Simulation Numérique de *l'Effet de Cheerios*

Baptiste BRAUN-DELVOYE
Erdi ÇAN

Projet en Calcul Scientifique LU2ME232

Sorbonne Université, CMI Mécanique

6 décembre 2022

SCIENCES SORBONNE UNIVERSITÉ

Sommaire

Introduction

Motivation

- Nous aimons la mécanique des fluides
- Un projet trop ambitieux au départ. . .
- M. FULLANA nous a présenté l'Effet Cheerios
- Nous avons voulu simuler cet effet du mieux qu'on pouvait

Modélisation de l'Effet de Cheerios[1]

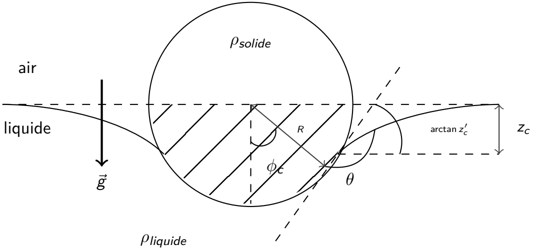


Figure – Géométrie d'une sphère reposant sur une interface liquide-gaz.

$$z_c' \sin\phi_c = B\left(\frac{2D-1}{3} - \frac{1}{2}\cos\theta + \frac{1}{6}\cos^3\theta\right) \equiv B\Sigma$$

Avec B le nombre de Bond linéarisé et $D \equiv \rho_s/\rho_l$

Modélisation de l'Effet de Cheerios[1]

$$E(l) = -2\pi\gamma R^2 b^2 \Sigma^2 K_0\left(\frac{l}{L_c}\right)$$

Force d'interaction des objets flottants

$$-\frac{dE}{dl} = F(l) = -2\pi\gamma R B^{5/2} \Sigma^2 K_1\left(\frac{l}{l_c}\right)$$

Méthodes Utilisées- *Velocity Verlet*[2]

$$\mathrm{DL}_3\boldsymbol{x}(t+\mathrm{d}t) = \boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{v}(t)(\mathrm{d}t)+\frac{\boldsymbol{a}(t)}{2!}(\mathrm{d}t)^2+o(\mathrm{d}t^3)$$

$$\sum \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \Rightarrow \boldsymbol{a} = \frac{\sum \boldsymbol{F}}{m}$$

$$\boldsymbol{v}(t+\mathrm{d}t) = \boldsymbol{v}(t) + \frac{\boldsymbol{a}(t)+\boldsymbol{a}(t+\mathrm{d}t)}{2}\mathrm{d}t$$

- D'ordre 2
- Erreur global $O(\mathrm{d}t^2)$
- Erreur au pas de temps t_n $o(e^{Lt_n}\mathrm{d}t^2)$

Méthodes Utilisées-Colisions Bords

On peux décomposer le vecteur vitesse en :

$$\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n} + (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{t})\boldsymbol{t}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{v}^{'} = -(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n} + (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{t})\boldsymbol{t}$$

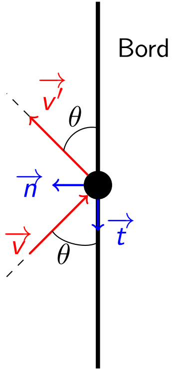


Figure – Schéma d'un rebond d'un objet sur un bord

Méthodes Utilisées-Colisions Objet-Objet

On détecte des collisions quand nos objets se chevauchent. Puis on applique la conservation du momentum.

$$\boldsymbol{c} = \frac{\boldsymbol{AB}}{||\boldsymbol{AB}||}$$

$$\boldsymbol{v}_{rel} = \boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B$$

$$v_{col} = \boldsymbol{v_{rel}} \cdot \boldsymbol{c}$$

$$I = \frac{2v_{col}}{m_A + m_B}$$

$$\boldsymbol{v}_A^{'} = \boldsymbol{v}_A - Im_B\boldsymbol{c}$$

$$\boldsymbol{v}_B^{'} = \boldsymbol{v}_B + Im_A\boldsymbol{c}$$

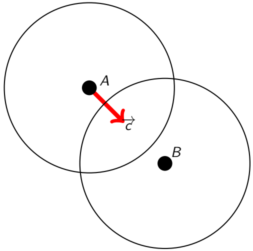


Figure – Schéma d'une collision

Algorithme du code

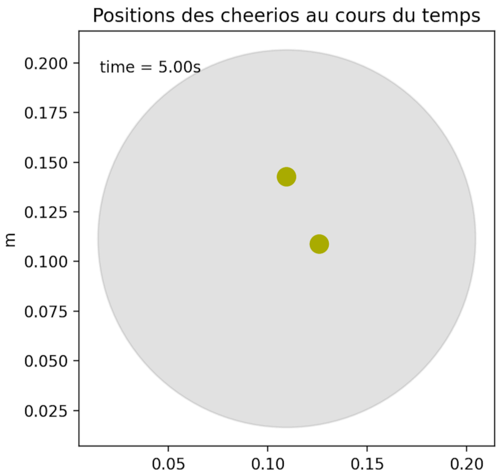
Pour tout les pas de temps
    Pour tout les objets
        Pour tout les objets
            Si collision
                Applique collision
            Sinon
                Calcul force
    Met la force dans l'objet
Trouve nouvelles positions avec l'integration de Verlet
Écriture données à chaque itérations.

Complexité

- Complexité du temps de $O(NT\ n^2)$
- Complexité de l'espace de $O(n)$

Avec n le nombre d'objets simulés

Résultats


Positions des cheerios au cours du temps
time = 5.00s
m
0.200
0.175
0.150
0.125
0.100
0.075
0.050
0.025
0.05
0.10
0.15
0.20

Conclusion

- Programme fonctionnel, mais pour qu'un diamètre en même temps.
- Résultats concluants par rapport à des expériences.
- Améliorations de nos compétences en programmation, calcul numérique et en mécanique du fluide.

Références I

[1] D. Vella et L. Mahadevan, "The "Cheerios effect"," *American Journal of Physics*, t. 73, n° 9, p. 817-825, sept. 2005, ISSN : 0002-9505, 1943-2909. DOI : 10.1119/1.1898523. adresse : http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.1898523 (visité le 29/11/2022).

[2] F. Crivelli, "The Störmer-Verlet method,", p. 14, 8 mai 2008.

[3] N. Charlton, "Drawing and Animating Shapes with Matplotlib," (s. d.), adresse : https://nickcharlton.net/posts/drawing-animating-shapes-matplotlib.html (visité le 16/11/2022).