Sorbonne-Université, Faculté des Sciences et Ingénierie
Licence de Mécanique **Année universitaire 2022–2023**

LU2ME003 : Méthodes mathématiques et numériques pour la mécanique 1

TP1 - Interpolation / intégration

On se donne $n = 3$. Les $n+1$ points de mesure f_j d'une grandeur $f(x)$ sont donnés en $n+1$ abscisses x_j $(0 \leq j \leq n = 3)$ et notés dans le tableau suivant (cf. TD 2) :

j	0	1	2	3
x_j	-2	0	4	6
f_j	3	5	8	5

Créer un fichier `donnees.dat` contenant les mesures sur deux colonnes : x_j, f_j.

L'objectif de ce TP est de réaliser une approximation polynômiale $P(z)$ de $f(z)$ dans le domaine $[-2, 6]$ et ensuite de calculer numériquement l'intégrale du polynôme interpolé.

1. Soit $z_{test} \in [-2, 6]$ quelconque. Utiliser les éléments du tableau (x_j, f_j) donné ci-dessus pour implémenter le calcul de la valeur du polynôme interpolé de Lagrange P_{test} pour cette valeur de z_{test}, donnée par $P_{test} = \sum_{i=0}^{n} f_i \left(\prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{(z_{test} - x_j)}{(x_i - x_j)} \right)$. Pour cela utiliser 2 boucles imbriquées. Affichez à l'écran la valeur numérique obtenue.
2. On souhaite construire le polynôme P point par point. Pour cela, on discrétise le domaine $[-2, 6]$ en m sous-intervalles, avec $m = 10$: on pose $h = (x_n - x_0)/m$ le pas d'espace, puis on introduit les abscisses $z_k = x_0 + k * h$, pour $k = 0,..,\ m$. On calcule un vecteur P à $m+1$ composantes dont chaque composante P_k est la valeur du polynôme de Lagrange pour l'abscisse z_k. Calculer et afficher à l'écran les $m+1$ couples de valeurs z_k, P_k (utiliser une boucle extérieure pour varier k).
3. Créer un fichier `lagrange.dat` contenant deux colonnes : z_k, P_k. Utiliser *gnuplot* pour tracer sur une même figure les points (z_k, P_k) et les quatre points de mesure (ou de collocation) initiaux.
4. Calculer et afficher à l'écran une valeur approchée I_h de l'intégrale $I(x) = \int_{-2}^{6} P(z)dz$ par la méthode composite des trapèzes, en utilisant les $m+1$ valeurs de P obtenues à la question 2.
5. Calculer et afficher à l'écran l'erreur E entre la valeur approchée précédente et la valeur exacte de l'intégrale.
6. Faire varier la valeur de m pour que $h = 0.1$, 0.01, 0.001, 0.0001 et 0.00001, et créer un fichier `erreur.dat` à deux colonnes : h et $E(h)$. Tracer l'erreur $E(h)$ en fonction du pas d'espace h en échelle log-log, et vérifier l'ordre de l'erreur.
7. ☺ Reproduire la démarche précédente à partir de la méthode composite de Simpson.