# שאלה 4

א. נשתמש באלגוריתם חמדני.

עבור $k$ מיקומים:

1) נמיין בסדר יורד את ההסתברויות עבור המיקומים (כלומר נקבל $r_1 > r_2 > \dots r_k$)

2) נמיין בסדר יורד את המודעות לפי מקדם האיכות שלהם (נקבל $q_1 > q_2 > \dots q_k$)

נשבץ את המודעות בהתאמה מהגדול לקטן אחרי המיון.

כלומר - המודעה בעלת מקדם האיכות הגדול ביותר תקבל את המיקום בעל הסתברות ההקלקה הגבוהה ביותר.

נקבל שסכום הערכים של שיבוץ זה יהיה $\sum_{i=1}^{k} q_i r_i$.

## הוכחת נכונות

נניח בשלילה שקיים שיבוץ שונה הממקסם את סכום הערכים. נקרא לו $K$.

בשיבוץ זה נקבל שיהיו $j, i$ כך ש $q_i > q_j$, $r_{K(j)} > r_{K(i)}$

נחליף את מיקומי $j, i$

לאחר ההחלפה מודעה $i$ תהיה במיקום ה $K(j)$ ולהפך.

ולכן הפרש סכום הערכים בין השיבוץ שלאחר ההחלפה לבין השיבוץ $K$ יהיה:

$$q_i(r_j - r_i) - q_j(r_j - r_i) = (q_i - q_j)(r_j - r_i)$$

לפי ההנחה $q_i > q_j$, $r_j > r_i$ ולכן נקבל $(q_i - q_j)(r_j - r_i) > 0$.

כלומר לאחר ההחלפה סכום הערכים גבוה יותר

ולכן נקבל סתירה להנחת השלילה.

ב.

נניח שהסתברות הקלקה עבור מקדם איכות $q_J$ ומיקום $K$ היא: $\sqrt[q_J]{r_K}$ ולא $q_J \cdot r_K$ כמו בסעיף א'.

ונתבונן בדוגמא הבאה:

$q_1 = 4, q_2 = 3, q_3 = 2, q_4 = 1$

$r_1 = 7, r_2 = 6, r_3 = 5, r_4 = 4$

נשתמש באלגוריתם מסעיף א'. ערכי $q$, $r$ כבר ממויינים בסדר יורד. נקבל שסכום הערכים יהיה:

$$\sqrt[q_1]{r_1}+\sqrt[q_2]{r_2}+\sqrt[q_3]{r_3}+\sqrt[q_4]{r_4} = \boxed{\sqrt[4]{7}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[2]{5}+\sqrt[1]{4} = 9.67}$$

נשים לב שאם נשבץ את המודעות למיקומים בדרך הבאה

$q_1 r_4,\ q_2 r_3,\ q_3 r_2,\ q_4 r_1$

נקבל שסכום הערכים יהיה:

$$\sqrt[q_4]{r_1}+\sqrt[q_3]{r_2}+\sqrt[q_2]{r_3}+\sqrt[q_1]{r_4} = \boxed{\sqrt[1]{7}+\sqrt[2]{6}+\sqrt[3]{5}+\sqrt[4]{4} = 12.53}$$

$\Leftarrow$ קיבלנו שהשימוש באלגוריתם החמדני מסעיף א' כאשר הסתברות ההקלקה אינה מכפלה בין מקדם האיכות לבין המיקום אינו ממקסם בהכרח את סכום הערכים.