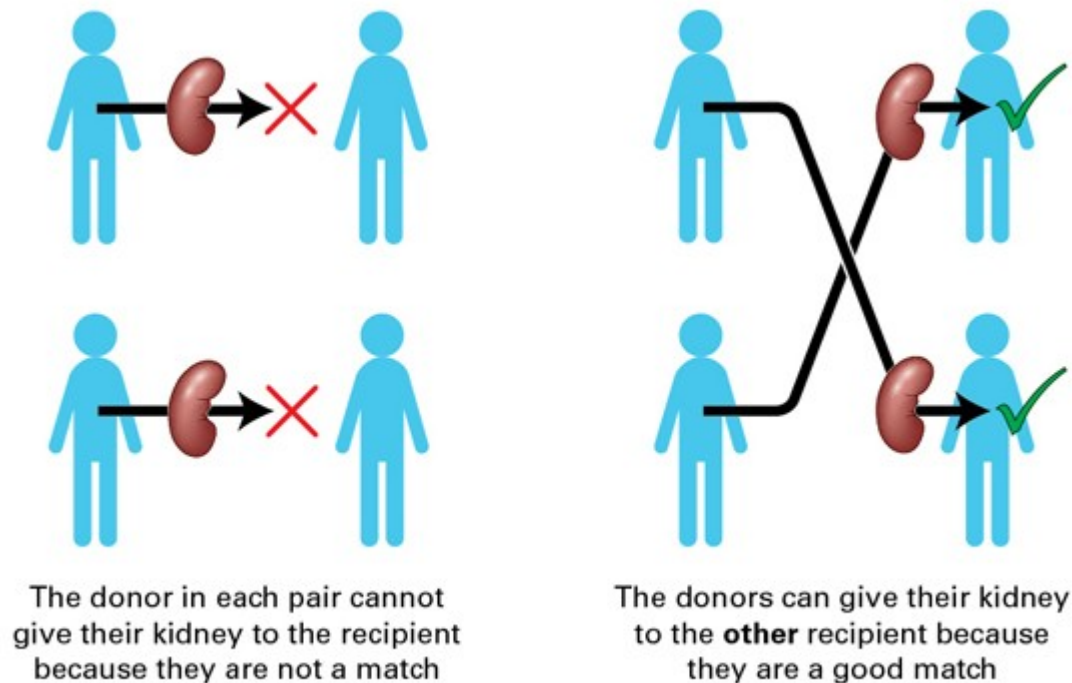


# החלפת כליות

אראל סגל-הלוי

חלק מהשקפים של: Wayne Racey

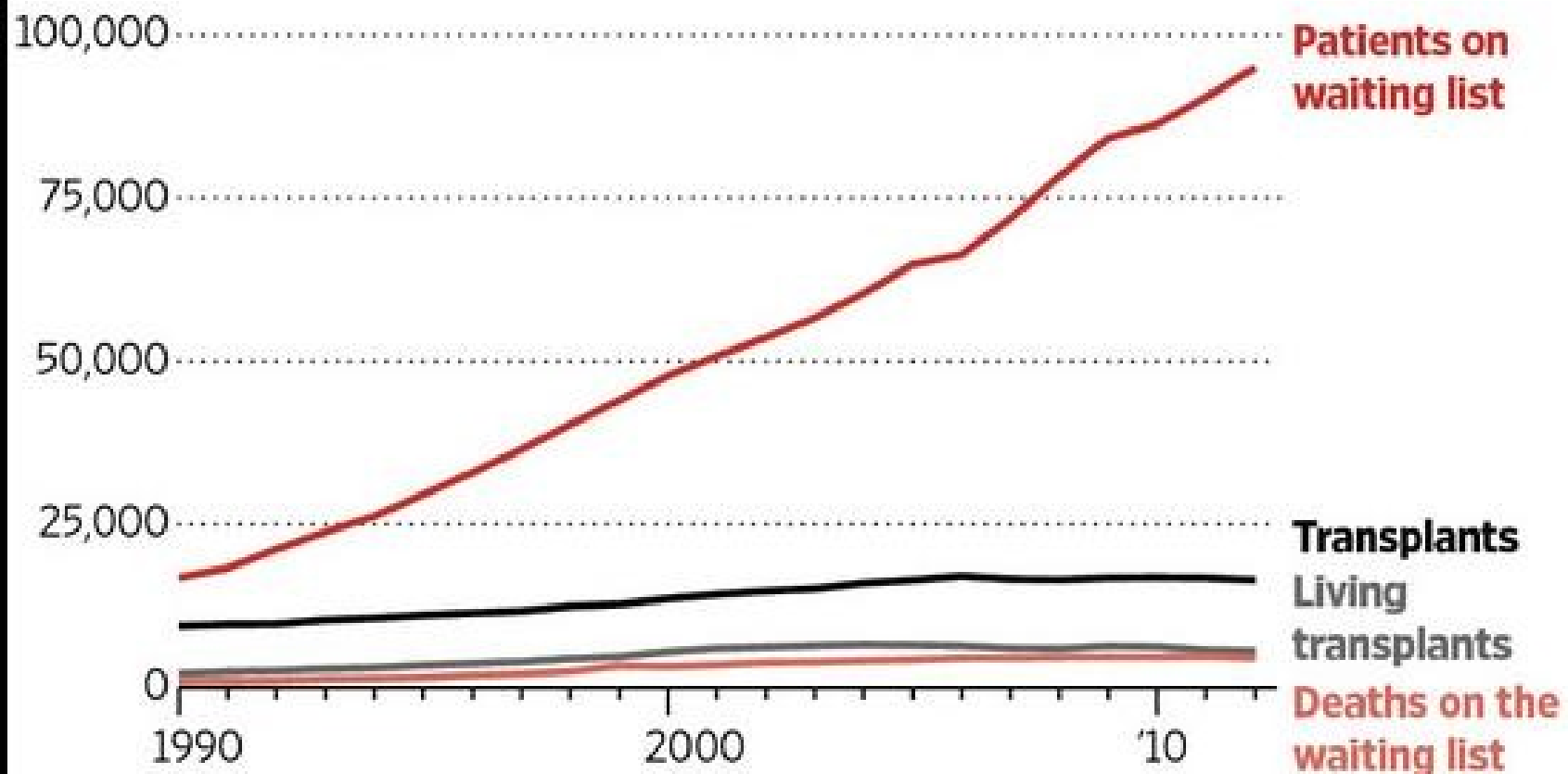


© UHN Patient Education

# התור להשתלת כליות

## A Long Wait for a Kidney

Since 1990, the number of people on the waiting list for a kidney transplant has grown sharply, while the number of transplants has increased only slightly.



Source: The Organ Procurement and Transplantation Network

The Wall Street Journal

# החלפת כליות

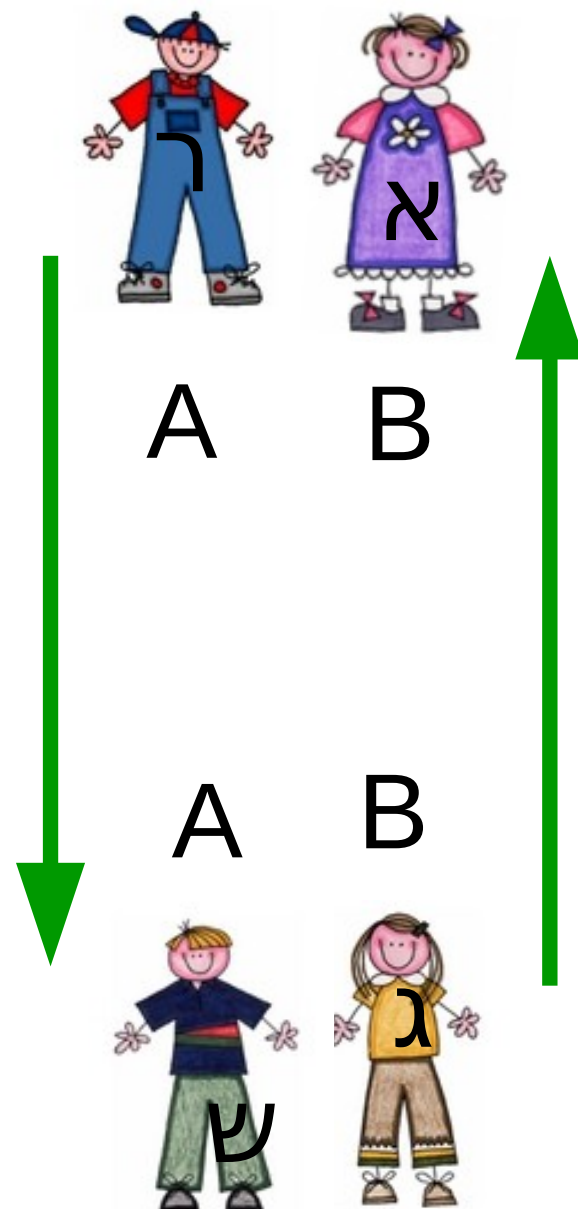
כמעט בכל המדינות:

- יש מחסור בכליות להשתלה.
- אסור לתרום כליות תמורת כסף.
- מותר לתרום כליה תמורת כליה.

# למה להחליף כליות?

תורם מוכן לתרום לחולה  
אבל לא מתאים, בגלל סוג  
הדם או סיבות נוספות:

> נתרם תורם V	O	A	B	AB
O	כן	כן	כן	כן
A	לא	כן	לא	כן
B	לא	לא	כן	כן
AB	לא	לא	לא	כן



# החלפת כליות 2004 - מעגלי מסחר

Kidney Swapping | Newsweek Health | Newsweek.com - Mozilla Firefox

File Edit View History Bookmarks Tools Help

http://www.newsweek.com/id/49389?tid=relatedcl



xchange

Coursework 5 : W09-ECON-285-01 : M...

Unraveling.pdf (application/pdf Object)

Kidney Swapping | Newsweek He...

ADVERTISEMENT



University of Phoenix

*I Am A PHOENIX* CLASS OF 2008

LEARN MORE ABOUT BECOMING A PHOENIX

CLICK HERE

HOME

THE MAGAZINE

INTERNATIONAL EDITION

msnbc

LOGIN / REGISTER

SUBSCRIBE TO NEWSWEEK  
Only \$40 a year

# Newsweek

SEARCH SITE

WEB

NEWS

POLITICS

TECH / BUSINESS

CULTURE / IDEAS

HEALTH

VOICES

SITE GUIDE

SUBSCRIBE NOW

Health for Life

By The Numbers

Key Healthcare Issues



VIDEO SATIRE

'The District'

Episode 8: OMG! Everyone's PO'd at AIG



CULTURE

- The Reluctant Rock Star
- Meeting Your Teen Idols
- Photos: Grunge Gone By



OH SLATE.COM

- The Locavore's Dilemma
- My Own Private B.O.
- Worst. Tournament. Ever.

## Kidney Swapping

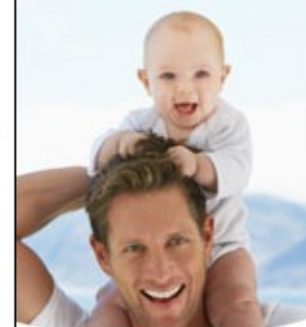
CREATING A NATIONAL EXCHANGE PROGRAM TO CONNECT PAIRS OF DONORS/RECIPIENTS COULD HELP THOSE MOST IN NEED.

By Vanessa Juarez | Newsweek Web Exclusive

Apr 26, 2005

ADVERTISEMENT

Pay Less for  
Term Life Insurance



Recommended (6)

- Organ Trafficking Is No Myth
- Jerry Adler: Are Kidneys a Commodity?

See All

Topics (2)

- Kendall Wyman
- Robert Montgomery

See All

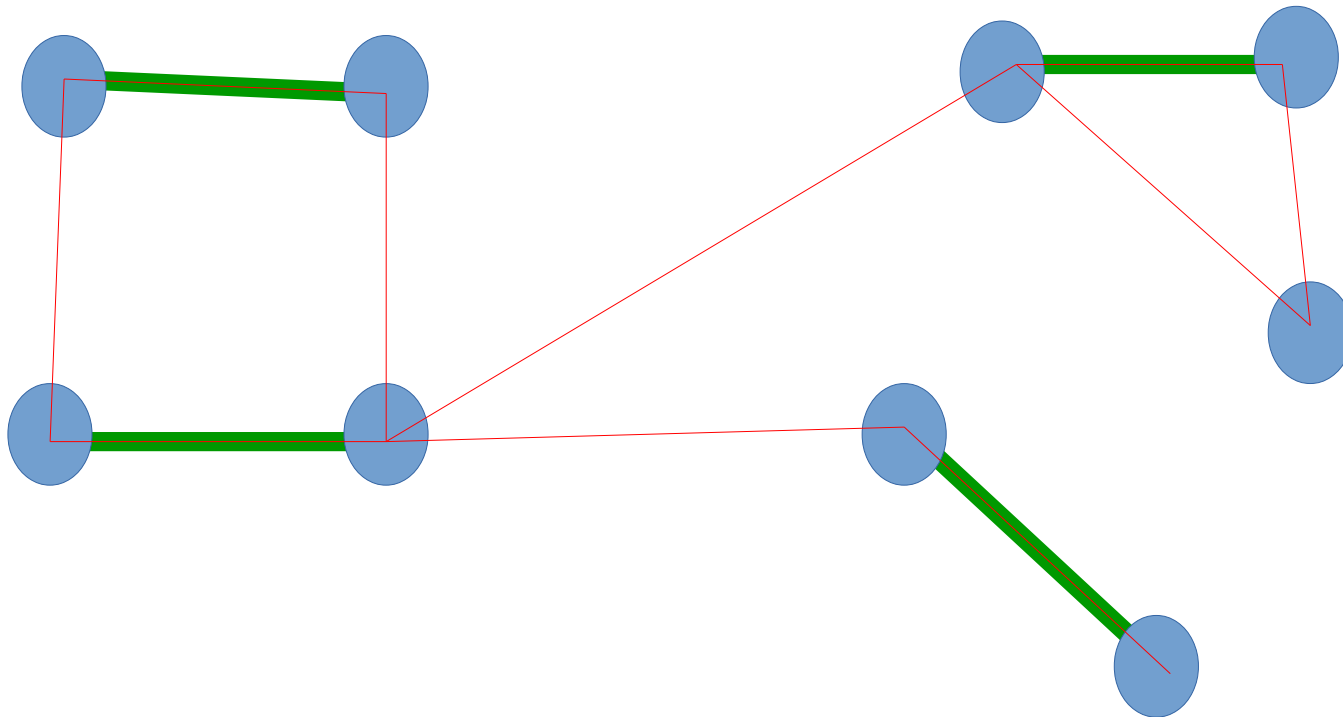
# החלפת כליות 2005 - שידוכי מסחר

- אלגוריתם מעגלי המסחר לא התאים לבעיה:
- המעגלים ארוכים מדי! בהחלפת כליות מעדיפים מעגלים קצרים – באורך 2 או 3 – כי כל ההשתלות במעגל חייבות להתבצע במקביל.
- מצד שני, בהחלפת כליות ההעדפות בינאריות – כל חולה מוכן לקבל כליה מכל תורם מתאים.

הפתרון: במקום לחפש מעגלים,  
נחפש שידוכים.

# מציאת שידוך גדול ביותר

שידוך בגרף כללי = אוסף של זוגות-צמתים זרים.  
כל צומת מייצג זוג; כל קשת מייצגת התאמה הדדית.  
כדי להציל הכי הרבה חולים, נרצה למצוא  
שידוך גדול ביותר.

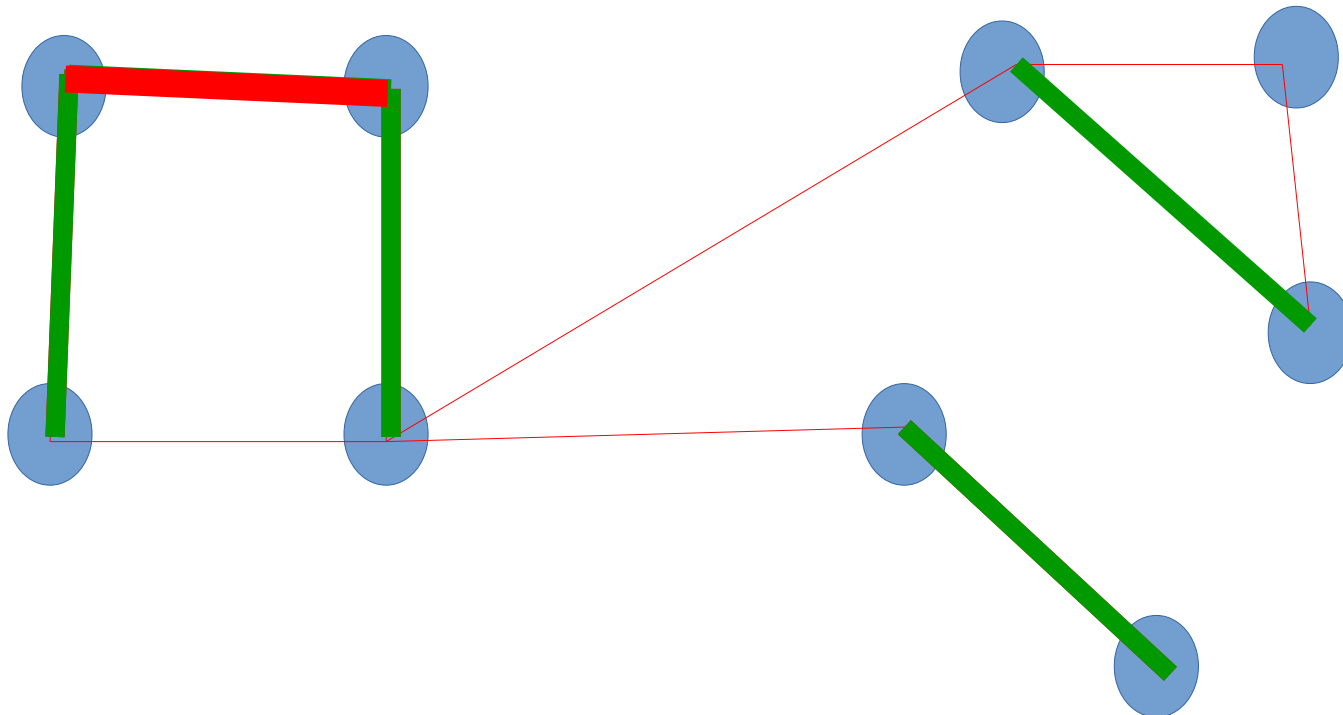


# אלגוריתם למציאת שידוך גדול ביותר

מסלול שיפור = מתחיל ומסתיים בצמתים לא משודכים, ומתחלף בין קשתות בתוך ומחוץ לשידוך.

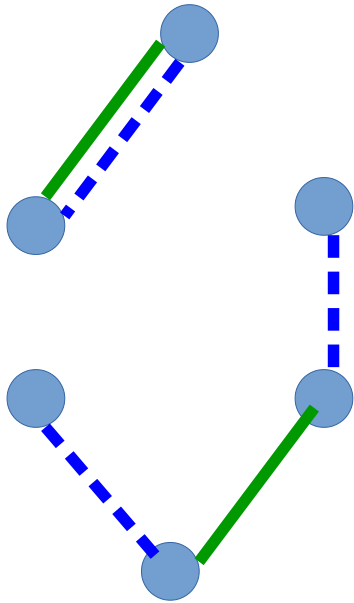
**האלגוריתם:**

כל עוד יש מסלול-שיפור -- הפוך אותו.



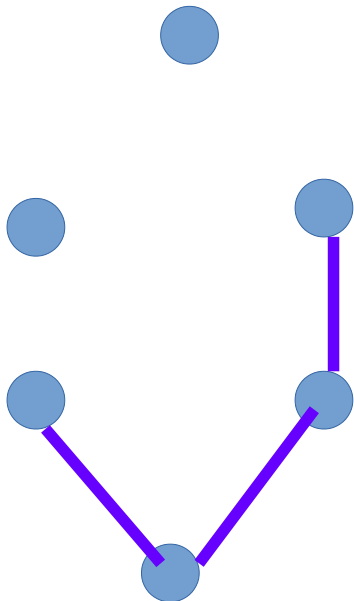


# הלמה של ברג' (Berge's Lemma)



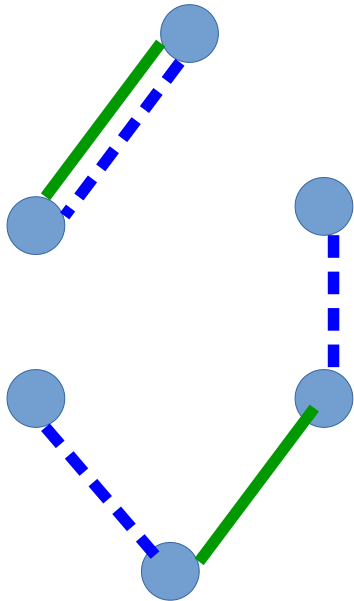
לֵמָּה: שידוך  $M$  הוא מקסימלי  
אם"ם אין לו מסלול שיפור.

הוכחה: -->: אם יש מסלול  
שיפור – אפשר להפוך אותו  
וכך להגדיל את  $M$  ב-1.



-->: נניח ש- $M$  לא מקסימלי.  
יהי  $K$  שידוך גדול יותר מ- $M$ .  
נסתכל על ההפרש הסימטרי  
– כל הקשתות הנמצאות  
באחד השידוכים ולא בשניהם.

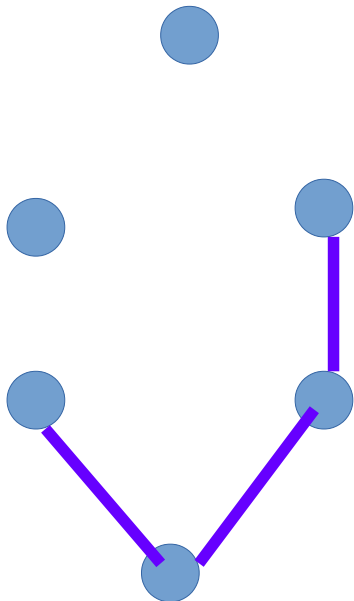
# הלמה של ברג' (Berge's Lemma)



[המשך] כל צומת בגרף סמוך  
לכל היותר לקשת אחת מכל  
שידוך. לכן, רכיבי הקשירות  
בגרף ההפרש הם:

א. צמתים מבודדים, או -

ב. מסלולים מתחלפים, או -



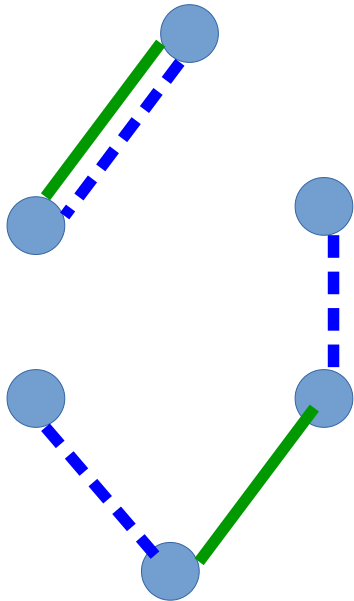
ג. מעגלים מתחלפים - באורך  
זוגי ועם מספר זהה של  
קשתות משני השידוכים.

# הלמה של ברג' (Berge's Lemma)

[המשך]

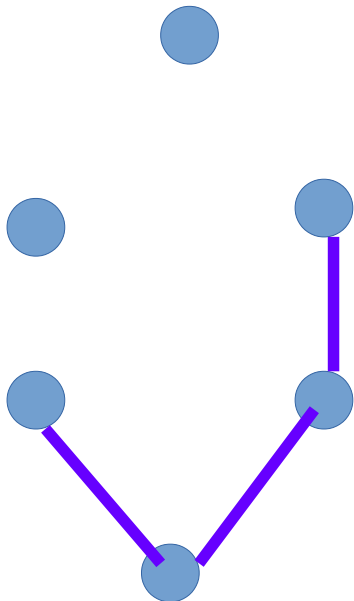
הנחנו ש- $K$  גדול יותר מ- $M$ .

לפי כלל שובך היונים, רכיב אחד חייב לכלול יותר קשתות של  $K$  מקשתות של  $M$ .



הרכיב הזה חייב להיות מסלול מתחלף, שבו הקשת הראשונה והקשת האחרונה הן ב- $K$  ולא ב- $M$ .

זה מסלול-שיפור עבור  $M$  !!!



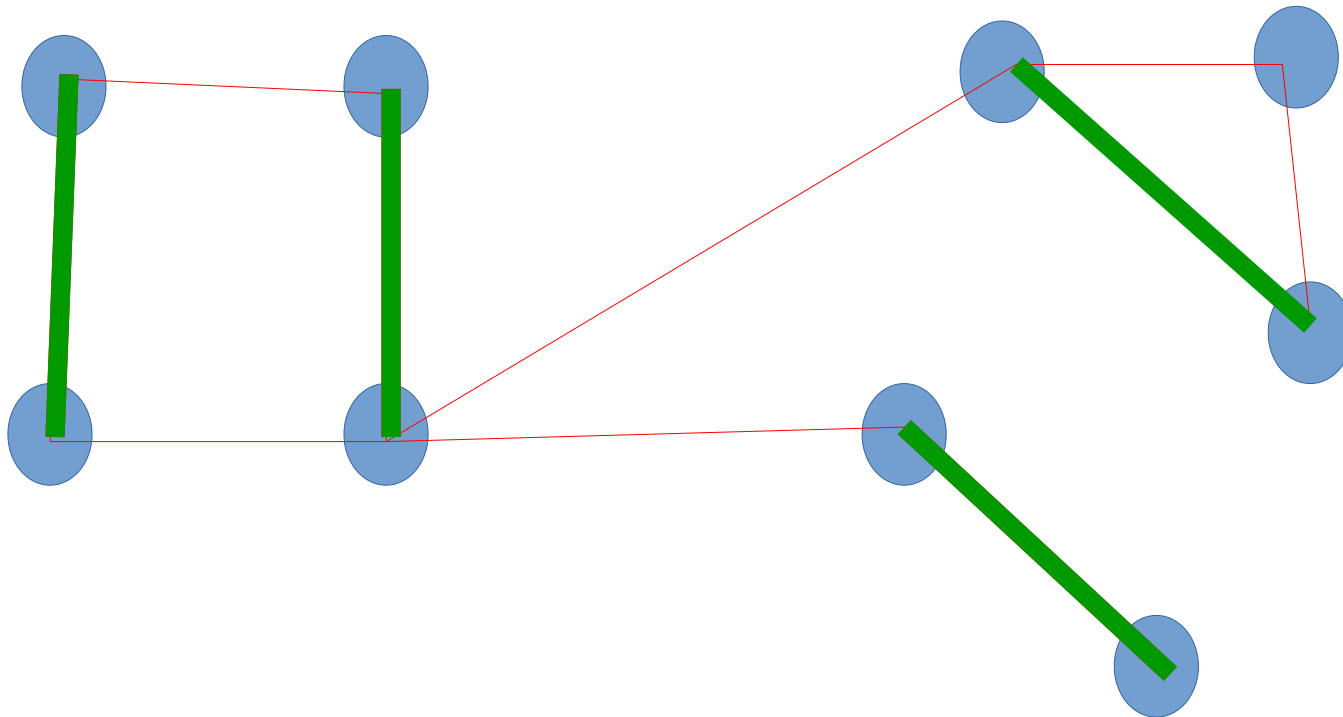
# אלגוריתם למציאת שידוך גדול ביותר

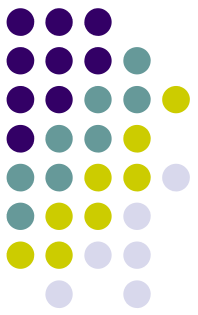
מהלמה של ברג' נובע שהאלגוריתם הבא מוצא שידוך גדול ביותר בגרף כללי:

כל עוד יש מסלול-שיפור:  
הפוך אותו.

# אלגוריתם הפרחים (Blossom Algorithm – Edmonds 1965)

- איך מוצאים מסלול שיפור?
- - בעזרת אלגוריתם הפרחים – פותח ע"י אדמונדס.
- זמן ריצה:  $O(|V|^2 |E|)$ .
- נלמד בקורס מתקדם בתורת הגרפים.





# החלפת כליות בישראל

## תוכנית החלפת כליות בישראל:

[https://www.health.gov.il/Subjects/Organ\\_transplant/live\\_donors/Pages/intersection\\_plan.aspx](https://www.health.gov.il/Subjects/Organ_transplant/live_donors/Pages/intersection_plan.aspx)

## החלפת כליות בין ישראל לצ'כיה:

<https://www.ynet.co.il/articles/0,7340,L-5643924,00.html>

# אלגוריתם אמיתי לשידוך כליות?

מי הם השחקנים בבעיית שידוך הכליות?

- **הזוגות** – יכולים לכל היותר להסתיר קשתות, אבל זה לא יעזור להם.
- **המרכזים הרפואיים** – יכולים להסתיר זוגות - לשדך אותם באופן פנימי.
- **האינטרס של המרכזים הרפואיים הוא לדאוג לחולים "שלהם" - שכמה שיותר חולים שלהם יקבלו כליה.**

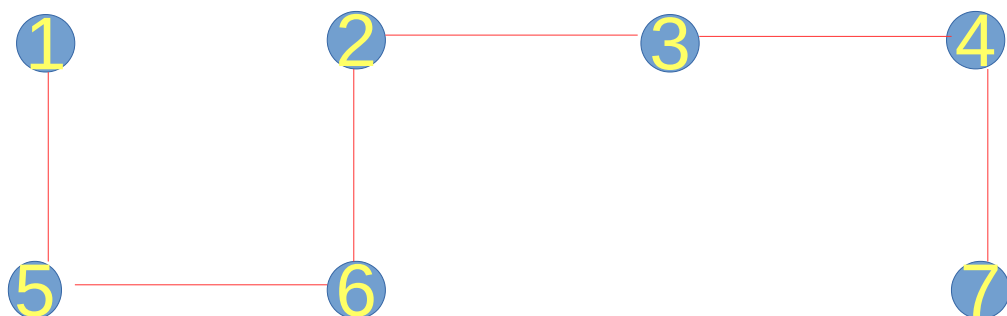
# תמריצים של מרכזים רפואיים

**משפט:** אין אלגוריתם שהוא גם יעיל פארטו וגם אמיתי עבור המרכזים הרפואיים.

**הוכחה:** נניח בשלילה שקיים אלגוריתם כזה. נראה מצב שבו, לכל שידוך שהאלגוריתם בוחר, קיים מרכז שיכול להסתיר זוגות, וכך להגדיל את מספר החולים "שלו" שמקבלים כליה. <--



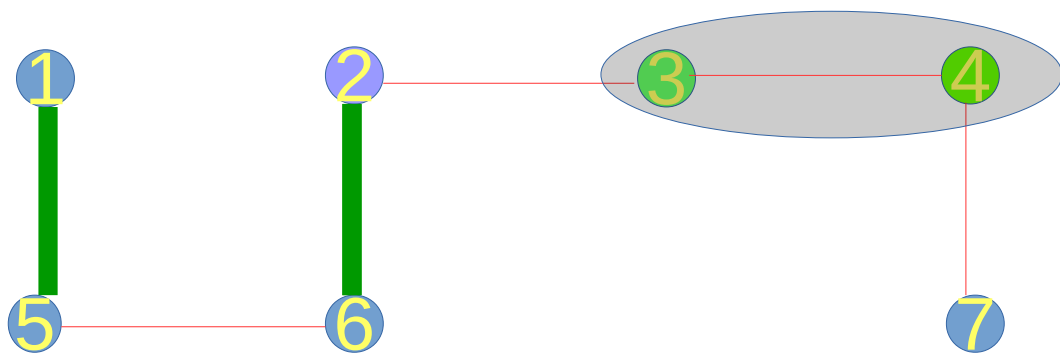
# תמריצים של מרכזים רפואיים – הוכחה



רמב"ם

הדסה

נניח שהמצב  
האמיתי הוא כזה,  
שכל שידוך משאיר  
לפחות חולה אחד  
בלי כליה:

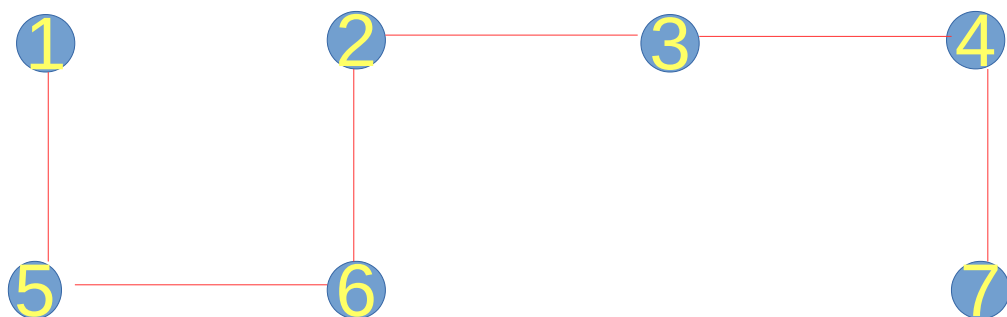


רמב"ם

הדסה

אם רמב"ם מסתיר  
שני זוגות ומשדך  
אותם אצלו, אז יש  
רק שידוך  
יעיל-פארטו אחד,  
ובו כל 4 החולים של  
רמב"ם מקבלים  
כליה:

# תמריצים של מרכזים רפואיים – הוכחה

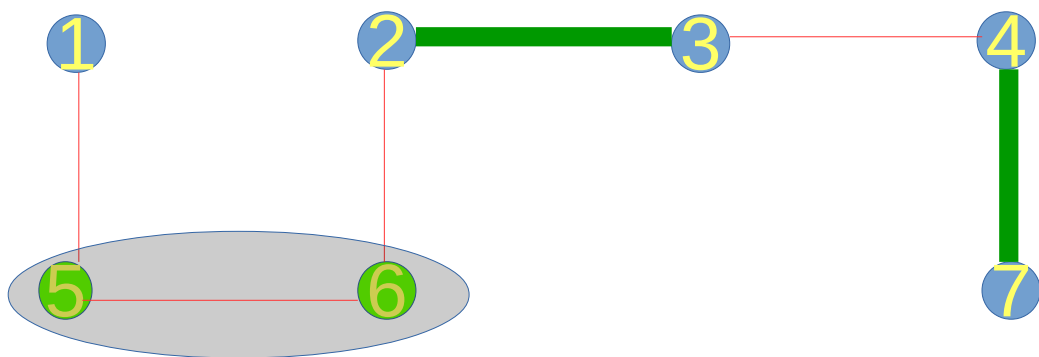


רמב"ם

הדסה

נניח שהמצב  
האמיתי הוא כזה,  
שכל שידוך משאיר  
לפחות חולה אחד  
בלי כליה:

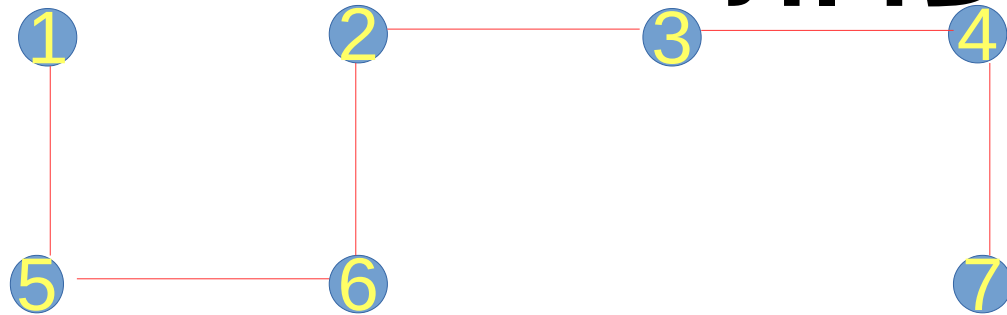
אם הדסה  
מסתירה שני זוגות  
ומשדכת אותם  
אצלה, אז יש רק  
שידוך יעיל-פארטו  
אחד, ובו כל 3  
החולים של הדסה  
מקבלים כליה:



רמב"ם

הדסה

# תמריצים של מרכזים רפואיים – אי-אפשרות



רמב"ם

הדסה

לכן, לכל שידוך

שהאלגוריתם

בוחר, אחד

המרכזים יכול

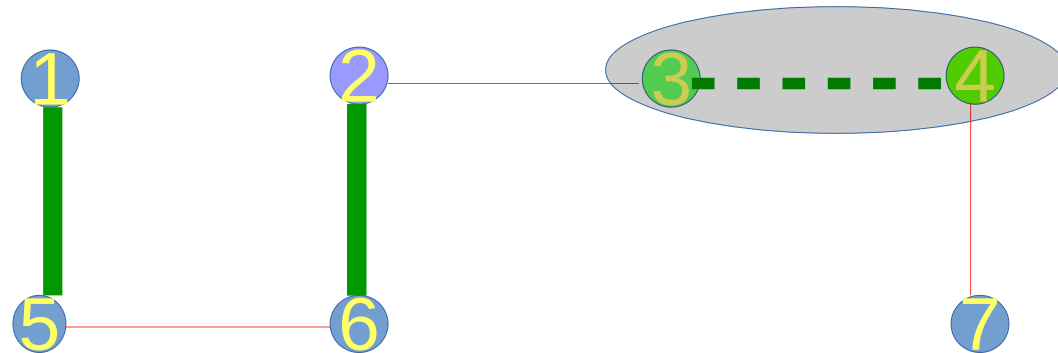
להסתיר זוגות וכך

"להכריח" את

האלגוריתם לבחור

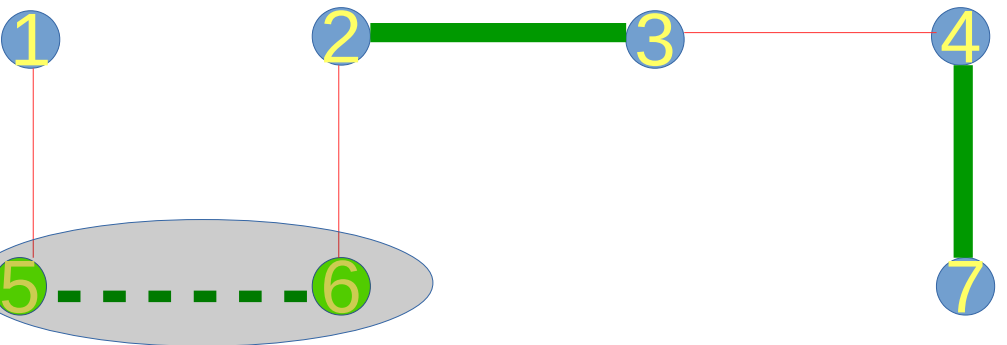
שידוך עדיף עבורו.

\*\*\*



רמב"ם

הדסה



רמב"ם

הדסה

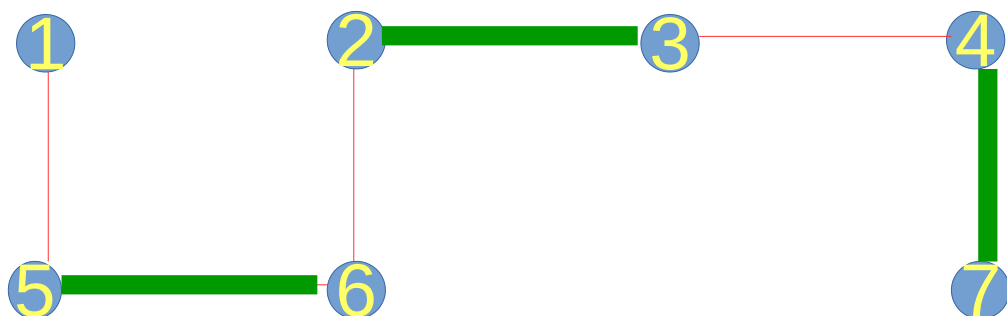
# תמריצים של מרכזים רפואיים – קירוב 1/2

כיוון שאין אלגוריתם אמיתי המשיג את השידוך הגדול ביותר, חיפשו אלגוריתם אמיתי המשיג שידוך שהוא גדול-ביותר-בקירוב.

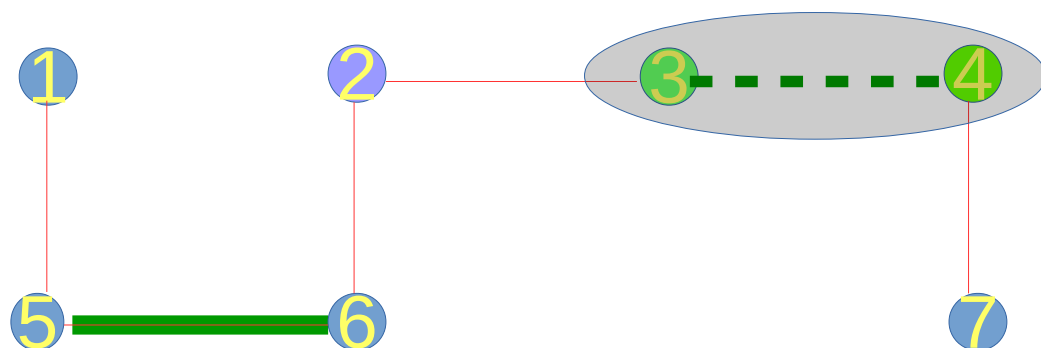
האלגוריתם (אשלגי, פישר, קאש, פרקצ'יה, 2013):

- מחשבים, עבור כל מרכז רפואי, את המספר הגדול ביותר של קשתות בשידוך פנימי.
- מחשבים את השידוך הגדול ביותר מבין כל השידוכים עם אותו מספר של קשתות פנימיות בכל מרכז.

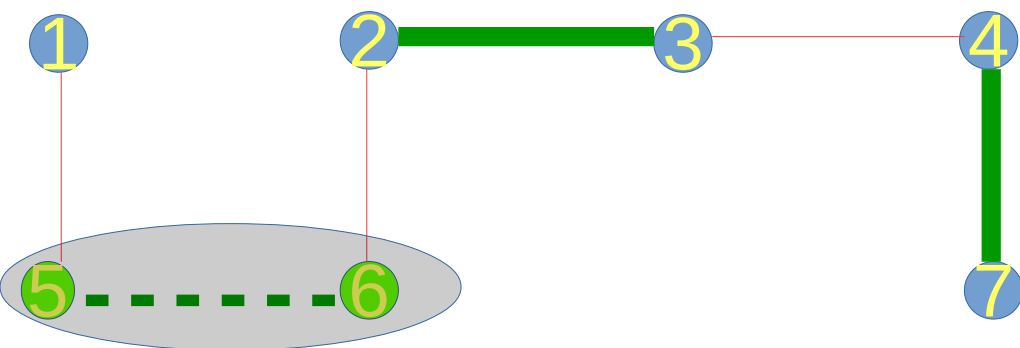
# קירוב 1/2 - דוגמאות



מצב אמיתי:  
האלגוריתם בוחר  
שידוך מקסימלי.  
רמב"ם  
הדסה



הסתרה ברמב"ם.  
האלגוריתם בוחר  
שידוך קטן פי 2  
מהמקסימלי;  
רמב"ם לא מרויח.  
רמב"ם  
הדסה



הסתרה בהדסה:  
הדסה לא  
מרויחה.  
רמב"ם  
הדסה

# קירוב $1/2$ - הוכחה

**משפט:** אלגוריתם אשלגי-פישר-קאש-פרוקצ'יה מחזיר תמיד שידוך שגודלו לפחות  $1/2$  מהשידוך הגדול ביותר האפשרי.

**הוכחה:** נניח שהשידוך הגדול ביותר כולל  $n$  קשתות ( $2n$  צמתים). **מכל קשת, לפחות צומת אחד נמצא בשידוך של האלגוריתם – אחרת האלגוריתם היה יכול להוסיף את הקשת ולהשיג שידוך גדול יותר.** לכן השידוך של האלגוריתם כולל לפחות  $n$  צמתים. \*\*\*

# קירוב $1/2$ אמיתי - הוכחה

**משפט:** אלגוריתם אשלגי-פישר-קאש-פרוקצ'יה  
הוא אמיתי כשיש שני מרכזים רפואיים.

*[יש הכללה למספר כלשהו של מרכזים רפואיים].*

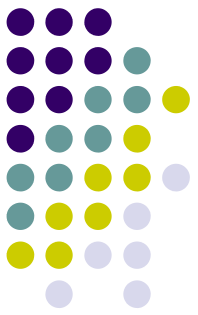
**הוכחה:** ראו במאמר.

# מעבר לזוגות – מעגלי-החלפה באורך 3

- כיום אפשר לבצע שישה ניתוחים בו זמנית - החלפת כליות במעגלים באורך 3.
- איך מוצאים הכי הרבה מעגלים באורך 3?
- הבעיה היא NP-קשה! יש רדוקציה:
- $NP \rightarrow SAT \rightarrow 3\text{-coloring} \rightarrow$   
 $Set\ cover \rightarrow 3D\ matching \rightarrow 3\text{-Circles}$
- יש שתי גישות לפתרון בעיה NP-קשה:
- א. פתרון אופטימלי-בקירוב בזמן פולינומי;
- ב. פתרון אופטימלי-ממש בזמן מעריכי.
- מה לדעתכם הפתרון המתאים לבעיה שלנו?



# מעבר לזוגות – שרשראות-החלפה מתחילות בתורם אחד חסיד (אלטרואיסט)



- In July 2007, Alliance for paired donations started an “Altruistic Donor Chain”
- Altruistic donor in Michigan donated kidney to woman in Phoenix.
- Husband of Phoenix woman gave kidney to woman in Toledo.
- Her mom gave kidney to patient A in Columbus, whose daughter simultaneously gave kidney to patient B in Columbus.
- And so on....

# שרשרת החלפה באורך 60

