מטלה - חלוקת עלויות ומכרזי שירות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

שאלה 1: אלגוריתם אקראי לחישוב ערך שאפלי

כזכור, כשמספר השחקנים גדול, חישוב ישיר של ערך שאפלי עלול לקחת הרבה זמן. אחד הפתרונות הוא לחשב את ערך שאפלי בקירוב, ע"י האלגוריתם האקראי הבא:

- חזור הרבה פעמים:
- P בחר פרמוטציה אקראית •
- P חשב את העלויות השוליות של כל השחקנים בפרמוטציה ○
- חשב את הממוצע של כל העלויות השוליות בחישובים הקודמים.
 - א. כיתבו תוכנית בפייתון המבצעת את האלגוריתם האקראי הנ"ל.
- ב. בידקו את התוכנית שלכם על בעיה כלשהי עם 3 שחקנים (למשל אחת הבעיות שפתרנו בשיעור). עד כמה התוצאות קרובות לתוצאות המדוייקות?
- ג. בידקו את התוכנית שלכם על בעיה כלשהי של עלות מסלול-המראה, עם 30 שחקנים. עד כמה התוצאות קרובות לתוצאות המדוייקות?

שאלה 2: חלוקת עלות נסיעה לאוניברסיטה

שאלה זו מיועדת לצוותים עם 3 חברים ומעלה (אפשר להתחבר עם צוות נוסף לצורך השאלה).

- א. לכל אחד מחברי הצוות, חשבו בקירוב את עלות הנסיעה במונית מהבית לאוניברסיטה. לצורך החישוב אפשר להשתמש ב- Google Maps. אם אתם לא מצליחים לחשב עלות מדוייקת, חשבו את זמן הנסיעה לפי Waze והכפילו בעלות נסיעה במונית לפי מונה.
 - ב. חשבו את עלות הנסיעה כאשר כל חברי הצוות נוסעים יחד, במסלול הקצר ביותר העובר דרך כולם.
 - ג. חשבו כמה כל אחד יצטרך לשלם לפי ערך שאפלי. האם זה משתלם?

שאלה 3: איחוד מפלגות

[נכתב לקראת הבחירות לכנסת, אדר א ה'תשע"ט]

שלוש מפלגות קטנות שוקלות להתאחד למפלגה אחת לקראת הבחירות, אבל הן לא מצליחות להסכים על קביעת המקומות ברשימה המשותפת. סקרי דעת-קהל אמינים מראים ש:

- כל אחת מהמפלגות לא עוברת את אחוז החסימה כשהיא רצה לבד.
 - המפלגה המאוחדת מקבלת 10 מנדטים.
- אם רק מפלגות א+ב מתאחדות, הן מקבלות 4 מנדטים; ב+ג 5 מנדטים, ג+א 6 מנדטים.
 עיזרו למפלגות למצוא פתרון הוגן לחלוקת המקומות בעשיריה הראשונה.

שאלה 4: בעיית מסלול-ההמראה ובעיית שיתוף-הנסיעות

הראו שאפשר להגיע לנוסחה של התשלומים בבעיית מסלול-ההמראה, מתוך הנוסחה של התשלומים בבעיית שיתוף-הנסיעות עם סדר הורדה קבוע (כלומר בעיית מסלול-ההמראה היא מקרה פרטי של בעיית שיתוף-הנסיעות).

שאלה 5: אלגוריתמים אמיתיים לבחירת הנוסעים

עד עכשיו הנחנו שכל השחקנים משתתפים בנסיעה. עכשיו, נניח שכל שחקן i מפיק מהנסיעה תועלת של $V_{\rm i}$, ואם הנסיעה יקרה יותר – הוא לא רוצה בכלל לנסוע. אנחנו רוצים לבחור תת-קבוצה של שחקנים, כך שסכום הערכים הכולל (= סכום הערכים של הנוסעים פחות עלות הנסיעה) הוא הגדול ביותר.

- א. בוחרים את הנוסעים בעזרת אלגוריתם וק"ג. הראו דוגמה שבה האלגוריתם לא מאוזן תקציבית (סכום התשלומים לא מכסה את עלות הנסיעה).
 - ב. מחליטים מראש, שעלות הנסיעה תתחלק בין הנוסעים לפי ערך שאפלי, ואז בוחרים את הנוסעים בעזרת אלגוריתם וק"ג. הראו דוגמה שבה האלגוריתם לא מעודד-השתתפות (יש נוסע שהתועלת שלו שלילית).
- ג. בוחרים את הנוסעים בעזרת אלגוריתם וק"ג, ואם צריך עוד כסף כדי לכסות את עלות הנסיעה גובים אותו מהנוסעים באופן שיוויוני. הראו דוגמה שבה האלגוריתם לא מגלה-אמת.