



Основы электротехники

Домашнее задание №3

**Расчет цепей синусоидального тока методом
комплексных амплитуд**

Группа *P3333*

Вариант *62*

Выполнил: *Рахматов Нейматджон*

Дата сдачи: *27.12.2024*

Контрольный срок сдачи: *04.12.2024*

Количество баллов:

СПб – 2024

ЗАДАНИЕ 3

Расчет цепей синусоидального тока методом комплексных амплитуд

Анализу подлежит электрическая цепь, варианты схем которой формально изображены на трех рисунках 3.1-3.3.

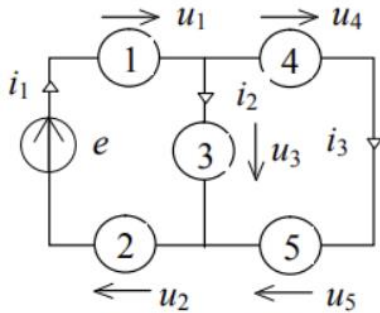


Рисунок 3.1

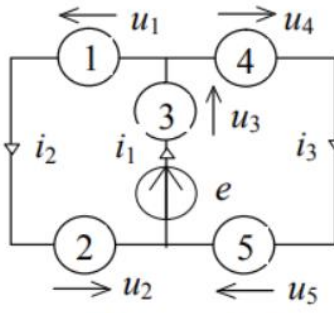


Рисунок 3.2

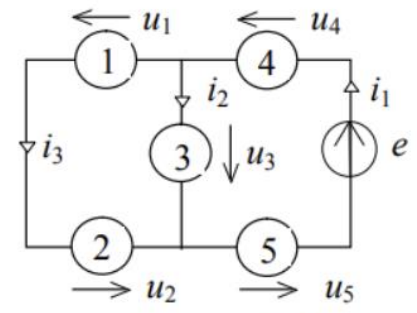


Рисунок 3.3

Перед расчетом необходимо составить схему предложенного преподавателем варианта (параметры элементов указаны в таблице 3).

Выполнение

вариант 62

Исходные данные приведены в табл.3.

Таблица 3 – Исходные данные для схемы 1 на рис.3.1

Вариант	Схема	Элементы ветвей R [Ом], L [мГн], C [мкФ]	Заданная величина i [А]; e, u [В]
62	3.2	$C_1 = 1000, R_2 = 5, L_3 = 60, R_4 = 5$	$e = 26\sin(100t)$

Дано: $C_1 = 1000$ мкФ, $R_2 = 5$ Ом, $L_3 = 60$, $R_4 = 5$ Ом мГн, $e(t) = 26\sin(100t)$ В.

Найти: методом комплексных амплитуд мгновенные значения ЭДС источника, токов в ветвях и напряжений на элементах. Построить векторные диаграммы для любого контура и любого узла. Осуществить проверку, составив баланс мощностей.

В соответствии с рис. 3.2 и исходными данными табл. 3 заданная схема цепи приведена на рис. 3.4.

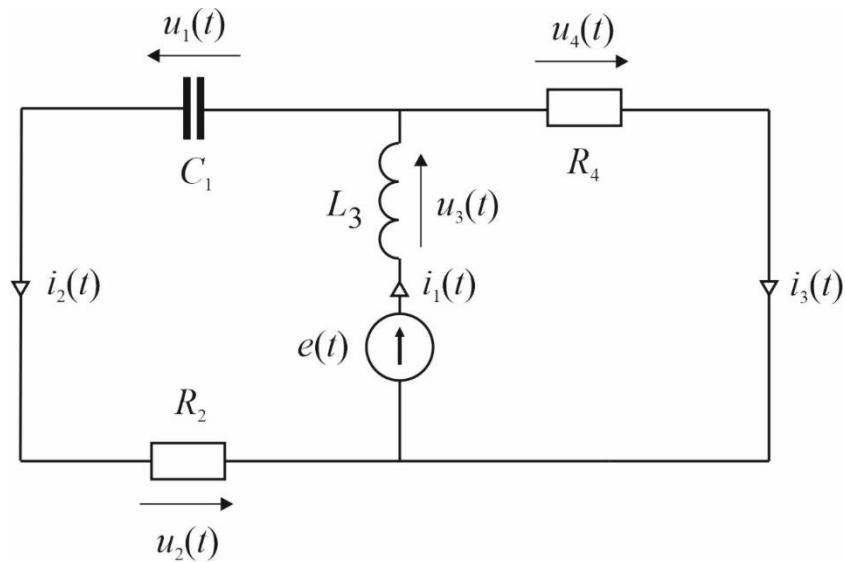


Рисунок 3.4 – Схема цепи

Решение

Схема замещения для цепи на рис. 3.4 показана на рис 3.5.

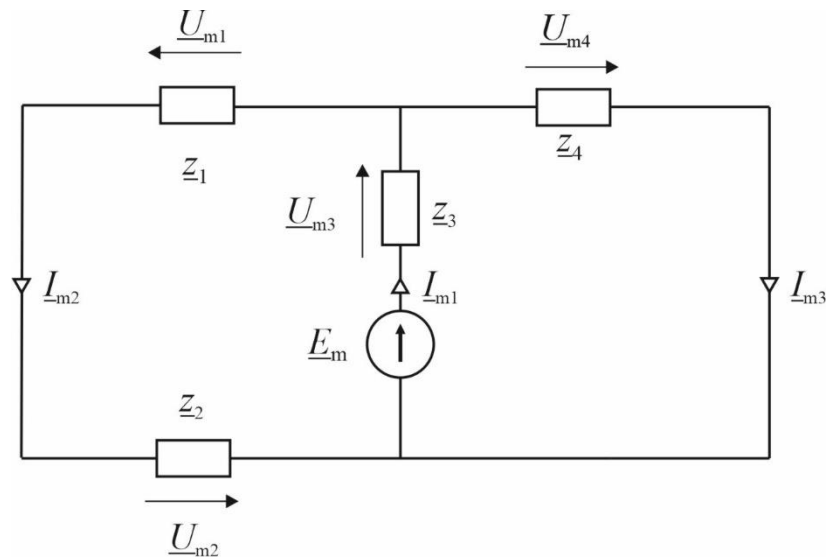


Рисунок 3.5 – Комплексная схема замещения

Для схемы замещения перепишем исходные данные в комплексной форме.

$$\underline{E}_m = 26e^{0^\circ j} = 26 \text{ [В]},$$

$$\underline{Z}_1 = -X_C j = -\frac{1j}{\omega C_1} = -\frac{1j}{100 \cdot 1000 \cdot 10^{-6}} = -10j = 10e^{-90^\circ j} \text{ [Ом]},$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 = 5 \text{ [Ом]},$$

$$\underline{Z}_3 = X_L j = \omega L_3 j = 100 \cdot 60 \cdot 10^{-3} j = 6j = 6e^{90^\circ j} \text{ [Ом]},$$

$$\underline{Z}_4 = R_4 = 5 \text{ [Ом]}.$$

Определим комплексные амплитуды искомых напряжений и токов, используя законы Ома, Кирхгофа и методы расчета цепей постоянного тока в комплексной форме.

$$\text{ЗКП для внешнего контура: } \underline{I}_{m2}(\underline{z}_1 + \underline{z}_2) - \underline{I}_{m3}\underline{z}_4 = 0,$$

$$\text{ЗКП для верхнего узла: } \underline{I}_{m1} - \underline{I}_{m2} - \underline{I}_{m3} = 0,$$

$$\text{ЗКП для правого контура: } \underline{I}_{m1}\underline{z}_3 + \underline{I}_{m3}\underline{z}_4 = E_m$$

Запишем систему линейных уравнений для токов $A \cdot I = E$:

$$\begin{pmatrix} 0 & \underline{z}_1 + \underline{z}_2 & -\underline{z}_4 \\ 1 & -1 & -1 \\ \underline{z}_3 & 0 & \underline{z}_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_{m1} \\ \underline{I}_{m2} \\ \underline{I}_{m3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_m \end{pmatrix}.$$

Подставим сюда численные значения из исходных данных и решим эту систему по формуле $I = A^{-1} \cdot E$:

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_{m1} \\ \underline{I}_{m2} \\ \underline{I}_{m3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \underline{z}_1 + \underline{z}_2 & -\underline{z}_4 \\ 1 & -1 & -1 \\ \underline{z}_3 & 0 & \underline{z}_4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_m \end{pmatrix}.$$

Здесь A – матрица проводимостей:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 - 10j & -5 \\ 1 & -1 & -1 \\ 6j & 0 & 5 \end{pmatrix} [1/\text{Ом}].$$

Решение для токов

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_{m1} \\ \underline{I}_{m2} \\ \underline{I}_{m3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,662 - 3,372j \\ 1,509 - 0,177j \\ 1,154 - 3,195j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,296e^{-51,7^\circ j} \\ 1,519e^{-6,7^\circ j} \\ 3,396e^{-70,1^\circ j} \end{pmatrix} [\text{A}].$$

Решение для напряжений:

$$\text{ЗО: } U_{m1} = \underline{I}_{m2}\underline{z}_1 = 1,519e^{-6,7^\circ j} \cdot 10e^{-90^\circ j} = 15,189e^{-96,7^\circ j} [\text{В}],$$

$$\text{ЗО: } U_{m2} = \underline{I}_{m2}\underline{z}_2 = 1,519e^{-6,7^\circ j} \cdot 5 = 7,595e^{-6,7^\circ j} [\text{В}],$$

$$\text{ЗО: } U_{m3} = \underline{I}_{m1}\underline{z}_3 = 4,296e^{-51,7^\circ j} \cdot 6e^{90^\circ j} \approx 25,777e^{38,3^\circ j} [\text{В}],$$

$$\text{ЗО: } U_{m4} = \underline{I}_{m3}\underline{z}_4 = 3,396e^{-70,1^\circ j} \cdot 5 = 16,982e^{-70,1^\circ j} [\text{В}].$$

Построим векторные диаграммы для верхнего узла и правого контура (см. рис. 3.6 и рис. 3.7).

$$\text{Уравнение для верхнего узла: } \underline{I}_{m1} = \underline{I}_{m2} + \underline{I}_{m3},$$

уравнение для правого контура: $\underline{E}_m = \underline{U}_{m3} + \underline{U}_{m4}$.

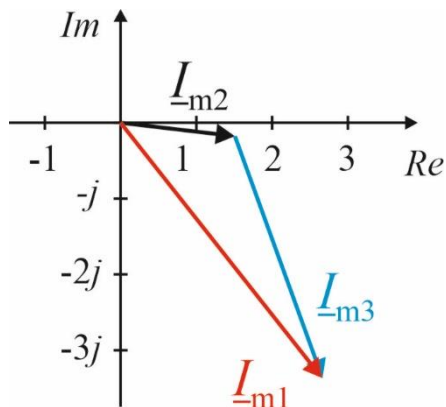


Рисунок 3.6 – Векторная диаграмма для тока

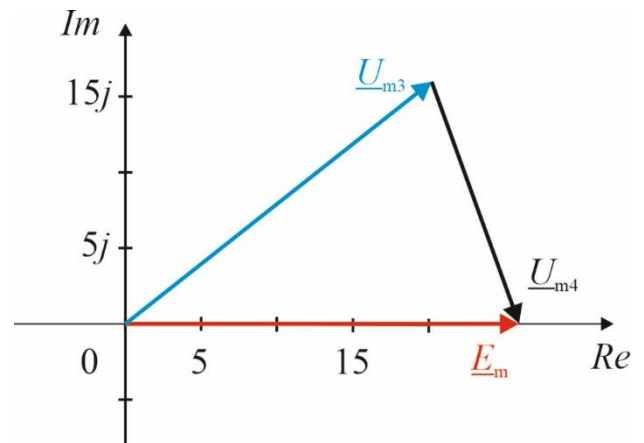


Рисунок 3.7 – Векторная диаграмма для напряжения

Из рисунков видно, что **векторные диаграммы сошлись**.

Составим баланс мощностей.

Полная комплексная мощность источников:

$$\underline{S}_и = \frac{\underline{E}_m \underline{I}_{m1}^*}{2} = 26 \cdot 4,296 e^{-51,7^\circ j} / 2 = 55,851 e^{51,7^\circ j} [\text{ВА}];$$

Полная комплексная мощность потребителей:

$$\begin{aligned} \underline{S}_п &= \frac{\underline{U}_{m1} \underline{I}_{m2}^*}{2} + \frac{\underline{U}_{m3} \underline{I}_{m1}^*}{2} + \frac{\underline{U}_{m2} \underline{I}_{m1}^*}{2} + \frac{\underline{U}_{m4} \underline{I}_{m3}^*}{2} = \\ &= \frac{15,189 e^{-96,7^\circ j} \cdot 1,519 e^{6,7^\circ j}}{2} + 25,777 e^{38,3^\circ j} \cdot \frac{4,296 e^{51,7^\circ j}}{2} + 7,595 e^{-6,7^\circ j} \cdot \\ &\quad \cdot \frac{4,296 e^{51,7^\circ j}}{2} + 16,982 e^{-70,1^\circ j} \cdot \frac{3,396 e^{70,1^\circ j}}{2} = 55,851 e^{51,7^\circ j} [\text{ВА}], \end{aligned}$$

Суммарная активная мощность:

$$P = \frac{R_2 I_{m2}^2 + R_4 I_{m3}^2}{2} = 5 \cdot \frac{1,519^2}{2} + 5 \cdot \frac{3,396^2}{2} = 34,608 [\text{ВА}];$$

Суммарная реактивная мощность:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{X_L I_{m1}^2}{2} - \frac{X_C I_{m2}^2}{2} = \frac{-j z_3 I_{m1}^2}{2} - \frac{j z_1 I_{m2}^2}{2} \\ &= -j \cdot (6j) \cdot 4,296^2 - j \cdot (-10j) \cdot 1,519^2 = 43,836 [\text{ВА}], \end{aligned}$$

$$\underline{S}_{\text{и}} = \underline{S}_{\text{л}} = P + jQ = 34,608 + 43,836j = 55,851e^{51,7^\circ j} \text{ [BA]},$$

Баланс мощностей сошелся.

Перейдем от комплексных амплитуд токов и напряжений к мгновенным значениям по формулам:

$$\underline{X}_m = X_m \cdot e^{j\psi} \Rightarrow x(t) = X_m \sin(\omega t + \psi),$$

Ответ: $i_1(t) = 4,296 \sin(100t - 51,7^\circ), \text{ [A]};$

$$i_2(t) = 1,519 \sin(100t - 6,7^\circ), \text{ [A]};$$

$$i_3(t) = 3,396 \sin(100t - 70,1^\circ), \text{ [A]};$$

$$u_1(t) = 15,189 \sin(100t - 96,7^\circ), \text{ [B]};$$

$$u_2(t) = 7,595 \sin(100t - 6,7^\circ), \text{ [B]};$$

$$u_3(t) = 25,777 \sin(100t + 38,3^\circ), \text{ [B]};$$

$$u_4(t) = 16,982 \sin(100t - 70,1^\circ), \text{ [B]};$$

$$e(t) = 26 \sin(100t), \text{ [B]};$$

$$\underline{S}_{\text{и}} = \underline{S}_{\text{л}} = P + jQ = 55,851e^{51,7^\circ j} \text{ [BA]};$$