

מטלה - אלגוריתמים מגלי-אמת

שאלה 3: עידוד השתתפות

תזכורת: אלגוריתם הוא מעודד השתתפות אם התועלת של כל שחקן המשתתף באלגוריתם היא לפחות 0 (אף אחד לא ניזוק מהשתתפות באלגוריתם).

נתונה בעיה כללית של החלטה בין אפשרויות שונות (כמו בעיית "בחירת המסעדה" שהודגמה בשיעור).

א. הוכיחו, שאם כל שחקן מייחס ערך לפחות 0 לכל אפשרות שאינה מתחשבת בו, אז אלגוריתם VCG מעודד השתתפות.

ב. הראו, שאם התנאי לא מתקיים, אז אלגוריתם VCG אינו מעודד השתתפות.

פתרון:

• צריך להראות, שהתועלת של כל שחקן i היא לפחות 0. נציב ע"פ ההגדרות:

$$\text{התועלת של שחקן } i =$$

$$\text{הערך של } i - \text{התשלום של שחקן } i =$$

$$\text{הערך של } i - \text{הסכום של האחרים כשלא מתחשבים ב-} i + \text{הסכום של האחרים כשמתחשבים ב-} i =$$

$$\text{הסכום הכולל כשמתחשבים ב-} i - \text{הסכום של האחרים כשלא מתחשבים ב-} i =$$

$$\text{הסכום הכולל כשמתחשבים ב-} i - (\text{הסכום הכולל כשלא מתחשבים ב-} i - \text{הערך של } i \text{ כשלא מתחשבים בו}) =$$

$$(\text{הסכום הכולל כשמתחשבים ב-} i - \text{הסכום הכולל כשלא מתחשבים ב-} i) + (\text{הערך של } i \text{ כשלא מתחשבים בו}).$$

• הביטוי בסוגריים הימניים הוא לפחות 0, כי הסכום הכולל כשמתחשבים ב- i הוא הגדול ביותר האפשרי (אלגוריתם וק"ג ממקסם את סכום הערכים).

• הביטוי בסוגריים השמאליים הוא לפחות 0, לפי הנחת השאלה.

• לכן הביטוי כולו הוא לפחות 0. מש"ל