

מטלה - חלוקה הוגנת ויעילה

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

* שאלה 4: שיווי-משקל תחרותי

הקצאת-משאבים נתונה נקראת **שיווי משקל תחרותי שווה-תקציב** (competitive equilibrium with equal budgets) אם קיים וקטור-מחיר p (מחיר לכל משאב), כך שלכל משתתף i מתקיימים התנאים הבאים:

- המחיר הכולל של הסל שקיבל משתתף i הוא לכל היותר 1;
- כל משתתף מעדיף את הסל שקיבל על-פני כל שאר הסלים שהמחיר שלהם הוא לכל היותר 1.

בסמלים:

$$p(X_i) \leq 1$$

For every Y : if $p(Y) \leq 1$ then $V_i(X_i) \geq V_i(Y)$

א. תנו דוגמה להקצאה שהיא שיווי-משקל תחרותי שווה-תקציב בבעיה כלשהי של חלוקת משאבים, למשל הדוגמה במצגת:

```
[[81, 19, 0],  
 [80, 0, 20]]
```

תארו את ההקצאה ואת וקטור המחיר p , והסבירו מדוע זה אכן ש"מ תחרותי שווה-תקציב.

ב. הוכיחו שכל ש"מ תחרותי שווה-תקציב הוא ללא קנאה.

ג. הוכיחו שכל ש"מ תחרותי שווה-תקציב הוא יעיל פארטו חלש (ראו הגדרה בשאלה 4).

שאלה 5: בדיקת יעילות פארטו

מטרת האלגוריתם היא לבדוק האם אפשרות מסוימת היא יעילה פארטו. ישנם כמה שחקנים הצריכים לבחור באפשרות אחת מתוך כמה אפשרויות. כל שחקן מייחס ערך מסויים לכל אחת מהאפשרויות, לפי המחלקה הבאה:

```
class Agent:
```

```
    value(option:int)->float:
```

```
    """
```

```
        INPUT:    the index of an option.
```

```
        OUTPUT:   the value of the option to the agent.
```

```
    """
```

א. כיתבו אלגוריתם המקבל מערך של שחקנים ושתי אפשרויות (כל אפשרות מיוצגת ע"י מספר שלם), ובודק האם אפשרות 1 היא שיפור פארטו של אפשרות 2:

```
def isParetoImprovement(agents:List[Agent], option1:int,
option2:int)->bool:
```

ב. כיתבו אלגוריתם המקבל מערך של שחקנים, אפשרות, ומערך של כל האפשרויות, ובודק האם האפשרות הנתונה יעילה פארטו:

```
def isParetoOptimal(agents:List[Agent], option:int,
allOptions:List[int])->bool:
```

בדקו את פתרונכם על הדוגמה הבאה (כל מספר מייצג את התועלת של השחקן שבשורה למצב שבטור):

| אפשרות: | א | ב | ג | ד | ה |
|---------|---|---|---|---|---|
| עמי | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| תמי: | 3 | 1 | 2 | 5 | 4 |
| רמי: | 3 | 5 | 5 | 1 | 1 |