



Основы электротехники

Домашнее задание №2

Расчет переходных процессов в цепях первого порядка

Группа *P3333*

Вариант *59*

Выполнил: *Рахматов Неъматджон*

Дата сдачи: *20.12.2024*

Контрольный срок сдачи: *04.12.2024*

Количество баллов:

СПб – 2024

# Расчет переходных процессов в цепях первого порядка

Выполнить анализ переходного процесса в цепи первого порядка.

Структура электрической цепи изображена на рисунке 2 в обобщённом виде.

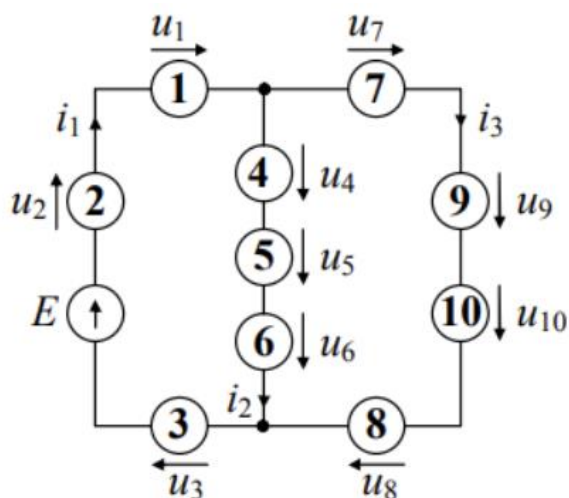


Рисунок 2 – Обобщенная схема цепи

Перед расчётом необходимо составить схему цепи, воспользовавшись информацией таблицы 2 в соответствии с заданным преподавателем вариантом. Ключ в цепи расположен последовательно или параллельно одному из элементов, и **до коммутации** (при  $t < 0$ ) он находится замкнутым (З) или разомкнутым (Р) состоянии.

## Выполнение задания вариант 59

Исходные данные приведены в табл.2.

Таблица 2 – Исходные данные для схемы на рис. 2

Вариант	Элементы $E[\text{В}], R[\text{Ом}], L[\text{Гн}], C[\text{Ф}]$	Искомые величины	Расположение ключа	Ключ при $t < 0$
59	$E = 190;$ $R_1 = R_5 = R_7 = R_9 = 180;$ $L_6 = 0,025$	$i_3(t), u_6(t)$	Параллельно $R_7$	Р

**Дано:**  $E = 190 \text{ В}; R_1 = R_4 = R_5 = R_7 = 1500 \text{ Ом}; L_9 = 0,9 \text{ Гн}.$

**Найти:** Классическим и операторным методами расчета определить искомые величины и построить их на интервале времени  $[-\tau, 4 \cdot \tau]$ , где  $\tau$  – постоянная времени цепи.

В соответствии с рис. 2 и табл. 2 заданная схема цепи приведена на рис. 2.1.

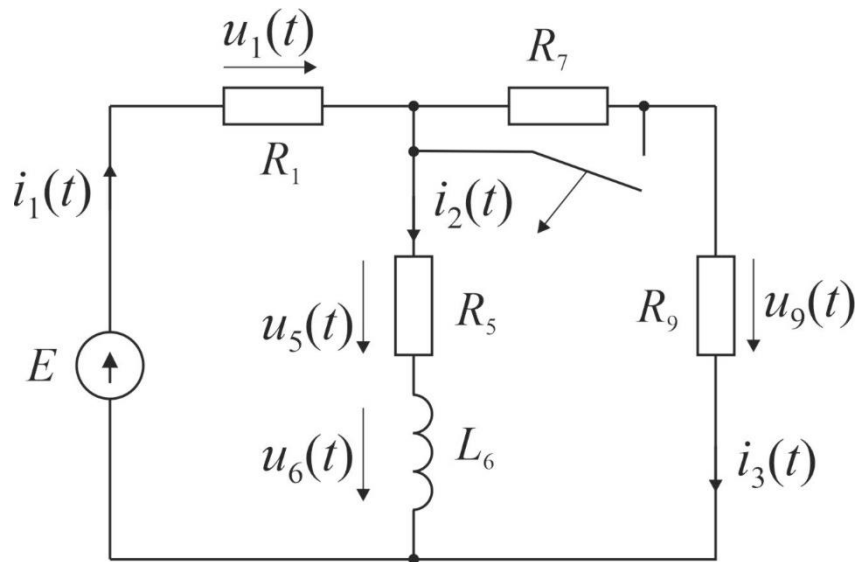


Рисунок 2.1 – Схема цепи

### **Решение**

#### **1) Классический метод**

На рисунке 2.2 показана схема цепи после коммутации

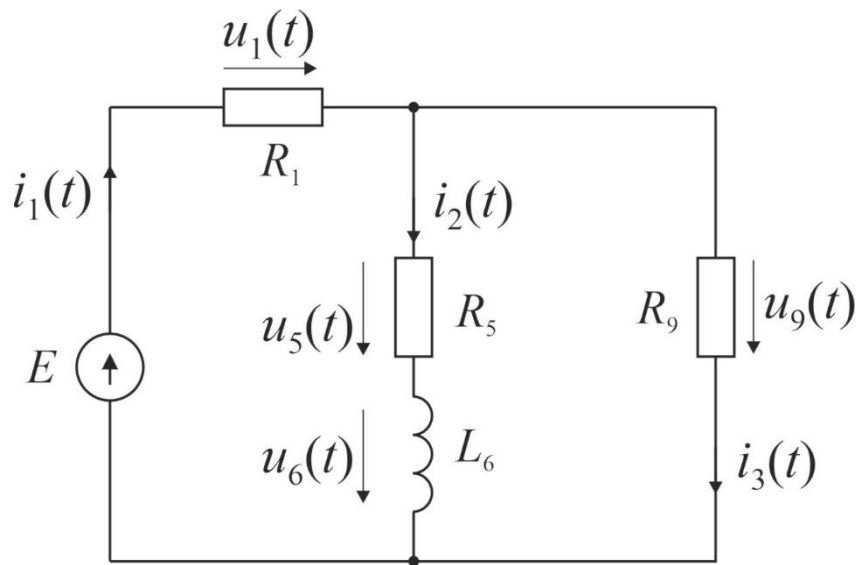


Рисунок 2.2 – Схема после коммутации

1) Составим диф. ур-е относительно  $i_2$  для схемы после коммутации:

По ЗКІ:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \text{ или } i_1 - i_3 = i_2.$$

По ЗКІІ большого контура:

$$u_1 + u_9 = E, \text{ или } i_1 R_1 + R_9 i_3 = E,$$

то есть имеем систему двух уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ R_1 & R_9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_2 \\ E \end{pmatrix}$$

и ее решение

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ R_1 & R_9 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} i_2 \\ E \end{pmatrix} = \frac{1}{R_1 + R_9} \begin{pmatrix} R_9 & 1 \\ -R_1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_2 \\ E \end{pmatrix}.$$

Таким образом:

$$i_1 = \frac{R_9 i_2 + E}{R_1 + R_9},$$

$$i_3 = \frac{E - R_1 i_2}{R_1 + R_9}$$

По ЗКII левого контура:

$$u_1 + u_5 + u_6 = E,$$

или

$$L_6 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_5 + i_1 R_1 = E$$

Подставим сюда найденный выше  $i_1$ :

$$\begin{aligned} L_6 \frac{di_2}{dt} + i_2 \left( R_5 + \frac{R_1 R_9}{R_1 + R_9} \right) &= E \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_9} \right), \\ \frac{di_2}{dt} + \frac{3R}{2L_6} i_2 &= \frac{E}{2L_6}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $R = R_1 = R_5 = R_7 = R_9 = 180 \text{ [Ом]}$ .

2) Решение диф. ур-я ищем как

$$i_2 = i_{\text{уст}} + i_{\text{св}}.$$

$$\begin{aligned} i_{\text{уст}}: \quad \frac{di_{\text{уст}}}{dt} + \frac{3R}{2L_6} i_{\text{уст}} &= \frac{E}{2L_6}, \\ 0 + \frac{3R}{2L_6} i_{\text{уст}} &= \frac{E}{2L_6} \\ i_{\text{уст}} &= \frac{E}{3R} = \frac{190}{3 \cdot 180} = 0,352 \text{ [A]}. \end{aligned}$$

$i_{\text{св}}: di_{\text{св}}/dt + \frac{3R}{2L_6} i_{\text{св}} = 0$  – однородное диф. ур-е

$p + \frac{3R}{2L_6} = 0$  – характеристическое уравнение

$p_1 = -\frac{3R}{2L_6} = -\frac{3 \cdot 180}{2 \cdot 0,025} = -10800 \left[ \frac{1}{\text{с}} \right]$  – корень хар-го ур-я

$$i_{\text{св}} = A e^{p_1 t} = A e^{-\frac{3R}{2L_6} t} = A e^{-10800 t}$$

$$i_2(0_-) = \frac{u_5}{R_5} = \frac{E - i_1(0_-) R_1}{R_5}.$$

$$i_1(0_-) = \frac{E}{R_1 + \frac{R_5(R_7 + R_9)}{R_5 + R_7 + R_9}} = \frac{3E}{5R} = \frac{3 \cdot 190}{5 \cdot 180} = 0,633 \text{ [A]},$$

$$i_2(0_-) = \frac{E}{R_5} - i_1(0_-) = \frac{190}{180} - 0,633 \approx 0,422 \text{ [A]}.$$

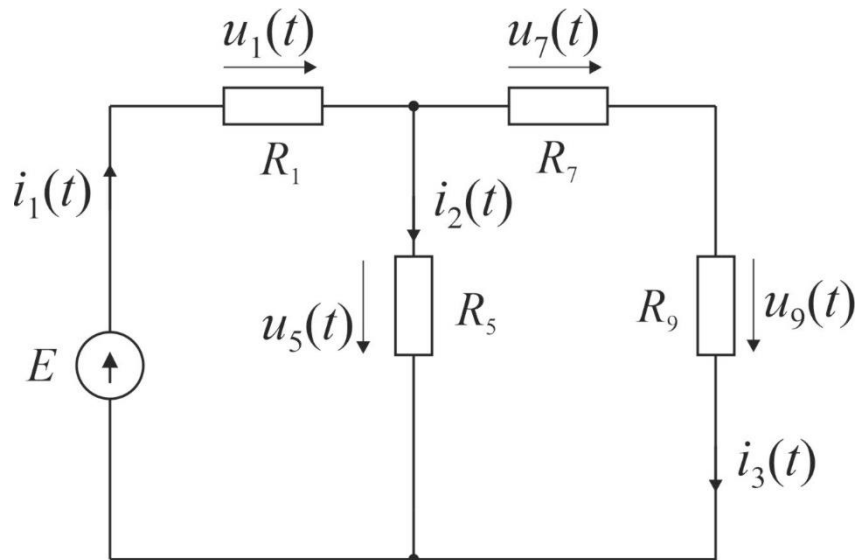


Рисунок 2.3 – Схема до коммутации

Согласно 1-му закону коммутации [1], [2] ток в индуктивности сразу после коммутации равен току непосредственно до коммутации. Поэтому

$$i_2(0) = i_{уст} + i_{cb}(0) = i_{уст} + Ae^{p_1 \cdot 0} = i_2(0_-)$$

Отсюда:

$$A = i_2(0_-) - i_{уст} = 0,422 - 0,352 = 0,070 \text{ [A]}.$$

Окончательно

$$i_2 = i_{уст} + i_{cb} = 0,352 + 0,07e^{-10800t} \text{ [A]}$$

3) Определим  $u_6(t)$

До коммутации  $u_6(t) = u_6(0_-) = 0$ .

После коммутации

$$u_6(t) = L_6 \frac{di_2}{dt} = L_6(i_{уст} + i_{cb}) = L_6 \frac{di_{cb}}{dt} = L_6 A p_1 e^{p_1 t} = L_6 [i_2(0_-) - i_{уст}] p_1 e^{p_1 t}$$

$$u_6(t) = -0,025 \cdot 0,07 \cdot 10800 e^{-10800t} = -19 e^{-10800t} \text{ [В]}$$

## 2) Операторный метод

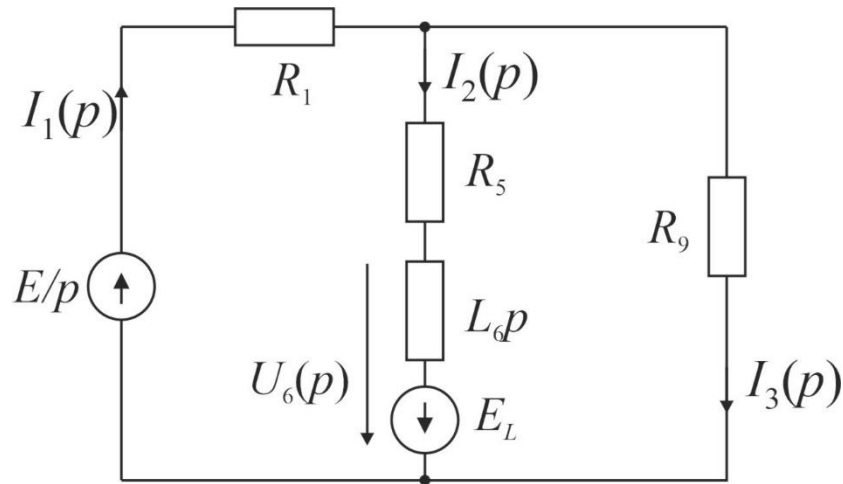


Рисунок 2.4 – Схема после коммутации для расчета операторным методом

$$1) E_L = L_6 i_2(0_-) = L_6 [E/R_5 - i_1(0_-)] \approx 0,011 \text{ [В]}$$

2) По ЗКІ:

$$I_1(p) - I_3(p) = I_2(p)$$

По ЗКІІ большого контура:

$$I_1(p)R_1 + I_3(p)R_9 = E/p$$

Так же как в классическом методе составим систему уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ R_1 & R_9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1(p) \\ I_3(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_2(p) \\ E/p \end{pmatrix}$$

Решение аналогично

$$I_1(p) = \frac{R_9 I_2(p) + E/p}{R_1 + R_9},$$

По ЗКІІ левого контура:

$$L_6 p I_2(p) + I_2(p)R_5 + I_1(p)R_1 = \frac{E}{p} + E_L$$

Подставим  $I_1(p)$ :

$$\left[ L_6 p + \frac{3}{2} R \right] I_2(p) = \frac{E}{2p} + E_L$$

Отсюда решение для изображения тока:

$$I_2(p) = \frac{E}{2L_6 p(p+a)} + \frac{E_L}{L_6(p+a)},$$

где  $a = \frac{3R}{2L_6} = 10800 \text{ [1/с]}$ .

Решение для изображения напряжения:

$$U_6(p) = L_6 p I_2(p) - E_L$$

3) Характеристическое уравнение  $p(p + a) = 0$  имеет 2 корня:

$$p_1 = 0; p_2 = -a.$$

Перейдем к функциям времени по формулам

$$\begin{aligned} x(t) &= X(p) \cdot (p - p_1)e^{p_1 t} \big|_{p=p_1} + X(p) \cdot (p - p_2)e^{p_2 t} \big|_{p=p_2} \\ i_2(t) &= \left[ \frac{E}{2L_6 p(p+a)} + \frac{E_L}{L_6(p+a)} \right] \cdot (p-0)e^{0 \cdot t} \big|_0 + \\ &+ \left[ \frac{E}{2L_6 p(p+a)} + \frac{E_L}{L_6(p+a)} \right] \cdot (p+a)e^{-at} \big|_{-a} = \\ &= \frac{E}{2L_6 a} + \frac{E_L}{L_6 a} + \left( \frac{E_L}{L_6} - \frac{E}{2L_6 a} \right) e^{-at} = \frac{1}{L_6 a} \left( E_L + \frac{E}{2} \right) + \left( \frac{E_L}{L_6} - \frac{E}{2L_6 a} \right) e^{-at} \end{aligned}$$

или, подставив численные значения:

$$\begin{aligned} i_2(t) &= \frac{10^{-4}}{0,025 \cdot 1,08} \left( 0,011 + \frac{190}{2} \right) + \left( \frac{0,011}{0,025} - 95 \frac{10^{-4}}{0,025 \cdot 1,08} \right) e^{-10800t}, \\ i_2(t) &= 0,352 + 0,07e^{-10800t}. \end{aligned}$$

Решение для тока операторным методом совпало с решением классическим методом.

Решение для изображения напряжения:

$$\begin{aligned} U_6(p) &= L_6 p I_2(p) - E_L = L_6 p \left[ \frac{E}{2L_6 p(p+a)} + \frac{E_L}{L_6(p+a)} \right] - E_L = \\ &= \frac{E}{2(p+a)} + \frac{E_L p}{p+a} - E_L. \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение имеет один корень  $p_1 = -a$ .

Переходим к  $u_6(t)$

$$\begin{aligned} u_6(t) &= \left( \frac{E}{2(p+a)} + \frac{E_L p}{p+a} - E_L \right) (p+a)e^{-at} \big|_{-a} = \\ &= \left( \frac{E}{2} - E_L a \right) e^{-at} = \left( \frac{190}{2} - 0,011 \cdot 1,08 \cdot 10^4 \right) e^{-at} = -19e^{-10800t}. \end{aligned}$$

Решение для напряжения операторным методом совпало с решением классическим методом.

### 3) Графики

Напряжение  $u_6(0_-)$  до коммутации равно нулю, т.к. в установившемся режиме индуктивность эквивалентна проводнику с нулевым сопротивлением.

$$i_2(t) = \begin{cases} 0,422 & \text{для } t < 0 \\ 0,352 + 0,07e^{-10800t} & \text{для } t \geq 0 \end{cases} \text{ [A]}$$

$$u_6(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } t < 0 \\ -19e^{-10800t} & \text{для } t \geq 0 \end{cases} \text{ [B]}$$

$t/\tau$	-1	0	1	2	3	4
$i_1(t)$	0,422	0,422	0,378	0,361	0,355	0,353

$u_6(t)$	0	0	-6,990	-2,571	-0,945	-0,348
----------	---	---	--------	--------	--------	--------

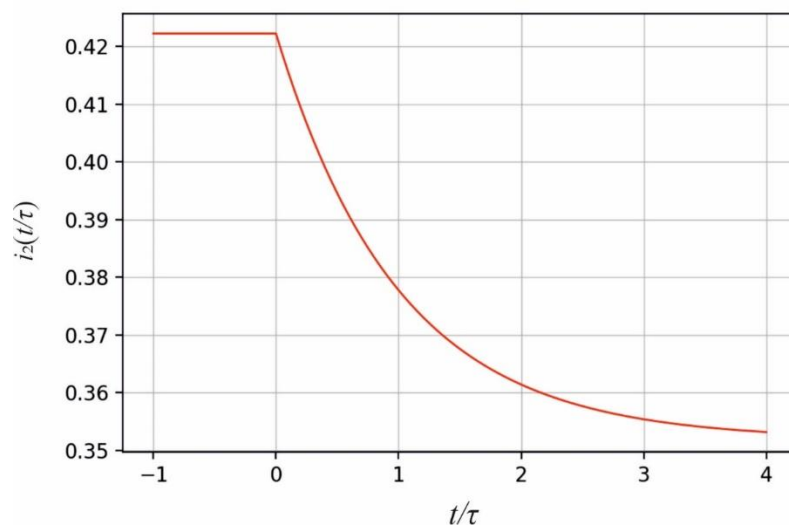


Рисунок 2.5 – Ток через индуктивность

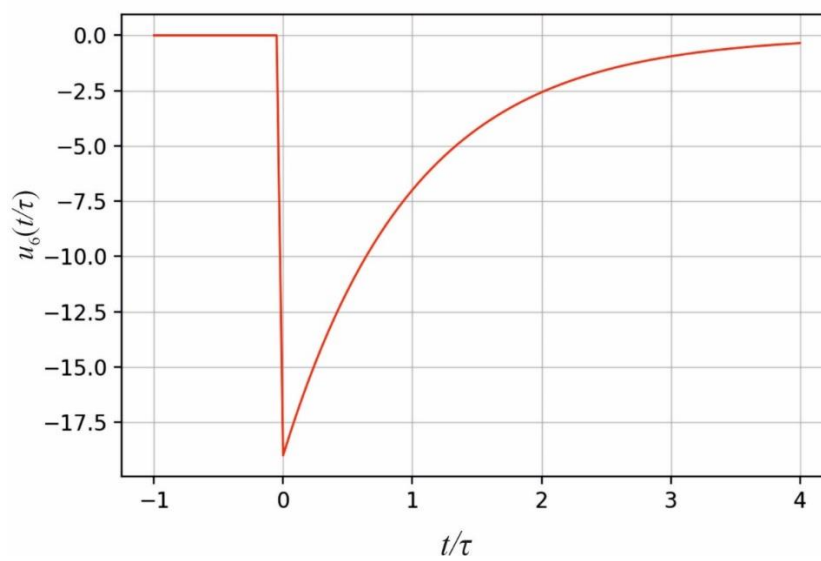


Рисунок 2.6 – Напряжение на индуктивности