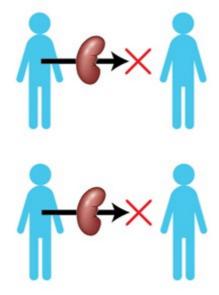
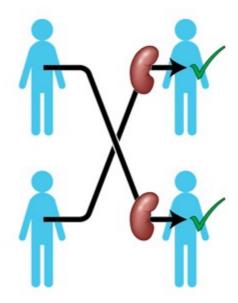
# החלפת כליות

# אראל סגל-הלוי חלק מהשקפים של: Wayne Racey



The donor in each pair cannot give their kidney to the recipient because they are not a match



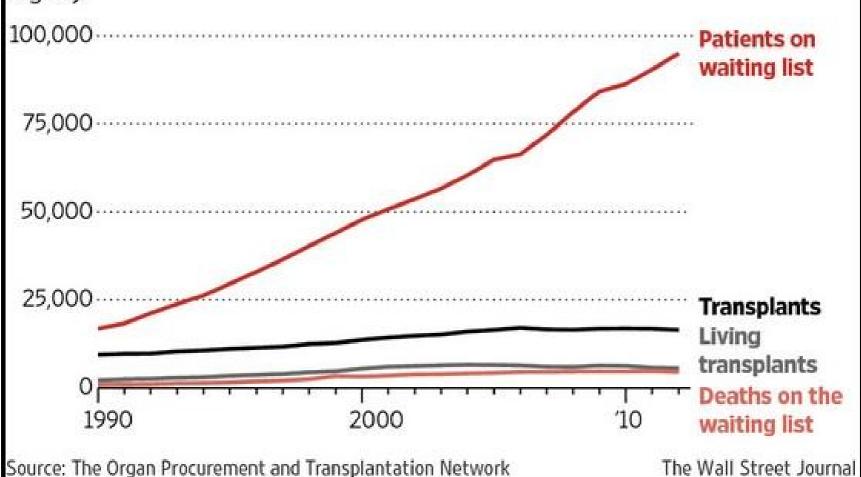
The donors can give their kidney to the **other** recipient because they are a good match

© UHN Patient Education

# התור להשתלת כליות

#### A Long Wait for a Kidney

Since 1990, the number of people on the waiting list for a kidney transplant has grown sharply, while the number of transplants has increased only slightly.



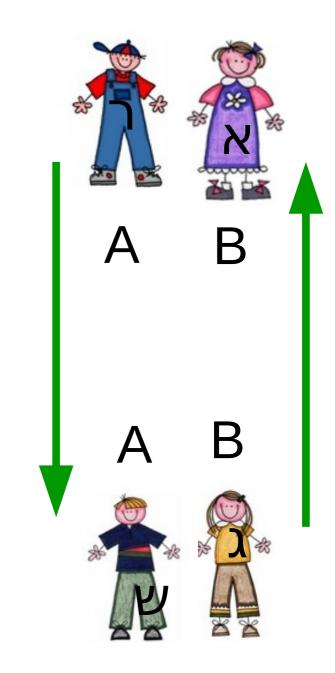
## החלפת כליות

- כמעט בכל המדינות:
- יש מחסור בכליות להשתלה.
- **אסור** לתרום כליות תמורת כסף.
  - מותר לתרום כליה תמורת כליה.

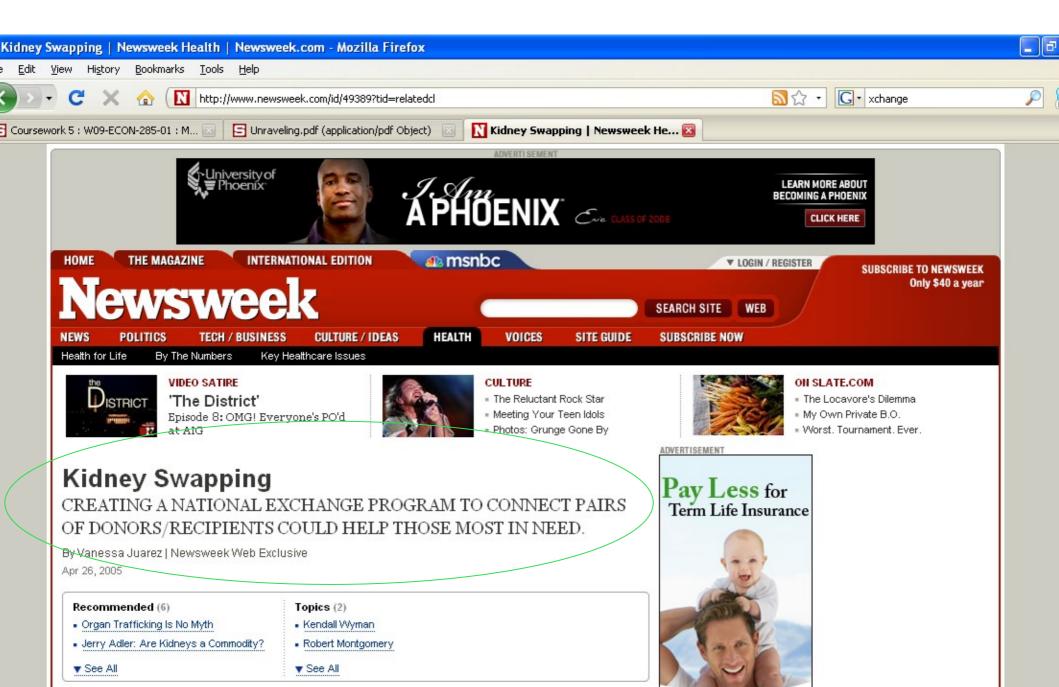
# למה להחליף כליות?

תורם מוכן לתרום לחולה אבל לא מתאים, בגלל סוג הדם או סיבות נוספות:

< נתרם תורם V	0	A	В	AB
0	JO	JO	JO	J
Α	לא	כן	לא	כן
В	לא	לא	JO	J
AB	לא	לא	לא	JO



# החלפת כליות 2004 - מעגלי מסחר



## החלפת כליות 2005 - שידוכי מסחר

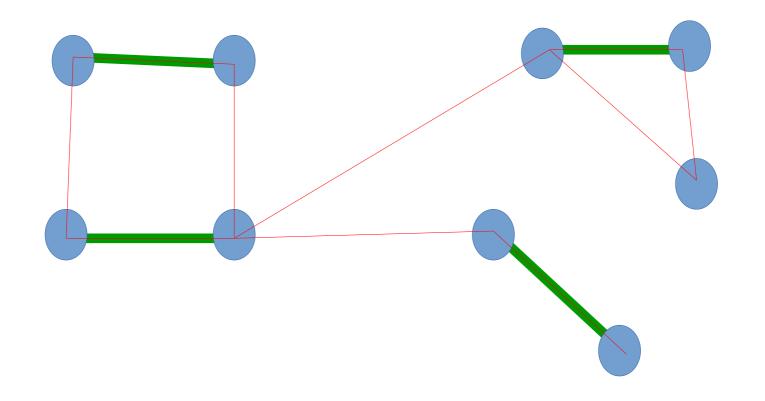
:אלגוריתם מעגלי המסחר לא התאים לבעיה

- המעגלים ארוכים מדי! בהחלפת כליות מעדיפים מעגלים קצרים – באורך 2 או 3 – כי כל ההשתלות במעגל חייבות להתבצע במקביל.
  - מצד שני, בהחלפת כליות ההעדפות בינאריות –
    כל חולה מוכן לקבל כליה מכל תורם מתאים.

*הפתרון*: במקום לחפש מעגלים, נחפש **שידוכים**.

# מציאת שידוך גדול ביותר

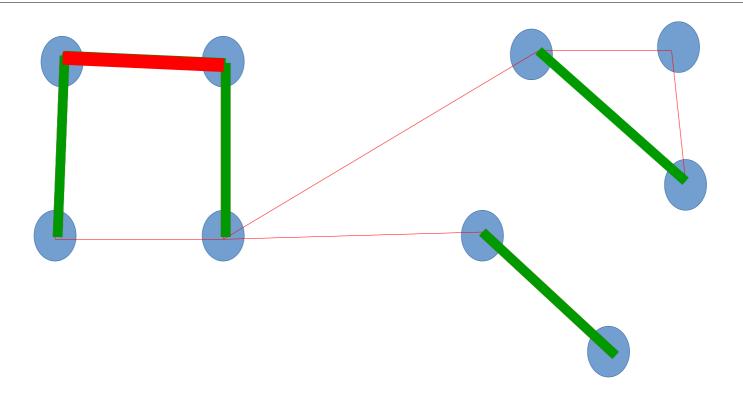
שידוך בגרף כללי = אוסף של זוגות-צמתים זרים. כל צומת מייצג זוג; כל קשת מייצגת התאמה הדדית. כדי להציל הכי הרבה חולים, נרצה למצוא שידוך גדול ביותר.



# אלגוריתם למציאת שידוך גדול ביותר

**מסלול שיפור** = מתחיל ומסתיים בצמתים לא משודכים, ומתחלף אדום-ירוק-אדום....-ירוק-אדום.

> כל עוד יש מסלול-שיפור: הפוך אותו (ירוק לאדום ואדום לירוק).



# (Berge's Lemma) הלמה של ברג'

שידוך M מקסימלי *אם-ורק-אם* אין מסלול שיפור. הוכחה: -->: אם יש מסלול שיפור – אפשר להפוך אותו וכך להגדיל את M ב-1, ולכן M לא מקסימלי. לא מקסימלי. יהי N שידוך גדול יותר M-ב:: נניח ש-M מ-M. נסתכל על *ההפרש הסימטרי* – כל הקשתות הנמצאות באחד השידוכים ולא בשניהם. כל צומת בגרף סמוך לכל היותר לקשת אחת מכל שידוך. לכן, רכיבי הקשירות בגרף ההפרש הם:

- א. צמתים מבודדים, או
- ב. מעגלים מתחלפים (חייבים להיות באורך זוגי ועם מספר זהה של קשתות משני השידוכים), או -
  - •ג. מסלולים מתחלפים.

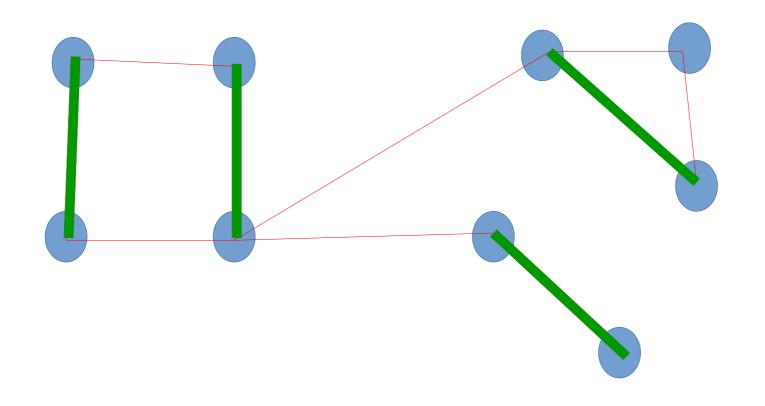
# (Berge's Lemma) הלמה של ברג'

שידוך M מקסימלי *אם-ורק-אם* אין מסלול שיפור.

הוכחת <-- (המשך): הנחנו ש-N גדול יותר מ-M. לכן, לפי כלל שובך היונים, רכיב אחד לפחות חייב לכלול יותר קשתות של N מקשתות של M. הרכיב הזה חייב להיות מסלול מתחלף, שבו הקשת הראשונה והקשת האחרונה הן ב-N ולא ב-M. זה מסלול שיפור! \*\*\*

### אלגוריתם הפרחים (Blossom Algorithm, Edmonds Algorithm)

- ?איך מוצאים מסלול שיפור
- בעזרת *אלגוריתם הפרחים* פותח ע"י אדמונדס • בעזרת *אלגוריתם הפרחים* פותח ע"י אדמונדס • בעזרת אלגוריתם הפרחים 1965. זמן ריצה:  $O(|V|^2|E|)$ .
  - נלמד בקורס מתקדם בתורת הגרפים.





#### החלפת כליות בישראל

#### תוכנית החלפת כליות בישראל:

https://www.health.gov.il/Subjects/Organ\_transplant/live\_donors/Pages/intersection\_plan.aspx

## :החלפת כליות בין ישראל לצ'כיה

https://www.ynet.co.il/articles/0,7340,L-5643924,00.html

# אלגוריתם אמיתי לשידוך כליות?

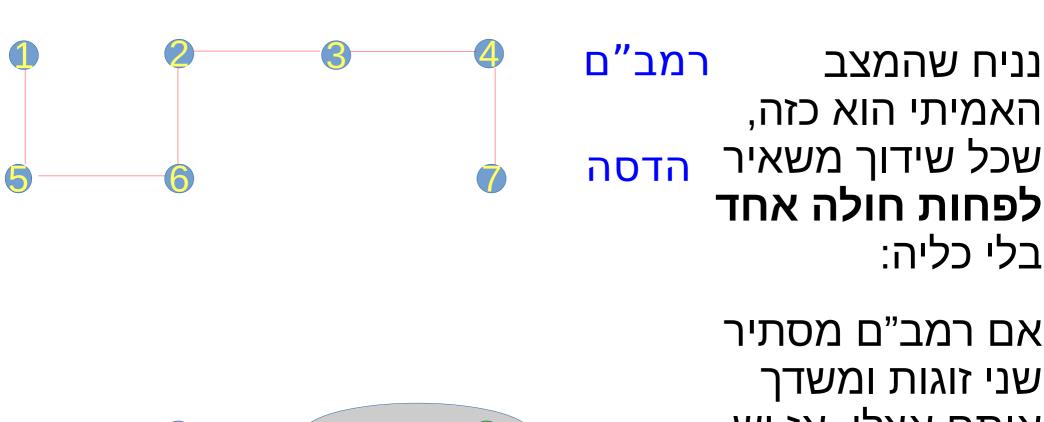
- **מי הם השחקנים** בבעיית שידוך הכליות?
  - **הזוגות** יכולים לכל היותר להסתיר קשתות, אבל זה לא יעזור להם.
  - המרכזים הרפואיים יכולים להסתיר זוגות - לשדך אותם באופן פנימי.
  - האינטרס של המרכזים הרפואיים הוא לדאוג לחולים "שלהם" - שכמה שיותר חולים שלהם יקבלו כליה.

## תמריצים של מרכזים רפואיים

משפט: אין אלגוריתם שהוא גם יעיל פארטו וגם אמיתי עבור המרכזים הרפואיים.

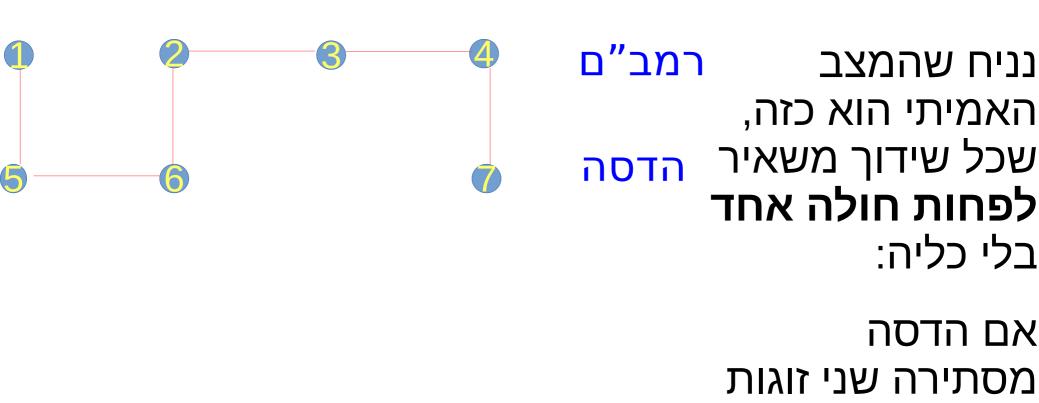
הוכחה: נניח בשלילה שקיים אלגוריתם כזה. נראה מצב שבו, לכל שידוך שהאלגוריתם בוחר, קיים מרכז שיכול להסתיר זוגות, וכך להגדיל את מספר החולים "שלו" שמקבלים כליה. -->

# תמריצים של מרכזים רפואיים – הוכחה



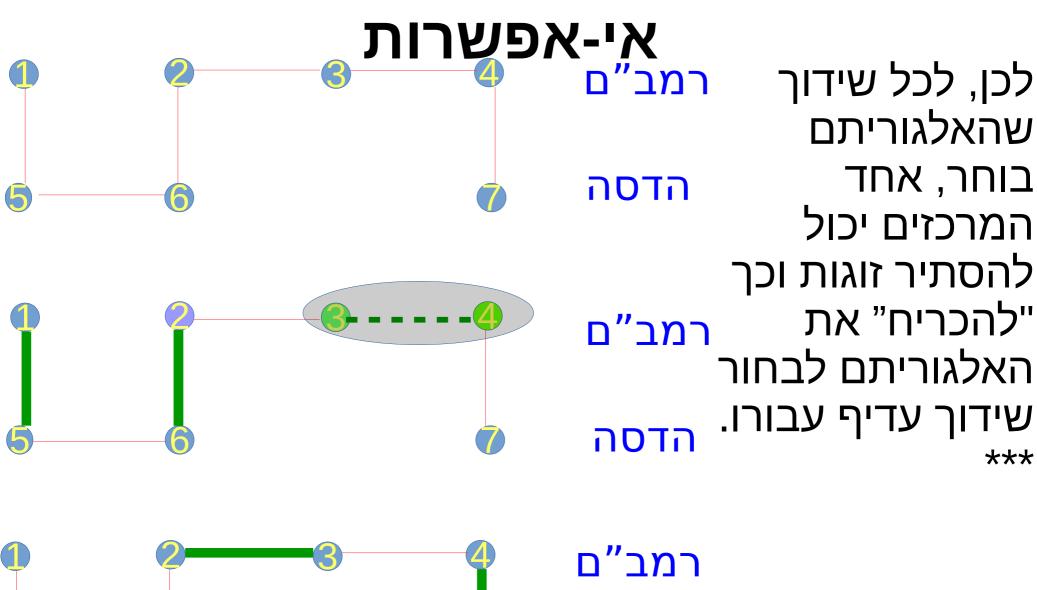
שני ווגוול ונזשון אותם אצלו, אז יש רמב"ם רק שידוך יעיל-פארטו אחד, ובו כל 4 החולים של הדסה רמב"ם מקבלים

# תמריצים של מרכזים רפואיים – הוכחה



מסתירה שני זוגות ומשדכת אותם אצלה, אז יש רק שידוך יעיל-פארטו אחד, ובו כל 3 החולים של הדסה מקבלים כליה:

# תמריצים של מרכזים רפואיים –



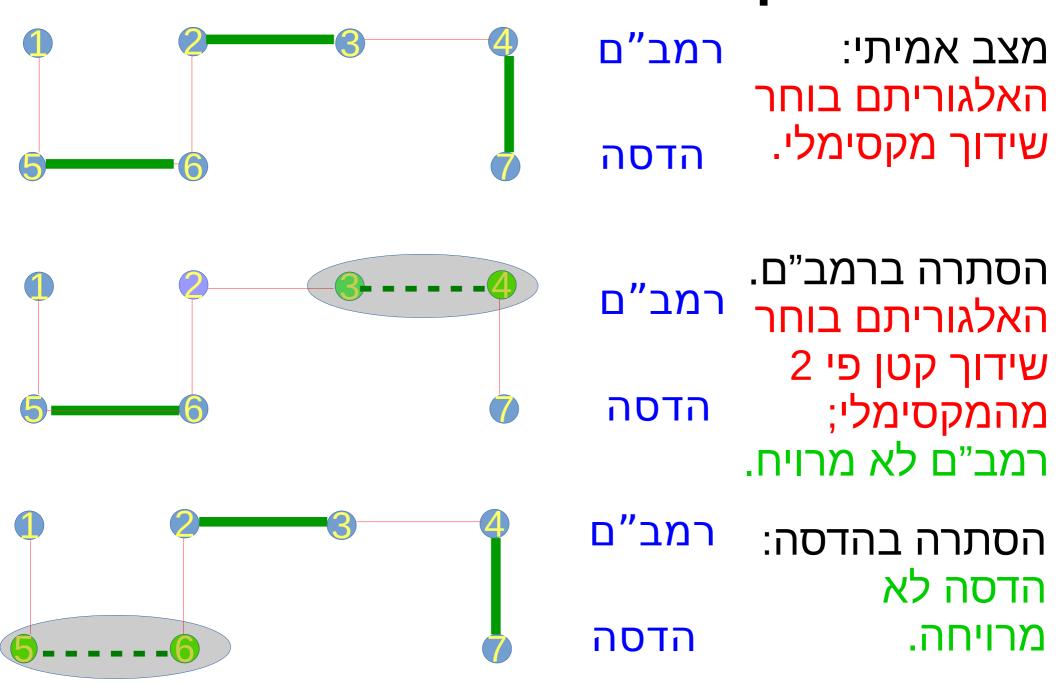
# – תמריצים של מרכזים רפואיים קירוב 1/2

כיוון שאין אלגוריתם אמיתי המשיג את השידוך הגדול ביותר, חיפשו אלגוריתם אמיתי המשיג שידוך שהוא גדול-ביותר-בקירוב.

:(2013) אשלגי, פישר, קאש, פרוקצ'יה, 2013)

- מחשבים, עבור כל מרכז רפואי, את המספר הגדול ביותר של קשתות בשידוך פנימי.
  - מחשבים את השידוך הגדול ביותר *מבין כל* השידוכים עם אותו מספר של קשתות פנימיות.

# קירוב 1/2 - דוגמאות



# קירוב 1/2 - הוכחה

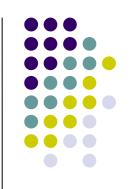
משפט: אלגוריתם אשלגי-פישר-קאש-פרוקצ'יה מחזיר תמיד שידוך שגודלו לפחות 1/2 מהשידוך הגדול ביותר האפשרי.

הוכחה: נניח שהשידוך הגדול ביותר כולל *ח*קשתות (2*n*). מכל *קשת*, לפחות *צומת* אחד נמצא בשידוך של האלגוריתם – אחרת האלגוריתם היה יכול להוסיף את הקשת ולהשיג שידוך גדול יותר. לכן השידוך של האלגוריתם כולל לפחות *n* צמתים.

# מעבר לזוגות – מעגלי-החלפה באורך 3

- כיום אפשר לבצע שלושה ניתוחי השתלה בו זמנית - החלפת כליות במעגלים באורך 3.
  - איך מוצאים הכי הרבה מעגלים באורך ?3•
    - יש רדוקציה: הבעיה היא NP-קשה! יש רדוקציה
- •NP → SAT → 3-coloring → Set cover → 3D matching → 3-Circles
  - ?מה עושים•
  - ;א. אלגוריתמי קירוב
    - •ב. חיפוש היוריסטי.

# - שרשראות-החלפה מעבר לזוגות – שרשראות-החלפה מתחילות בתורם אחד חסיד (אלטרואיסט)



- In July 2007, Alliance for paired donations started an "Altruistic Donor Chain"
- Altruistic donor in Michigan donated kidney to woman in Phoenix.
- Husband of Phoenix woman gave kidney to woman in Toledo.
- Her mom gave kidney to patient A in Columbus, whose daugher simultaneously gave kidney to patient B in columbus.
- And so on....

# שרשרת החלפה באורך 60



