

La transformada de Laplace

Ejercicio 1. Sea $F(s) = \mathcal{L}\{f(x)\}$. Hallar la expresión de $\mathcal{L}\{\frac{d^n f(x)}{dx^n}\}$.

Ejercicio 2. Resolver mediante el uso de la transformada de Laplace el P.V.I.:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = e^{3x} \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

Ejercicio 3. Hallar mediante las propiedades del operador de Laplace la transformada de $f(x) = e^{3x} \sin x$.

Ejercicio 4. Hallar la transformada inversa de Laplace de las funciones;

$$(1) \quad F(s) = \frac{s-7}{25+(s-7)^2}$$

$$(2) \quad F(s) = \frac{s^2}{s^2+1}.$$

Ejercicio 5. Hallar mediante las propiedades del operador de Laplace las transformadas de la función

$$S(x) = \begin{cases} \sin x, & x \geq 3 \\ 0, & x < 3 \end{cases},$$

Ejercicio 6. Hallar la transformada de Laplace de la función:

$$f(x) = \begin{cases} t, & 0 \leq x < 1; \\ 0, & x \geq 1. \end{cases}$$

Ejercicio 7.

Resolver mediante el uso de la transformada de Laplace el P.V.I. ($x \geq 0$):

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} + 6y = e^{-2x} \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

Ejercicio 8.

Resolver mediante el uso de la transformada de Laplace el P.V.I. ($x \geq 0$):

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = e^{-x} + 3\delta(x-1) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$