

## מטלה - מכרזים: וק"ג, פירסום, מיירסון

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

### שאלה 1: שוק דו-צדדי

אחד השימושים של תורת המכרזים הוא ניהול אוטומטי של שוק דו-צדדי, כמו בבורסה. בבורסה יש הרבה קונים, הרבה מוכרים, והרבה חפצים (מניות). אבל כדי להבין מה קורה, אנחנו נתייחס לגירסה מוקטנת של השוק, שבה יש רק קונה אחד, מוכר אחד, וחפץ אחד.

מוכר אחד מגיע לשוק עם חפץ אחד. ערך החפץ בעיני המוכר הוא  $s$ .

קונה אחד מגיע לשוק, הוא רואה את החפץ וחושב שהוא שווה  $b$ .

אתם, מנהלי השוק, צריכים להחליט:

1. האם המוכר ייתן את החפץ לקונה, או יחזור עם החפץ הביתה?
2. כמה כסף ישלם הקונה?
3. כמה כסף יקבל המוכר?
4. כמה כסף יישאר לכם בכיס כ"דמי תיווך"?

א. הציעו מכרז אמיתי ויעיל-פארטו, המבוסס על VCG, לפתרון הבעיה. הסבירו בפירוט מה יעשה המכרז בכל אחד מהסעיפים 1-4.

ב. מה הבעיה במכרז שתיארתם בסעיף א?

### שאלה 2: בעיית תחנת המוניות עם נהגים אסטרטגיים

בתחנת מוניות עובדים שלושה נהגים. כל נהג נמצא עכשיו במקום אחר. התחנה מקבלת בו-זמנית שלוש פניות מנוסעים הנמצאים במקומות שונים. התחנה צריכה להחליט איזה נהג לשלוח לאיזה נוסע. הנתונים:

- המרחק בין נהג  $i$  לבין נוסע  $j$  הוא:  $d[i, j]$  (ק"מ).
- **התחנה לא יודעת איפה נמצא כל נהג, ולכן לא יודעת את  $d[i, j]$ .** הערך הזה ידוע רק לנהג  $i$ .
- מחיר של דלק לקילומטר הוא  $p$  (ש"ח).

א. תארו מכרז להתאמת נוסעים לנהגים, עם התכונות הבאות:

- אמיתי - לכל נהג  $i$  כדאי לדווח את המרחק האמיתי בינו לבין כל נוסע  $(d[i, j] \text{ לכל } j)$ .
- יעיל - המכרז מוצא את ההשמה הזולה ביותר של נהגים לנוסעים.

ב. הדגימו את פעולת המכרז: הסבירו מה מדווחים הנהגים, איזו השמה מחשב האלגוריתם, וכמה כל אחד משלם/מקבל.

### שאלה 3: הפיכת אלגוריתם למכרז

מיצאו אלגוריתם נוסף שאתם מכירים, שונה מהאלגוריתמים שנלמדו בכיתה, שאפשר להפוך אותו למכרז. תארו בפירוט את הקלט למכרז, את הערכים של המשתתפים, את כלל-הבחירה ואת כלל-התשלום.

## שאלה 4: תיכנות - כלל-התשלום של מיירסון

נתונה פונקציה המייצגת כלל-בחירה. כותרת הפונקציה בפסאודו-Java היא:

```
bool[] choices (double[] values);
```

הפונקציה מקבלת כקלט וקטור של מספרים המייצגים את הערכים של השחקנים (בשקלים). הפונקציה מחזירה כפלט וקטור בוליאני המחזיר, לגבי כל שחקן, האם הוא נבחר או לא.

כיתבו פונקציה המייצגת את כלל-התשלום המתאים, לפי משפט מיירסון. כותרת הפונקציה:

```
double[] payments (double[] values);
```

הפונקציה מקבלת כקלט את וקטור הערכים (כמו הפונקציה הקודמת), ומחזירה את וקטור התשלומים, בשקלים, ברמת-דיוק של אגורה אחת (0.01 ש"ח).

הערות:

- אם הפונקציה מגלה שכלל-הבחירה אינו מונוטוני - היא צריכה לזרוק חריגה.
- לא חייבים לכתוב בשפת Java תקנית - אפשר לכתוב בשפה אחרת או פסאודו-קוד, העיקר שיהיה ברור מה עשיתם.

## שאלה 5: תיכנות - מכרז מיירסון לבעיית התרמיל

נתון מערך גלובלי:

```
double[] weights;
```

שבו האיבר ה- $i$  מייצג את המשקל של השחקן ה- $i$ .

א. בחרו אחד מאלגוריתמי-הקירוב שלמדנו (א, ב, או א+ב), וכיתבו את פונקציית-הבחירה המתאימה לו:

```
bool[] choices (double[] values);
```

ב. בחרו אחד מאלגוריתמי-הקירוב שלמדנו (א, ב, או א+ב), וכיתבו את פונקציית-התשלום המתאימה לו:

```
double[] payments (double[] values);
```

כאן (בניגוד לשאלה הקודמת) חישוב התשלומים צריך להיות מדויק, ע"י נוסחה מפורשת.

## מאמרים להרחבה ולמטלת רשות

1. N Nisan, A Ronen (2001): "[Algorithmic mechanism design](#)"
2. D. Mishra et al (2014): "[Multidimensional mechanism design in single peaked type spaces](#)"
3. Tim Roughgarden and Inbal Talgam-Cohen (2019): "[Approximately optimal mechanism design](#)"
4. Chakrabarty and Swamy (2014): "[Welfare maximization and truthfulness in mechanism design with ordinal preferences](#)"