

מטלה - אלגוריתמים מגלי-אמת

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות או סעיפים עם כוכבית מזכים בניקוד כפול.
יש להוכיח את נכונות התשובות. אפשר לכתוב אלגוריתם בפסאודו-קוד, אבל הוא צריך להיות מדויק ומפורט ברמה של שפת תיכנות.

שאלה 1: אלגוריתם מגלה-אמת לחלוקת חדרים

נתונים n דיירים ו- m חדרים. צריך לתת חדר אחד בדיוק לכל דייר, כך שסכום הערכים יהיה גדול ביותר. האלגוריתם צריך להיות **מגלה אמת**.

- א. הדגימו את פעולת אלגוריתם VCG על בעיית חלוקת חדרים עם שני דיירים ושני חדרים.
- ב. הדגימו את פעולת אלגוריתם VCG על בעיית חלוקת חדרים עם שלושה דיירים ושלושה חדרים.
- * ג. הוכיחו, שאלגוריתם VCG לבעיית חלוקת החדרים נותן תמיד חלוקה ללא קנאה.

שאלה 2: תכנות - אלגוריתם מגלה-אמת למציאת מסלול קל ביותר

- א. כיתבו פונקציה בפייתון, המקבלת גרף ממושקל ושני צמתים, מוצאת את המסלול הזול ביותר בין שני הצמתים, ומדפיסה כמה כסף צריכה לקבל כל קשת במסלול זה, בהתאם לאלגוריתם VCG:

```
def vcg_cheapest_path(graph, source, target): ...
```

לצורך חישוב המסלול הקל ביותר, השתמשו בספריה `networkx`:

https://networkx.github.io/documentation/stable/reference/algorithms/shortest_paths.html

כתבו בדיקות ודוגמאות לפונקציה שלכם בעזרת `doctest`.

- * ב. המימוש הפשוט של סעיף א מפעיל את אלגוריתם דייקסטרה $m+1$ פעמים, כאשר m הוא מספר הקשתות בגרף. הציעו מימוש יעיל יותר. הוכיחו שהמימוש שלכם נכון. השוו את זמן הריצה של המימוש שלכם לזמן הריצה של המימוש הפשוט, על גרפים עם הרבה צלעות.

שאלה 3: מכרזים למכירת חפץ אחד

לכל אחד מהמכרזים הבאים, הוכיחו שהוא מגלה-אמת, או הראו (בעזרת דוגמה) שהוא לא מגלה-אמת.

- א. מי שאומר את הערך הגבוה ביותר זוכה, ומשלם 90% מהערך שאמר.
- ב. מי שאומר את הערך הגבוה ביותר זוכה, ומשלם את הממוצע בין המחיר שלו לבין המחיר השני.
- ג. מי שאומר את הערך הגבוה ביותר זוכה, ומשלם את המחיר השלישי.

שאלה 4: גרסאות של מכרז VCG

- א. הצעד הראשון במכרז VCG הוא מציאת האפשרות הממקסמת את סכום ערכי המשתתפים. הראו, שאם במקום זה מוצאים את האפשרות הממקסמת את מכפלת ערכי המשתתפים – המכרז אינו מגלה-אמת.
- ב. במכרז VCG, תשלומי השחקנים נמסרים למנהל-המכרז. הראו, שאם תשלומי השחקנים מחולקים שווה בשווה בין המשתתפים – המכרז אינו מגלה-אמת.

* שאלה 5: איך לגרום לשמאי לעבוד בשבילך

יש לכם רכב ישן. אתם יודעים שהוא שווה בין 10,000 ל-20,000, אבל אין לכם מושג כמה בדיוק. אתם רוצים לדעת את הערך המדויק שלו. אתם יכולים להזמין שמאי, אבל הוא גם ייקח מכם הרבה כסף, וגם לא בטוח שהוא יגיד לכם את האמת. הציעו רעיון שיאפשר לכם לגרום לשמאי להגיד לכם את הערך האמיתי של הרכב, בלי שתצטרכו לשלם לו כסף מהכיס.