

## מטלה - מיקסום רווח במכרזים

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם.

### שאלה 1: מכרז הפוך

במכרז הפוך, יש כמה חברות שמוכנות לייצר חפץ מסויים. אנחנו רוצים לקנות את החפץ מאחת החברות, ולשלם עליו כמה שפחות. נניח שעלות-הייצור של כל חברה מתפלגת לפי פונקציה  $F$  (התפלגות זהה עבור כל החברות). תארו מנגנון אמיתי למכירת החפץ בעלות קטנה ככל האפשר.

**שימו לב:** כדי שהשאלה תהיה הגיונית, צריך להוסיף לה נתון מסויים. מהו?

### שאלה 2: מיקסום רווח עם ברירת-מחדל

מצאתם ברחוב ציור עתיק. בחנות יד שניה הציעו לכם עבורו  $X$  ש"ח. אתם רוצים להשיג סכום גבוה יותר ע"י מכירה לאספן עתיקות ידוע, שהערך שלו לציור מתפלג לפי פונקציה  $F$ .

תארו מנגנון אמיתי הממקסם את הרווח שלכם ממכירת הציור. שימו לב - המנגנון תלוי ב- $F$  וגם ב- $X$ .

### שאלה 3: ערך וירטואלי בהתפלגות אחידה

נניח שהערך של קונה מסויים מתפלג אחיד בין  $a$  ל- $b$  (שני פרמטרים חיוביים).

א. כיתבו ביטוי לפונקציית הערך הוירטואלי של הקונה,  $r(v)$ , כפונקציה של  $a, b$ .

ב. כיתבו ביטוי למחיר האופטימלי למכירת חפץ כלשהו לקונה זה,  $r^{-1}(0)$ .

ג. כיתבו ביטוי לתוחלת הרווח של המוכר כאשר הוא משתמש במחיר האופטימלי.

### שאלה 4: תיכנות - התפלגות אמפירית וערך וירטואלי

כפי שלמדנו בכיתה, מכרז מיירסון למיקסום רווח משתמש בפונקציית הערך הוירטואלי, והיא משתמשת בפונקציית התפלגות ההסתברות:

$$F(x) = \text{Prob}[v < x]$$

$$r(x) = x - [1 - F(x)] / F'(x)$$

ברוב המקרים, הפונקציה  $F$  אינה ידועה, ואנחנו צריכים לחשב אותה בקירוב מתוך נתונים סטטיסטיים.

כיתבו מחלקה לחישוב פונקציה זו. במחלקה יהיו לפחות שלוש שיטות:

- איתחול (בנאי) - מקבל וקטור של ערכים (שנאספו בסקרי-שוק).
- $F$  - מקבלת ערך  $x$ , ומחזירה את ההסתברות האמפירית שהערך יהיה קטן מ- $x$ . שימו לב - הפונקציה  $F$  תמיד מחזירה ערך בין 0 ל-1.
- $r$  - מקבלת ערך  $x$ , ומחזירה את הערך הוירטואלי המתאים, לפי הנוסחה:

הוסיפו שיטות נוספות לפי הצורך.

```
class Distribution {  
    Distribution(int[] values);  
    double F(int x);  
    double r(int x);  
}
```