

מטלה – מכרזי ויקרי-קלארק-גרובס ומאירסון

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

שאלה 4: מתי המכרזים זהים?

- א. אנחנו רוצים למכור שלושה חפצים זהים, כל חפץ לאדם אחר. המטרה שלנו היא למקסם את סכום הערכים. תארו את מכרז VCG המתאים למקרה זה: מי יהיו הזוכים ואיזה מחיר כל אחד ישלם? הדגימו על מכרז עם 10 אנשים שהערכים שלהם הם: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
- ב. תארו את מכרז מאירסון המתאים למקרה זה: מי יהיו הזוכים ואיזה מחיר כל אחד ישלם? הדגימו על מכרז עם 10 אנשים כנ"ל.
- ג. הוכיחו את המשפט הבא: בכל מצב שבו כלל-הבחירה ממקסם את סכום הערכים, התשלומים במכרז מאירסון זהים לתשלומים במכרז VCG.
- שימו לב: סעיפים א, ב הם מקרה פרטי של משפט זה.

שאלה 3: תיכנות – מכרז מאירסון לבעיית התרמיל

- נתון מערך גלובלי בשם `weights`, שבו האיבר ה-`i` מייצג את המשקל של השחקן ה-`i`. נתון גם משתנה גלובלי בשם `total` המייצג את קיבולת התרמיל.
- א. בחרו אחד מאלגוריתמי-הקירוב שלמדנו (א, ב, או א+ב), וכיתבו את פונקציית-הבחירה המתאימה לו:
- ```
def choices (values: List[Double]) → List[Boolean]: ...
```
- ב. בחרו אחד מאלגוריתמי-הקירוב שלמדנו (א, ב, או א+ב), וכיתבו את פונקציית-התשלום המתאימה לו:
- ```
def payments (values: List[Float]) → List[Float]: ...
```
- כאן (בניגוד לשאלה הקודמת) חישוב התשלומים צריך להיות מדויק, ע"י נוסחה מפורשת.

שאלה 3: בעיית התרמיל עם מספרים שלמים

- המציאו קלט לבעיית התרמיל (ערכים ומשקלים) המקיים את התנאים הבאים:
- יש 4 חפצים שונים – לכל חפץ משקל אחר, ערך אחר, ויחס ערך/משקל אחר.
 - אלגוריתם חמדני א ואלגוריתם חמדני ב נותנים תוצאות שונות.
 - מכרז VCG ומכרז מאירסון עם אלגוריתם קירוב-חצי נותנים תוצאות שונות.
 - ניתן לחשב את כל התשלומים במכרזים הנ"ל בעזרת מספרים שלמים בלבד.

- [למה מספרים שלמים? כי כשנותנים שאלה בבחינה, ואסור להשתמש במחשבון, קל יותר לבצע חישובים עם מספרים שלמים..]

שאלה 4: דוגמאות למכרזי מאירסון

הסעיפים הבאים מתייחסים לכלל-הבחירה "בחר את הערך הגבוה ביותר, בתנאי שהוא לפחות 10".

- א. הראו (ע"י דוגמה) שתשלומי וק"ג עבור כלל זה אינם מגלי-אמת.
 - ב. תנו נוסחה לחישוב תשלומי מאירסון עבור כלל זה. הדגימו את הנוסחה.
- בסעיפים הבאים, נתון שלכל משתתף i יש משקל w_i שהוא מידע ציבורי. כלל-הבחירה הוא "בחר את המשתתף שהמכפלה ערך*משקל ($v_i * w_i$) שלו היא הגדולה ביותר".
- ג. הראו (ע"י דוגמה) שתשלומי וק"ג עבור כלל זה אינם מגלי-אמת.
 - ד. תנו נוסחה לחישוב תשלומי מאירסון עבור כלל זה. הדגימו את הנוסחה.

שאלה 5: פתרונות מקוריים לבעיית התרמיל

- א. הציעו שלושה אלגוריתמים מקוריים (שונים מהאלגוריתמים שנלמדו בכיתה) והגיוניים לפתרון בעיית התרמיל.
 - ב. עבור כל אלגוריתם שמצאתם בסעיף א, תנו דוגמה למשקלים וערכים, המראה שהאלגוריתם אינו אופטימלי.
 - ג. עבור אחד האלגוריתמים שמצאתם בסעיף א, חשבו את כלל-התשלומים של מאירסון.
- הערה:** משקלי החפצים יכולים להיות מספרים ממשיים חיוביים כלשהם (לא דווקא מספרים שלמים).