

מטלה - מכרזים למיקסום רווח

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

שאלה 1: מכרז מסובסד

אתם קבלני-בניין ובזה הרגע סיימתם לבנות דירה. אתם מעוניינים למכור אותה באופן שיעשה אתכם כמה שיותר עשירים (בתוחלת).

יש הרבה קונים פוטנציאליים, וכל קונה מייחס לדירה ערך שונה. מסקר-שוק שביצעתם, התברר שהתפלגות הערכים באוכלוסיה היא התפלגות אחידה בין 0 ל-1000 [באלפי ש"ח].

קונים צעירים במיוחד או מבוגרים במיוחד מזכים את הקבלן בהשתתפות ממשד השיכון באופן הבא:

- קבלן המוכר דירה לקונה בן 20 ומטה - מקבל ממשד השיכון 100 אלף ש"ח.
- קבלן המוכר דירה לקונה בן 60 ומעלה - מקבל ממשד השיכון 150 אלף ש"ח.

תארו מכרז אמיתי שימקסם את תוחלת הרווח שלכם. כיתבו את המנגנון בשפת-תיכנות לבחירתכם או בפסאודו-קוד. הניחו שקיימת המחלקה הבאה המייצגת קונה פוטנציאלי; ניתן להוסיף לה שיטות לפי הצורך.

```
class Buyer {  
    int age();      // גיל בשנים  
    int value();    // ערך באלפי ש"ח  
};
```

כותרת הפונקציה המבצעת את המנגנון:

```
void sellHouse(Buyer[] buyers) { ... }
```

שאלה 2: מיקסום רווח עם ברירת-מחדל

מצאתם ברחוב ציור עתיק. בחנות יד שניה הציעו לכם עבורו X ש"ח. אתם רוצים להשיג סכום גבוה יותר ע"י מכירה לאספן עתיקות ידוע, שהערך שלו לציור מתפלג לפי פונקציה F .

תארו מנגנון אמיתי הממקסם את הרווח שלכם ממכירת הציור. שימו לב - המנגנון תלוי ב- F וגם ב- X .

שאלה 3: מכרז לקנייה

אתם מנהלים את מחלקת הרכש ברכבת ישראל. קיבלתם הוראה לקנות קרון חדש במחיר נמוך ככל האפשר. יש כמה חברות המייצרות קרונות, לכל חברה יש עלות אחרת לייצור קרון. אתם לא יודעים את העלויות של החברות השונות, אבל מתוך נתונים סטטיסטיים שאספתם, אתם יודעים שעלות-הייצור מתפלגת לפי פונקציה F (התפלגות זהה עבור כל החברות).

הנהלת הרכבת מעריכה, שהתועלת שתפיק מהקרון היא U (מספר ידוע - נניח מיליארד ש"ח).

תארו מנגנון אמיתי לקניית קרון, שבו תוחלת התועלת של רכבת-ישראל תהיה מקסימלית.

שאלה 4: ערך וירטואלי בהתפלגות אחידה

- נניח שהערך של קונה מסויים מתפלג אחיד בין a ל- b (שני פרמטרים חיוביים).
- א. כיתבו ביטוי לפונקציית הערך הוירטואלי של הקונה, $r(v)$, כפונקציה של a, b .
- ב. כיתבו ביטוי למחיר האופטימלי למכירת חפץ כלשהו לקונה זה, $r^{-1}(0)$.
- ג. כיתבו ביטוי לתוחלת הרווח של המוכר כאשר הוא משתמש במחיר האופטימלי.

שאלה 5: התפלגות אמפירית וערך וירטואלי

כפי שלמדנו בכיתה, מכרזי מיירסון למיקסום רווח משתמש בפונקציית הערך הוירטואלי, והיא משתמשת בפונקציית התפלגות ההסתברות:

$$F(x) = \text{Prob}[v < x]$$

$$r(x) = x - [1 - F(x)] / F'(x)$$

ברוב המקרים, הפונקציה F אינה ידועה, ואנחנו צריכים לחשב אותה בקירוב מתוך נתונים סטטיסטיים.

כיתבו מחלקה לחישוב פונקציה זו. במחלקה יהיו לפחות שלוש שיטות:

- איתחול (בנאי) - מקבל וקטור של ערכים (שנאספו בסקרי-שוק).
- F - מקבלת ערך x , ומחזירה את ההסתברות האמפירית שהערך יהיה קטן מ- x . שימו לב - הפונקציה F תמיד מחזירה ערך בין 0 ל-1.
- r - מקבלת ערך x , ומחזירה את הערך הוירטואלי המתאים.

הוסיפו שיטות נוספות לפי הצורך.

```
class Distribution {
    Distribution(int[] values);
    double F(int x);
    double r(int x);
}
```