

אלגוריתמים כלכליים מטלה 8

314990938

שאלה 4

א. הצעד הראשון במכרז VCG הוא מציאת האפשרות הממקסמת את סכום ערכי המשתתפים. הראו, שאם במקום זה מוצאים את האפשרות הממקסמת את מכפלת ערכי המשתתפים – המכרז אינו מגלה-אמת.

ב. במכרז VCG, תשלומי השחקנים נמסרים למנהל-המכרז. הראו, שאם תשלומי השחקנים מחולקים שווה בשווה בין המשתתפים – המכרז אינו מגלה-אמת.

מה שלמדנו בכיתה:

- בחר את התוצאה עם סכום-הערכים הגבוה ביותר.
- עבור כל שחקן:
 - חשב את סכום הערכים של שאר השחקנים.
 - חשב את סכום הערכים של שאר השחקנים אילו השחקן הנוכחי לא היה משתתף.
- גבה מהשחקן את ההפרש בין שני הסכומים.

B אפשרות	A אפשרות		
10	100	ערך שחקן 1	
95	7	ערך שחקן 2	
950	700	מכפלה	
תועלת	ערך	תשלום	מכפלה
10-0=10	10	95-95=0	שחקן 1
95-90=5	95	100-10=90	שחקן 2

עבור שחקן 1

מכפלת הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות B . נחשב מכפלה ללא הערך של שחקן 1, כלומר הערך של שחקן 2 באפשרות B ונקבל 95

מכפלת הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 1 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות B וללא הערך של שחקן 1 נקבל 95 ולכן התשלום שלו יהיה $95-95=0$ והתועלת $10-0=10$

עבור שחקן 2

מכפלת הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות B ונחשב ללא הערך של שחקן 2 נקבל 10

מכפלת הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 2 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות A וללא הערך של שחקן 2 נקבל 100 ולכן התשלום שלו יהיה $100-10=90$ והתועלת $95-90=5$

כעת אם שחקן 2 משקר וטוען שהערך שלו עבור אפשרות B הוא 1 נקבל:

שחקן 2 משקר		A	B
	ערך שחקן 1	100	10
	ערך שחקן 2	7	1
	מכפלה	700	10
מכפלה	תשלום	ערך	תועלת
שחקן 1	$7-7=0$	100	$100-0=100$
שחקן 2	$100-100=0$	7	$7-0=7$

עבור שחקן 1

מכפלת הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות A ונחשב ללא הערך של שחקן 1 נקבל 7

מכפלת הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 1 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות A וללא הערך של שחקן 1 נקבל 7 ולכן התשלום שלו יהיה $7-7=0$ והתועלת $100-0=100$

עבור שחקן 2

מכפלת הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות A ונחשב ללא הערך של שחקן 2 נקבל 100

מכפלת הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 2 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות A וללא הערך של שחקן 2 נקבל 100 ולכן התשלום שלו יהיה $100-100=0$ והתועלת $7-0=7$

	תועלת לפני השקר	תועלת אחרי השקר
שחקן 1	10	100
שחקן 2	5	7

כלומר שחקן 2 ירוויח מהשקר וגם שחקן 1 אבל רואים שהאלגוריתם לא מגלה אמת.

סעיף ב

B	A		
100	30	ערך שחקן 1	
20	30	ערך שחקן 2	
120	60	סכום	
תועלת	ערך	תשלום	סכום
100-10=90	100	30-20=10	א
20-0=20	20	100-100=0	ב

עבור שחקן 1

סכום הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות B ונחשב ללא הערך של שחקן 1 נקבל 20

סכום הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 1 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות A וללא הערך של שחקן 1 נקבל 30 ולכן התשלום שלו יהיה $30-20=10$ והתועלת $100-10=90$

עבור שחקן 2

סכום הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות B ונחשב ללא הערך של שחקן 2 נקבל 100

סכום הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 2 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות B וללא הערך של שחקן 2 נקבל 100 ולכן התשלום שלו יהיה $100-100=0$ והתועלת $20-0=20$ ולכן מנהל המכרז יקבל $10+0=10$ ₪ אליו.

אם נחלק את התשלומים שווה בשווה כל שחקן יקבל 5 ₪

ועבור כל שחקן:

שחקן 1 $10-5=5$ ישלם 5 ₪

שחקן 2 $0-5=-5$ יקבל 5 ₪

עכשיו כאשר שחקן 2 ישקר:

שחקן 2 משקר		A	B
ערך שחקן 1	30	100	
ערך שחקן 2	30	0	
סכום	60	100	
מכפלה	תשלום	ערך	תועלת
א	$30=0=30$	100	$100-30=70$
ב	$100-100=0$	0	$0-0=0$

עבור שחקן 1

סכום הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות B ונחשב ללא הערך של שחקן 1 נקבל 0
 סכום הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 1 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות A
 וללא הערך של שחקן 1 נקבל 30 ולכן התשלום שלו יהיה $30=30-0$
 והתועלת $100-30=70$

עבור שחקן 2

סכום הערכים של שאר השחקנים- כלומר נבחרת אפשרות B ונחשב ללא הערך של שחקן 2 נקבל 100
 סכום הערכים של שאר השחקנים אילו שחקן 2 לא היה משתתף- כלומר הייתה נבחרת אפשרות B
 וללא הערך של שחקן 2 נקבל 100 ולכן התשלום שלו יהיה $100-100=0$
 והתועלת $0-0=0$
ולכן מנהל המכרז יקבל 30 ₪ ויחלק את התשלומים שווה בשווה, כל שחקן יקבל 15 ₪
 ולכן התשלומים כעת:

שחקן 1 $30-15=15$ ישלם 15 ₪
 ושחקן 2 $0-15=-15$ יקבל 15 ₪

כלומר שחקן 2 הרוויח 10 ₪ יותר כיוון ששיקר ולכן האלגוריתם **לא מגלה אמת**.