

מטלה - חלוקה הוגנת של קרקעות ועוגות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית * מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: חלוקה פרופורציונלית בשני מימדים

נתונה חלקת-אדמה בצורת מלבן. השווי הכללי של החלקה הוא 4000. אנחנו רוצים לחלק אותה לארבעה אנשים בעזרת אלגוריתם אבן-פז. תארו דוגמה שבה:

א. אם נבצע את כל האלגוריתם בעזרת קוים אופקיים, אז כל משתתף יקבל ערך של 1000, אבל -

ב. אם נבצע את כל האלגוריתם בעזרת קוים אנכיים, אז כל אחד יקבל ערך של 4000.

תארו את ערכי המשתתפים בדוגמה שלכם (אפשר ע"י ציור), ותארו את הרצת האלגוריתם.

שאלה 2: חלוקת תורנויות פרופורציונלית

אמא ואבא נסעו לנופש, והשאירו את n ילדיהם הגדולים לשמור על התינוקות ה- $n+1$. הם מעוניינים לחלק ביניהם את זמן השמירה בצורה הוגנת. לכל ילד יש העדפות שונות לגבי זמן השמירה - יש כאלה שמעדיפים לשמור בלילה, יש כאלה שמעדיפים לשמור דווקא בצהריים, וכו'.

א. [חימום]. בסעיף זה הניחו שהילדים **אוהבים** לשמור על התינוקות - כל אחד רוצה לשמור כמה שיותר. באיזה אלגוריתם תשתמשו כדי למצוא חלוקה פרופורציונלית?

ב. בסעיף זה הניחו שהילדים **לא אוהבים** לשמור - כל אחד רוצה לשמור כמה שפחות. הסבירו למה האלגוריתם של סעיף א לא עובד, ותארו אלגוריתם חדש המוצא חלוקה פרופורציונלית. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

שאלה 3: חלוקה עם זכויות לא-שוות

עמי ותמי עזרו לאמא להכין עוגה, אבל תמי עזרה יותר. עמי השקיע k שעות ותמי השקיעה n שעות, כאשר $k > n$. אמא רוצה לחלק את העוגה ביניהם בצורה הוגנת בהתאם לכמות ההשקעה.

א. תנו הגדרה הגיונית למושג "חלוקה פרופורציונלית" במצב זה, בעזרת הפונקציה V_i (פונקציית הערך של שחקן i), ובעזרת הפרמטרים k, n .

ב. כיתבו אלגוריתם המוצא חלוקה פרופורציונלית לפי ההגדרה של סעיף א. הוכיחו את נכונות האלגוריתם.

* שאלה 4: משולש החלוקות

רוצים לחלק נהר באורך 300 מטר בין שלושה אנשים. לאורך הנהר, בין 0 ל-100 מטר גדלים עשבים, בין 100 ל-200 מטר גדלים שיחים, ובין 200 ל-300 גדלים עצים. אנשים מייחסים ערכים שונים לעשבים, שיחים, ועצים, לפי הטבלה הבאה (הטבלה כוללת את הערך ל-100 מטר):

- עשבים, שיחים, עצים
- שחקן א: 20 , 30 , 50
- שחקן ב: 30 , 40 , 30
- שחקן ג: 10 , 20 , 70

ציירו את משולש-החלוקות, חלקו אותו למשולשונים עם אורך צלע של 25 מטר, וחשבו את המספרים שכותב כל אחד מהשחקנים על כל אחד מהקודקודים. הסבירו את אופן החישוב.

* שאלה 5: חלוקה הוגנת בפיתון

הורידו את הספריה fairpy – ספריה של אלגוריתמי חלוקה הוגנת בפיתון:

<https://github.com/erelsgl/fairpy>

השתמשו במחלקות של הספריה, הנמצאות בתיקיה cake, כדי לממש את אלגוריתם אבן-פז.

שימו לב: המימוש כולל שני קבצים – האלגוריתם עצמו בקובץ even_paz.py ותוכנית הדגמה בקובץ even_paz_demo.py.

(ראו דוגמאות בקבצים

cut_and_choose.py, cut_and_choose_demo.py

last_diminisher.py, last_diminisher_demo.py).

בשאלה זו אפשר להגיש קישור לגיטהאב שלכם.