

מטלה - חלוקת חפצים בדידים (2)

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

שאלה 1: תיכנות - חלוקה ללא-קנאה-בקירוב

נתונה המחלקה הבאה:

```
class Agent:
    def item_value(item_index:int)->float: ...
    המחלקה מייצגת שחקן המשתתף במשחק חלוקה הוגנת. יש בה פונקציה אחת המתארת את הערך
    שהשחקן מייחס לחפץ שהאינדקס שלו הוא item_index.
    כיתבו פונקציה הבודקת האם חלוקת-חפצים נתונה כלשהי היא EF1. כותרת הפונקציה:
def is_EF1(agents:List[Agent], bundles:List[List[int]])->bool: ...
    הפרמטר agents הוא מערך בגודל n המייצג את השחקנים.
    הפרמטר bundles הוא מערך באותו גודל n - המייצג את החלוקה: bundle[i] הוא אוסף
    אינדקסי החפצים שמקבל שחקן i.
```

* שאלה 2: חלוקת תורנויות בדידות

תורנויות הן כמו חפצים עם ערך שלילי.

א. הסבירו מדוע תנאי EF1, כפי שהגדרנו אותו בשיעור, אינו מתאים לחלוקת תורנויות.

ב. הגדירו תנאי הגינות דומה ל-EF1, המתאים לבעיית חלוקת תורנויות.

ג. הוכיחו שאלגוריתם הסֶבֶב (round robin) נותן חלוקה EF1 בהתאם להגדרה של סעיף ב, גם כשמחלקים תורנויות.

ד. כשמחלקים חפצים עם ערך חיובי, אלגוריתם הסבב מבטיח שהשחקן שבוחר ראשון לא יקנא בכלל. הראו שתנאי זה אינו מתקיים כאשר מחלקים תורנויות.

ה. הציעו תיקון קל לאלגוריתם הסבב, שיבטיח שהשחקן שבוחר ראשון לא יקנא בכלל, בין אם החפצים המחולקים הם בעלי ערך חיובי או שלילי.

* שאלה 3: חלוקת תיקים בין מפלגות בקואליציה

בחרו את אחת מממשלות ישראל (הנוכחית או אחת הקודמות לבחירתכם). המציאו ערכים הגיוניים שהמפלגות השונות מייחסות לתיקים השונים.

א. מצאו חלוקת תיקים בין המפלגות לפי אלגוריתם "הסבב המשוקלל" עם פרמטרים $y=0$, $y=0.5$, $y=1$.

ב. קחו את שתי המפלגות הגדולות ביותר, ואת התיקים שקיבלו בחלוקה של סעיף א עבור $y=0.5$. חשבו מחדש את חלוקת התיקים ביניהן בעזרת אלגוריתם "המנצח המתוקן" (בחלוקה זו, ייתכן שיהיה תיק אחד משותף לשתי המפלגות).

השוו את חלוקת התיקים שהתקבלה בכל אחת מהשיטות, לחלוקת התיקים בפועל.

שאלה 4: "המנצח המתוקן" עם זכויות שונות

תארו אלגוריתם, דומה ל"המנצח המתוקן", המבטיח חלוקה עם התנאים הבאים:

- יעילה פארטו;
- ללא קנאה משוקללת (WEF);
- לכל היותר חפץ אחד משותף.

הוכיחו שהתכונות מתקיימות. הדגימו את פעולת האלגוריתם על שחקנים עם זכויות שונות.

שאלה 5: כמה חלוקות יעילות-פארטו יש?

תארו בעיית חלוקה של חמישה חפצים בין שני שחקנים, שבה מספר החלוקות היעילות-פארטו ללא שיתופים הוא:

- א. בדיוק 6; ב. בדיוק 7; ג. בדיוק 10; ד. בדיוק 17; ה. בדיוק 32.
- (למה דווקא מספרים אלה?)