

מטלה - חלוקת שכר-דירה - שאלות נוספות

שאלה 1: בעיית מכפלת הצריחים

נתון לוח שחמט (8 על 8) שבו בכל משבצת כתוב מספר חיובי כלשהו. עליכם להציב שמונה צריחים על הלוח, כך שאף צריח לא מאיים על אף צריח אחר, ומכפלת המספרים הרשומים תחת הצריחים היא הגדולה ביותר.

א. כיתבו את בעיית האופטימיזציה.

ב. הדגימו את פתרון הבעיה על לוח קטן (3 על 3).

כיסוי מינימלי

כיסוי (*covering*) של גרף הוא תת-קבוצה של הצמתים בגרף, כך שכל קשת בגרף סמוכה לפחות לצומת אחד מתוך הקבוצה.

כיתבו בעיית אופטימיזציה למציאת כיסוי מינימלי - כיסוי עם מספר קטן ביותר של צמתים. הגדירו במדויק מה הם המשתנים, מה הם האילוצים, ומה פונקציית המטרה.

וקטור אגליטרי

האם בחלוקה עם וקטור-מחירים אגליטרי יכולה להיות קנאה, כשיש שני שותפים ושני חדרים?

בעיית תחנת המוניות

בתחנת מוניות עובדים שלושה נהגים. כל נהג נמצא עכשיו במקום אחר. התחנה מקבלת בו-זמנית שלוש פניות מנוסעים הנמצאים במקומות שונים. התחנה צריכה להחליט איזה נהג לשלוח לאיזה נוסע. הנתונים:

- המרחק בין נהג i לבין נוסע j הוא: $d[i, j]$ (ק"מ).

- המרחק בין נוסע j לבין היעד שלו הוא $x[j]$ (ק"מ).

- מחיר של דלק לקילומטר הוא p (ש"ח).

כיתבו פקודה בשפת פייתון שתעזור לתחנה למצוא את ההשמה הזולה ביותר של נהגים לנוסעים.

סכום מחירים מקסימלי

נניח שמצאנו השמה הממקסמת את סכום הערכים, ואנחנו רוצים למצוא מחיר לכל חדר. במקום למצוא וקטור-מחירים עם סכום מינימלי, אפשר לנסות למצוא וקטור-מחירים עם סכום מקסימלי:

Maximize $\sum_i p[i]$

Such that For all $i, j: w[d[i], i] - p[i] \geq w[d[i], j] - p[j]$

א. מה הבעיה בתוכנית זו? (אפשר לפתור סעיף זה בשתי דרכים: להריץ בפייתון ולראות איזו הודעת שגיאה-מתקבלת, או לנסות לפתור את הבעיה ידנית במקרים פרטיים ולזהות את הבעיה).

ב. איזה אילוץ אפשר להוסיף לתוכנית, כך שיתקבל פתרון הגיוני?

חלוקת שכר-דירה – אלגוריתם spliddit

בעזרת אתר spliddit, חפשו בעיות חלוקת שכר-דירה עם שלושה שותפים ושכר-דירה חיובי, עם התכונות הבאות:

- א. כל השותפים משלמים בדיוק שליש משכר-הדירה;
- ב. שותף אחד משלם אפס, ושני השותפים האחרים משלמים בדיוק חצי משכר-הדירה;
- ג. שני שותפים משלמים אפס, והשותף השלישי משלם את כל שכר-הדירה;
- ד. אחד השותפים משלם מחיר שלילי.

חלוקה הוגנת של ירושה עם בתים

איל הנדל"ן הנודע דונאלד דאק נפטר בשיבה טובה והוריש לארבעה בתים וכן סכום-כסף נכבד.

עליכם לעזור להם לחלק ביניהם את הירושה בהתאם לדרישות הבאות:

- כל אחד מהיורשים מקבל בית אחד בדיוק (וסכום-כסף כלשהו).
- אף יורש לא מקנא ביורשים האחרים.
- כל העיזבון מחולק בין היורשים.

א. כיתבו אלגוריתם, בעברית או בפסאודו-קוד, הפותר את הבעיה. מותר להשתמש באלגוריתמים שנלמדו בכיתה, אולם יש להוכיח שהם אכן פותרים את הבעיה.

ב. הדגימו את האלגוריתם שכתבתם בסעיף א על מצב שבו ערכי הבתים בעיני היורשים הם (לפי הסדר):

- בית: א ב ג ד
- מיקי: 80, 60, 40, 20
- דייזי: 90, 70, 50, 30
- גופי: 60, 80, 20, 40
- פלוטו: 70, 90, 30, 50

וסכום הירושה הוא 1000. תארו בפירוט את פעולת האלגוריתם. הסבירו מי מקבל כל בית ואיך מתחלק הכסף.