

## Hoja 1 Ejercicios: Tema 2, Representación y Búsqueda

1) Se tienen dos garrafas vacías con capacidades de 3 y 4 litros respectivamente pero sin ninguna marca de medida parcial. Las garrafas pueden vaciarse o llenarse de agua, así como verter el contenido de una a otra. El objetivo consiste en tener exactamente 2 litros de agua en la garrafa de 4 litros.

Definir el problema (no es necesario resolverlo) según el paradigma del espacio de estados, estableciendo una representación adecuada para los estados, estado inicial y final, precondiciones y poscondiciones de los operadores relevantes, y función de coste de la solución.

2) Definir el siguiente problema según el paradigma del espacio de estados, representar el espacio de estados entero, elegir un algoritmo de búsqueda y representar gráficamente el espacio de búsqueda generado para encontrar una solución:

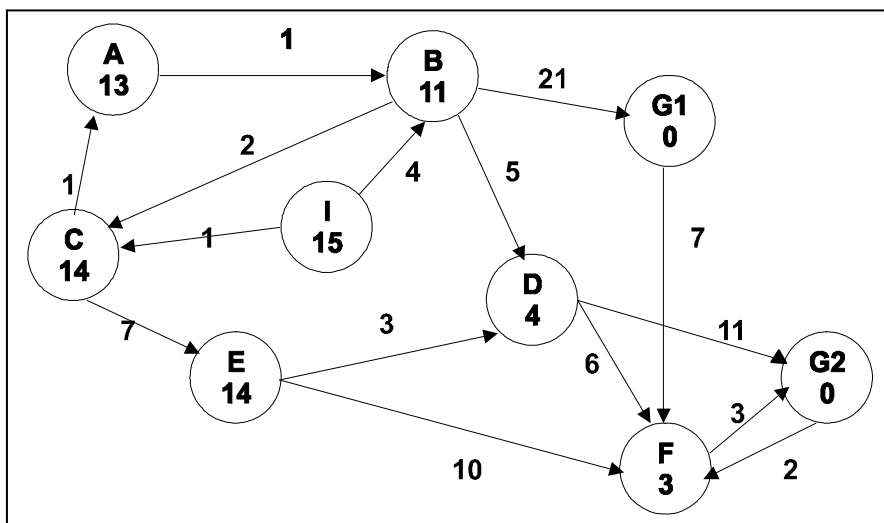
*Un granjero se encuentra en la orilla izquierda de un río junto con un lobo, una cabra y una col. Dispone de un bote en el que sólo puede transportar una única cosa cada vez. El granjero pretende transportar al lobo, la cabra y la col al otro lado del río, utilizando el bote. Sin embargo, debe tener cuidado y no dejar solos en una orilla al lobo y a la cabra porque el lobo se comería a la cabra. Tampoco puede dejar solas a la cabra y la col porque la cabra se comería la col. ¿Cómo conseguirá el granjero trasladar todo a la margen derecha del río?*

3) Tres misioneros y tres caníbales están a la orilla de un río que quieren cruzar. Para ello disponen de un bote que tiene como capacidad máxima 2 personas. El objetivo consiste en conseguir que todos acaben en la otra orilla del río sin que en ningún momento los misioneros estén en peligro de ser devorados por los caníbales. Se considera que los misioneros están en peligro cuando, en un determinado lugar, el número de caníbales supera al de misioneros.

Se pide:

- Definir el problema según el paradigma del espacio de estados
- Representar el espacio de estados, analizarlo y estudiar la conveniencia de utilizar estrategias de búsqueda primero en profundidad, primero en anchura y escalada

4) Considérese el grafo dirigido de la figura, que representa un espacio de estados, siendo I el estado inicial y G1 y G2 los dos estados objetivos.

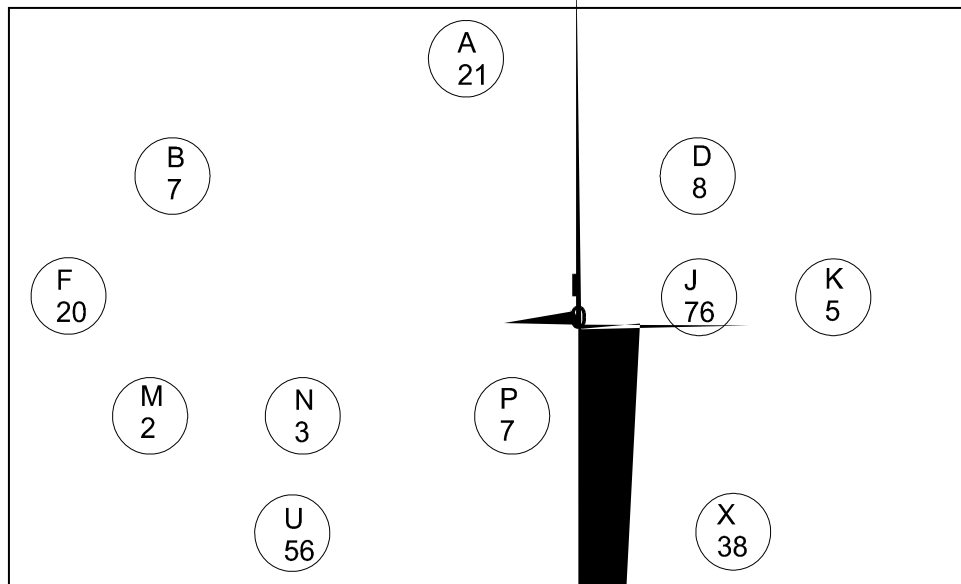


El número que figura en cada estado corresponde al valor de una función heurística  $h'$  que estima el coste mínimo necesario para pasar de ese estado al objetivo más cercano. Cada arista está etiquetada con un número que representa el coste real de atravesar dicha arista.

Se pide:

- ¿Es  $h'$  una heurística admisible? ¿Por qué?
- Indicar qué estado objetivo se alcanzará (si es que se alcanza alguno), qué estados se expandirán y en qué orden para cada uno de los siguientes algoritmos de búsqueda: primero en profundidad, profundización iterativa, primero el mejor (usando  $f' = g+h$ ) y escalada simple. Cuando dos nodos tengan las mismas características por el criterio de selección que se esté usando, se seleccionará el primero por orden alfabético. Además, se evitarán las repeticiones de estados.
- La *búsqueda en haz* se define como una búsqueda primero el mejor que, además de utilizar una función de la forma  $f' = g+h$ , recibe un parámetro  $A$ , que es la anchura del haz y que es siempre menor o igual que el factor de ramificación. En este tipo de búsqueda, cuando se expande un nodo sólo se conservan los  $A$  mejores hijos de acuerdo con el valor de  $f'$ . Estudia las características de este método con respecto a los criterios vistos durante el curso (completitud, optimalidad y eficiencia) y establece sus potenciales ventajas sobre la búsqueda primero en profundidad, la búsqueda  $A^*$  y el algoritmo de escalada simple.

5) Considérese el grafo dirigido de la figura, que representa un espacio de estados, siendo A el estado inicial e I, R, T, V e Y los estados objetivos.



El número que figura en cada estado corresponde al valor de una función heurística  $h'$  que estima el coste mínimo necesario para pasar de ese estado al objetivo más cercano. Cada arista está etiquetada con un número que representa el coste real de atravesar dicha arista.

Se pide:

- Indicar qué estado objetivo se alcanzará (si es que se alcanza alguno) y qué estados se expandirán y en qué orden para cada uno de los siguientes algoritmos de búsqueda: primero en profundidad, primero en anchura, primero el mejor (usando  $f' = h$ ), escalada y  $A^*$ . Cuando dos nodos tengan las mismas características por el criterio de selección que se esté usando, se seleccionará el que figure más a la izquierda en el dibujo. Además, se evitarán las repeticiones de estados.
- ¿Cuándo la búsqueda en anchura constituye una estrategia de búsqueda recomendable? Explicar brevemente.

6) Considérese una versión miniatura del puzzle de 8, conocida como el puzzle de 3, con los siguientes estados inicial y objetivo:

<i>Inicial</i>	<i>Objetivo</i>
- 1	1 2
3 2	- 3

Se asume que los operadores disponibles permiten mover el hueco hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba y hacia abajo y que su utilización se intentará en ese orden.

Se pide:

- Representar gráficamente el espacio de estados entero para este problema.
- Sea la heurística  $h'_1$  = distancia (filas + columnas) desde la posición actual del *hueco* a su posición en el estado objetivo. Calcular el valor de cada nodo de a) según  $h'_1$ .
- Sea la heurística  $h'_2$  = número de *fichas* mal colocadas con respecto a su posición en el estado objetivo. Calcular el valor de cada nodo de a) según  $h'_2$ .
- Sea la heurística  $h'_3$  = número de *casillas* (fichas o hueco) mal colocadas con respecto a su posición en el estado objetivo. Calcular el valor de cada nodo de a) según  $h'_3$ .
- Aplicar la búsqueda A\* utilizando  $f' = g + h'_1$ . Etiquetar los nodos de a) con letras a, b, c, etc. para indicar el orden en que serían expandidos.
- Realizar una búsqueda voraz utilizando  $f' = h'_2$ . Etiquetar los nodos de a) con números romanos I, II, etc. para indicar el orden en que serían expandidos.
- ¿Son admisibles las siguientes heurísticas?

$$\begin{array}{ccc} h'_1 & h'_2 & h'_3 \\ \min(h'_1, h'_2) & \max(h'_1, h'_2) & h'_1 + h'_2 \end{array}$$

Estudia también si  $h'_1$ ,  $h'_2$ ,  $h'_3$  son consistentes.

7) Dado el puzzle de 8, aplicar el algoritmo A\* indicando los nodos que se generarían y el orden de expansión de los nodos para los siguientes estados iniciales y valores de  $h'$ :

<i>Estado inicial a)</i>	<i>Estado inicial b)</i>	<i>Estado objetivo</i>
1 3 4	2 1 6	1 2 3
8 2	4 8	8 4
7 6 5	7 5 3	7 6 5

*Función heurística 1)*  $h'(x)$  = suma\_manhattan, siendo la distancia manhattan para una ficha el número de columnas (en horizontal) y el número de filas (en vertical) que hay que mover esa ficha para pasar de su posición actual, en el estado  $x$ , a su posición esperada en el estado objetivo. suma\_manhattan es la suma de las distancias manhattan de las 8 fichas.

¿Es admisible esta función heurística?

*Función heurística 2)*  $h'(x)$  = suma\_manhattan + 3 \* secuencia, donde secuencia se calcula sumando para cada ficha los siguientes puntos:

- Si hay una ficha en la posición central, sumar 1
- Si una ficha no está en la posición central y su siguiente (en el sentido de las agujas del reloj) es la que debe tener como siguiente en el estado objetivo, sumar 0
- Cuando una ficha no central no está seguida por la que debe ser su siguiente en el estado objetivo, sumar 2

¿Es admisible esta función heurística?

Se asume que los operadores disponibles permiten mover el hueco hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba y hacia abajo y que su utilización se intentará en ese orden.

8) Dado el problema del puzzle de 8 y suponiendo que el estado inicial y el objetivo son

<i>Estado inicial</i>	<i>Estado objetivo</i>
2 3	1 2 3
1 6 4	8 4
8 7 5	7 6 5

se va a utilizar un algoritmo de escalada para buscar una solución a partir del estado inicial. La función a minimizar es la distancia al objetivo considerada como el número de fichas que en un momento dado están mal colocadas con respecto a su posición en el estado objetivo.

Se pide representar el problema como una búsqueda en el espacio de estados (tratándolo como si fuera un espacio de soluciones), indicando los nodos que se expandirían y en qué orden.

9) Dada una rejilla de 3\*3 casillas coloreadas en rojo (R) o azul (A), se pretende alcanzar un estado de la rejilla en el que el número de pares de casillas adyacentes (en vertical y en horizontal, pero no en diagonal) coloreadas del mismo color sea mínimo. Se dispone de 9 operadores que permiten cambiar el color de cada una de las casillas (de rojo a azul o viceversa).

Plantear una solución a este problema mediante una estrategia de escalada por máxima pendiente, definiendo una función heurística apropiada. Aplicar dicha estrategia al siguiente estado inicial:

R R R  
A R R  
A A A

10) Se tiene un puzzle formado por 3 fichas negras, 3 fichas blancas y 1 hueco, colocados inicialmente de la siguiente forma:

N	N	N		B	B	B
---	---	---	--	---	---	---

En este juego, una ficha puede moverse a una posición adyacente vacía con coste 1. Además, una ficha puede saltar sobre una o dos fichas hasta alcanzar el hueco. En este caso el coste es igual al número de fichas saltadas. El objetivo consiste en conseguir que todas las fichas blancas estén a la izquierda de todas las negras. La posición del hueco no tiene importancia.

Se pide:

- Analizar el espacio de estados correspondiente a este problema, estudiando entre qué valores oscila el factor de ramificación de los nodos, la existencia de ciclos y, en su caso, las distintas formas de evitarlos.
- Proponer una heurística para la resolución de este problema, estudiar su admisibilidad y discutir su aplicabilidad con los algoritmos de escalada simple y A\*.

11) Se trata de resolver un puzzle con letras empleando el formalismo de espacio de estados y un algoritmo de búsqueda: dadas 2 cadenas de 2 caracteres, I la cadena inicial y F la cadena final, el problema consiste en encontrar una secuencia de cadenas que empiece en I y acaba en F, obtenida mediante sucesivos cambios de una de las letras por la anterior, o posterior, según el orden alfabético. El orden de los cambios será 1ª letra por anterior, 1ª letra por posterior, 2ª letra por anterior y 2ª letra por posterior. Existen, además, las siguientes restricciones:

- No se permite modificar la misma posición de la cadena en dos movimientos consecutivos
- La letra z no tiene sucesor, ni la letra a tiene antecesor
- Existe un conjunto de cadenas prohibidas, de tal forma que no están permitidos movimientos que transformen la cadena actual en una cadena prohibida

Por ejemplo:  $I = ab$   $F = cb$   $Prohibidas = \{ca, aa\}$

$S1 = ab \rightarrow ac \rightarrow bc \rightarrow cc \rightarrow cb$  INCORRECTA (2 movimientos consecutivos sobre posición 1)

$S2 = ab \rightarrow aa$  INCORRECTA (cadena prohibida)

$S3 = ab \rightarrow ac \rightarrow bc \rightarrow bb \rightarrow cb$  CORRECTA

Se pide:

- Definir dos heurísticas distintas para este problema y discutir su admisibilidad.
- Detallar cuál es el camino encontrado, los nodos expandidos y el orden de expansión obtenidos por A\* y escalada simple para el siguiente estado inicial, final y conjunto de cadenas prohibidas:

$I = ce$

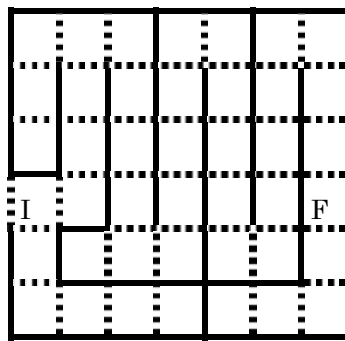
$F = bc$

$Prohibidas = \{dd, cc\}$

Utilizar sólo la heurística mejor de las dos que has definido en el apartado anterior.

- Estudiar el comportamiento (completitud, optimalidad y eficiencia) de los algoritmos A\* y escalada simple para este problema concreto.

**12)** Se quiere resolver el laberinto de la figura encontrando un camino desde la localización inicial (I) hasta la final (F). Los posibles movimientos sólo son válidos si hay una línea discontinua (y no una pared continua) entre las celdas del laberinto.



Considerar que todos los movimientos tienen coste 1 y que el objetivo es minimizar el número de movimientos. La heurística utilizada es la distancia en filas y columnas entre la posición actual y final del laberinto. Cuando dos casillas tengan las mismas características por el criterio de selección que se esté usando, se seleccionará la casilla que se encuentre más a la derecha. Deben evitarse las repeticiones de estados.

- Razonar sobre la completitud, optimalidad y eficiencia de los siguientes algoritmos de búsqueda para este problema concreto: primero en profundidad, primero en anchura, A\* y escalada por máxima pendiente.
- Indicar el camino encontrado, los nodos expandidos y el orden de expansión para el algoritmo de escalada simple.
- Indica los 6 primeros nodos expandidos al aplicar A\*.

*Este ejercicio y el anterior fueron propuestos en exámenes de esta asignatura. Os reproduzco el resto del enunciado para que empecéis a pensar en utilizar Prolog.*

- Representar el problema en Prolog según el paradigma del espacio de estados, eligiendo una representación adecuada para estados y operadores.*
- Construir un predicado  $proflim(E0, Ef, Camino, L)$  que realiza una búsqueda con profundidad limitada partiendo del estado inicial  $E0$  y considerando  $Ef$  como estado objetivo.  $L$  es la profundidad límite considerada.*

- f) Construir un predicado *profiter*(*E0*, *Ef*, *Camino*) que realiza una búsqueda por profundización iterativa. *E0*, *Ef* y *Camino* tienen el mismo significado que en el apartado anterior.

13) Examen de septiembre de 2005: el juego del quince

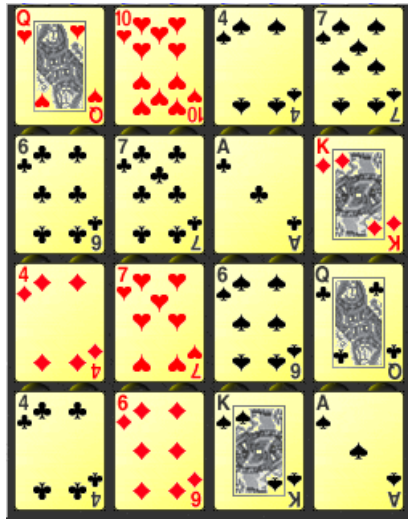


Figura A



Figura B

El objetivo de este solitario es encontrar combinaciones de 2 o 3 cartas que sumen 15 puntos. Estas cartas serán eliminadas del tablero. También se pueden eliminar 2 cartas con el mismo valor (sin importar lo que sumen). Cada carta tiene el valor indicado y las figuras valen 10. Las cartas pueden estar colocadas en cualquier posición, es decir, no es necesario que estén consecutivas para poder ser combinadas.

Se gana el solitario cuando el tablero queda vacío. Aunque no exista solución, cuando proceda consideraremos preferible obtener un estado con el menor número de cartas posible.

Se pide:

- Representar el problema según el paradigma del espacio de estados. Para ello, debes proponer al menos dos representaciones distintas (a nivel conceptual), y analizar los pros y los contras de cada una de ellas. Debes elegir la representación que consideres más adecuada para estados y operadores (especificando por completo un operador de cada tipo). Representa los estados iniciales de las figuras A y B y el/los estados objetivos del problema.
- Comparar el comportamiento de los algoritmos primero en profundidad, primero en anchura y coste uniforme (considerando como función de coste el número de cartas que se eliminan). Para la discusión desarrolla parcialmente los árboles de búsqueda para el estado inicial de la figura A. ¿Cuál de los algoritmos de búsqueda ciega te parece más adecuado para resolver el problema (es decir, para encontrar una solución en el menor número de pasos o para determinar que no existe solución llegando a un estado con el menor número de cartas posible)?

**14) Mundo de bloques**

Tenemos un micromundo de bloques que consiste en 3 bloques, cada uno etiquetado con una letra, encima de una mesa.

Hay 2 movimientos posibles

- poner un bloque sobre otro bloque
- poner un bloque sobre la mesa.

Estado inicial

Estado objetivo

B
A
C

A
B
C

Construir una representación de estados y operadores con un espacio de estados de un tamaño manejable. Resolver el problema con búsqueda.

**15) El problema del mono**

Situación inicial:

Hay un mono en la puerta de una habitación. En el centro de la habitación hay un plátano colgando del techo. El mono está hambriento y quiere conseguir el plátano pero no alcanza porque está muy alto. En la habitación también hay una ventana y debajo de ella hay una caja que le permitiría alcanzar el plátano si se subiera a ella.

El mono puede realizar las siguientes acciones

- Andar por el suelo
- Subirse a la caja
- Empujar la caja (si el mono está en la misma posición que la caja)
- Coger el plátano (si está subido encima de la caja y la caja está justo debajo del plátano)

Representar el problema e intentar resolverlo con búsqueda.

**16) Ejercicio de examen (fácil)**

Tenemos una mesa cuadrada con  $n \times n$  casillas y una pila de monedas con  $m$  monedas iguales, siendo  $m$  tan grande como sea necesario.

Empezamos a jugar con un amigo, colocando una moneda en una casilla cualquiera

Cada uno en su turno toma una moneda de la pila y la pone en la mesa según las reglas siguientes:

- Cada moneda ocupa el espacio de una casilla de la mesa
- No se puede mover ninguna de las monedas de la mesa
- La moneda no puede salir del borde de la mesa
- La moneda no puede estar encima de otra (ni total ni parcialmente)
- Pierde el jugador al que no le quede ninguna casilla disponible

Nuestros amigos se dedican a realizar apuestas acerca de qué jugador ganará el juego. Uno de ellos se vanagloria de saberlo sin que hayamos empezado a jugar: dice haberse preparado tan bien el examen de IAIC que con pensar en una buena representación, el resultado es completamente previsible. Resuelve las siguientes cuestiones:

- Fija una representación adecuada según el paradigma del espacio de estados.
- Indica qué jugador ganará el juego (el primero o el segundo) y explica porqué.

**17) Ejercicio de examen (requiere darle “vueltas”)**

Disponemos de dos relojes de arena. Uno mide 7 minutos y el otro mide 11 minutos. Con estos dos relojes podemos hacer las siguientes cosas:

- Girar un reloj (con lo que la arena de un lado cae en el otro)
- Girar los dos relojes a la vez hasta que uno de los dos se vacíe

El problema a resolver, con ayuda *exclusiva* de los dos relojes, es lograr una configuración en la que el contenido de uno de los lados de alguno de los dos relojes sea una determinada cantidad de minutos, comprendida entre 1 y 6 (*por ejemplo, 3*).

Inicialmente los dos relojes tienen toda la arena en uno de sus lados.

Representa el problema utilizando el paradigma del espacio de estados, especificando por completo todo lo necesario

#### **18) Crear enunciado de un problema adecuado para resolverse con estados y búsquedas**

Ha de ser un tema complejo, no resoluble a simple vista. Se pide:

- a) Escribir una lista de las dudas encontradas al realizar los puntos siguientes
- b) Descripción (el contexto o dominio)
- c) Objetivo
- d) Restricciones
- e) Propuesta de solución:
  - a. Representación según el convenio: estado, estado inicial, etc...
  - b. Operadores (y movimientos)
  - c. Situaciones de peligro
  - d. Qué heurísticas son adecuadas y para qué estrategias de búsqueda
  - e. Cómo se comportan las estrategias no informadas y las informadas.