

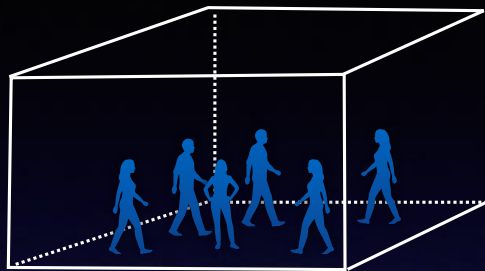
# Modélisations & activités pédagogiques

Bertrand MAURY

LMO, Université Paris-Saclay  
& Ens Paris, PSL Univ.

- 1) Pourquoi la concentration de CO<sub>2</sub> donne-t-elle une indication fiable sur la concentration d'aérosols ?
- 2) Quelles informations peut-on tirer des mesures du CO<sub>2</sub> ?

## 2) Modéliser l'évolution du taux de CO2



$V$  : volume de la pièce

$c \in [0, 1]$  fraction de CO2 dans l'air

$RV$  = Taux de renouvellement horaire, en  $m^3$

$N$  : nombre de personnes

$F$  : production de CO2 par personne ( $\sim 20$  L par heure)

$$\frac{d(cV)}{dt} = RV(c_{xt} - c) + N$$

$$\frac{d(cV)}{dt} = RV \left( \frac{dc}{dt} \right) + N$$

Relaxation vers

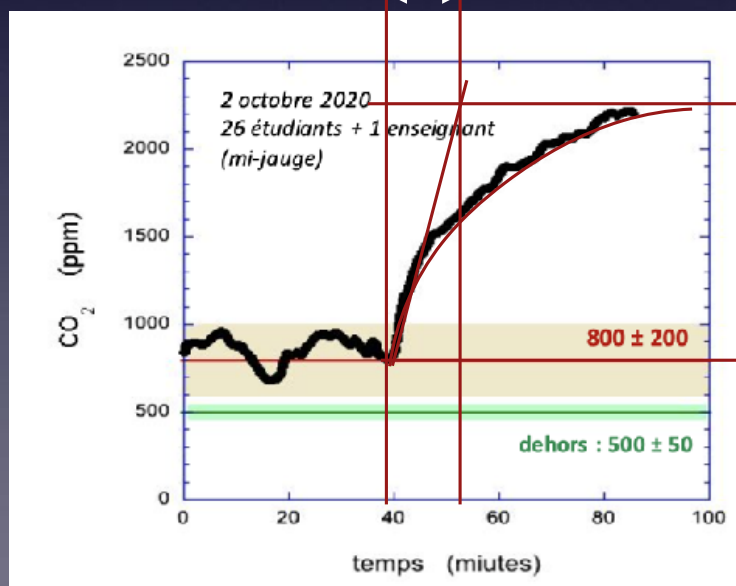
$$c = c_{xt}$$

$$\frac{N}{RV}$$

Solution

$$c(t) = c_{xt} + \frac{N}{RV} e^{-t/\tau}$$

$$1/R$$



$$\frac{NF}{RV}$$

Estimation :  
R ~ 3

Pour aller plus loin :  
Quelques remarques sur le taux de renouvellement horaire

B. Maury, B. Semin, S. Faure

Que représente-t-il ?

Comment l'estimer ?

Comment l'utiliser ?

## Taux de renouvellement horaire

### Que représente-t-il ?

Il caractérise la qualité de ventilation d'une salle dans des conditions d'utilisation données (fenêtres / portes fermées ou ouvertes, présence d'une VMC active ou pas, ...), indépendamment du nombre d'occupants.

Si  $Q$  est le débit d'air extérieur rentrant dans la pièce par heure, et  $V$  le volume de la pièce, alors

$$R = Q/V$$

Il est exprimé en  $h^{-1}$

Par exemple  $R = 3 \text{ h}^{-1}$  pour une salle de  $100 \text{ m}^3$  signifie que  $300 \text{ m}^3$  d'air extérieur rentre dans la pièce par heure. La même quantité d'air intérieur est sortie de la pièce dans le même temps.

Attention (principe de dilution) :  $R = 1 \text{ h}^{-1}$  ne signifie pas que l'air a été entièrement renouvelé au bout d'une heure. En réalité il reste autour d'un tiers de l'air initial.

L'inverse de  $R$  est un temps caractéristique. Par exemple  $R = 3$  signifie qu'au bout d' $1/3$  d'heure (20 mn), l'air a été significativement renouvelé (aux  $2/3$ ).

Pour  $R$  entre 10 et 15, tel que recommandé en milieu hospitalier, ce temps descend à  $\sim 5$  mn.

## Taux de renouvellement horaire

Comment l'estimer ?



Approche « plateau » : dans des conditions d'utilisation données, pour un nombre de personnes donné, le taux de CO<sub>2</sub> finit par se stabiliser à une certaine valeur C<sub>p</sub>. L'écart de C<sub>p</sub> au taux extérieur C<sub>ext</sub> est inversement proportionnel au taux de renouvellement R, plus précisément

$$C_p - C_{ext} = \frac{nF}{RV}$$

Où

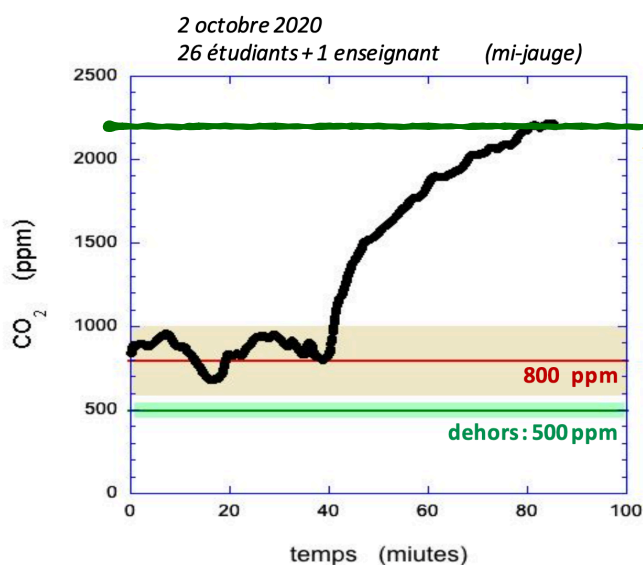
- n est le nombre de personnes présentes,
- F la production individuelle (par heure), de CO<sub>2</sub>, exprimée en volume équivalent: F = 20 L h<sup>-1</sup> = 0.02 m<sup>3</sup> h<sup>-1</sup>
- V est le volume de la pièce

On en déduit donc l'expression de R en fonction de ces paramètres et de l'écart au taux extérieur (les taux doivent être ici être exprimés en fraction entre 0 et 1, c'est à dire que le nombre de ppm doit être divisé par 1 million)

$$R = \frac{nF}{V(C_p - C_{ext})}$$

## Taux de renouvellement horaire

Approche plateau

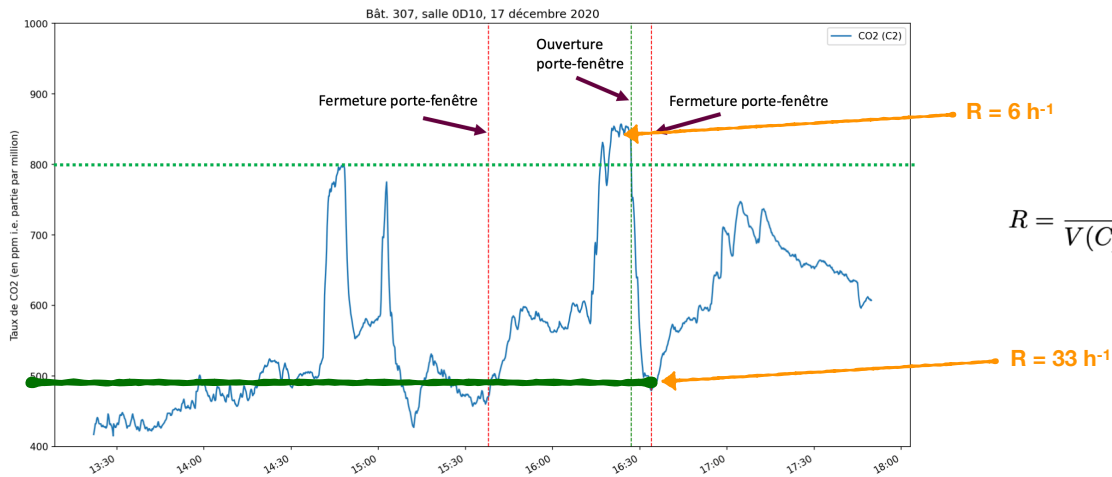


$$R = \frac{nF}{V(C_p - C_{ext})} = \frac{27 \times 0.02}{165 \times 0.0012} \approx 2.7 \text{ h}^{-1}$$

## Taux de renouvellement horaire

Approche plateau (forte ventilation)

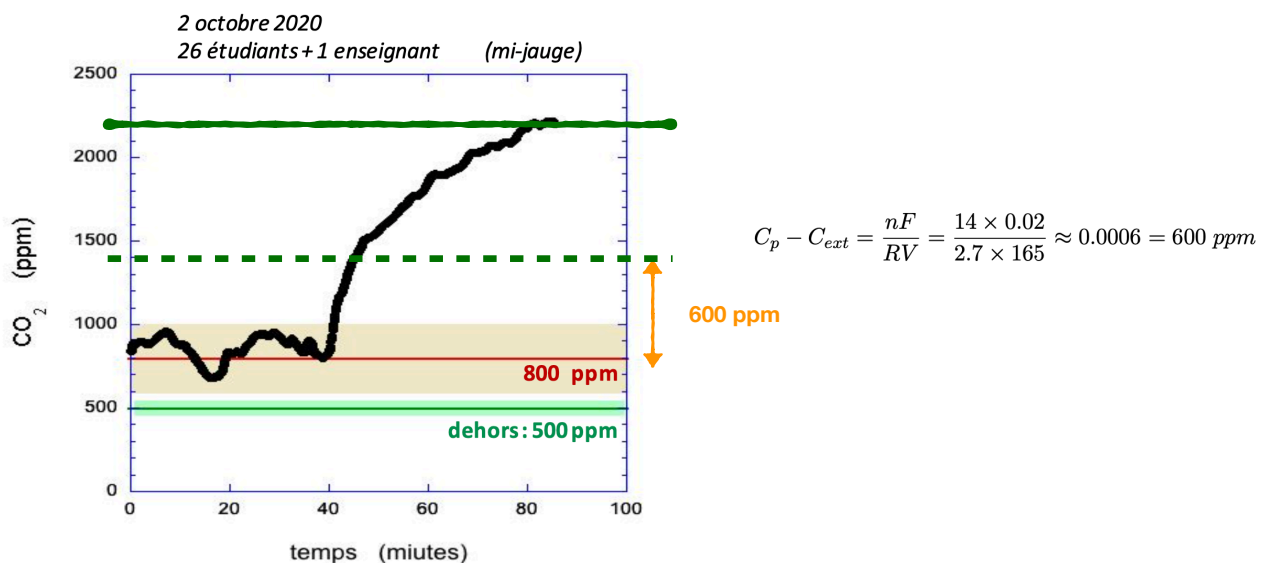
Volume : 200 m<sup>3</sup>, nombre de personnes : 21 (campus d'Orsay)



## Taux de renouvellement horaire

### Comment l'utiliser ?

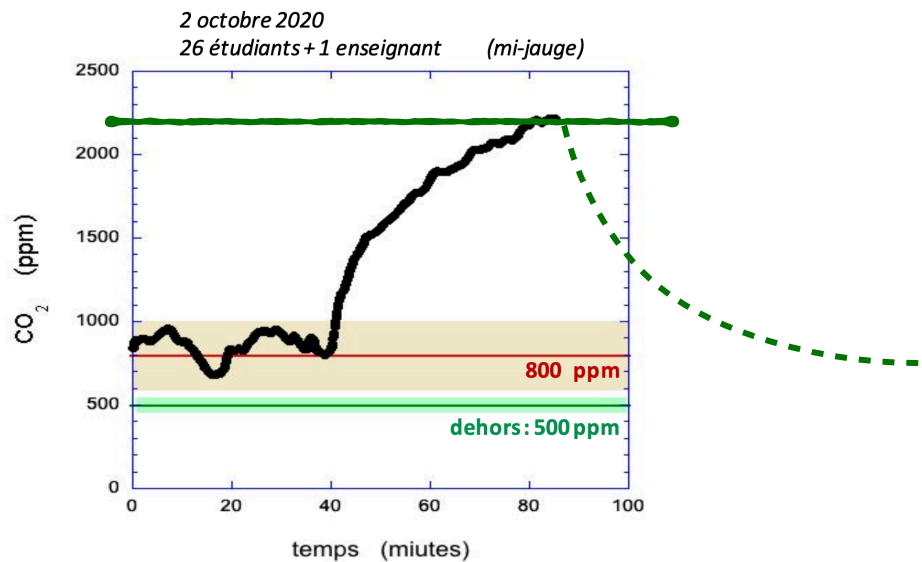
Utilisation 1 : si l'on connaît R, on peut prévoir ce que sera le taux pour un nombre de personnes arbitraire.  
Par exemple, pour la même salle, à mi-jauge (13 étudiants), on aura a priori un taux de  $800 + 600 = 1400 \text{ ppm}$



## Taux de renouvellement horaire

### Comment l'utiliser ?

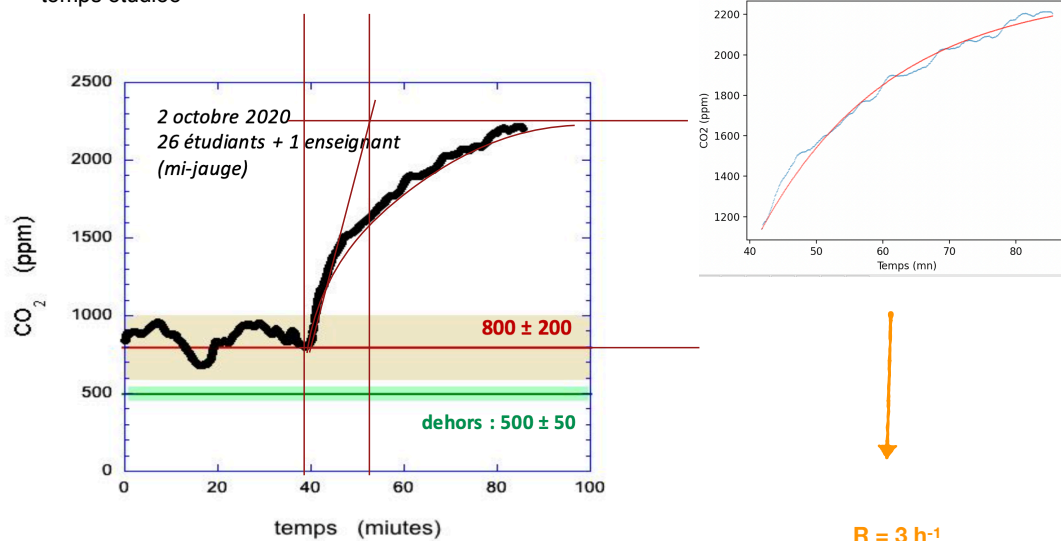
Utilisation 2: si l'on connaît  $R$ , on peut estimer le temps de retour à la normale après que la salle a été vidée  
Ici : temps = 0.37 h = 22 mn



## Taux de renouvellement horaire

Ajustement exponentiel (mode expert)

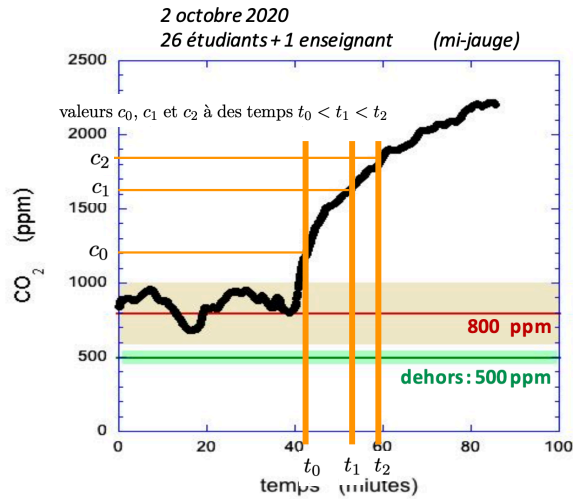
Ne nécessite aucune connaissance sur  $n$  ni  $V$ . Il faut juste être sûr que les conditions sont inchangées sur la plage de temps étudiée



## Taux de renouvellement horaire

Formule à 3 points (mode expert)

Ne nécessite aucune connaissance sur n ni V. Il faut juste être sûr que les conditions sont inchangées sur la plage de temps étudiée



$$\hat{R} = R_{\text{ref}} \frac{\log \left( \frac{c_2 - c_0}{c_1 - c_0} - 1 \right) - \log \left( \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} - 1 \right)}{\log \left( \frac{1 - e^{-R_{\text{ref}}(t_2 - t_0)}}{1 - e^{-R_{\text{ref}}(t_1 - t_0)}} - 1 \right) - \log \left( \frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} - 1 \right)}$$

$R = 2.7 \text{ h}^{-1}$

## Taux de renouvellement horaire

Caractérise la qualité de ventilation d'une salle, dans des conditions d'utilisation donnée  
(indépendamment du nombre de personnes présentes)

Facilement estimable (une fois pour toute) à partir de mesures de CO<sub>2</sub>, même sans disposer de la courbe

Permet d'estimer à l'avance un taux de CO<sub>2</sub> en fonction de l'affluence attendue



