

פקולטה: מדעי הטבע

מחלקה: מדעי המחשב

שם הקורס: אלגוריתמים כלכליים

קוד הקורס: 2-7062310 קבוצה 1

סמסטר \_\_\_ב\_\_\_מועד \_\_א\_\_\_ תאריך בחינה:\_כ”ג בסיון ה’תשע”ט, 26/6/2019\_

משך הבחינה: 3 שעות

שם המרצה: אראל סגל-הלוי

בבחינה חמש שאלות. סכום הנקודות בכל השאלות הוא 120. מותר לענות על כל השאלות.

* מי שיצבור 100 נקודות ומעלה, ציונו במבחן יהיה 100.

יש לענות במחברת הבחינה.

* אין צורך להעתיק את השאלון למחברת - השאלון יתפרסם בגיטהאב לאחר הבחינה.

חומר עזר מותר בשימוש: דף-נוסחאות אישי בגודל פוליו (A4). מותר לכתוב משני צדי הדף.

* יש להגיש את דף-הנוסחאות יחד עם מחברת הבחינה.

הנחיות לפתרון שאלות תיכנות:

* מותר לכתוב קוד בכל שפה שאתם מכירים או בפסאודו-קוד.
* יש לתעד את הקוד ולהסביר היטב בעברית מה עושה כל שורה ואיך זה מתאים לאלגוריתם.
* אתם לא נבחנים על התחביר של השפה אלא על האלגוריתם. העיקר שאוכל להבין מה עשיתם.

הנחיות כלליות:

* יש להסביר כל תשובה בפירוט. ניקוד מלא יינתן רק על תשובה נכונה עם הסבר נכון.
* אם נראה לכם ששאלה כלשהי שגויה או אינה מוגדרת עד הסוף (חסרות הנחות מסויימות), הניחו את ההנחות שנראות בעיניכם הגיוניות ביותר בהתאם לשאלה.

*בהצלחה!!*

## **שאלה 1 [30 נק']. מכירת אגרטלים**

חברת "חפירות כלכליות" מצאה בחפירות ארכיאולוגיות בסין שלושה אגרטלים זהים מתקופת שושלת מינג.

החברה העמידה את האגרטלים למכרז. שבעה משתתפים הגיעו למכרז: אבי, בתיה, גדי, דני, הניה, ורד, זילפה.

כל משתתף מעוניין לקנות אגרטל אחד. לכולם יש העדפות קוואזי-ליניאריות. הערכים שהם מייחסים לאגרטל הם:

אבי-10, בתיה-20, גדי-30, דני-40, הניה-50, ורד-60, זילפה-70.

א [10 נק']. המכרז התנהל בשיטת ויקרי-קלארק-גרובס (VCG). מי היו הזוכים, כמה כל אחד שילם, וכמה הרויחה החברה? הסבירו בפירוט את אופן החישוב.

ב [10 נק']. המכרז התנהל בשיטת מיירסון (Myerson) עם כלל-בחירה יעיל פארטו. מי היו הזוכים, כמה כל אחד שילם, וכמה הרויחה החברה? הסבירו בפירוט את אופן החישוב.

ג [10 נק']. המכרז התנהל בשיטת מיירסון (Myerson) עם כלל-בחירה "בחר את שלושת הערכים הנמוכים ביותר". מי היו הזוכים, כמה כל אחד שילם, וכמה הרויחה החברה? הסבירו בפירוט את אופן החישוב.

## שאלה 2 [30 נק']. חלוקת דואר

ברחוב "מכתבים כלכליים" יש בית-דואר אחד, הנמצא בקצה הרחוב.

ברחוב גרים n תושבים. התושב ה-k גר במרחק של k/2 דקות הליכה מבית-הדואר.

הדוור יוצא בכל בוקר מבית-הדואר, הולך עד הקצה השני של הרחוב ומחלק מכתבים, ואז חוזר בחזרה לבית-הדואר:

בית הדואר

תושב 1

חצי דקה

תושב 2

דקה אחת

תושב 3

דקה וחצי

...

המשכורת של הדוור היא 12 ש"ח לדקה. ועד הרחוב החליט, שמשכורתו של הדוור תשולם ע"י התושבים. חלוקת התשלום בין התושבים צריכה לקיים את העקרונות הבאים:

1. התשלום של כל תושב תלוי רק בעלויות השוליות שהוא מוסיף כאשר הוא מצטרף לרחוב.
2. תושב שאינו מוסיף שום עלות שולית – לא משלם כלום.
3. אם מעסיקים כמה דוורים (עם משכורות שונות), מחשבים את התשלום של כל תושב לכל דוור בנפרד, ומסכמים את התשלומים – התוצאה זהה לתוצאה המתקבלת כשמחשבים את התשלום של כל תושב לכל הדוורים יחד.

א [10 נק']. ציינו שם של אלגוריתם המתאים להחלטת ועד הרחוב. ציינו שלוש תכונות של האלגוריתם, והתאימו אותן לשלושת העקרונות של ועד הרחוב.

ב [10 נק']. הניחו שיש n=3 תושבים ברחוב. חשבו כמה ישלם כל תושב לפי האלגוריתם של סעיף א. פרטו את אופן החישוב. **שימו לב**: משכורת הדוור במקרה זה היא 36 (דקה וחצי הלוך, דקה וחצי חזור, סה"כ 3 דקות, כפול 12 ש"ח לדקה).

ג [10 נק']. הניחו שיש n=4 תושבים ברחוב. חשבו כמה ישלם כל תושב לפי האלגוריתם של סעיף א.

*רמז*: יש שני פתרונות:

* פתרון אחד פשוט, אבל ארוך מאד;
* פתרון שני קצר, כללי (מתאים לכל n), ומשתמש בשלושת התכונות שציינתם בסעיף א.

## שאלה 3 [20 נק']. חלוקת שאלות

שלושה סטודנטים פותרים ביחד מטלה עם שלוש שאלות. השאלות תלויות זו בזו – צריך קודם לפתור את שאלה א, אחר-כך את שאלה ב, ובסוף את שאלה ג.

כל שאלה עוסקת בנושא אחר ולכל סטודנט יש מומחיות אחרת, ולכן זמני הפתרון של השאלות משתנים: הזמן שלוקח לסטודנט i לפתור את שאלה j הוא T[i,j] דקות.

הסטודנטים רוצים לחלק ביניהם את השאלות לפי העקרונות הבאים:

1. כל סטודנט פותר שאלה אחת.
2. כל שאלה נפתרת ע"י סטודנט אחד.
3. הסטודנטים מסיימים את כל המטלה מהר ככל האפשר.

א [10 נק']. כיתבו פקודה בשפת Mathematica (או שפה דומה) שתעזור לסטודנטים להחליט מי יפתור איזו שאלה. הסבירו בפירוט את אופן פעולת הפקודה שכתבתם, ומדוע היא עונה לדרישות.

ב [10 נק']. הדגימו את פעולת הפקודה שכתבתם: כיתבו מטריצה T, כיתבו את הפלט של הפקודה, והסבירו איך מבינים מתוך הפלט של Mathematica, איזה סטודנט יפתור איזו שאלה.

## שאלה 4 [20 נק']. יעילות פארטו

**הגדרות**:

* מצב א נקרא **שיפור פארטו חזק** של מצב ב, אם מצב א טוב יותר ממצב ב עבור *כל* המשתתפים.
* מצב נקרא **יעיל פארטו חלש** אם לא קיים מצב אחר שהוא שיפור-פארטו-חזק שלו.

א [10 נק']. תנו דוגמה עם שלושה שחקנים ושלושה מצבים, שבה מצב מסויים הוא יעיל-פארטו-חלש אבל לא יעיל-פארטו. הוכיחו את תשובתכם (הוכיחו שהמצב יעיל-פארטו-חלש, והוכיחו שהמצב לא יעיל-פארטו).

*ב [10 נק']. כיתבו פונקציה, בשפת-תיכנות לבחירתכם או בפסאודו-קוד, המקבלת מערך של שחקנים, מספר המציין מצב, ומערך המכיל את כל המצבים האפשריים, ובודקת האם המצב הנתון הוא יעיל-פארטו-חלש. היעזרו במחלקה הבאה:*

class Person {

double value(int state);

// INPUT: the index of a state.

// OUTPUT: the value of the state to the person.

}

כותרת הפונקציה:

bool isWeakParetoOptimal(Person[] people, int state, int[] allStates);

## שאלה 5 [20 נק']. זוג-או-פרד

במשחק "זוג או פרד", כל שחקן בוחר מספר שלם. אם סכום המספרים הוא זוגי, השחקן הראשון מנצח; אם הסכום איזוגי, השחקן השני מנצח.

א [10 נק’]. כיתבו חוזה בשפת solidity שיאפשר לשחקנים לשחק על כסף. הדרישות:

* כדי להשתתף במשחק, צריך לשלם לחוזה 100 פיני לפחות (אפשר לשלם יותר).
* כל זוג שחקנים עוקבים משחקים משחק אחד (השחקן הראשון משחק מול השני, השלישי מול הרביעי, וכו’).
* הזוכה במשחק (בכל זוג בנפרד) מקבל 180 פיני.

תזכורת לשפת solidity:

* הטיפוס address מציין כתובת אתריום.
* לטיפוס address יש שיטה בשם transfer המשמשת לשליחת כסף לכתובת זו.
* כל שיטה מקבלת כקלט, מלבד הקלט הרגיל שלה, אובייקט מסוג msg עם שני שדות עיקריים:
  + msg.sender – הכתובת של שולח ההודעה הנוכחית (שדה מסוג address);
  + msg.value – סכום הכסף ששולח-ההודעה צירף להודעה.
* הפונקציה require משמשת לבדיקת תנאים בזמן ריצה (כמו assert בשפת סי).

עליכם להשלים את השלד הבא – לממש את הבנאי ואת play. הוסיפו שדות לפי הצורך.

contract ZogOPered {

constructor() public {

...

}

function play(int choice) public payable {

...

}

}

אם אינכם זוכרים את התחביר של שפת solidity, הניחו שהתחביר זהה לשפת Java או ++C לפי בחירתכם.

ב [10 נק’]. הדגימו בפירוט את הפונקציה שכתבתם בסעיף א על מהלך-האירועים הבא:

1. שחקן עם כתובת 1212 קורא ל-play(11) עם 100 פיני.
2. שחקן עם כתובת 3434 קורא ל-play(33) עם 100 פיני.
3. שחקן עם כתובת 5656 קורא ל-play(66) עם 100 פיני.
4. שחקן עם כתובת 7878 קורא ל-play(88) עם 50 פיני.
5. שחקן עם כתובת 9090 קורא ל-play(99) עם 150 פיני.

לגבי כל אחד מ-5 השלבים, ציינו מה בדיוק קורה בכל שלב:

* כמה כסף עובר במערכת, מאיזו כתובת ולאיזו כתובת;
* איך משתנים ערכי השדות הפנימיים של החוזה.
* מהי היתרה של החוזה (כמה כסף יש בחוזה) אחרי השלב.

## שאלה 6 – משוב על הבחינה [רשות]

כדי לעזור לי לתכנן בחינות בשנים הבאות, אשמח אם תדרגו את השאלות והסעיפים בשאלות לפי דרגת קושי – מהקל ביותר לקשה ביותר. אם אין לכם זמן בזמן הבחינה, אפשר לענות גם אחרי הבחינה בדואל.