> (visité le 29/11/2022).
  - [21] J. ONISHI, A. KAWASAKI, Y. CHEN et H. OHASHI, « Lattice Boltzmann simulation of capillary interactions among colloidal particles, » *Computers & Mathematics with Applications*, t. 55, n° 7, p. 1541-1553, avr. 2008, ISSN : 08981221. DOI : 10.1016/j.camwa.2007.08.027. adresse : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0898122107006463> (visité le 29/11/2022).
  - [22] REDUCIBLE, director, *Building Collision Simulations : An Introduction to Computer Graphics*, 19 jan. 2021. adresse : [https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=eED4bSkYCB8&ab\\_channel=Reducible](https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=eED4bSkYCB8&ab_channel=Reducible) (visité le 03/10/2022).
  - [23] N. B. VARGAFTIK, B. N. VOLKOV et L. D. VOLJAK, « International Tables of the Surface Tension of Water, » *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, t. 12, n° 3, p. 817-820, juill. 1983, ISSN : 0047-2689, 1529-7845. DOI : 10.1063/1.555688. adresse : <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.555688> (visité le 29/11/2022).
  - [24] N. D. VASSILEVA, D. van den ENDE, F. MUGELE et J. MELLEMA, « Capillary Forces between Spherical Particles Floating at a Liquid-Liquid Interface, » *Langmuir*, t. 21, n° 24, p. 11190-11200, 1<sup>er</sup> nov. 2005, ISSN : 0743-7463, 1520-5827. DOI : 10.1021/la051186o. adresse : <https://pubs.acs.org/doi/10.1021/la051186o> (visité le 29/11/2022).

- [25] D. VELLA et L. MAHADEVAN, « The 'Cheerios effect', » *American Journal of Physics*, t. 73, n° 9, p. 817-825, sept. 2005, ISSN : 0002-9505, 1943-2909. DOI : 10.1119/1.1898523. arXiv : cond-mat/0411688. adresse : <http://arxiv.org/abs/cond-mat/0411688> (visité le 29/11/2022).
- [26] D. VELLA, P. D. METCALFE et R. J. WHITTAKER, « Equilibrium conditions for the floating of multiple interfacial objects, » *Journal of Fluid Mechanics*, t. 549, p. 215, -1 8 fév. 2006, ISSN : 0022-1120, 1469-7645. DOI : 10.1017/S0022112005008013. adresse : [http://www.journals.cambridge.org/abstract\\_S0022112005008013](http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112005008013) (visité le 29/11/2022).
- [27] D. J. R. VELLA, « The Fluid Mechanics of Floating and Sinking, » p. 143, s. d.