

מטלה - החלפת בתים וכליות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

שאלה 1: החלפת בתים - יעילות

- א. הוכיחו את המשפט: אם כל יחסי ההעדפה הם חזקים (אין אדישות), אז אלגוריתם החלפת הבתים תמיד מחזיר שיבוץ יעיל פארטו.
- ב. הראו דוגמה שבה המשפט של סעיף א לא נכון, כאשר יחסי ההעדפה הם לא חזקים (כלומר יש אדם שהוא אדיש בין שני בתים).

שאלה 2: החלפת בתים - תיכנות

כיתבו פונקציה, בשפת-תיכנות לבחירתכם או בפסאודו-קוד, המוצאת מעגל בגרף החלפת בתים. כותרת הפונקציה:

```
vector<int> find_trading_cycle(vector<vector<int>> preferences);
```

הניחו שבתחילת הפונקציה, כל אדם i גר בבית i . הפרמטר `preferences` מתאר את ההעדפות של בעלי-הבתים. לכל i , הוקטור `preferences[i]` מתאר את סדר ההעדפות של אדם i . למשל, אם:

```
preferences[11] = {15, 13, 11, 7, 8, ...}
```

המשמעות היא, שאדם מספר 11 הכי רוצה את בית 15, אחריו את בית 13, אחריו את בית 11 (הבית הנוכחי שלו), וכו'.

הפונקציה מחזירה וקטור המתאר את המעגל, למשל אם מוחזר הוקטור:

```
{11, 15, 17, 11}
```

המשמעות היא, שאדם 11 מקבל את בית 15, אדם 15 מקבל את בית 17, ואדם 17 מקבל את בית 11.

שאלה 3: החלפת כליות - שני אלגוריתמים

סוג-דם תורם	סוג-דם חולה		בשאלה זו נניח שהתאמה בין תורם לנתרם תלויה רק בסוג הדם. נתון מאגר-נתונים ובו שלושה זוגות עם סוגי-דם לפי הטבלה בצד שמאל. א. ציירו את הגרף המכוון המתאר את ההתאמות בגרף.
0	AB	זוג ראשון	
A	0	זוג שני	
AB	A	זוג שלישי	

ב. כמה ואיזה חולים אפשר להציל בלי החלפת כליות בכלל?

ג. כמה ואיזה חולים אפשר להציל בעזרת האלגוריתם למציאת שידוך גדול ביותר (שנלמד בכיתה)?

ד. כמה ואיזה חולים אפשר להציל בעזרת אלגוריתם למציאת שלשות רבות ביותר (שלא נלמד בכיתה)?

שאלה 4: החלפת כליות בישראל

- א. באיזה מרכזים רפואיים בישראל אפשר להירשם להחלפת כליות?
- ב. מהו האורך המקסימלי של מעגל-החלפה בתוכנית הישראלית?
- ג. באיזו תדירות מריצים את האלגוריתם לחיפוש מעגלים?
- ד. האם האלגוריתם הממומש בישראל הוא רציונלי-ליחידים (individually-rational)? הוכיחו את טענתכם בעזרת שלוש טענות לפחות מתוך אתר משרד הבריאות.

שאלה 5: החלפת כליות - תיכנות

כיתבו פונקציה, בשפת-תיכנות לבחירתכם או בפסאודו-קוד, המקבלת מטריצת התאמה בין זוגות, ומוצאת מעגלים **באורך 2 או באורך 3**, כך שמספר המושתלים הכולל הוא הגבוה ביותר. הפונקציה לא חייבת להיות יעילה חישובית (כלומר, אפשר לכתוב פתרון brute force). כותרת הפונקציה:

```
void find_max_matches(matrix<bool> compatible);
```

המטריצה compatible מתארת התאמה בין תורם לחולה. למשל

```
compatible[11,22]==true
```

אומר שתורם מספר 11 יכול לתרום לחולה מספר 22;

```
compatible[22,11]==true
```

אומר שתורם מספר 22 יכול לתרום לחולה מספר 11 (שימו לב – המטריצה לא בהכרח סימטרית).

פלט לדוגמה:

Length 2 cycle: 11→22 and 22→11

Length 3 cycle: 44→55 and 55→99 and 99→44

מאמרים להרחבה ולמטלת-רשות

1. C Hajaj, JP Dickerson, A Hassidim, T Sandholm (2015): "[Strategy-Proof and Efficient Kidney Exchange Using a Credit Mechanism](#)"
2. I Ashlagi, F Fischer, IA Kash, AD Procaccia (2015): "[Mix and match: A strategyproof mechanism for multi-hospital kidney exchange](#)".
3. DJ Abraham, A Blum, T Sandholm (2007): "[Clearing algorithms for barter exchange markets: Enabling nationwide kidney exchanges](#)".
4. MU Ünver (2010): "[Dynamic kidney exchange](#)"
5. JP Dickerson, AD Procaccia, T Sandholm (2013): "[Failure-aware kidney exchange](#)"
6. JP Dickerson, AD Procaccia, T Sandholm (2014): "[Price of fairness in kidney exchange](#)"
7. I Ashlagi, AE Roth (2012): "[New challenges in multihospital kidney exchange](#)"
8. S Luo, P Tang (2015), "[Mechanism design and implementation for lung exchange](#)"
- 9.