

מטלה 10 – אלגוריתמים כלכליים

שאלה 1 - שידוכים עם כמה מקומות בכל מחלקה:

- א. נגדיר באופן פורמלי את המושג "שידוך יציב" במצב בו יש מספר מקומות בכל מחלקה.
- בהינתן שתי קבוצות A ו- B , כך שלכל $b \in B$ ניתן לשדך מספר X כלשהו של חברים מקבוצה A .
- עבור $a \in A$ ו- $b \in B$ כלשהם, a ו- b יקראו זוג מערער במקרה בו מספר החברים מקבוצה A המשודכים ל- b קטן מ- X ו- a מעדיף את b , או אם b מעדיף את a על פני אחד מ- X השידוכים האחרים, a מעדיף את b .
- שידוך בין חברי קבוצה A לחברי קבוצה B יקרא יציב אם אין אף זוג שמערער עליו.
- ב. נדגים את פעולת האלגוריתם באמצעות שימוש בדוגמא עבור שתי מחלקות אשר בכל אחת יש שלושה מקומות, וישנם חמישה סטודנטים.

עדיפויות המחלקות (בלי חשיבות לסדר):

מחלקה א'	מחלקה ב'
רמי	סמי
עמי	תמי
צומי	עמי

עדיפות הסטודנטים:

סטודנט	מחלקה מועדפת
עמי	א'
תמי	א'
סמי	א'
רמי	א'
צומי	א'

נתאר את פעולת האלגוריתם:

- עמי ניגש למחלקה א' -> מחלקה א' מקבלת אותו.
- תמי ניגשת למחלקה א' -> מחלקה א' מקבלת את תמי על תנאי.
- רמי ניגש למחלקה א' -> מחלקה א' מקבלת אותו.
- צומי ניגשת למחלקה א' -> מחלקה א' מקבלת את צומי ודוחה את תמי.
- תמי ניגשת למחלקה ב' -> מחלקה ב' מקבלת את תמי.
- סמי ניגש למחלקה א' -> מחלקה א' דוחה את סמי.
- סמי ניגש למחלקה ב' -> מחלקה ב' מקבלת אותו.

- ג. נראה כי האלגוריתם אינו מתקיים עבור מקרה בו יש תלות בין הסטודנטים (לפי השאלה זוג נשוי שרוצה להיות באותה מחלקה). נסתכל בדוגמא מהסעיף הקודם, כאשר עמי ותמי הם זוג שרוצה להתקבל לאותה מחלקה. ניתן לראות כי תמי לא מתקבלת למחלקה א', ולכן עמי יאלץ לעבור למחלקה ב' שגם רוצה אותו על מנת להיות עם תמי ביחד. קיבלנו מצב שבו יש זוג מערער כיוון שעמי רוצה את מחלקה א' ומחלקה א' רוצה את עמי, ולכן השידוך לא יציב.