

מטלה - החלפות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

שאלה 1: החלפת בתים

א. בבעיית החלפת-בתים עם n אנשים, אלגוריתם "מעגלי המסחר" מאתחל גרף עם $2n$ צמתים. כיתבו אלגוריתם המשתמש בגרף עם n צמתים בלבד.

ב. הוכיחו את המשפט: אם כל יחסי ההעדפה הם חזקים (אין אדישות), אז אלגוריתם החלפת הבתים תמיד מחזיר שיבוץ יעיל פארטו.

שאלה 2: החלפת מעונות סטודנטים

בעיית החלפת-מעונות-סטודנטים היא שילוב של בעיית שיבוץ-סטודנטים-למעונות עם בעיית החלפת-בתים: יש n סטודנטים שכבר גרים ב- n חדרים. אבל יש גם m סטודנטים חדשים שאין להם חדרים, ו- m חדרים פנויים שהדיירים שלהם עזבו לאחר שסיימו את התואר. הציעו אלגוריתם המשבץ את $m+n$ הסטודנטים ל- $m+n$ החדרים, עם שלוש התכונות: אמיתיות, יעילות-פארטו, ורציונליות ליחידים. הוכיחו שהאלגוריתם שלכם מקיים את שלוש התכונות.

שאלה 3: אלגוריתם מעגלי המסחר

א. מיצאו שימוש נוסף לאלגוריתם מעגלי המסחר, שעדיין לא פועל במציאות.

ב. כיתבו תוכנית מפורטת להקמת סטרט-אפ ו/או אתר אינטרנט ליישום הרעיון.

שאלה 4: קשתות מזויפות

בבעיית מציאת שידוך-כליות-גדול-ביותר, הנחנו שזוגות יכולים רק להסתיר קשתות. נניח עכשיו שזוגות יכולים גם להוסיף קשתות מזויפות - למשל לזייף תוצאות של בדיקות רפואיות המראות שיש התאמה בינם לבין זוג אחר.

א. הגדירו במדויק את המשמעות של "מנגנון אמיתי" עבור זוגות במצב זה.

ב. הוכיחו או הפריכו: מנגנון שידוך-גדול-ביותר-עם-עדיפויות הוא אמיתי עבור הזוגות.

שאלה 5: החלפת כליות לפי סוג דם

סוג-דם תורם	סוג-דם חולה		בשאלה זו נניח שהתאמה בין תורם לנתרם תלויה רק בסוג הדם. נתון מאגר-נתונים ובו שלושה זוגות עם סוגי-דם לפי הטבלה בצד שמאל. א. ציירו את הגרף המכוון המתאר את ההתאמות בגרף.
0	AB	זוג ראשון	
A	0	זוג שני	
AB	A	זוג שלישי	

ב. כמה ואיזה חולים אפשר להציל בלי החלפת כליות בכלל?

ג. כמה ואיזה חולים אפשר להציל בעזרת האלגוריתם למציאת שידוך גדול ביותר (שנלמד בכיתה)?

ד. כמה ואיזה חולים אפשר להציל בעזרת אלגוריתם למציאת שלשות רבות ביותר (שלא נלמד בכיתה)?

שאלה 6: תורם חסיד ("שלי שלך ושלך שלך")

הזוג הזה	יכול לתרום לזוגות האלה
1	2,3,4
2	5
3	6
4	-
5	-
6	7
7	-

בשאלה זו נניח שהתאמה בין תורם לנתרם תלויה בגורמים כלשהם ולא דווקא בסוג הדם. נתון מאגר-נתונים עם שבעה זוגות וטבלת-ההתאמה בצד שמאל.

א. כמה חולים אפשר להציל בעזרת אלגוריתם למציאת מעגלים באורך 3?

ב. יום אחד מגיע למאגר תורם חסיד (אלטרואיסט) המוכן לתרום כליה בהתנדבות. מה המספר הגדול ביותר של חולים שאפשר להציל בעזרת תרומה זו? מי יתרום למי ובאיזה סדר?

ג. מדוע תרומה ע"י תורם חסיד מאפשרת להציל בבת-אחת הרבה יותר אנשים מאשר החלפה?

ד. נניח שהחסיד הנ"ל בארץ כלשהי שבה עדיין אין מאגר החלפת כליות. הוא מתייעץ אתכם בשאלה הבאה: "האם לתרום עכשיו לחולה יחיד, או לחכות שיקימו מאגר החלפת כליות ואז התרומה שלי תציל חולים רבים יותר?" מה תיעצו לו?

שאלה 7: החלפת ריאות

א. קראו בקישור למטה על השתלת ריאות:

https://hospitals.clalit.co.il/rabin/he/departments-and-clinics/pulmonary/Pages/pulmonary_transplant.aspx

מה ההבדל העקרוני בין השתלת ריאות לבין השתלת כליות? איך ישפיע ההבדל הזה על תכנון מאגר-נתונים להחלפת ריאות?

ב. ציירו גרף המתאר החלפת ריאות אופטימלית.

מאמרים להרחבה ולמטלת-רשות

1. C Hajaj, JP Dickerson, A Hassidim, T Sandholm (2015): "[Strategy-Proof and Efficient Kidney Exchange Using a Credit Mechanism](#)"
2. I Ashlagi, F Fischer, IA Kash, AD Procaccia (2015): "[Mix and match: A strategyproof mechanism for multi-hospital kidney exchange](#)".
3. DJ Abraham, A Blum, T Sandholm (2007): "[Clearing algorithms for barter exchange markets: Enabling nationwide kidney exchanges](#)".
4. MU Ünver (2010): "[Dynamic kidney exchange](#)"
5. JP Dickerson, AD Procaccia, T Sandholm (2013): "[Failure-aware kidney exchange](#)"
6. JP Dickerson, AD Procaccia, T Sandholm (2014): "[Price of fairness in kidney exchange](#)"
7. I Ashlagi, AE Roth (2012): "[New challenges in multihospital kidney exchange](#)"