1901022038
Selen ERDOĞAN

ELM367 ÖDEV #2

2.4 Consider the linear constant - coefficient difference equation

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = 2x[n-1]$$

Determine $y[n]$ for $n \geq 0$ when $x[n] = \delta[n]$ and $y[n] = 0$

Çözüm

$$x[n] = \delta[n]$$

$$y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = 2x[n-1]$$

$$y[0] - \frac{3}{4}y[-1] + \frac{1}{8}y[-2] = 2\delta[-1]$$

→ Sisteme giriş uygulanmadan önce LTI sisteminde ise tüm değerler sıfırdır.

$$y[0] - \frac{3}{4}.0 + \frac{1}{8}.0 = 2.0$$

★ $H[0] = 0$ olarak bulunur.

$$y[1] - \frac{3}{4}.\underbrace{y[0]}_{0} + \frac{1}{8}\underbrace{y[-1]}_{0} = 2.\underbrace{\delta[0]}_{1}$$

★ $y[1] = 2$ olarak bulunur.

$$y[2] - \frac{3}{4}.\underbrace{y[1]}_{2} + \frac{1}{8}.\underbrace{y[0]}_{0} = 2.\underbrace{\delta[1]}_{0}$$

★ $y[2] = \frac{6}{4}$ olarak bulunur.

$$y[3] - \frac{3}{4}\underbrace{y[2]}_{3/2} + \frac{1}{8}\underbrace{y[1]}_{2} = 2\underbrace{\delta[2]}_{0}$$

$y[3] = \frac{7}{8}$ olarak bulunur.

$$y[4] - \frac{3}{4}.y[3] + \frac{1}{8}y[2] = 2\underbrace{\delta[3]}_{0}$$

$y[4] = \frac{21}{32} - \underset{(2)}{\frac{3}{16}} = \frac{15}{32}$ olarak değerler bulunur.

Devamı Arkada →

1901022038
Selen ERDOĞAN

Bulduğumuz bu değerlerin yanısıra Fourier dönüşümünden yardım alarak da bu soruyu çözebiliriz.

Sorudaki denklemin Fourier dönüşümünü alırsak

$$Y(e^{jw}) - \frac{3}{4} Y(e^{jw}).e^{-jw} + \frac{1}{8} Y(e^{jw}).e^{-j2w} = 2X(e^{jw})e^{-jw}$$

$$H(e^{jw}) = \frac{Y(e^{jw})}{X(e^{jw})}$$

$$= \frac{2e^{-jw}}{1 - \frac{3}{4}.e^{-jw} + \frac{1}{8}.e^{-j2w}}$$

$x[n] = \delta[n]$ eşitliğinden

$$H(e^{jw}) = \frac{-8}{1+\frac{1}{4}e^{-jw}} + \frac{8}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}$$

$$y[n] = -8.\left(\frac{1}{4}\right)^n.u[n] + 8.\left(\frac{1}{2}\right)^n.u[n]$$

$y[0] = 0$
$y[1] = 2$
$y[2] = 3/2 = 6/4$
$y[3] = 7/8$
$y[4] = 15/32$

$\Rightarrow$ Bulduğumuz bu değerleri kontrol aracı, bulduğumuz denkleme koyduğumuzda sonuçların doğruluğunu kontrol etmiş olduk.

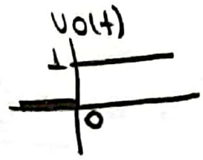
1901022038
Selen
ERDOĞAN
2(a).

2.18 For each of the following impulse responses of LTI systems, indicate whether or not the system is casual.

(a) $h[n] = u[n+2] - u[n-2]$

★★★ Causal olması için $n<0$ değerleri için $h[n]=0$ olmalıdır.

★★★ Birim basamak fonksiyonu $u_0(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t>0 \end{cases}$



→ $n=-2$ değeri için

$$h[-2] = \underbrace{u[0]}_{1} - \underbrace{u[-4]}_{0} = 1$$ sonucu elde edilir.

Bu durumda $n=-2$ için $h[n]$ değeri 1 olmuştur. (a) şıkkındaki $h[n] = u[n+2] - u[n-2]$ kurala uymadığı için işaret CASUAL DEĞİLDİR.

2.19(c) For each of the following impulse responses of LTI systems, indicate whether or not the system is stable

(c) $h[n] = 3^n \cdot u[-n-1]$

Çözüm ★★★ Bir sistemin stable olup olmadığını anlamanın yolu

$$\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} |h(n)| < \infty$$ olmasıdır.

→ Birim basamak fonksiyonundan dolayı $-n=-1$ olduğunda $u[0]=1$ elde edilir.

→ -1'den ∞'a olmamasının sebebi; 0 olsa $u[-1]$ olur ve sonuç direkt sıfıra eşit olur.

→ -2 olsa $u[1]=1$ olur ve işaret sıfırdan farklı olur.

Bu durumda:

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} 3^n = \sum_{n=1}^{\infty} (1/3)^n$$ elde edilir.

→ Devamı

1901022038
Selen Erdoğan
2(1).

2.19 (c) devamı

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n = \frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}----$$

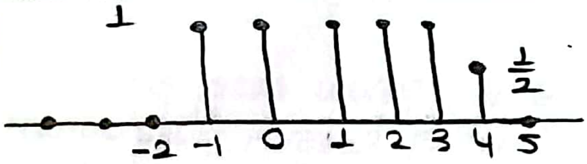
Bu bir geometrik dizidir. Sebebi her terim bir önceki terimden $\frac{1}{3}$ ile çarpılarak elde edilir. Bu nedenle bu serinin toplamı $S=\frac{a}{1-r}$ şeklinde bulunur.

S = seri toplamı, a = ilk terim, r = çarpma oranı

$$S=\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$$ olarak elde edilmiştir ve $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n=\frac{1}{2}<\infty$ durumu gözlendiğinden:

$\Rightarrow$ System is stable.

2.21 (e)

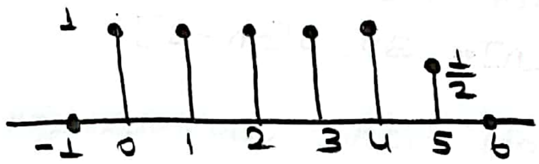


$x[n]$

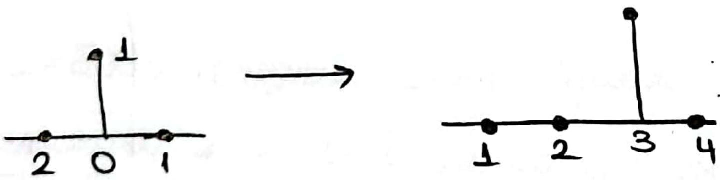
Sketch and label carefully
(e) $x[n-1].\delta[n-3]$
signal.

Çözüm $\rightarrow$ $x[n]$ grafiğinden $x[n-1]$ grafiği öteleme yapılarak elde edilir.

$x[n-1]$



$\delta[n]$ $\delta[n-3]$ grafiği elde edilir.



Elde edilen bu grafikler doğrultusunda (e) şıkkı aşağıdaki gibi elde edilir.

$x[n-1].\delta[n-3]$