

מטלה - חלוקת שכר-דירה

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

שאלה 1: אלגוריתם חלופי לחלוקת שכר-דירה

פתחו אלגוריתם חלופי לחלוקת חדרים ושכר-דירה בין שלושה שותפים.

בחרו אחד מהרעיונות הבאים (שהעליתם בהרצאה):

א. התאמה של אלגוריתם Selfridge-Conway לחלוקת-עוגה ללא קנאה.

ב. ביצוע מכרז על כל חדר.

ג. מיקסום סכום המנות (ערך חלקי מחיר).

ד. רעיון אחר כלשהו.

יש להוכיח פורמלית שהאלגוריתם שלכם עובד. אם ניסיתם ונתקעתם – נסו כיוון אחר. אם שוב נתקעתם – נסו כיוון אחר. אם שוב נתקעתם – הסבירו בפירוט למה נתקעתם (למה הרעיון לא עובד).

שאלה 2: בעיית תחנת המוניות

בתחנת מוניות עובדים שלושה נהגים. כל נהג נמצא עכשיו במקום אחר. התחנה מקבלת בו-זמנית שלוש פניות מנוסעים הנמצאים במקומות שונים. התחנה צריכה להחליט איזה נהג לשלוח לאיזה נוסע. הנתונים:

- המרחק בין נהג i לבין נוסע j הוא: $d[i, j]$ (ק"מ).
- המרחק בין נוסע j לבין היעד שלו הוא $x[j]$ (ק"מ).
- מחיר של דלק לקילומטר הוא p (ש"ח).

כיתבו פקודה בשפת Mathematica (או שפה דומה) שתעזור לתחנה למצוא את ההשמה הזולה ביותר של נהגים לנוסעים.

שאלה 3: מחיר אגליטרי

בכל השמה של דיירים לחדרים, ישנן דרכים רבות לקבוע את מחירי החדרים. בכל וקטור מחירים, התועלת של כל דייר היא ערך החדר שקיבל עבורו פחות מחיר החדר. בכל וקטור מחירים, יש דייר אחד (או יותר) שהתועלת שלו הכי קטנה. וקטור-המחירים האגליטרי (egalitarian) היא הוקטור שבו התועלת הקטנה ביותר היא גדולה יותר מכל שאר הוקטורים.

א. הדגימו את המושג "וקטור-מחירים אגליטרי" על בעיית שכר-דירה עם שני חדרים ושני דיירים: המציאו ערכים, מיצאו את ההשמה הממקסמת את סכום הערכים, והראו שני וקטורי-מחירים – אחד אגליטרי ואחד לא אגליטרי.

ב. תנו דוגמה עם שלושה חדרים ושלושה דיירים, שבה בוקטור-המחירים האגליטרי יש קנאה.

ג. תנו דוגמה עם שלושה חדרים ושלושה דיירים, שבה בוקטור-המחירים האגליטרי אין קנאה.

שאלה 4: סכום מחירים מקסימלי

נניח שמצאנו השמה הממקסמת את סכום הערכים, ואנחנו רוצים למצוא מחיר לכל חדר. במקום למצוא וקטור-מחירים עם סכום מינימלי, אפשר לנסות למצוא וקטור-מחירים עם סכום מקסימלי:

Maximize $\sum_i p[i]$

Such that For all $i, j: w[d[i], i] - p[i] \geq w[d[i], j] - p[j]$

א. מה הבעיה בתוכנית זו? (אפשר לפתור סעיף זה בשתי דרכים: להריץ ב Mathematica ולראות איזו הודעת שגיאה-מתקבלת, או לנסות לפתור את הבעיה ידנית במקרים פרטיים ולזהות את הבעיה).

ב. איזה אילוץ אפשר להוסיף לתוכנית, כך שיתקבל פתרון הגיוני?

שאלה 5: חלוקת שכר-דירה – אלגוריתם splidit

בעזרת אתר splidit, חפשו בעיות חלוקת שכר-דירה עם שלושה שותפים ושכר-דירה חיובי, עם התכונות הבאות:

- כל השותפים משלמים בדיוק שליש משכר-הדירה;
- שותף אחד משלם אפס, ושני השותפים האחרים משלמים בדיוק חצי משכר-הדירה;
- שני שותפים משלמים אפס, והשותף השלישי משלם את כל שכר-הדירה;
- אחד השותפים משלם מחיר שלילי.

שאלה 6: תיכנות - חלוקת שכר-דירה ללא קנאה

רוצים לחלק n חדרים ל- n דיירים. כל דייר מיוצג ע"י המחלקה הבאה:

```
class Agent {
    int bestRoom(int[] prices);

    // INPUT: the prices of the n rooms, in shekels.

    // OUTPUT: the index of a room that the agent most prefers
    in these prices. Index is between 0 and n-1.
};
```

כיתבו בשפה לבחירתכם, או בפסאודו-קוד, אלגוריתם המקבל כקלט n שחקנים ואת מחיר הדירה הכולל בשקלים, ומוצא השמת-חדרים ללא קנאה עד כדי שקל אחד. אם זה מקל עליכם - אפשר להניח ש $n=3$. כותרת הפונקציה:

```
void findEnvyFreeAssignment(Agent[] agents, int totalRent)
```

פלט לדוגמה:

Agent 0 receives room 2 for 163 shekels.
Agent 1 receives room 1 for 274 shekels.
Agent 2 receives room 0 for 343 shekels.

מאמרים להרחבה ולמטלת רשות

1. M Ghodsi, M Latifian, Arman Mohammadi, Sadra Moradian, Masoud Seddighin (2018), "[Rent Division Among Groups](#)"
2. Velez (2018), "Equitable Rent Division", <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=3274528>, <http://respec.tamu.edu/velezeqrent.pdf>
3. [AD Procaccia](#), [RA Velez](#), D Yu (2018), "[Fair rent division on a budget](#)".
4. [Megumi Asada](#), [Florian Frick](#), [Vivek Pisharody](#), [Maxwell Polevy](#), [David Stoner](#), [Ling Hei Tsang](#), and [Zoe Wellner](#),: "Fair Division and Generalizations of Sperner- and KKM-type Results", <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/17M1116210>
5. Azrieli, Yaron; Shmaya, Eran (2014). "Rental harmony with roommates". Journal of Economic Theory. **153**: 128. [arXiv1406.6672](#). [doi:10.1016/j.jet.2014.06.006](#).
6. Lachlan Dufton and Kate Larson (2011). "[Randomised Room Assignment-Rent Division](#)" (PDF). Proceedings of the IJCAI-2011 Workshop on Social Choice and Artificial Intelligence. IJCAI. pp. 34–39. Retrieved 5 March 2016.
7. Sun, Ning; Yang, Zaifu (2003). "A general strategy proof fair allocation mechanism". Economics Letters. **81**: 73. [doi:10.1016/s0165-1765\(03\)00151-4](#).
8. Andersson, Tommy (2009). "[A general strategy-proof fair allocation mechanism revisited](#)". Economics Bulletin: 1719–1724.
9. Andersson, Tommy; Ehlers, Lars; Svensson, Lars-Gunnar (2014). "Budget balance, fairness, and minimal manipulability". Theoretical Economics. **9** (3): 753. [doi:10.3982/te1346](#).
10. Gal, Ya'akov (Kobi); Mash, Moshe; Procaccia, Ariel D.; Zick, Yair (2016). "[Which Is the Fairest \(Rent Division\) of Them All?](#)". ACM: 67–84. [doi:10.1145/2940716.2940724](#). ISBN 9781450339360.