



# אוניברסיטת אריאל בשומרון

פקולטה: מדעי הטבע  
מחלקה: מדעי המחשב  
שם הקורס: אלגוריתמים 2  
קוד הקורס: 2-7027110-2 קבוצה 4  
**בחינה לדוגמה**

משך הבחינה: 3 שעות  
שם המרצה: אראל סגל-הלוי

בבחינה ארבע שאלות. יש לענות על כולן. אסור להשתמש בכל חומר עזר.  
השאלון יתפרסם במודל לאחר הבחינה.  
יש לכתוב תשובות מלאות ומפורטות, כולל דוגמאות לפי הצורך. ניקוד מלא יינתן לתשובה מלאה.

## שאלה 1 [20 נק'] . מכרז מסובסד

אתם קבלני-בניין ובוזה הרגע סיימתם לבנות דירה. אתם מעוניינים למכור אותה באופן שיעשה אתכם עשירים במידת האפשר.

יש הרבה קונים פוטנציאליים, וכל קונה מייחס לדירה ערך שונה. מסקר-שוק שביצעתם, התברר שהתפלגות הערכים באוכלוסיה היא התפלגות אחידה בין 0 ל-1000 [באלפי ש"ח].

קונים צעירים במיוחד או מבוגרים במיוחד מזכים את הקבלן בהשתתפות ממשרד השיכון באופן הבא:

- קבלן המוכר דירה לקונה בן 20 ומטה - מקבל ממשרד השיכון 100 אלף ש"ח.
- קבלן המוכר דירה לקונה בן 60 ומעלה - מקבל ממשרד השיכון 150 אלף ש"ח.

תארו מנגנון אמיתי שימקסם את תוחלת הרווח שלכם. כיתבו את המנגנון בשפת-תיכנות לבחירתכם או בפסאודו-קוד. הניחו שקיימת המחלקה הבאה המייצגת קונה פוטנציאלי; ניתן להוסיף לה שיטות לפי הצורך.

```
class Buyer {  
    int age();      // גיל בשנים  
    int value();    // ערך באלפי ש"ח  
};
```

כותרת הפונקציה המבצעת את המנגנון:

```
void sellHouse(Buyer[] buyers) { ... }
```

## שאלה 2 [30 נק']. תיכנון מחדש של שיבוץ מתנדבות לשירות לאומי

בעקבות תלונות על תהליך השיבוץ בין מתנדבות שירות-לאומי לבין מקומות-שירות, קיבלתם מכתב מרשות השירות הלאומי המבקש מכם לתכנן מערכת שיבוץ חדשה. המערכת אמורה לקבל קלט מהמתנדבות וממקומות-השירות, ולהחזיר כפלט את השיבוץ. הדרישות מהמערכת:

1. המערכת יכולה לשבץ כמה מתנדבות לכל מקום-שירות, בהתאם למספר התקנים במקום-השירות (מספר התקנים הוא בין 1 ל-100).
  2. הפלט אמור להתקבל במהירות - דקות ספורות לאחר שכל המתנדבות ומקומות-השירות סיימו להקליד את הקלט.
  3. לאחר שהתקבל שיבוץ - אף מתנדבת לא יכולה לשפר את מצבה על-ידי פניה טלפונית למקום-שירות שהיא מעדיפה על-פני זה ששובצה אליו, כי אף מקום-שירות כזה לא ירצה אותה. ולהיפך: אף מקום-שירות לא יכול לשפר את מצבו על-ידי פניה טלפונית למתנדבת שהוא מעדיף על-פני אלה ששובצו אליו, כי אף מתנדבת כזאת לא תרצה אותו.
  4. בשלב הקלט, אף מתנדבת לא יכולה לשפר את מצבה על-ידי הכנסת קלט לא אמיתי.
- תארו את המערכת בפירוט. יש להסביר את המערכת בעברית באופן שראש הרשות לשירות לאומי יוכל להבין. אין להשתמש בביטויים כמו "כפי שלמדנו בכיתה" כיוון שראש הרשות לא היה בכיתה...
- א [5 נק']. מהו הקלט למערכת? מה הם מסכי-הקלט הדרושים, מי צריך להשתמש בכל מסך ומה בדיוק להקליד שם? תנו דוגמה לכל מסך.
- ב [5 נק']. לאחר שכל המשתתפים סיימו להקליד את הקלט, איך בדיוק מתבצע האלגוריתם? יש לכתוב אלגוריתם ברור בעברית.
- ג [5 נק']. הדגימו את פעולת האלגוריתם והפלט שלו על הקלט של סעיף א.
- ד [5 נק']. הוכיחו שהאלגוריתם מקיים את תכונה 2 ע"י חישוב סיבוכיות זמן הריצה שלו.
- ה [5 נק']. הוכיחו שהאלגוריתם מקיים את תכונה 3.
- ו [5 נק']. הוכיחו שהאלגוריתם מחזיר תמיד תוצאה יעילה-פארטו.

### שאלה 3 [20 נק'] סלילת רשת-כבישים

במדינה מסויימת יש  $n$  ערים. הממשלה רוצה לחבר בין כל הערים ע"י  $n-1$  כבישים.

לכל זוג ערים  $i, j$ , יש קבלן שיכול לסלול את הכביש בין עיר  $i$  לעיר  $j$ . כל הקבלנים שונים (כלומר מספר הקבלנים הוא  $n(n-1)/2$ ). העלות של קבלן  $i, j$  לסלילת הכביש היא  $c[i, j]$  והיא ידועה רק לקבלן.

הממשלה מעוניינת לסלול  $n-1$  כבישים, כך שהעלות הכוללת של סלילת הרשת (סכום העלויות של  $n-1$  הקבלנים הנבחרים) היא קטנה ביותר.

א [10 נק']. תארו מנגנון אמיתי המאפשר לממשלה למצוא את הרשת בעלת העלות הקטנה ביותר.

ב [10 נק']. הדגימו בפירוט את פעולת המנגנון עבור  $n=3$  ערים.

#### שאלה 4 [30 נק']. חלוקה הוגנת של חשמל

בכפר קטן באפריקה יש  $n$  תושבים. צריכת החשמל של כל תושב בכל רגע היא 1 קילוואט. תחנת הכוח של הכפר מספקת רק  $n-1$  קילוואט. לתושבי הכפר יש צרכים שונים והעדפות שונות לגבי החשמל, למשל: לחלק מהתושבים חשוב מאד שיהיה חשמל בלילה כי זה בדיוק הזמן שהם יושבים וכותבים שירים לאור המנורה; לתושבים אחרים חשוב חשמל דווקא בצהריים כי אז הם עושים כביסה; וכו'. עיזרו לחברת החשמל המקומית להחליט איך לחלק את החשמל בצורה הוגנת בין התושבים! ההעדפות של כל תושב מיוצגות ע"י המחלקה הבאה:

```
class Person {
    double importance(float fromTime, float toTime);
    // INPUT: a time-interval, given in hours since midnight.
    // fromTime and toTime are floats between 0 and 24. E.g,
    // (fromTime=11,toTime=14) represents the time-interval between 11:00 AM
    // and 14:00 PM.
    // OUTPUT: a positive number that says how important it is for
    // the person to receive electricity in this time-interval.
    float cut(float fromTime, float toTime, float fraction);
    // INPUT: a time-interval, as above, and a fraction in [0,1].
    // OUTPUT: a number between fromTime and toTime, that cuts the
    // interval according to the given fraction, i.e,
    // importance(fromTime,half)=fraction * importance(fromTime,toTime).
}
```

תוכנית לחלוקת חשמל בין אנשים מיוצגת ע"י אוסף של עצמים מהמחלקה הבאה - המייצגת אינטרוול זמן ואת האינדקסים של האנשים המחוברים לחשמל באותו זמן:

```
struct TimeInterval {
    float fromTime, float toTime;
    set<int> peopleWithElectricity
}
```

א [10 נק']. כיתבו הגדרה לחלוקה פרופורציונלית של חשמל בין התושבים. הסבירו מדוע ההגדרה שלכם הגיונית. כיתבו בשפה לבחירתכם, או בפסאודו-קוד, פונקציה המקבלת חלוקה (וקטור של אינטרוולים) ומחזירה "אמת" אם החלוקה היא פרופורציונלית.

```
bool isProportional(Person[] village, TimeInterval[] division);
```

ניתן להניח שיש לכם ב"חינם" פונקציות בסיסיות על מערכים, כגון: חיפוש.

ב [10 נק']. כיתבו בשפה לבחירתכם, או בפסאודו-קוד, פונקציה המקבלת אוסף של אנשים ומחזירה חלוקה פרופורציונלית:

```
TimeInterval[] getProportionalDivision(Person[] village)
```

ג [10 נק']. הדגימו את פעולת הפונקציה מהסעיף הקודם על כפר ובו 5 תושבים.