

## חלק 2:

למסדה 2:

א. הוכחו שהפונקציה  $V$  היא תוצאת חזקה (submodular).

**תשובה:** יהי  $(x_1^*, x_2^*)$  (שתיים אופטימליות) - כאשר  $V$  היא פונקציה אחת.

תגובה: הוכח (submodular).

הוכח: הוכחתי שהפונקציה  $V$  היא:

$$\frac{V_1(C)}{2} \leq V_1(x_1^*) \quad \frac{V_2(C)}{2} \leq V_2(x_2^*)$$

כאשר, למקרה 1 קצת אחרת חצי מהפונקציה של (הפונקציה של) הוכחנו.

למקרה 2 קצת אחרת חצי מהפונקציה של (הפונקציה של) הוכחנו.

ומכאן, שכל שני המקרים (הפונקציה של) הוכחנו, נובע ש  $(x_1^*, x_2^*)$  היא תוצאת חזקה (submodular).

וכן, כל שתיים של שתיים (הפונקציה של) הוכחנו, נובע ש  $(x_1^*, x_2^*)$  היא תוצאת חזקה (submodular).

ב. הוכחו שהפונקציה  $V$  היא תוצאת חזקה (submodular) (כאשר:  $V_1$  ו  $V_2$  הם שני פונקציות (submodular)).

**תשובה:** יהי  $(x_1, x_2)$  היא שתיים של שתיים, כאשר  $V$  היא פונקציה אחת.

נניח ש  $V_1$  ו  $V_2$  הם שני פונקציות (submodular).

כאשר, קיימת תוצאת חזקה  $(y_1, y_2)$  כך ש:  $V_1(y_1) \leq V_1(x_1)$ ,  $V_2(y_2) \leq V_2(x_2)$ .

ולכן, הוכחנו ש  $V$  היא פונקציה אחת (submodular).

וכן נקבע:

$$V_1(x_1) + V_2(x_2) \leq V_1(y_1) + V_2(y_2)$$

הוכחנו ש  $V$  היא פונקציה אחת (submodular) ש  $V_1$  ו  $V_2$  הם פונקציות (submodular).

$$\frac{V_1(C)}{2} \leq V_1(y_1) \iff \frac{V_1(C)}{2} \leq V_1(x_1)$$

$$\frac{V_2(C)}{2} \leq V_2(y_2) \iff \frac{V_2(C)}{2} \leq V_2(x_2)$$

ולכן, הוכחנו ש  $V_1(y_1) + V_2(y_2) \leq V_1(x_1) + V_2(x_2)$  (Maximize).

הוכחנו ש  $V$  היא פונקציה אחת (submodular) ש  $V_1$  ו  $V_2$  הם פונקציות (submodular).

וכן, קיימת תוצאת חזקה  $(y_1, y_2)$  ש  $V_1(y_1) \leq V_1(x_1)$ ,  $V_2(y_2) \leq V_2(x_2)$ .

כאשר, הוכחנו ש  $V$  היא פונקציה אחת (submodular).

ג. הוכחו למשתררן צגצקת תוא תחולת חלוקה לכל קבוצה.

**חלטות:** חסרה לכל קצתה  $\forall x_1, x_2 \in X: v_1(x_1) \leq v_1(x_2) \Rightarrow v_2(x_1) \leq v_2(x_2)$  (  $v_1(x_i) \leq v_1(x_j)$  )

11.3f  $\frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV = 0$ ,  $\frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV = 0$ ,  $\frac{d}{dt} \int_V \rho \, dV = 0$

ענן זשורניאל -  $(x_1, x_2)$  (נושא שחרור ז'ג), און נאך נאך חלקים נוספים.

$V_1(x_1) < V_1(x_2) \quad : \quad \text{אין קשר בין } V_1 \text{ ל-} V_2$

נצטרך חתונה חדשה :  $Y_2 = X_1, Y_1 = X_2$

כמו, החלטנו ל. היתכן.

२८

$$v_2(x_1) = v_2(y_2) \quad , \quad v_1(x_1) < v_1(x_2) = v_1(y_1) \quad , \text{pf}$$
$$V_2(X_1) + V_1(X_2) = V_2(Y_2) + V_1(Y_1) \quad \text{: } \text{פונקציה סימטרית}$$

ותחת סמך הנכס לחקוק (הנכס) את מהותיות:

$$v_2(x_2) + v_1(x_1) < v_2(x_1) + v_1(x_2)$$

## סאָנדע !

קצתו של התאקה החלטה נקודת סכום קובים יאלה יתר, צורות ל-  $(x_1, x_2)$  (זה אזור צורות) (סמן אולטימטי).

• අනුරාධපුරය

מסקנה: השתתפות בפרויקט תחז' נ"ח תורמת ללמידה וידיעת.