מטלה 10 שאלה 4

1. נוכיח על ידי דוגמה כי שיטת החלקים השווים אינה מונוטונית, כלומר יש מועמד שנבחר עבור k אך לא נבחר עבור k+1

נסתכל על k:  
k=3 , n=4 (מס' מועמדים)ואופן ההצבעות הבא:

*- {a ,d ,e}*

*- {a ,c}*

*- {b ,e}*

*- {c ,d ,f}*

*כאשר יש 6 מתמודדים : a, b, c, d, e, f*

*תקציב התחלתי עבור כל אזרח 0.75 ,ובשביל הנוחות נכפיל ב 10 : ולכן תקציב יהיה 7.5 לכל תומך ועלות כללית של מועמד תהיה 10 (שוב לאחר הכפלה ב 10 לשם הנוחות).  
הווקטור הבא ייצג את תקציב האזרחים לפי אינדקסים בהתאמה: (7.5,7.5,7.5,7.5)*

*נשים לב לדברים הבאים (חלוקת תקציב בשווה עבר התומכים של כל מועמד ללא התייחסות למקרה בו צריך השלמת הפרש) :  
a – דורש מכל תומך 5 b – דורש מכל תומך 10 c – דורש מכל תומך 5*

*d – דורש מכל תומך 5 e – דורש מכל תומך 5 f – דורש מכל תומך 10*

*נבחר מועמד כלשהו מבין a, c, d, e שדורשים 5 מכל תומך  
נבחר את a , בגלל שהא נבחר על ידי , ודורש 5 התקציב שנותר הוא (2.5,2.5,7.5,7.5)*

*לאחר מכן נבחר את c, כיוון ש הצביע כבר ל a הוא נותר עם 2.5 ואילו ל יש את כל התקציב ל- c , ולכן הוא ייתן את ההפרש כדי לבחור את c אז התקציב שנותר יהיה (2.5,0,7.5,0)*

*נבחר עכשיו את e , שנבחר על ידי כיוון ש הצביע כבר ל a הוא נותר עם 2.5 ואילו ל יש את כל התקציב ל- e , ולכן הוא ייתן את ההפרש כדי לבחור את e אז התקציב שנותר הוא (0,0,0,0) ומכאן שהמועדים שיהיו במצב זה הם a, c, e*

*נסתכל כעת על k+1*

K=4, n=4 (מס' מועמדים) ואופן ההצבעות הבא:

*- {a ,d ,e}*

*- {a ,c}*

*- {b ,e}*

*- {c ,d ,f}*

*כאשר יש 6 מתמודדים : a, b, c, d, e, f*

*תקציב התחלתי עבור כל אזרח 1 ,ובשביל הנוחות נכפיל ב 10 : ולכן תקציב יהיה 10 לכל תומך ועלות כללית של מועמד תהיה 10 (שוב לאחר הכפלה ב 10 לשם הנוחות).  
הווקטור הבא ייצג את תקציב האזרחים לפי אינדקסים בהתאמה: (10,10,10,10)*

*נשים לב לדברים הבאים (חלוקת תקציב בשווה עבר התומכים של כל מועמד ללא התייחסות למקרה בו צריך השלמת הפרש) :  
  
a – דורש מכל תומך 5 b – דורש מכל תומך 10 c – דורש מכל תומך 5*

*d – דורש מכל תומך 5 e – דורש מכל תומך 5 f – דורש מכל תומך 10*

*נבחר מועמד כלשהו מבין a, c, d, e שדורשים 5 מכל תומך  
נבחר את a , בגלל שהא נבחר על ידי , ודורש 5 התקציב שנותר הוא (5,5,10,10)*

*לאחר מכן נבחר את c, שגם הוא דורש 5 מכל תומך ונבחר על ידי , התקציב שנותר יהיה (5,0,10,5)*

*לאחר מכן נבחר את d, שגם הוא דורש 5 מכל תומך ונבחר על ידי , התקציב שנותר יהיה (0,0,10,0)*

*לאחר מכן נבחר את b, שדורש 10 מכל תומך ונבחר על ידי התקציב שנותר יהיה (0,0,0,0)*

*סה"כ נקבל שהנציגים הם a, c, b, d   
הקבוצה השנייה לא מכילה את הקבוצה הראשונה*

*מ.ש.ל*

*נראה עכשיו בחירה בסדר שונה עבור אותם נתונים שבה כן נשמרת המונוטוניות:*

*עבור k=3 אותו דבר כמו קודם*

*עבור k=4 :  
תקציב התחלתי עבור כל אזרח 1 ,ובשביל הנוחות נכפיל ב 10 : ולכן תקציב יהיה 10 לכל תומך ועלות כללית של מועמד תהיה 10 (שוב לאחר הכפלה ב 10 לשם הנוחות).  
הווקטור הבא ייצג את תקציב האזרחים לפי אינדקסים בהתאמה: (10,10,10,10)*

*נבחר מועמד כלשהו מבין a, c, d, e שדורשים 5 מכל תומך  
נבחר את a , בגלל שהא נבחר על ידי , ודורש 5 התקציב שנותר הוא (5,5,10,10)*

*נבחר מועמד d שדורש 5 מכל תומך  
נבחר את d , בגלל שהא נבחר על ידי , ודורש 5 התקציב שנותר הוא (0,5,10,5)*

*נבחר עכשיו את e , שנבחר על ידי כיוון ש כבר עם תקציב 0 ואילו ל יש את כל התקציב ל- e , ולכן הוא ישלם הכל . תקציב שנותר הוא (0,5,0,5)*

*נבחר עכשיו את c , שנבחר על ידי ודורש 5 מכל בוחר, תקציב שנותר (0,0,0,0)*

*קיבלנו (a,d,c,e) והמונוטוניות נשמרת*

*נראה שהבחירה נשמרת גם עבור שובר שוויון קבוע:  
k=3 כמעט אותו תהליך*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *a* | *v1, v2* | *5* | *כן* |
| *c* | *v2, v4* | *5* | *כן* |
| *d* | *v1, v4* | *5* | *כן* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *לא* |
| *f* | *v4* | *10* | *לא* |

*כל המועמדים האפשריים (a, c, d, e) עם עלות 5*

*לפי שובר שוויון מילוני: נבחר a*

*תקציב - (v1,v2,v3,v4) = (2.5, 2.5, 7.5, 7.5)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *c* | *v2, v4* | *5* | *כן* |
| *d* | *v1, v4* | *5* | *כן* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *לא* |
| *f* | *v4* | *10* | *לא* |

*שלושה מועמדים עם עלות 5 : c, d, e  
שובר שוויון מילוני → נבחר c*

*תקציב - (v1,v2,v3,v4) = (2.5, 0, 7.5, 2.5)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *d* | *v1, v4* | *5* | *לא* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *לא* |
| *f* | *v4* | *10* | *לא* |

*רק מועמד e אפשרי ולכן הוא נבחר*

*תוצאה סופית a,c,e*

*נעבור ל k=4 תקציב: (v1,v2,v3,v4) = (10,10,10,10)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *a* | *v1, v2* | *5* | *כן* |
| *c* | *v2, v4* | *5* | *כן* |
| *d* | *v1, v4* | *5* | *כן* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *כן* |
| *f* | *v4* | *10* | *כן* |

*העלות הכי נמוכה היא 5, ויש 4 מועמדים עם עלות זו : a, c, d, e  
לפי סדר מילוני נבחר a*

*תקציב : (v1,v2,v3,v4) = (5,5,10,10)*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *c* | *v2, v4* | *5* | *כן* |
| *d* | *v1, v4* | *5* | *כן* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *כן* |
| *f* | *v4* | *10* | *כן* |

עלות מינימלית = 5  
מועמדים עם עלות זו : c, d, e  
לפי סדר מילוני: **נבחר c**

תקציב : (v1,v2,v3,v4) = (5,0,10,5)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *d* | *v1, v4* | *5* | *כן* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *כן* |
| *f* | *v4* | *10* | *כן* |

עלות מינימלית = 5  
מועמדים עם עלות זו : d, e  
לפי סדר מילוני: **נבחר d**

תקציב: (v1,v2,v3,v4) = (0,0,10,0)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *מועמד* | *תומכים* | *עלות לתומך* | *אפשרי?* |
| *e* | *v1, v3* | *5* | *כן* |
| *b* | *v3* | *10* | *כן* |
| *f* | *v4* | *10* | *לא* |

לפי סדר מילוני b נבחר

סה"כ קיבלנו a, c, d ,b ניתן לראות שהמונוטוניות אינה נשמרת גם באמצעות שובר שוויון קבוע