

## מטלה - מכרזים אמיתיים

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

**שאלה: וריאציות על מכרז ויקרי** (הקורס של טים, שאלות 27, 29)

- א. ויקי המציאה מכרז חדש למכירת חפץ יחיד: מי שהכרזה שלו גבוהה ביותר זוכה בחפץ, ומשלם את המחיר **השלישי** (במקום המחיר השני במכרז ויקרי). האם המכרז של ויקי אמיתי? הוכיחו.
- ב. כדי לגייס כסף לשיפוץ הבית, החלטתם למכור את אוסף העטים הנדירים שלכם. באוסף יש 10 עטים זהים. ישנם 20 אנשים המעוניינים להשתתף במכרז. כל אחד מעוניין בעט אחד לכל היותר. תארו מכרז אמיתי ויעיל פארטו למכירת העטים.

**שאלה: מכרזי פירסום - איכות המודעה** (הקורס של טים, תרגילים 32, 34)

בשיעור הנחנו, שהסתברות ההקלקה על מודעה מסוימת תלויה רק במיקום שלה ולא במודעה. במציאות, הסתברות ההקלקה על מודעה תלויה גם במיקום וגם במודעה עצמה.

א. נניח שלכל מודעה  $j$  יש מקדם איכות  $q_j$ , והסתברות ההקלקה כששמים אותה במקום  $k$  היא:

$$r_{j,k} = r_k * q_j$$

תארו אלגוריתם המשבץ מודעות למיקומים וממקסם את סכום הערכים. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

ב. נניח שלכל מודעה  $j$  ומיקום  $k$  יש הסתברות הקלקה כללית (לא דווקא ליניארית):  $r_{j,k}$

הראו דוגמה שבה האלגוריתם מסעיף א לא עובד (לא מוצא שיבוץ הממקסם את סכום הערכים).

## שאלה: חשיפת מידע

מצאתם בעליית-הגג שלכם שרשרת אבני-חן ישנה, ואתם מאד רוצים לדעת מה השווי שלה. השכן שלכם הוא מומחה לאבני-חן ויודע בדיוק מהו שווי השרשרת, אבל הוא לא רוצה להגיד לכם. הציעו מנגנון שיגרום לשכן שלכם לגלות לכם, מרצונו החופשי, את שווי האמיתי של השרשרת. רמז: קיראו כאן: [https://www.econ2.uni-bonn.de/pdf/papers/goethes\\_second.pdf](https://www.econ2.uni-bonn.de/pdf/papers/goethes_second.pdf)

## שאלה: הקצאת אמיתית של זמן חישוב

כמה אנשים מעוניינים להריץ תהליכים על מחשב-על. לכל אדם יש תהליך אחד. לכל תהליך יש זמן ריצה שונה. מחשב-העל יכול להריץ תהליך אחד בכל פעם. המחשב פעיל במשך זמן מסוים (נניח 10 שעות) אבל זמן-הריצה הכולל של כל התהליכים הוא גדול יותר, כך שלא כל התהליכים יוכלו לרוץ. מנהל המערכת רוצה לתזמן את התהליכים (באופן סדרתי) כך שמספר התהליכים הכולל יהיה הגדול ביותר.

כל אדם יודע מה זמן-הריצה של התהליך שלו (כמה דקות הוא צריך), אבל מנהל-המערכת אינו יודע את זמני הריצה של התהליכים. עיזרו למנהל-המערכת לפתח אלגוריתם **אמיתי**, שיגרום לכל אדם להצהיר על הזמן האמיתי של התהליך שלו, ויריץ את המספר הגדול ביותר של תהליכים במסגרת הזמן הקצוב.

להרחבה (לא חובה לצורך פתרון המטלה):

- U Feige, M Tennenholtz (2011): "[Mechanism design with uncertain inputs \(to err is human, to forgive divine\)](#)(2014) ": "[On fair division of a homogeneous good](#)"

## שאלה: בעיית תחנת המוניות עם נהגים אסטרטגיים

בתחנת מוניות עובדים שלושה נהגים. כל נהג נמצא עכשיו במקום אחר. התחנה מקבלת בו-זמנית שלוש פניות מנוסעים הנמצאים במקומות שונים. התחנה צריכה להחליט איזה נהג לשלוח לאיזה נוסע. הנתונים:

- המרחק בין נהג  $i$  לבין נוסע  $j$  הוא:  $d[i, j]$  (ק"מ).
- **התחנה לא יודעת איפה נמצא כל נהג, ולכן לא יודעת את  $d[i, j]$ .** הערך הזה ידוע רק לנהג  $i$ .
- מחיר של דלק לקילומטר הוא  $p$  (ש"ח).
- א. תארו מכרז להתאמת נוסעים לנהגים, עם התכונות הבאות:
  - אמיתי - לכל נהג  $i$  כדאי לדווח את המרחק האמיתי בינו לבין כל נוסע ( $d[i, j]$  לכל  $j$ ).
  - יעיל - המכרז מוצא את ההשמה הזולה ביותר של נהגים לנוסעים.
- ב. הדגימו את פעולת המכרז: הסבירו מה מדווחים הנהגים, איזו השמה מחשב האלגוריתם, וכמה כל אחד משלם/מקבל.

## שאלה: הפיכת אלגוריתם למכרז

מיצאו אלגוריתם נוסף שאתם מכירים, שונה מהאלגוריתמים שנלמדו בכיתה, שאפשר להפוך אותו למכרז. תארו בפירוט את הקלט למכרז, את הערכים של המשתתפים, את כלל-הבחירה ואת כלל-התשלום.

## שאלה: כיסוי-בצמתיים עם משקל מינימלי

<https://github.com/SleekPanther/minimum-weighted-vertex-cover-approximation-algorithm/blob/master/README.md#references>

## שאלה. סלילת רשת-כבישים

במדינה מסויימת יש  $n$  ערים. הממשלה רוצה לחבר בין כל הערים ע"י  $n-1$  כבישים. לכל זוג ערים  $i, j$ , יש קבלן שיכול לסלול את הכביש בין עיר  $i$  לעיר  $j$ . כל הקבלנים שונים (כלומר מספר הקבלנים הוא  $(n(n-1)/2)$ . העלות של קבלן  $i, j$  לסלילת הכביש היא  $c[i, j]$  והיא ידועה רק לקבלן. הממשלה מעוניינת לסלול  $n-1$  כבישים, כך שהעלות הכוללת של סלילת הרשת (סכום העלויות של  $n-1$  הקבלנים הנבחרים) היא קטנה ביותר.

א [10 נק']. תארו מכרז אמיתי המאפשר לממשלה למצוא את הרשת בעלת העלות הקטנה ביותר.

ברוך ה' חונן הדעת

ב [10 נק']. הדגימו בפירוט את פעולת המכרז עבור  $n=4$  ערים.

ברוך ה' חונן הדעת