

מטלה - חלוקת חפצים בדידים

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: חלוקה ללא קנאה מלבד החפץ הכי קטן

הגדרה: חלוקה של חפצים נקראת "ללא קנאה מלבד החפץ הכי קטן" (בקיצור EFX), אם לכל שני שחקנים א, ב, ולכל חפץ שנוריד מהסל של ב, שחקן א לא יקנא בשחקן ב.

- א. הראו שהתנאי EFX הוא ממש חזק יותר מהתנאי EF1 (ע"י דוגמה לחלוקה EF1 שהיא לא EFX).
- ב. יש שני שחקנים עם העדפות אדיטיביות (= לכל שחקן, ערך של סל הוא סכום הערכים של החפצים בסל), וזהות (= לשני השחקנים יש אותם ערכים לכל החפצים). תארו אלגוריתם המוצא חלוקה EFX.
- ג. יש שני שחקנים עם העדפות אדיטיביות, אבל לא בהכרח זהות. תארו אלגוריתם המוצא חלוקה EFX.
- ד. יש שלושה שחקנים עם העדפות אדיטיביות לא זהות. הוכיחו או הפריכו: תמיד קיימת חלוקה EFX (היעזרו ב Google Scholar).

* שאלה 2: חלוקה כמעט-ללא-קנאה עם כמות זהה

נתונים n אנשים ו m חפצים. צריך לחלק את החפצים לאנשים כך ש:

- החלוקה היא ללא קנאה עד כדי חפץ אחד (EF1);
- כל אדם מקבל בדיוק m חפצים.

- א. הראו (בעזרת דוגמה פשוטה) שאלגוריתם גרף הקנאה לא מתאים למשימה זו.
- ב. הראו (בעזרת דוגמה פשוטה) שאלגוריתם מיקסום מכפלת הערכים לא מתאים למשימה זו.
- ג. תארו אלגוריתם אחר המבצע את המשימה. הוכיחו את נכונות האלגוריתם שלכם.

* שאלה 5: תיכנות - יצירת גרף הקנאה

נתונה המחלקה הבאה:

```
class Agent:
```

```
    def item_value(item_index:int)->float: ...
```

המחלקה מייצגת שחקן המשתתף במשחק חלוקה הוגנת. יש בה פונקציה אחת המתארת את הערך שהשחקן מייחס לחפץ שהאינדקס שלו הוא `item_index`.
כיתבו פונקציה המייצרת את גרף הקנאה בחלוקה נתונה.

```
def envy_graph(agents:List[Agent], bundles:List[List[int]]): ...
```

ברוך ה' חונן הדעת

הפרמטר agents הוא מערך בגודל n המייצג את השחקנים.

הפרמטר bundles הוא מערך באותו גודל n - המייצג את החלוקה: $bundle[i]$ הוא אוסף אינדקסי החפצים שמקבל שחקן i .

הפונקציה מחזירה גרף של הספריה $networkx$ של פייתון.

הדגימו את הפונקציה שלכם על מספר קלטים מעניינים.