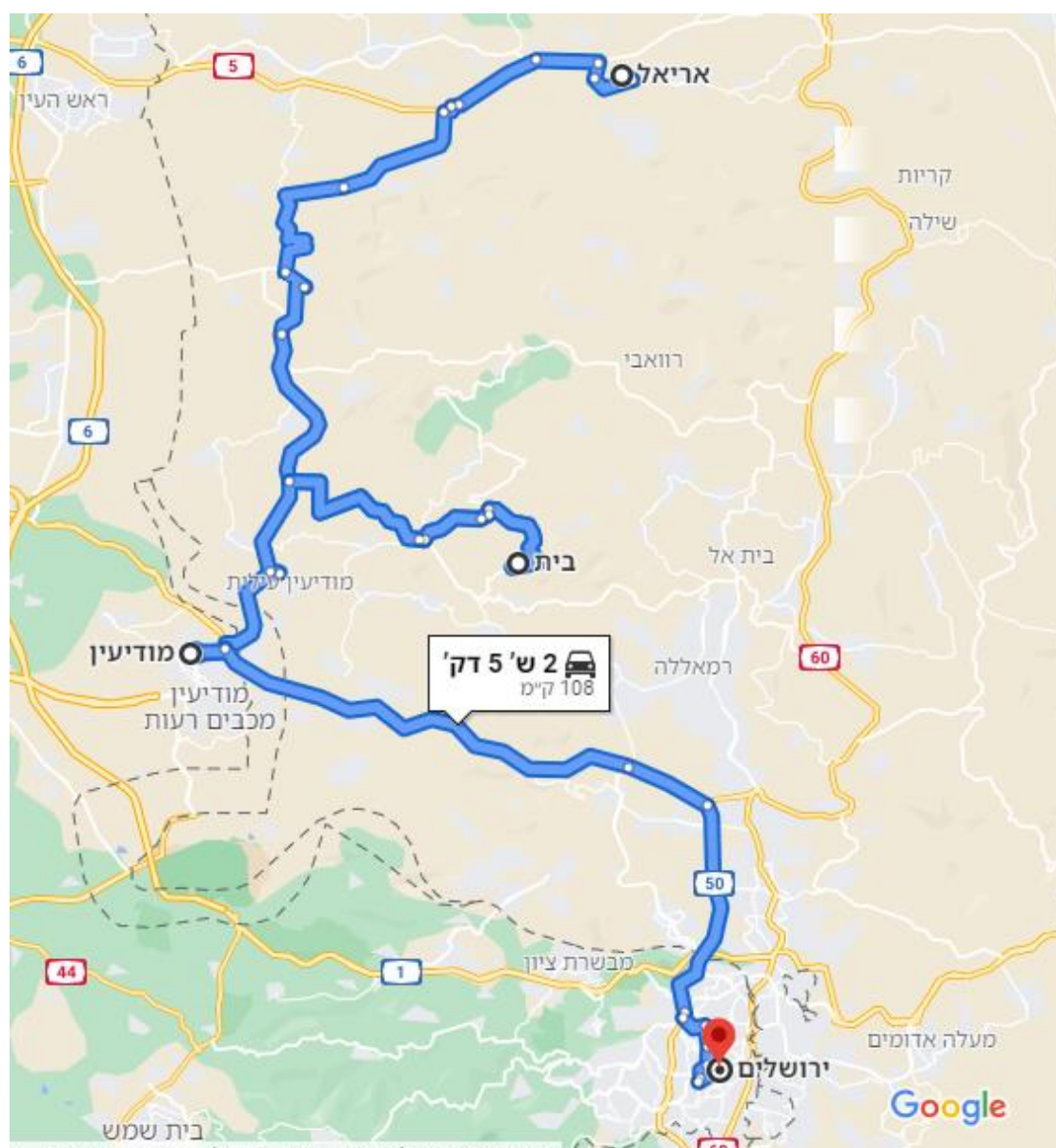


מטלה – חלוקת עלויות – שאלה 1

א. עבור נסיעה מאריאל ליעדים: טלמון, מודיעין, ירושלים נקבל את טבלת העלויות הבאה:

קואליציה	מחיר
0	0
טלמון	169.83
מודיעין	189.56
ירושלים	280.24
טלמון - מודיעין	277.55
טלמון - ירושלים	381.42
מודיעין - ירושלים	321.99
טלמון-מודיעין - ירושלים	409.98



ב. חישוב ערך שאפלי באמצעות האלגוריתם הכללי:

נציג את החישוב:

[illegible]

תוצאות האלגוריתם:

[illegible]

ג. חישוב ערך שאפלי באמצעות אלגוריתם לוינגר-חזון-עזריה:

- לכל k – תת-בעיה שבה משלמים רק את $d[0, k]$:
- שחקן k מוסיף כשהוא הראשון מבין $k..1$ שמצטרף – זה קורה באחד מכל k סדרים. לכן שאפלי שלו $d[0, k]/k$.
- שחקן $j < k$ מפחית כשהוא הראשון מבין $k-1..1$ שמצטרף אחרי k – באחד מכל $k(k-1)$ סדרים. לכן $-d[0, k]/k(k-1)$.
- לכל $i < k$ – תת-בעיה שבה משלמים רק את $d[i, k]$:
- שחקן i מוסיף כאשר k מצטרף ראשון ו- i מצטרף שני – באחד מכל $(k-i)(k-i+1)$ סדרים.
- שחקן $j < k$ מפחית כאשר k, i מצטרפים ראשונים והוא מצטרף שלישי – בשניים מכל $(k-i-1)(k-i)(k-i+1)$ סדרים.

$$\text{עבור } k = 1 : d[0, 1] = 169.83$$

שחקן 1 מוסיף 169.83 כשהוא הראשון מבין $k..1$, כלומר ב- $\frac{1}{1}$ מהסדרים.

$$\text{עבור } k = 2 : d[0, 2] = 189.56$$

שחקן 2 מוסיף 189.56 כשהוא הראשון מבין $k..1$, כלומר ב- $\frac{1}{2}$ מהסדרים.

שחקן 1 מפחית 189.56 כשהוא הראשון מבין $(k-1)..1$ שמצטרף אחרי 2, כלומר ב- $\frac{1}{2 \cdot 1}$ מהסדרים.

$$\text{עבור } i = 1 : d[1, 2] = 107.72$$

שחקן 1 מוסיף 107.72 כאשר שחקן 1 שני ושחקן 2 ראשון, כלומר ב- $\frac{1}{1 \cdot 2}$ מהסדרים.

שחקן 2 מוסיף 107.72 כאשר שחקן 2 שני ושחקן 3 ראשון, כלומר ב- $\frac{1}{1 \cdot 2}$ מהסדרים.

$$\text{עבור } k = 3 : d[0, 3] = 280.24$$

שחקן 3 מוסיף 280.24 כשהוא הראשון מבין $k..1$, כלומר ב- $\frac{1}{3}$ מהסדרים.

שחקן 1 מפחית 280.24 כשהוא הראשון מבין $(k-1)..1$ שמצטרף אחרי 3, כלומר ב- $\frac{1}{3 \cdot 2}$.

שחקן 2 מפחית 280.24 כשהוא הראשון מבין $(k-1)..1$ שמצטרף אחרי 3, כלומר ב- $\frac{1}{3 \cdot 2}$.

$$\text{עבור } i = 1 : d[1, 3] = 211.59$$

שחקן 1 מוסיף 211.59 כאשר שחקן 1 שני ושחקן 3 ראשון, כלומר ב- $\frac{1}{2 \cdot 3}$ מהסדרים.

שחקן 2 מפחית 211.59 כש- k, i מצטרפים ראשונים והוא שלישי, כלומר ב- $\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3}$.

שחקן 3 מוסיף 211.59 כאשר שחקן 3 שני ושחקן 2 ראשון, כלומר ב- $\frac{1}{2 \cdot 3}$ מהסדרים.

$$\text{עבור } i = 2 : d[2, 3] = 132.43$$

שחקן 2 מוסיף 132.43 כאשר שחקן 2 שני ושחקן 3 ראשון, כלומר ב- $\frac{1}{1 \cdot 2}$ מהסדרים.

שחקן 3 מוסיף 132.43 כאשר שחקן 3 שני ושחקן 3 ראשון, כלומר ב- $\frac{1}{1 \cdot 2}$ מהסדרים.

תוצאה:

שחקן 1:

$$169.83 \cdot 1 - 189.56 \cdot \frac{1}{2} + 107.72 \cdot \frac{1}{2} - 280.24 \cdot \frac{1}{6} + 211.59 \cdot \frac{1}{6} = 117.46$$

שחקן 2:

$$189.56 \cdot \frac{1}{2} + 107.72 \cdot \frac{1}{2} - 280.24 \cdot \frac{1}{6} - 211.59 \cdot \frac{2}{6} + 132.43 \cdot \frac{1}{2} = 97.6183$$

שחקן 3:

$$280.24 \cdot \frac{1}{3} + 211.59 \cdot \frac{1}{6} + 132.43 \cdot \frac{1}{2} = 194.893$$