

מטלה - חלוקת שכר-דירה

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות המסומנות בכוכבית (*) מזכות בניקוד כפול.

* שאלה 1: חלוקת שכר-דירה לדיירים עניים

רוצים לחלק n חדרים ל- n דיירים עם העדפות אורדינליות, המקיימים את "הנחת הדיירים העניים" (כל דייר מעדיף כל חדר בחינם על כל חדר בתשלום). כל דייר מיוצג ע"י המחלקה הבאה:

```
def OrdinalAgent:
    def bestRoom(self, prices:List[int])->int:
        // INPUT:    the prices of the n rooms, in shekels.
        // OUTPUT:   the index of a room that the agent most
        //           prefers in these prices. Index is between 0 and n-1.
```

כיתבו אלגוריתם המקבל כקלט שלושה דיירים ואת מחיר הדירה הכולל בשקלים, ומוצא השמת-חדרים ללא קנאה עד כדי שקל אחד.

כותרת הפונקציה:

```
def findAlmostEnvyFree(agents:List[OrdinalAgent], totalRent:int):
```

פלט לדוגמה:

```
Agent 0 receives room 2 for 163 shekels.
Agent 1 receives room 1 for 274 shekels.
Agent 2 receives room 0 for 343 shekels.
```

שאלה 2. חלוקת שכר-דירה בעזרת אתר ספלידיט

באתר ספלידיט ישנה אפשרות לחלק שכר-דירה במודל הקרדינלי:

<http://www.spliddit.org/apps/rent>

בעזרת האתר, מיצאו בעיית חלוקת שכר דירה לשלושה דיירים, שבה:

א. חלוקת שכר-הדירה היא: 200, 200, 200.

ב. חלוקת שכר-הדירה היא: 300, 200, 100.

ג. חלוקת שכר-הדירה היא: 300, 300, 0.

ד. * אחד השותפים משלם מחיר שלילי.

בכל אחד מהמקרים, הסבירו מדוע החלוקה המתקבלת היא הוגנת בהתאם למודל הקוואזי-ליניארי.

שאלה 3: בעיית תחנת המוניות

בתחנת מוניות עובדים n נהגים הנמצאים במקומות שונים. התחנה מקבלת $4n$ קריאות מנוסעים שונים. מנהל התחנה רוצה להקצות בדיוק 4 נוסעים לכל נהג. בנוסף, הוא רוצה לחסוך בדלק. כל נהג נמצא במקום אחר, ולכן לכל נהג דרושה כמות דלק שונה כדי להגיע לכל נוסע.

א. תארו אלגוריתם יעיל המוצא חלוקת נוסעים לנהגים, שבה הכמות הכוללת של דלק שהתחנה כולה צריכה להשקיע היא הקטנה ביותר.

- הקלט לאלגוריתם הוא מטריצה עם n שורות (שורה לכל נהג) ו- $4n-1$ עמודות (עמודה לכל נוסע); כל תא מתאר את כמות הדלק הדרושה לנהג בשורה, כדי לשרת את הנוסע בעמודה.

- הפלט הוא: עבור כל נהג, איזה 4 נוסעים הוא צריך לקחת.

הוכיחו שהאלגוריתם שלכם אכן מוצא השמה עם כמות הדלק המינימלית.

* ב [רשות]. ממשו את האלגוריתם בפייתון בעזרת הספרייה `networkx`. הדגימו את האלגוריתם על מספר קלטים.

שאלה 4. חלוקה הוגנת של ירושה עם בתים

איל הנדל"ן הנודע דונאלד דאק נפטר בשיבה טובה והוריש לארבעת ילדיו ארבעה בתים וכן סכום-כסף נכבד. עליכם לעזור להם לחלק ביניהם את הירושה בהתאם לדרישות הבאות:

- כל אחד מהיורשים מקבל בית אחד בדיוק (וסכום-כסף כלשהו).
- אף יורש לא מקנא ביורשים האחרים.
- כל העיזבון מחולק בין היורשים.

א. כיתבו אלגוריתם, בעברית או בפסאודו-קוד, הפותר את הבעיה.

ב. הדגימו את האלגוריתם שכתבתם בסעיף א על מצב שבו ערכי הבתים בעיני היורשים הם (לפי הסדר):

- בית: א ב ג ד
- מיקי: 20, 40, 60, 70
- דייזי: 30, 50, 60, 90
- גופי: 20, 40, 80, 70
- פלוטו: 10, 50, 90, 70

וסכום הירושה הוא 1000. תארו בפירוט את פעולת האלגוריתם. הסבירו מי מקבל כל בית ואיך מתחלק הכסף.

שאלה 5: בעיית מכפלת הצריחים

נתון לוח שחמט (8 על 8) שבו בכל משבצת כתוב מספר חיובי כלשהו.

ברוך ה' חונן הדעת

עליכם להציב שמונה צריחים על הלוח, כך שאף צריח לא מאיים על אף צריח אחר, ומכפלת המספרים הרשומים תחת הצריחים היא הגדולה ביותר.

א. כיתבו אלגוריתם לפתרון הבעיה (בעזרת אלגוריתם שלמדנו בשיעור).

ב. הדגימו את הפתרון בתוכנית פייתון בעזרת ספריית `networkx`.