שם: מיכאל בנימין
ת.ז: 208768978

מטלה ד

שאלה 1

א) נראה קומה:

סטודנטים

רוז'	ש'	תומר
א'	ב'	ג'
ב'	ג'	א'

מחלקות

א'	ב'
ש'	רוז'
רוז'	ש'
תומר	תומר

השידוכים: רוז' - ב' רוז' - א'
ש' - א' ש' - ב'

אלו הם שידוכים יציבים. בשני המקרים תומר נשאר במחוץ.
בנוסף אלו שני השידוכים שנציע אליהם אם נשתמש באלגוריתם "קבלה על-תנאי"
נראה זאת:

המחלקה מסודרת: א' - רוז', תומר
ב' - ש'
↓
א' - רוז'
ב' - ש', תומר
↓
$\boxed{\text{א' - רוז', ב' - ש'}}$

הסטודנטים מסודרים:

רוז' - ב'
ש' - א'
תומר -

(במקרה זה אין מה לסדר וזה בדיוק מה שהמחלקות מבקשו)

ב) נוכח: נניח ש"ש שני זרמים שונות לשדך את הסטודנטים - שידוך א' ושידוך ב'.
שני השידוכים הללו הם יציבים, נרצה להוכיח שאם סטודנט משודך ב-א' אבל הוא חייב להיות משודך ב-ב'.
(זה נהה כמובן לטענה שאם סטודנט לא משודך ב-א' אבל הוא לא משודך ב-ב')

נניח בשלילה שסטודנט A משודך למחלקה I בשידוך א' אבל אין לו שידוך בשידוך ב'.
- בשידוך ב' למחלקה I יש מקום ריק (איפה שסטודנט A היה)
- מכיוון ששידוך ב' הוא יציב מחלקה ב' הייתה צריכה למלא את המקום הפנוי הזה בסטודנט אחר שהם מעדיפים יותר - נניח סטודנט B.

ניתן להבחין שזה יוצר מעגל אינסופי. דומה למה שלמדנו בשיעור:
מאיפה הגיע סטודנט B?
- בשידוך א' סטודנט B היה במחלקה אחרת, נניח מחלקה IV
- בשידוך ב' סטודנט B עבר למחלקה I מכיוון שהוא העדיף אותו על מחלקה IV
- עכשיו למחלקה IV יש מקום פנוי בשידוך ב' - הם ימלאו אותו עם סטודנט אחר - C.
זה יוצר שרשרת: סטודנט A ← מחלקה I ← סטודנט B ← מחלקה IV ← סטודנט C...
בשביל שלא יהיה מעגל אינסופי יש לנו שני אפשרויות:
1) השרשרת מסתיימת ומחלקה מסוימת בוחרת את סטודנט A למלא את המקום החסר - סותר אותנו שאין ל-A שידוך.
2) מחלקה בוחרת לעזוב ולהשאיר מקום אחד ריק - סותר אותנו ששידוך ב' הוא יציב.
3) מחלקה X בסוף בוחרת בסטודנט שלא היה בשידוכים של א'.
במקרה זה סותר אותנו ש-א' שידוך יציב, (היה צריך לבחור בו ש"ש.

ולכן אין שידוך כזה.