

מטלה – אלגוריתמים למיקסום רווח

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

* שאלה 1: התפלגות מעריכית

הגדרה: התפלגות מעריכית עם פרמטר M מוגדרת על-ידי פונקציית ההתפלגות הבאה:

$$F(x) = 1 - \exp(-x/M)$$

א. חשבו את פונקציית הערך הוירטואלי של קונה עם התפלגות מעריכית עם פרמטר M .

ב. נניח שמוכרים חפץ אחד לקונה אחד כנ"ל, במטרה למקסם רווח. מה יהיה מחיר הסף?

ג. מה תהיה תוחלת הרווח של המוכר כשהוא משתמש במחיר הסף האופטימלי?

שאלה 2: מחיר הטעות

מוכרים חפץ אחד לקונה אחד שהערך שלו מתפלג אחיד בין 10 ל-30. כזכור, חישבנו בהרצאה את מחיר הסף האופטימלי למיקסום רווח (15) ואת תוחלת הרווח (11.25).

א. נניח שהמוכר טועה וחושב שהערך של הקונה מתפלג אחיד בין 0 ל-40. מה יהיה מחיר הסף, ומה תהיה תוחלת הרווח שלו?

ב. נניח שהמוכר טועה וחושב שהערך של הקונה מתפלג אחיד בין 15 ל-25. מה יהיה מחיר הסף, ומה תהיה תוחלת הרווח שלו?

שאלה 3: סקר שוק בשפת פייתון

כפי שלמדנו בכיתה, מכרז מאירסון למיקסום רווח משתמש בפונקציית הערך הוירטואלי, והיא משתמשת בפונקציית התפלגות ההסתברות:

$$F(x) = \text{Prob}[v < x]$$

$$r(x) = x - [1 - F(x)] / F'(x)$$

ברוב המקרים, הפונקציה F אינה ידועה, ואנחנו צריכים לחשב אותה בקירוב מתוך נתונים סטטיסטיים.

כיתבו מחלקה לחישוב פונקציה זו. במחלקה יהיו לפחות שלוש שיטות:

- איתחול (בנאי) - מקבל וקטור של ערכים (שנאספו בסקרי-שוק).
- F - מקבלת ערך x , ומחזירה את ההסתברות האמפירית שהערך יהיה קטן מ- x . שימו לב - הפונקציה F תמיד מחזירה ערך בין 0 ל-1.
- r - מקבלת ערך x , ומחזירה את הערך הוירטואלי המתאים.

הוסיפו שיטות נוספות לפי הצורך.

```
class Distribution:
    def __init__(self, values: List[int]): ...
    def F(self, x:int) → float: ...
    def r(self, x:int) → float: ...
```

שאלה 4: מכרז אופטימלי לקנייה

אתם מנהלים את מחלקת הרכש ברכבת ישראל. קיבלתם הוראה לקנות קרון חדש במחיר נמוך ככל האפשר. יש כמה חברות המייצרות קרונות, לכל חברה יש עלות אחרת לייצור קרון. אתם לא יודעים את העלויות של החברות השונות, אבל מתוך נתונים סטטיסטיים שאספתם, אתם יודעים שעלות-הייצור מתפלגת לפי פונקציה F (התפלגות זהה עבור כל החברות).

הנהלת הרכבת מעריכה, שהתועלת שתפיק מהקרון היא U (מספר ידוע - נניח מיליארד ש"ח).

תארו מכרז מגלה-אמת לקניית קרון, שבו תוחלת התועלת של רכבת-ישראל תהיה מקסימלית.

שאלה 5: מציאת מסלול רווחי ביותר

נתון גרף קשיר לא מכוון עם משקלים על הקשתות. אנחנו רוצים למצוא מסלול בין שני צמתים נתונים (בין צומת א לצומת ב). כל קשת בגרף שייכת לאדם מסוים, שמאד רוצה שנעבור דרכו. הערך של כל קשת (כמה בעל-הקשת מרויח כשאנחנו עוברים דרכו) הוא מידע פרטי של בעל-הקשת. כל הערכים מתפלגים אחיד בין 10 ל-30. תארו מכרז הממקסם את תוחלת הרווח שלנו; הדגימו על גרף מלא עם 4 צמתים ו-6 קשתות.