

שאלה מס' 3 :

פירוט :

* מצב א' נקרא שיפור פארטל חזק של מצב ב', אם מצב א' טוב יותר על כשטות פנים.

* מצב נקרא יציב פארטל חלש אם לא קיים מצב אחר שבו שיפור פארטל חזק שלו.

(א) דוגמה יציב פארטל חלש אבל לא יציב פארטל :

~~בדומה~~ בדומה צריך להראות דוגמה שבה יציב פארטל חלש ואם קיים שיפור פארטל (יציב) שלו.

דוגמה : 2 סופר רוזיק עלבט יחד עם סעודה ומעבדים גאליס מסעדה עבוד.

כל אחד מהם את המסעדות מהכי מרוץ (1) עברו שם בציטי (3) :

מסעדה :		
א	ב	ג
1	2	3
צמי :		
1	2	3
תמ :		
3	2	2

* מצב ג' הוא שיפור פארטל של מצב ב' כי הוא טוב יותר על חלקן מהמטות הפנים ואם לפחות באותה מידה עלבט מובן ג' הוא לא יציב פארטל של ג'.

* ~~מצב ג' הוא~~ מצב ג' הוא בדומה של מצב שבו הוא טוב יותר על כשטות פנים ממצב אחר.

(מצב ג' הוא לא שיפור פארטל חזק של מצב ב' ואם של כל מצב) ~~אין בדומה של מצב ג' הוא יציב פארטל חלש.~~

* אין להראות דוגמה שבה יציב פארטל חלש אבל לא יציב פארטל.

(ב) כוכיח, שכל חלוקה אגלטרית היא יעילה פארטו חלש.

⊛ הצדקה: חלוקה אגלטרית היא חלוקה המקסימלית את הערך הקטן ביותר: $\max_x \min_i v_i(x)$

כוכחה:

- נחונת חלוקה "א" המקסימלית את הערך הקטן ביותר.
- נניח הצעה שחלוקה היא "א" יעילה פארטו חלש, ואכן קיימת חלוקה "ב" ~~שהיא~~ שיפור פארטו חלקי של (עפ"י הגדרת יעיל פארטו חלש).
- בחלוקה "ב", לכל השחקנים יש ערך גדול יותר מהחלוקה "א" (עפ"י הגדרת שיפור פארטו חלקי).
- אכן בחלוקה "ב" הערך הקטן ביותר יותר גדול, בגלל כך שחלוקה "א" מקסימלית את סכום הערכים.

מ.ש.ל.

(ג) כוכיח, שאם פונקציות הערך של כל השחקנים הן חזקות ממש כל נקודת וניזוגה גזושה, אז כל חלוקה יעילה פארטו חלש היא גם יעילה פארטו.

כוכחה:

- נחונת חלוקה "א" יעילה פארטו חלש (ע"פ קריטריון השיפור פארטו חלקי של (עפ"י).
- נניח הצעה שקריטריון חלוקה "ב" שיש לה שיפור פארטו.
- בחלוקה "ב", לכל השחקנים יש ערך עשוי x , וחלקן מהשחקנים יש ערך גדול מ- x , למינו y .
- נבחר שחקן שערכו בחלוקה "ב" y , ניקח ממנו כמות קטנה מאוד של משאב כלשהו, כך שערכו ייטא גדול מ- x .
- נחלק את המשאב שווה גווה בין כל שאר השחקנים.
- קיבלנו חלוקה חדשה, נקרא לה "ג".
- כל השחקנים מייחסים ערך גדול מ-0 לכל משאב, ואכן בחלוקה "ג" לכל השחקנים יש ערך ~~שטא~~ y (גדול מ- x).
- אכן בחלוקה "ג" היא טובה לכל השחקנים, כלומר קריטריון חלוקה שהיא שיפור פארטו חלקי, סתירה עם הנחה שחלוקה "א" היא יעילה פארטו חלש.

מ.ש.ל.