

# 2023 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

## A 题 定日镜场的优化设计

构建以新能源为主体的新型电力系统,是我国实现“碳达峰”“碳中和”目标的一项重要措施。塔式太阳能光热发电是一种低碳环保的新型清洁能源技术[1]。

定日镜是塔式太阳能光热发电站(以下简称塔式电站)收集太阳能的基本组件,其底座由纵向转轴和水平转轴组成,平面反射镜安装在水平转轴上。纵向转轴的轴线与地面垂直,可以控制反射镜的方位角。水平转轴的轴线与地面平行,可以控制反射镜的俯仰角,定日镜及底座示意图见图 1。两转轴的交点(也是定日镜中心)离地面的高度称为定日镜的安装高度。塔式电站利用大量的定日镜组成阵列,称为定日镜场。定日镜将太阳光反射汇聚到安装在镜场中吸收塔顶端上的集热器,加热其中的导热介质,并将太阳能以热能形式储存起来,再经过热交换实现由热能向电能的转化。太阳光并非平行光线,而是具有一定锥形角的一束锥形光线,因此太阳入射光线经定日镜任意一点的反射光线也是一束锥形光线[2]。定日镜在工作时,控制系统根据太阳的位置实时控制定日镜的法向,使得太阳中心点发出的光线经定日镜中心反射后指向集热器中心。集热器中心的离地高度称为吸收塔高度。



图 1 定日镜及底座示意图

(<https://baike.baidu.com/item/%E5%AE%9A%E6%97%A5%E9%95%9C/9109957>)

现计划在中心位于东经  $98.5^\circ$ , 北纬  $39.4^\circ$ , 海拔 3000 m, 半径 350 m 的圆形区域内建设一个圆形定日镜场(图 2)。以圆形区域中心为原点, 正东方向为  $x$  轴正向, 正北方向为  $y$  轴正向, 垂直于地面向上方向为  $z$  轴正向建立坐标系, 称为镜场坐标系。

规划的吸收塔高度为 80 m, 集热器采用高 8 m、直径 7 m 的圆柱形外表受光式集热器。吸收塔周围 100 m 范围内不安装定日镜, 留出空地建造厂房, 用于安装发电、储能、控制等设备。定日镜的形状为平面矩形, 其上下两条边始终平行于地面, 这两条边之间的距离称为镜面高度, 镜面左右两条边之间的距离称为镜面宽度, 通常镜面宽度不小于镜面高度。镜面边长在 2 m 至 8 m 之间, 安装高度在 2 m 至 6 m 之间, 安装高度必须保证镜面在绕水平转轴旋转时不会触及地面。由于维护及清洗车辆行驶的需要, 要求相邻定日镜底座中心之间的距离比镜面宽度多 5 m 以上。

为简化计算, 本问题中所有“年均”指标的计算时点均为当地时间每月 21 日 9:00、10:30、12:00、13:30、15:00。





图 2 圆形定日镜场示意图（金台资讯，2021-11-22）

请建立模型解决以下问题：

**问题 1** 若将吸收塔建于该圆形定日镜场中心，定日镜尺寸均为  $6\text{ m}\times 6\text{ m}$ ，安装高度均为  $4\text{ m}$ ，且给定所有定日镜中心的位置（以下简称为定日镜位置，相关数据见附件），请计算该定日镜场的年平均光学效率、年平均输出热功率，以及单位镜面面积年平均输出热功率（光学效率及输出热功率的定义见附录）。请将结果分别按表 1 和表 2 的格式填入表格。

**问题 2** 按设计要求，定日镜场的额定年平均输出热功率（以下简称额定功率）为  $60\text{ MW}$ 。若所有定日镜尺寸及安装高度相同，请设计定日镜场的以下参数：吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、定日镜数目、定日镜位置，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。请将结果分别按表 1、2、3 的格式填入表格，并将吸收塔的位置坐标、定日镜尺寸、安装高度、位置坐标按模板规定的格式保存到 result2.xlsx 文件中。

**问题 3** 如果定日镜尺寸可以不同，安装高度也可以不同，额定功率设置同问题 2，请重新设计定日镜场的各个参数，使得定日镜场在达到额定功率的条件下，单位镜面面积年平均输出热功率尽量大。请将结果分别按表 1、表 2 和表 3 的格式填入表格，并将吸收塔的位置坐标、各定日镜尺寸、安装高度、位置坐标按模板规定的格式保存到 result3.xlsx 文件中。

表 1 问题 X 每月 21 日平均光学效率及输出功率

日期	平均 光学效率	平均 余弦效率	平均阴影 遮挡效率	平均 截断效率	单位面积镜面平均输出 热功率 ( $\text{kW}/\text{m}^2$ )
1 月 21 日					
2 月 21 日					
3 月 21 日					
4 月 21 日					
5 月 21 日					
6 月 21 日					
7 月 21 日					
8 月 21 日					
9 月 21 日					
10 月 21 日					
11 月 21 日					
12 月 21 日					

表2 问题X年平均光学效率及输出功率表

年平均 光学效率	年平均 余弦效率	年平均阴影 遮挡效率	年平均 截断效率	年平均输出热 功率 (MW)	单位面积镜面年平均 输出热功率 (kW/m <sup>2</sup> )

表3 问题X设计参数表

吸收塔位置坐标	定日镜尺寸 (宽 × 高)	定日镜安装高度 (m)	定日镜总面数	定日镜总面积 (m <sup>2</sup> )

注 在表3中填入问题3的结果时，“定日镜尺寸”及“定日镜安装高度”两栏可空缺

## 附录 相关计算公式

### 1. 太阳高度角 $\alpha_s$ [3]

$$\sin \alpha_s = \cos \delta \cos \varphi \cos \omega + \sin \delta \sin \varphi$$

### 太阳方位角 $\gamma_s$ [4]

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \sin \alpha_s \sin \varphi}{\cos \alpha_s \cos \varphi}$$

其中  $\varphi$  为当地纬度，北纬为正； $\omega$  为太阳时角

$$\omega = \frac{\pi}{12} (ST - 12),$$

其中  $ST$  为当地时间， $\delta$  为太阳赤纬角[5]

$$\sin \delta = \sin \frac{2\pi D}{365} \sin \left( \frac{2\pi}{360} 23.45 \right),$$

其中  $D$  为以春分作为第0天起算的天数，例如，若春分是3月21日，则4月1日对应  $D = 11$ 。

2. 法向直接辐射辐照度  $DNI$  (单位:  $\text{kW/m}^2$ ) 是指地球上垂直于太阳光线的平面单位面积上、单位时间内接收到的太阳辐射能量，可按以下公式近似计算[6]

$$DNI = G_0 \left[ a + b \exp \left( -\frac{c}{\sin \alpha_s} \right) \right],$$

$$a = 0.4237 - 0.00821(6 - H)^2,$$

$$b = 0.5055 + 0.00595(6.5 - H)^2,$$

$$c = 0.2711 + 0.01858(2.5 - H)^2,$$

其中  $G_0$  为太阳常数，其值取为  $1.366 \text{ kW/m}^2$ ， $H$  为海拔高度 (单位:  $\text{km}$ )。

### 3. 定日镜场的输出热功率 $E_{\text{field}}$ 为

$$E_{\text{field}} = DNI \cdot \sum_i^N A_i \eta_i,$$

其中  $DNI$  为法向直接辐射辐照度； $N$  为定日镜总数 (单位: 面)； $A_i$  为第  $i$  面定日镜采光面积 (单位:  $\text{m}^2$ )； $\eta_i$  为第  $i$  面镜子的光学效率。

### 4. 定日镜的光学效率 $\eta$ 为

$$\eta = \eta_{\text{sb}} \eta_{\text{cos}} \eta_{\text{at}} \eta_{\text{trunc}} \eta_{\text{ref}},$$

其中

阴影遮挡效率  $\eta_{sb} = 1 - \text{阴影遮挡损失}$ ,

余弦效率  $\eta_{cos} = 1 - \text{余弦损失}$ ,

大气透射率  $\eta_{at} = 0.99321 - 0.0001176d_{HR} + 1.97 \times 10^{-8} \times d_{HR}^2$  ( $d_{HR} \leq 1000$ ) [7],

集热器截断效率  $\eta_{trunc} = \frac{\text{集热器接收能量}}{\text{镜面全反射能量} - \text{阴影遮挡损失能量}}$ ,

镜面反射率  $\eta_{ref}$  可取为常数, 例如 0.92,

其中  $d_{HR}$  表示镜面中心到集热器中心的距离 (单位: m)。

### 参考文献

- [1] 24 小时连续发电! “清洁+储能+调峰”, 超万面定日镜 “绽放” 戈壁滩, CNTV, 13 频道, 新闻直播间, 2023 年 8 月 14 日 16:46:23.
- [2] 张平等, 太阳能塔式光热镜场光学效率计算方法[J], 技术与市场, 2021, 28(6):5-8.
- [3] 百度百科, 太阳高度角,  
[https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%AA%E9%98%B3%E9%AB%98%E5%BA%A6%E8%A7%92?fromModule=lemma\\_search-box](https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%AA%E9%98%B3%E9%AB%98%E5%BA%A6%E8%A7%92?fromModule=lemma_search-box)
- [4] 百度百科, 太阳方位角,  
[https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%AA%E9%98%B3%E6%96%B9%E4%BD%8D%E8%A7%92?fromModule=lemma\\_search-box](https://baike.baidu.com/item/%E5%A4%AA%E9%98%B3%E6%96%B9%E4%BD%8D%E8%A7%92?fromModule=lemma_search-box)
- [5] 蔡志杰, 太阳影子定位[J], 数学建模及其应用, 2015, 4(4):25-33.
- [6] 杜宇航等, 塔式光热电站定日镜不同聚焦策略的影响分析[J], 动力工程学报, 2020, 40(5):426-432.
- [7] O. Farges, J.J. Bezian, M. El Hafi, Global optimization of solar power tower systems using a Monte Carlo algorithm: Application to a redesign of the PS10 solar thermal power plant [J], Renewable Energy, 2018, 119:345-353.