

מטלה – אלגוריתמים למיקסום רווח

שאלה 1א: מכרז מסובסד

אתם קבלני-בניין ובזה הרגע סיימתם לבנות דירה. אתם מעוניינים למכור אותה באופן שיעשה אתכם כמה שיותר עשירים (בתוחלת).

יש הרבה קונים פוטנציאליים, וכל קונה מייחס לדירה ערך שונה. מסקר-שוק שביצעתם, התברר שהתפלגות הערכים באוכלוסיה היא התפלגות אחידה בין 0 ל-1000 [באלפי ש"ח].

קונים צעירים במיוחד או מבוגרים במיוחד מזכים את הקבלן בהשתתפות ממשרד השיכון באופן הבא:

- קבלן המוכר דירה לקונה בן 20 ומטה - מקבל ממשרד השיכון 100 אלף ש"ח.
- קבלן המוכר דירה לקונה בן 60 ומעלה - מקבל ממשרד השיכון 150 אלף ש"ח.

תארו מכרז אמיתי שימקסם את תוחלת הרווח שלכם. כיתבו את המכרז בפייתון. הניחו שקיימת המחלקה הבאה המייצגת קונה פוטנציאלי; ניתן להוסיף לה שדות ושיטות לפי הצורך.

```
def Buyer:
    age: int      // גיל בשנים
    value: int    // ערך באלפי ש"ח
```

כותרת הפונקציה המבצעת את המכרז:

```
def sell_house(buyers: List[Buyer]): ...
```

שאלה 1ב: מכרז עם תמיכה

אתם קבלני-בניין ובזה הרגע סיימתם לבנות דירה. אתם מעוניינים למכור אותה באופן שיעשה אתכם כמה שיותר עשירים (בתוחלת).

יש הרבה קונים פוטנציאליים, וכל קונה מייחס לדירה ערך שונה. מסקר-שוק שביצעתם, התברר שהתפלגות הערכים באוכלוסיה היא התפלגות אחידה בין 500 ל-1500 [באלפי ש"ח].

קונים צעירים במיוחד או מבוגרים במיוחד מזכים את הקבלן בהשתתפות ממשרד השיכון באופן הבא:

- קבלן המוכר דירה לקונה בן 20 ומטה - מקבל ממשרד השיכון 10% ממחיר הקניה.
- קבלן המוכר דירה לקונה בן 60 ומעלה - מקבל ממשרד השיכון 20% ממחיר הקניה.

תארו מכרז אמיתי שימקסם את תוחלת הרווח שלכם. כיתבו את המכרז בפסאודו-קוד והדגימו אותו.

שאלה 2: מיקסום רווח עם ברירת-מחדל

מצאתם ברחוב ציור עתיק. בחנות יד שניה הציעו לכם עבורו X ש"ח. אתם רוצים להשיג סכום גבוה יותר ע"י מכירה לאספן עתיקות ידוע, שהערך שלו לציור מתפלג לפי פונקציה F .

תארו מנגנון אמיתי הממקסם את הרווח שלכם ממכירת הציור. שימו לב - המנגנון תלוי ב- F וגם ב- X .

שאלה 5: ערך וירטואלי בהתפלגות אחידה

נניח שהערך של קונה מסויים מתפלג אחיד בין a ל- b (שני פרמטרים חיוביים).

א. כיתבו ביטוי לפונקציית הערך הוירטואלי של הקונה, $r(v)$, כפונקציה של a, b .

ב. כיתבו ביטוי למחיר האופטימלי למכירת חפץ כלשהו לקונה זה.

ג. כיתבו ביטוי לתוחלת הרווח של המוכר כאשר הוא משתמש במחיר האופטימלי.

שאלה 1: הנחה לחיילים

אתם עוסקים בשיווק כרטיסים למופעים. מטרתכם היא למקסם את הרווח שלכם. סקר סטטיסטי שביצעתם גילה, שהערכים של צרכנים שונים מתפלגים באופן הבא:

- חיילים – התפלגות אחידה בין $low1$ ל- $high1$;

- אזרחים – התפלגות אחידה בין $low2$ ל- $high2$.

נתון ש:

- $high2 > high1 > low2 > low1 > 0$

כתבו ביטוי למחיר הכרטיס לחיילים ולאזרחים, כפונקציה של הפרמטרים $low1, low2, high1, high2$.

הניחו שמכירת כרטיס מתבצעת לכל קונה בנפרד, בשיטת מכרז מאירסון לקונה אחד.

שאלה 2: מכרז ממקסם רווח בשפת פייתון

נתונה המחלקה הבאה, המייצגת התפלגות אחידה בין low לבין $high$:

```
class Uniform:
    low: float
    high: float
```

אתם רוצים לבצע מכרז ממקסם-רווח בשיטת מאירסון, למכירת חפץ אחד.
א. כיתבו פונקציה המבצעת את המכרז לקונה אחד:

```
def max_revenue_auction(
    agent1: Uniform, value1: float): ...
```

בדקו את הפונקציה שכתבתם בעזרת doctest.

* ב. כיתבו פונקציה המבצעת את המכרז לשני קונים:

```
def max_revenue_auction(
    agent1: Uniform, agent2: Uniform,
    value1: float, value2: float): ...
```

בדקו את הפונקציה שכתבתם בעזרת doctest.

הפונקציה צריכה לכתוב מי הזוכה (אם יש), וכמה הוא משלם, למשל:

Agent 1 wins and pays 30

או:

No agent wins

* שאלה 3: מי נושא בנטל המס?

מוכר מעוניין למכור חפץ אחד לקונה אחד ולמקסם את הרווח שלו. התפלגות הערך של הקונה אחידה בין 10 ל-30 ש"ח.

א. הממשלה מטילה על הקונה מס בגובה 50% ממחיר הקניה. מהו המכרז הממקסם את תוחלת הרווח של המוכר? מהי תוחלת הרווח של המוכר? ומהי תוחלת התועלת של הקונה?

ב. הממשלה מטילה על המוכר מס בגובה 50% ממחיר המכירה. מהו המכרז הממקסם את תוחלת הרווח של המוכר? מהי תוחלת הרווח של המוכר? ומהי תוחלת התועלת של הקונה?

שאלה 4: מכרז אופטימלי לקנייה

אתם מנהלים את מחלקת הרכש ברכבת ישראל. קיבלתם הוראה לקנות קרון חדש במחיר נמוך ככל האפשר. יש כמה חברות המייצרות קרונות, לכל חברה יש עלות אחרת לייצור קרון. אתם לא יודעים את העלויות של החברות השונות, אבל מתוך נתונים סטטיסטיים שאספתם, אתם יודעים שעלות-הייצור מתפלגת לפי פונקציה F (התפלגות זהה עבור כל החברות).

הנהלת הרכבת מעריכה, שהתועלת שתפיק מהקרון היא U (מספר ידוע - נניח מיליארד ש"ח).

תארו מנגנון אמיתי לקניית קרון, שבו תוחלת התועלת של רכבת-ישראל תהיה מקסימלית.

שאלה 5: מציאת מסלול רווחי ביותר

נתון גרף קשיר לא מכוון עם משקלים על הקשתות. אנחנו רוצים למצוא מסלול בין שני צמתים נתונים (בין צומת א לצומת ב). כל קשת בגרף שייכת לאדם מסוים, שמאד רוצה שנעבור דרכו. הערך של כל קשת (כמה בעל-הקשת מרויח כשאנחנו עוברים דרכו) הוא מידע פרטי של בעל-הקשת. כל הערכים מתפלגים אחיד בין 10 ל-30. תארו מכרז הממקסם את תוחלת הרווח שלנו; הדגימו על גרף מלא עם 4 צמתים ו-6 קשתות.