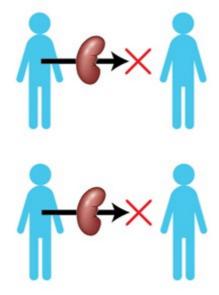
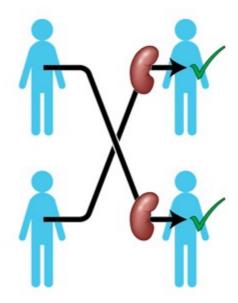
# החלפת כליות

## אראל סגל-הלוי חלק מהשקפים של: Wayne Racey



The donor in each pair cannot give their kidney to the recipient because they are not a match



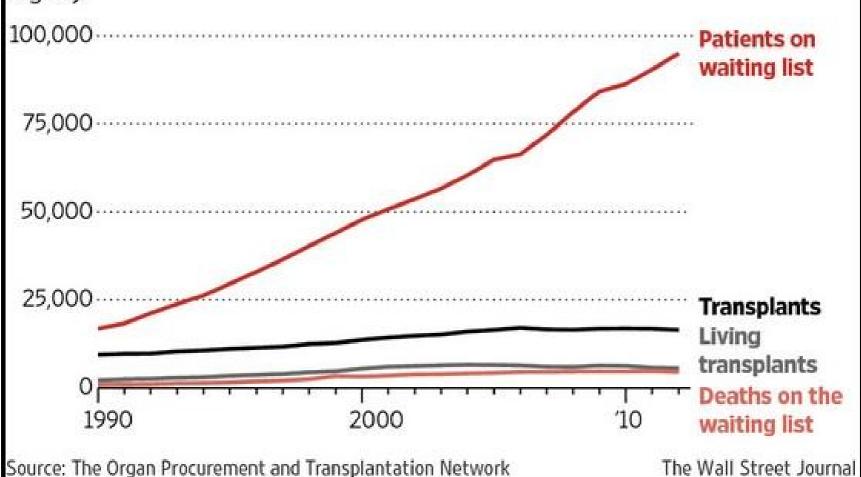
The donors can give their kidney to the **other** recipient because they are a good match

© UHN Patient Education

#### התור להשתלת כליות

#### A Long Wait for a Kidney

Since 1990, the number of people on the waiting list for a kidney transplant has grown sharply, while the number of transplants has increased only slightly.



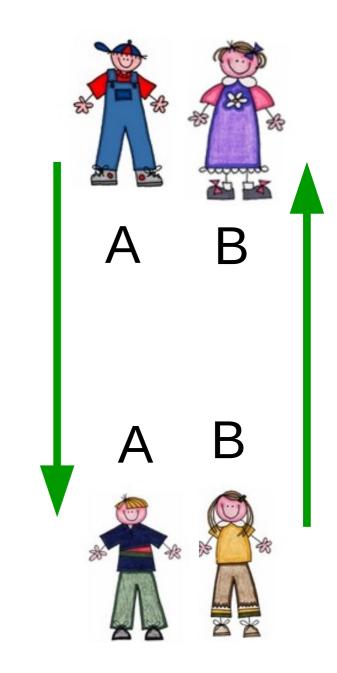
#### החלפת כליות

- כמעט בכל המדינות:
- יש מחסור בכליות להשתלה.
- **אסור** לתרום כליות תמורת כסף.
  - מותר לתרום כליה תמורת כליה.

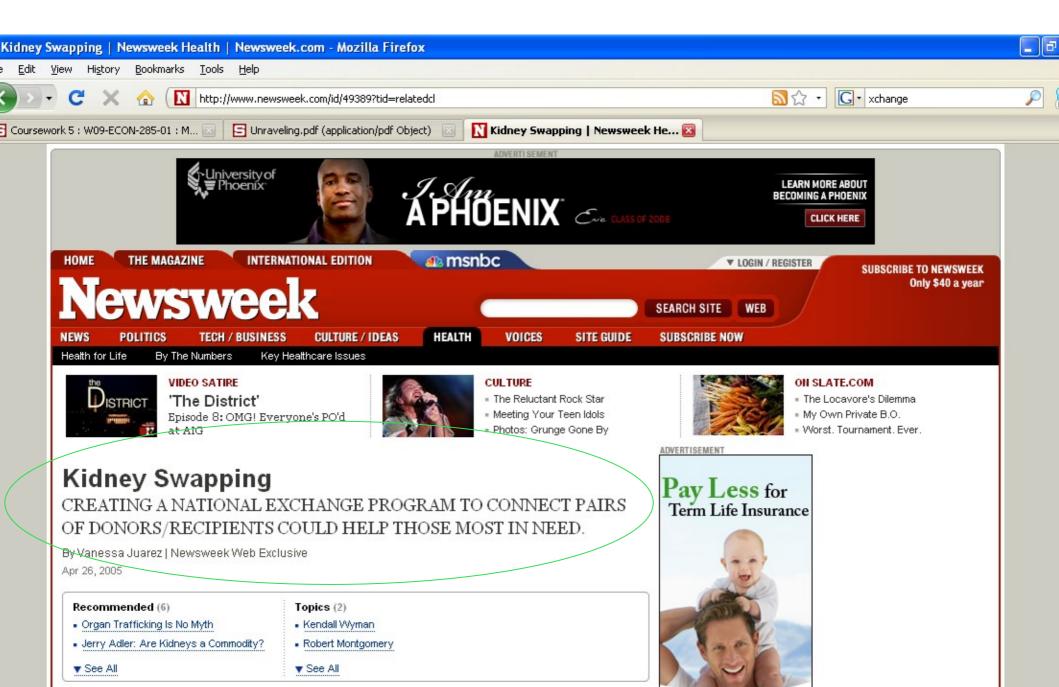
# למה להחליף כליות?

תורם מוכן לתרום לחולה אבל לא מתאים, בגלל סוג הדם או סיבות נוספות:

< נתרם	0	Α	В	AB
עורם V				
0	12	J	IJ	12
Α	לא	כן	לא	12
В	לא	לא	J	JO
AB	לא	לא	לא	JO



#### החלפת כליות 2004 - מעגלי מסחר



#### החלפת כליות 2005 - שידוכי מסחר

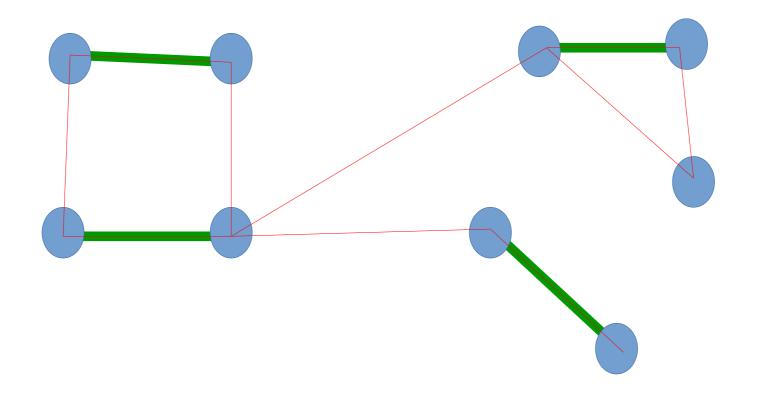
:אלגוריתם מעגלי המסחר לא התאים לבעיה

- המעגלים ארוכים מדי! בהחלפת כליות מעדיפים מעגלים קצרים – באורך 2 או 3 – כי כל ההשתלות במעגל חייבות להתבצע במקביל.
  - מצד שני, בהחלפת כליות ההעדפות בינאריות –
    כל חולה מוכן לקבל כליה מכל תורם מתאים.

*הפתרון*: במקום לחפש מעגלים, נחפש **שידוכים**.

# מציאת שידוך גדול ביותר

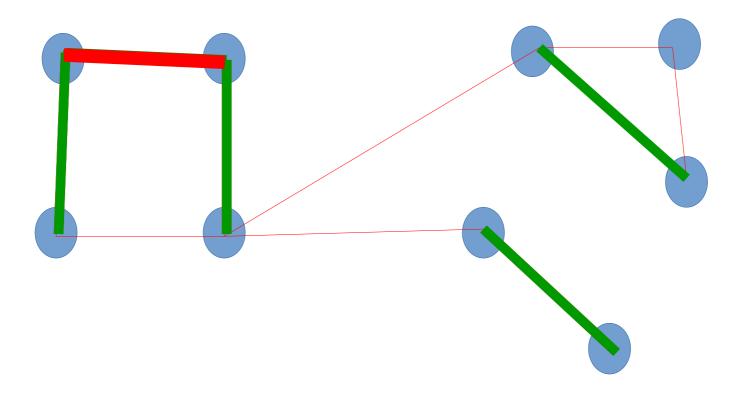
שידוך בגרף כללי = אוסף של זוגות-צמתים זרים. כל צומת מייצג זוג; כל קשת מייצגת התאמה הדדית.



#### מסלולי-שיפור

**מסלול שיפור** = מתחיל ומסתיים בצמתים לא משודכים, ומתחלף אדום-ירוק-אדום....-ירוק-אדום.

כל עוד יש מסלול-שיפור: הפוך אותו (ירוק לאדום ואדום לירוק).



#### :(Berge's Lemma): הלמה של ברג'

- שידוך M מקסימלי *אם-ורק-אם* אין מסלול שיפור. *הוכחה: -->:* אם יש מסלול שיפור אפשר להגדיל M, ולכן הוא לא מקסימלי.
- <--: נניח ש-M לא מקסימלי. יהי N שידוך גדול יותר מ-M. נסתכל על *ההפרש הסימטרי* כל הקשתות הנמצאות באחד השידוכים ולא בשניהם. כל צומת בגרף סמוכה לכל היותר לקשת אחת מכל שידוך. לכן, רכיבי הקשירות בגרף ההפרש הם:
  - א. צמתים מבודדים, או
  - ב. מעגלים מתחלפים (חייבים להיות באורך זוגי •
  - ועם מספר זהה של קשתות משני השידוכים), או -
    - •ג. מסלולים מתחלפים.

#### :(Berge's Lemma): הלמה של ברג'

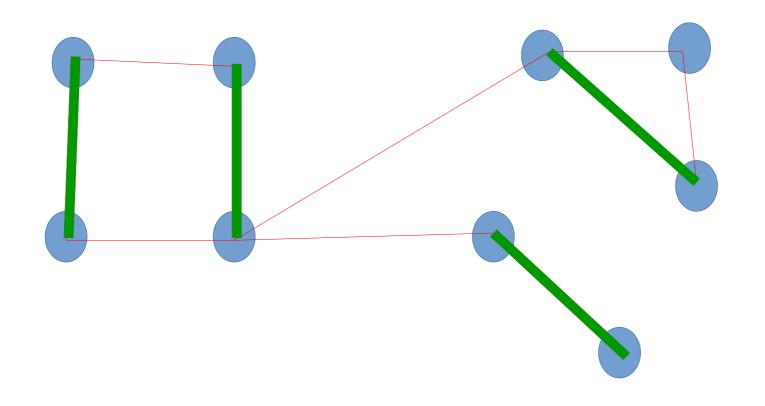
.שידוך M מקסימלי  $\gamma$  מקסימלי  $\gamma$  שידוך M מקסימלי אם *ורק-אם* אין מסלול שיפור

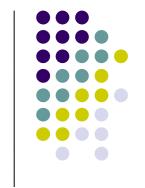
הוכחת <-- (המשך): הנחנו ש-N גדול יותר מ-M. לכן, לפי כלל שובך

היונים, רכיב אחד לפחות חייב לכלול יותר קשתות של N מקשתות של M. הרכיב הזה חייב להיות מסלול מתחלף, שבו הקשת הראשונה והקשת האחרונה הן ב-N ולא ב-M. זה מסלול שיפור! \*\*\*

#### אלגוריתם הפרחים (Blossom Algorithm, Edmonds Algorithm)

- ?איך מוצאים מסלול שיפור
- בעזרת *אלגוריתם הפרחים* פותח ע"י אדמונדס • בעזרת *אלגוריתם הפרחים* פותח ע"י אדמונדס • בעזרת אלגוריתם הפרחים 1965. זמן ריצה:  $O(|V|^2|E|)$ .
  - נלמד בקורס מתקדם בתורת הגרפים.





#### החלפת כליות בישראל

https://www.health.gov.il/English/Topics/organ\_transplant/live\_donors/Pages/intersection\_plan.aspx

#### ?יהאם האלגוריתם אמיתי

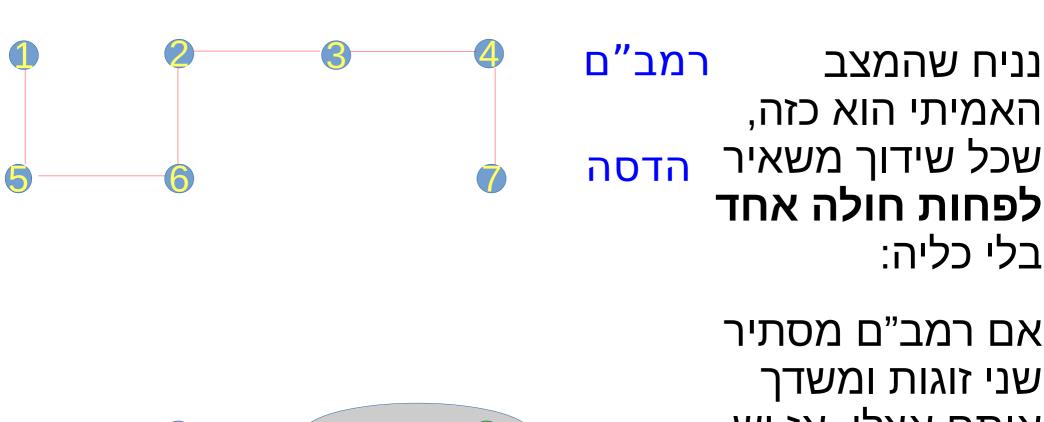
- **מי הם השחקנים** בבעיית שידוך הכליות?
  - **הזוגות** יכולים לכל היותר להסתיר קשתות, אבל זה לא יעזור להם.
  - המרכזים הרפואיים יכולים להסתיר זוגות - לשדך אותם באופן פנימי.
  - האינטרס של המרכזים הרפואיים הוא לדאוג לחולים "שלהם" - שכמה שיותר חולים שלהם יקבלו כליה.

#### תמריצים של מרכזים רפואיים

משפט: אין אלגוריתם שהוא גם יעיל פארטו וגם אמיתי עבור המרכזים הרפואיים.

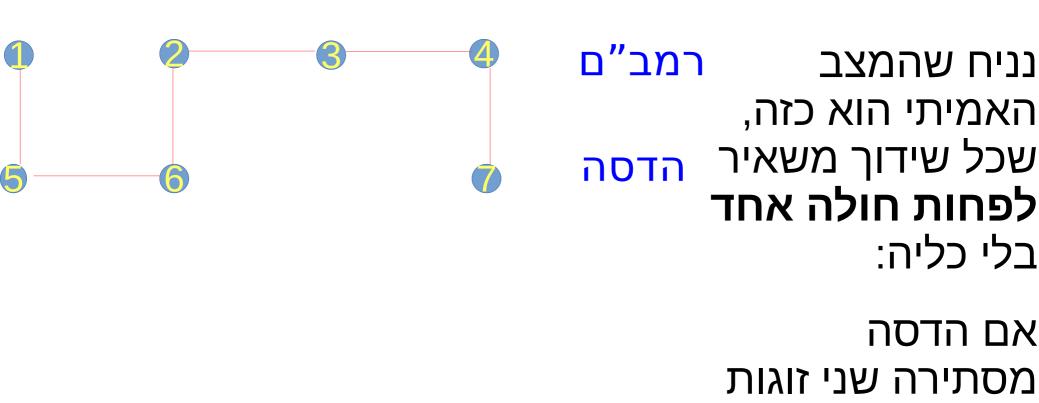
הוכחה: נניח בשלילה שקיים אלגוריתם כזה. נראה מצב שבו, לכל שידוך שהאלגוריתם בוחר, קיים מרכז שיכול להסתיר זוגות, וכך להגדיל את מספר החולים "שלו" שמקבלים כליה. -->

#### תמריצים של מרכזים רפואיים – הוכחה



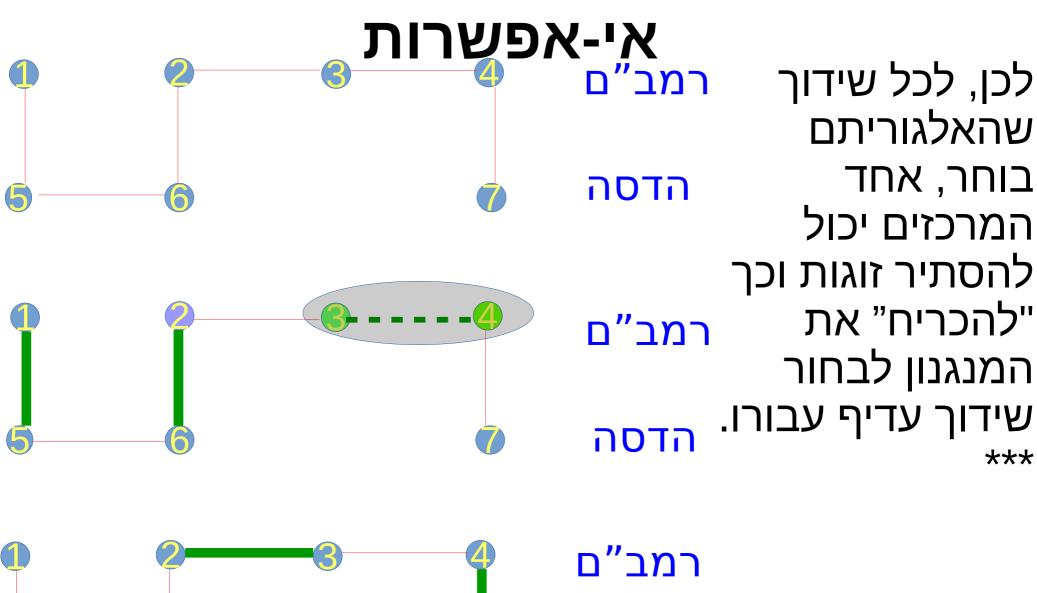
שני ווגוול ונזשון אותם אצלו, אז יש רמב"ם רק שידוך יעיל-פארטו אחד, ובו כל 4 החולים של הדסה רמב"ם מקבלים

### תמריצים של מרכזים רפואיים – הוכחה



מסתירה שני זוגות ומשדכת אותם אצלה, אז יש רק שידוך יעיל-פארטו אחד, ובו כל 3 החולים של הדסה מקבלים כליה:

# תמריצים של מרכזים רפואיים –



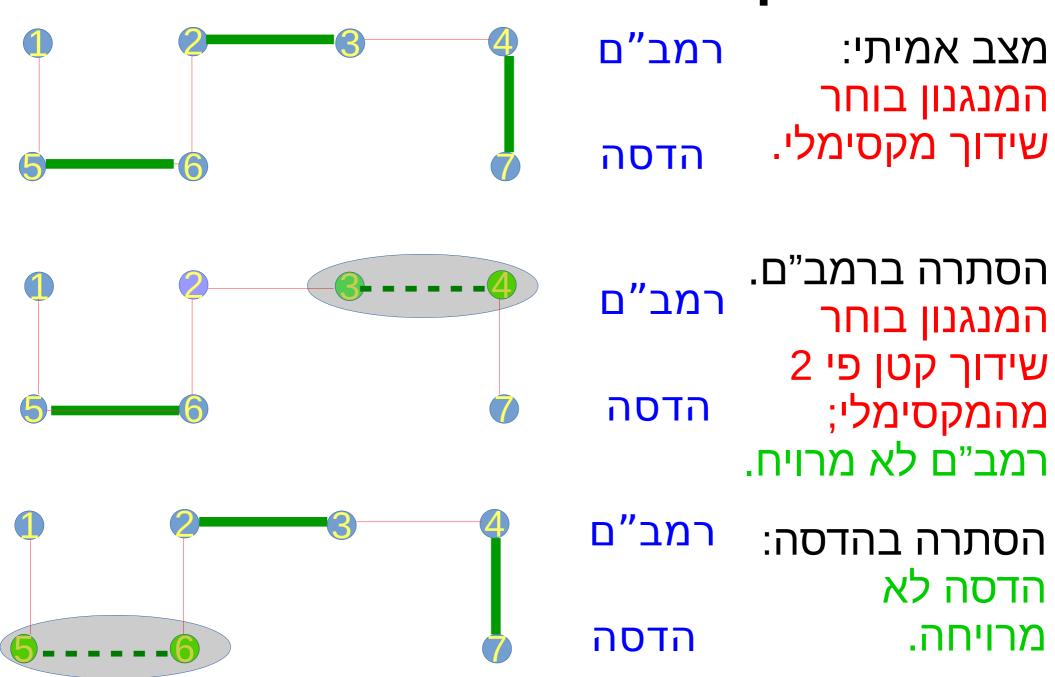
# – תמריצים של מרכזים רפואיים קירוב 1/2

כיוון שאין מנגנון אמיתי המשיג את השידוך הגדול ביותר, חיפשו מנגנון אמיתי המשיג שידוך שהוא גדול-ביותר-בקירוב.

**המנגנון** (אשלגי, פישר, קאש, פרוקצ'יה, 2013):

- מחשבים, עבור כל מרכז רפואי, את המספר הגדול ביותר של קשתות פנימיות.
  - מחשבים את השידוך הגדול ביותר מבין כל השידוכים עם אותו מספר של קשתות פנימיות.

### קירוב 1/2 - דוגמאות

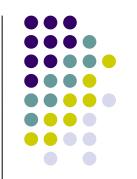


### קירוב 1/2 - הוכחה

משפט: אלגוריתם אשלגי-פישר-קאש-פרוקצ'יה מחזיר תמיד שידוך שגודלו לפחות 1/2 מהשידוך הגדול ביותר האפשרי.

הוכחה: נניח שהשידוך הגדול ביותר כולל n קשתות ו-2n זוגות. מכל קשת, לפחות זוג אחד נמצא בשידוך של האלגוריתם – אחרת האלגוריתם היה יכול להוסיף את הקשת ולהשיג שידוך גדול יותר. לכן השידוך של האלגוריתם כולל לפחות n זוגות.

# תורם חסיד - "שלי שלך ושלך שלך" (אלטרואיסט) – ממעגלים לשרשראות



- In July 2007, Alliance for paired donations started an "Altruistic Donor Chain"
- Altruistic donor in Michigan donated kidney to woman in Phoenix.
- Husband of Phoenix woman gave kidney to woman in Toledo.
- Her mom gave kidney to patient A in Columbus, whose daugher simultaneously gave kidney to patient B in columbus.
- And so on....

#### שרשרת באורך 60

