

AMPLIACIÓN DE CÁLCULO Hoja 1

En esta hoja de problemas se pretende plantear las ecuaciones diferenciales que darán las soluciones de los problemas propuestos. Con los contenidos del curso en algunos casos podremos resolver estas ecuaciones.

En los problemas mecánicos tener en cuenta la segunda ley de Newton: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, donde \mathbf{F} es la resultante de las fuerzas que intervienen en el sistema, m es la masa y \mathbf{a} es la aceleración.

1.-Hallar la curva que pasa por el punto (0,2) y cuya tangente en cualquiera de sus puntos tiene pendiente igual a la ordenada del punto aumentada en tres unidades.

2.-Un barco retrasa su movimiento por la acción de la resistencia del agua que es proporcional a la velocidad del barco. La velocidad inicial de la nave es de 10m/sg. Después de 5sg su velocidad es de 8m/sg ¿Después de cuanto tiempo la velocidad descenderá a 1m/sg ?

3.-Un gamberro dió una patada a un cochecito de niño que estaba parado en una acera a 5m de la calzada. El cochecito salió disparado hacia la calzada con una velocidad de 2m/sg . En defensa del crío salió una fuerza de rozamiento igual a $-Km$ donde $K=1/3$ y m es la masa del cochecito. Sabiendo que en la calzada había un intenso tráfico ¿ Se salvó el niño? ¿Por qué la situación del problema no es real?

4.-Sobre una columna de un material uniforme se encuentra un peso P . Averiguar cual es el área de las secciones transversales de la columna si se sabe que cada una de ellas soporta una presión constante.

5.-Un avión A vuela horizontalmente a velocidad fija v en dirección a una soleada nube que se adivina en el horizonte, técnicamente hablando el origen de coordenadas. Un fuerte viento de velocidad $w < v$ y dirección constante desvía el avión . Se trata de hallar la trayectoria del avión .

6.-En el punto (1,0) del plano de coordenadas hay un ratón que se desplaza con una velocidad constante v_1 sobre la recta $x=1$. Un gato, que está apostado en el origen de coordenadas, inicia sigilosamente una persecución al tiempo que el ratón comienza a moverse. El gato avanza con una velocidad constante v_2 dirigida en cada instante hacia la posición en donde se encuentra el ratón. ¿Cuál es la trayectoria que describe el gato?

7.-Una cadena ha sido tendida por encima de un clavo liso. Al comenzar el movimiento de un lado pende 8m de cadena y del otro 10m. ¿Dentro de cuanto tiempo se habrá deslizado toda la cadena?(Despreciar el rozamiento).

8.-DESCENSO DEL PARACAIDISTA. Admitiendo que la resistencia que el aire opone a un paracaidista es función exclusiva de la velocidad $f(v)$. Y teniendo en cuenta que una aproximación razonable de $f(v)$ es igual a Kv^2 donde K es una constante positiva. Hallar la ley que regula el descenso del paracaidista.

9.-Está nevando con regularidad. A las doce sale una máquina quitanieves que recorre en la primera hora 2 Km y en la segunda hora uno solo ¿ A qué hora comenzó a nevar? (Indicación: admitamos como hipótesis pausable que la máquina es capaz de quitar una cantidad de nieve constante por unidad de tiempo y que por ello la velocidad de la máquina es inversamente proporcional a la altura de la nieve).

10.- La presencia de cierta toxina en un cierto medio destruye una variedad de bacterias a una velocidad que es directamente proporcional al producto del número de bacterias presentes y a la cantidad de toxina. Si no hubiese presencia de toxina las bacterias podrían crecer a una velocidad proporcional al número de ellas en cada momento. Asumir que la cantidad de toxina se incrementa de forma constante y que la producción de toxina empezó en el momento inicial. Si $y(t)$ denota el número de bacterias en cada instante :

- Encontrar la ecuación diferencial de primer orden que satisface $y(t)$.
- Resolver la ecuación. ¿Qué sucede cuando $t \longrightarrow \infty$?

11.-VAMOS A CONSTRUIR UN AMORTIGUADOR (Oscilador Amortiguado)

Un disco, fijo a una masa m , está sumergido en un fluido que ejerce una fuerza amortiguadora $-b \frac{dx}{dt}$. La fuerza elástica restauradora de un muelle es $-Kx$. Hallar la ecuación que rige el funcionamiento de un amortiguador. (Ver la figura (a)).

12.- En un circuito eléctrico RLC (ver figura (b)) se producen caídas de voltaje en los elementos del circuito que experimentalmente se evalúan como:

en la resistencia $v_R = -RI$, en el solenoide $v_L = -L \frac{dI}{dt}$ y en el condensador $v_C = -\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t I(s) ds$

(donde R , L y C son constantes que dependen de los elementos colocados en el sistema y I es la intensidad que depende del tiempo). Si $E(t)$ es el voltaje que proporciona una pila, establecer (usando las leyes de Kirchhoff) la ecuación diferencial que rige el sistema. Derivar la expresión obtenida y compararla con la del ejercicio anterior.

