



פקולטה: מדעי הטבע
מחלקה: מדעי המחשב
שם הקורס: אלגוריתמים 2
קוד הקורס: 2-7027110 קבוצה 4
מועד א
משך הבחינה: 3 שעות
שם המרצה: אראל סגל-הלוי

בבחינה ארבע שאלות. מותר לענות על כל השאלות. בכל שאלה אפשר לצבור עד 30 נקודות.

מי שיצבור 100 נקודות ומעלה, ציונו במבחן יהיה 100.

יש לענות במחברת הבחינה. אין צורך להעתיק את השאלון למחברת - השאלון יתפרסם במודל לאחר הבחינה.

דף-נוסחאות מצורף לשאלון הבחינה. אסור להשתמש בכל חומר עזר אחר מלבד זכוכית מגדלת.

בהצלחה!!

שאלה 1 [30 נק'] עיצוב דף פירסום

בדף-אינטרנט מסויים יש מקום לפירסומות. אפשר לשים בו פירסומת אחת ארוכה:

או שתי פירסומות קצרות:

ישנם מספר מפרסמים המתחרים על מקום בדף. ההעדפות של כל מפרסם מיוצגות ע"י המחלקה:

```
class Advertiser {  
    float longvalue;  
    // כמה המפרסם מרויח (בשקלים) אם פרסומת ארוכה שלו מופיעה בדף  
    float shortvalue;  
    // כמה המפרסם מרויח (בשקלים) אם פרסומת קצרה שלו מופיעה בדף  
};
```

מפרסם שאינו מופיע בדף מרויח 0 שקלים. מנהלי האתר רוצים שהמפרסמים יהיו מרוצים - המטרה שלהם היא למקסם את סכום רווחי המפרסמים. עיזרו למנהלי האתר להחליט איזה פירסומות לשים באתר!

א [10 נק'] כיתבו אלגוריתם, בעברית או בפסאודו-קוד, המקבל כקלט את רשימת המפרסמים, ומחזיר כפלט:

- כמה פירסומות יהיו בעמוד (אחת או שתיים);
- איזה מפרסם/מפרסמים יופיעו בעמוד.

ב [10 נק'] כיתבו מנגנון הממקסם את סכום רווחי המפרסמים, וגם מעודד כל מפרסם לחשוף את הערכים longvalue, shortvalue האמיתיים שלו. המנגנון מקבל כקלט את רשימת המפרסמים, ומחזיר כפלט: כמה פירסומות יהיו בעמוד, איזה מפרסם/מפרסמים יופיעו בעמוד, ואיזה מחיר ישלם/ישלמו המפרסם/מפרסמים למנהל האתר (בשקלים). אין להשתמש במילים "כפי שראינו בכיתה" אלא לפרט את אופן החישוב.
הערה: אם מפרסם מסויים מופיע בדף ומשלם מחיר, התועלת שלו היא הרווח מהפירסום פחות המחיר.

ג [10 נק'] הדגימו בפירוט את פעולת המנגנון שכתבתם על הקלט הבא, ובו ארבעה מפרסמים:

```
ad[0].longvalue=10;  ad[0].shortvalue=8;  
ad[1].longvalue=9;   ad[1].shortvalue=1;  
ad[2].longvalue=8;   ad[2].shortvalue=4;  
ad[3].longvalue=7;   ad[3].shortvalue=3;
```

שאלה 2 [30 נק']. חלוקה של תכשיטים ללא קנאה

הצורף הידוע הנס שטרן (מייסד חברת התכשיטים H.Stern) נפטר בשיבה טובה והוריש את אוסף אבני-החן שלו לארבעת ילדיו רוברטו, ריקרדו, רונלדו ורפאל. לכל אחד מהילדים ישנן העדפות שונות לגבי אבני-החן: חלק אוהבים יותר יהלומים, חלקם אוהבים יותר טופזים, וכו'... התבקשתם לעזור להם בחלוקת הירושה.

א [10 נק']. תארו אלגוריתם לחלוקת הירושה בין ארבעת הילדים, עם התכונות הבאות:

- אף ילד לא יקנא בילדים האחרים;
- מותר לחתוך לכל היותר שלוש אבני-חן - כל שאר האבנים חייבות להישאר שלמות. מותר להשתמש באלגוריתמים שנלמדו בכיתה, אך יש להוכיח שהם אכן פותרים את הבעיה.

ב [10 נק']. תנו דוגמה שבה האלגוריתם מסעיף א יחתוך בדיוק שלוש אבני חן. אין צורך לכתוב את פרטי הרצת האלגוריתם אלא רק להראות את הקלט ואת הפלט.

ג [10 נק']. תנו דוגמה שבה האלגוריתם מסעיף א לא יחתוך אף אבני חן. אין צורך לכתוב את פרטי הרצת האלגוריתם אלא רק להראות את הקלט ואת הפלט.

שאלה 3 [30 נק'] . סידור שותפויות להגשת מטלות

בקורס מסויים, מותר להגיש מטלות בזוגות בלבד. סטודנט בלי שותף מקבל אוטומטית 0 על המטלות. המדיניות נאכפת בקשיחות: גם כשמספר הסטודנטים בקורס הוא איזוגי, אין אישור להגיש ביחידים או בשלשות. עליכם לעזור לסטודנטים להסתדר בזוגות.

א [10 נק']. בסעיף זה, לכל סטודנט יש קבוצה של סטודנטים שהוא מוכן לעבוד איתם:

```
class Student {
    set<Student> acceptable;
};
```

עם הסטודנטים שאינם בקבוצה זו, הסטודנט בשום אופן לא מוכן לעבוד - גם אם יקבל 0. תארו אלגוריתם, בעברית או בפסאודו-קוד, המוצא סידור **יעיל-פארטו** של סטודנטים לזוגות. מותר להשתמש באלגוריתמים שנלמדו בכיתה, אולם יש להוכיח שהם אכן פותרים את הבעיה.

ב [10 נק']. הדגימו בפירוט את פעולת האלגוריתם שכתבתם בסעיף א על הקלט הבא ובו שמונה סטודנטים:

```
students[0].acceptable={1,2,3,6};   students[1].acceptable={0,2,3,5};
students[2].acceptable={0,3};       students[3].acceptable={2,1,4,5};
students[4].acceptable={0,1,2,3};   students[5].acceptable={1,3,6,7};
students[6].acceptable={5,7};       students[7].acceptable={5,6};
```

ג [10 נק']. **שימו לב - סעיף זה שונה ובלתי תלוי בשני הסעיפים הקודמים.**

בסעיף זה, כל סטודנט מוכן לעבוד עם כל הסטודנטים האחרים, אבל יש לו **דירוג** - עם מי הוא רוצה לעבוד בעדיפות ראשונה, עם מי בעדיפות שניה, וכו'.

```
class Student {
    list<Student> rank;
};
```

הוכיחו **שלא קיים** אלגוריתם המוצא שידוך **יציב** של סטודנטים לזוגות. היעזרו בדוגמה הבאה המתארת קורס עם ארבעה סטודנטים - 0, 1, 2, 3:

```
students[0].rank = {1,2,3};
// כלומר: סטודנט 0 הכי רוצה לעבוד עם סטודנט 1, בעדיפות שניה עם 2, ובעדיפות
// שלישית עם 3.

students[1].rank = {2,3,0};
students[2].rank = {3,0,1};
students[3].rank = {0,1,2};
```

שאלה 4 [30 נק']. בדיקת תקינות עסקאות בשרשרת בלוקים

המטבע SimpleCoin הוא מטבע חדש (דמיוני), הדומה לביטקוין אבל הרבה יותר פשוט:

- בכל בלוק בשרשרת יש רק עיסקה אחת;
- הסכום של כל עיסקה הוא מטבע אחד בדיוק;
- לכל עיסקה יש רק נִמְעָן אחד (לא מפצלים מטבע לכמה נמענים שונים).

ישנם שני סוגי בלוקים: בלוק שבו נוצר מטבע חדש (למשל כשכר לכֹּרֶה), ובלוק שבו מועבר מטבע שנוצר קודם. כל בלוק בשרשרת מיוצג ע"י המחלקה הבאה:

```
class Block {
    Block previous;

    // קישור לבלוק הקודם בשרשרת. אם הבלוק הנוכחי הוא הראשון
    // בשרשרת (נוצר הכי מוקדם), אז השדה מכיל בלוק ריק - null.
    Block input;

    // הבלוק הכולל את הקלט לעיסקה זו - העיסקה שבה נוצר
    // או נמסר המטבע שמשלמים בעיסקה זו. אם אין קלט כי המטבע
    // נוצר בעיסקה הנוכחית, אז שדה זה מכיל בלוק ריק - null
    Key receiver; // המפתח הציבורי שאליו מועבר המטבע בעיסקה זו
};
```

עיסקה חדשה מיוצגת ע"י המחלקה הבאה:

```
class Transaction {
    Block input; // ראו הסבר למעלה
    Key receiver; // ראו הסבר למעלה
    Signature signature; // חתימה דיגיטלית של שולח העיסקה
};
```

חתימה דיגיטלית מיוצגת ע"י המחלקה הבאה:

```
class Signature {
    bool is_valid(Key signer); // מקבלת כקלט את המפתח הציבורי של החותם
    // מחזירה "אמת" אם ה"חתימה" תקינה.
};
```

בנוסף, נתון המשתנה הגלובאלי latest המייצג את הבלוק האחרון בשרשרת (זה שנוצר הכי מאוחר).

א [20 נק']. כיתבו פונקציה הבודקת האם עיסקה נתונה היא חוקית או לא:

```
void check(Transaction tx);
```

ניתן להניח שזו עיסקה של העברת מטבע ולא של יצירת מטבע חדש - כלומר tx.input != null. הפונקציה יכולה להסתיים באחת משלוש דרכים:

- להדפיס "The transaction is valid";
- לזרוק חריגה על "הוצאה כפולה" - DoubleSpendException;
- לזרוק חריגה על "חתימה לא חוקית" - IllegalSignatureException;

ב [10 נק']. ציירו שרשרת בת 4 בלוקים לפחות, והדגימו עליה את פעולת הפונקציה מהסעיף הקודם. תנו שתי דוגמאות עם תוצאות שונות.