אלגוריתמים כלכליים מטלה 10 שאלה 3

יציבה אבן-חן

* שאלה 3: אלגוריתמים מגלי-אמת לבחירת הנוסעים

עד עכשיו הנחנו שכל השחקנים משתתפים בנסיעה. עכשיו, נניח שכל שחקן i מפיק מהנסיעה תועלת של v_i, ואם הנסיעה יקרה יותר – הוא לא רוצה בכלל לנסוע. אנחנו רוצים לבחור תת-קבוצה של שחקנים, כך שסכום הערכים הכולל (= סכום הערכים של הנוסעים פחות עלות הנסיעה) הוא הגדול ביותר.

א. בוחרים את הנוסעים בעזרת אלגוריתם וק"ג. הראו דוגמה שבה האלגוריתם לא מאוזן תקציבית (סכום התשלומים לא מכסה את עלות הנסיעה).

במקרה כזה:

מחיר נסיעה 10.

תועלת נוסעים: 6. שני נוסעים. כלומר $V_1 = V_2 = 6$

סכום הערכים המקסימלי הוא $12 - 10 = 2$.

נחשב את התשלום של כל אחד:

שחקן 1: סכום הערכים הכולל של שאר השחקנים הוא $6 - 10 = -4$.
בלעדיו, יש רק את שחקן 2 (תועלת 6) ומחיר הנסיעה הוא 10,
אז הנסיעה לא מתקיימת וסכום הערכים הוא 0.

הוא משלם את ההפרש: 4.

שחקן 2 זהה.

אז סכום התשלומים הוא 8. לא מכסה את עלות הנסיעה.

ב. מחליטים מראש, שעלות הנסיעה תתחלק בין הנוסעים לפי ערך שאפלי, ואז בוחרים את הנוסעים בעזרת אלגוריתם וק"ג. הראו דוגמה שבה האלגוריתם לא מעודד-השתתפות (יש נוסע שהתועלת שלו שלילית).

אם מחיר הנסיעה הוא 10 הנוסעים:

$V_1 = 9$, $V_2 = 2$

סכום הערכים המקסימלי הוא $11 - 10 = 1$

ערך שאפלי מחושב לפי הממוצע של עלות השולית של השחקן בכל האפשרויות.

מספר האפשרויות הוא !n במקרה שלנו 2.

עבור שחקן א:

בלעדיו הנסיעה לא יצאה עלות שולית 10 הוא משלם 5.

עבור שחקן ב:

גם בלעדיו הנסיעה לא יצאה עלות שולית 10 משלם 5.

התועלת שלו היא:

$3 - 5 = -2$

ג. בוחרים את הנוסעים בעזרת אלגוריתם וק"ג, ואם צריך עוד כסף כדי לכסות את עלות הנסיעה – גובים אותו מהנוסעים באופן שיוויוני. הראו דוגמה שבה האלגוריתם לא מגלה-אמת.

במקרה של סע' A א. כל נוסע ישלם עוד 1 (כי סה"כ מכל אחד).

אבל אם שחקן א יגווח שהתועלת שלו היא 5 (ולא 6), אז הוא יקבל

שחקן ב:

סכום הערכים הכולל של שאר השחקנים הוא $5 - 10 = -5$.

בלעדיו יש רק את שחקן א (תועלת 5) ומחיר הנסיעה הוא 10.

אז הנסיעה לא מתקיימת וסכום הערכים הוא 0.

הוא משלם את ההפרש: 5.

אז שחקן ב ישלם 5, שחקן ד משלם 4, ושאר רק 1 לחלק: כל אחד

מפי A 1/2.

ההתחכמות חסכה לשחקן א 1/2.