Función de Transferencia

CONTENIDO

- TRANSFORMADA DE LAPLACE
- TRANSFORMADAS DE LAPLACE MÁS COMUNES EN MODELADO
- APLICACIÓN A MODELOS
- FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

REPRESENTACIÓN DE UN SISTEMA

1. MODELO EN EL TIEMPO
2. REPRESENTACIÓN

- INTERNA: ECUACIONES DE ESTADO
  - Variables internas
- EXTERNA: FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
  - Transformada de Laplace

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

- OBTENER LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
- APLICAR LA TRANSFORMADA DE LAPLACE A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES
- RESOLVER LA ECUACIÓN DE LA VARIABLE DE INTERÉS (SALIDA/ENTRADA)

TRANSFORMADA DE LAPLACE

- Par de Transformadas

$$F(s)=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt = L[f(t)]$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}F(s)e^{+st}ds = L^{-1}[F(s)]$$

TRANSFORMADA DE LAPLACE

- OPERADOR DIFERENCIAL

$$s.F(s)\equiv\frac{df(t)}{dt}$$

- OPERADOR INTEGRAL

$$\frac{1}{s}F(s)\equiv\int_0^t f(t)dt$$

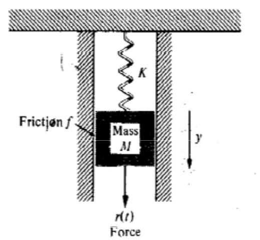
PARES DE TL MÁS COMUNES

Table 2.5. Important Laplace Transform Pairs

$f(t)$	$F(s)$
Step function, $u(t)$	$\frac{1}{s}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$f^{(k)}(t)=\frac{d^kf(t)}{dt^k}$	$s^kF(s)-s^{k-1}f(0^+)-s^{k-2}f'(0^+)-\ldots-f^{(k-1)}(0^+)$
$\int_{-\infty}^t f(t)dt$	$\frac{F(s)}{s}+\frac{\int_{-\infty}^0 f\,dt}{s}$
Impulse function $\delta(t)$	1

APLICACIÓN A MODELOS

- Spring-mass-damper



$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2}+f\frac{dy(t)}{dt}+Ky(t)=r(t)$$

APLICACIÓN A MODELOS

$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2}+f\frac{dy(t)}{dt}+Ky(t)=r(t)$$

$$Ms^2Y(s)-Msy_0-M\dot{y}_0+fsY(s)-fy_0+KY(s)=R(s)$$

y(0) = y_0
y'(0) = y'_0 = 0

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{(Ms+f)y_0}{Ms^2+fs+K}$$

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

- Spring-mass-damper
  - Condiciones iniciales nulas (reposo)

$$Ms^2Y(s)+fsY(s)+KY(s)=R(s)$$

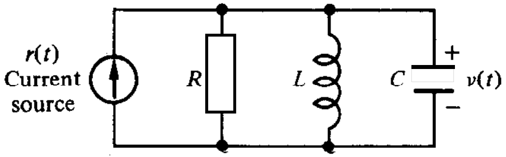
ceros

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{1}{Ms^2+fs+K}=G(s)$$

polos

APLICACIÓN A MODELOS

- Circuito RLC



$$\frac{v(t)}{R}+C\frac{dv(t)}{dt}+\frac{1}{L}\int_0^t v(t)dt=r(t)$$

$$\frac{V(s)}{R}+CsV(s)+\frac{1}{L}\frac{V(s)}{s}=R(s)$$