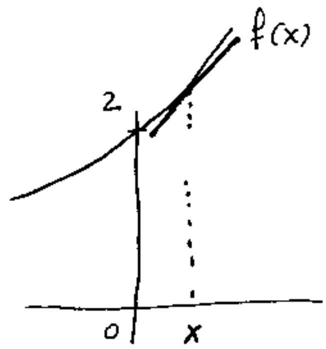
HOJA 1ª

PROBLEMA 1º]



$$\begin{cases} f'(x) = f(x) + 3 & (*) \\ f(0) = 2 & (**) \end{cases}$$

ECUACIÓN DIFERENCIAL (*), CON EL DATO DE VALOR INICIAL

EN ESTE CASO, ES MUY SENCILLA LA SOLUCIÓN.

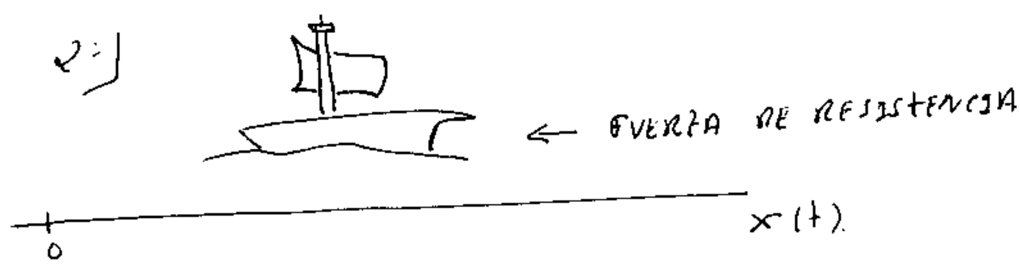
$$\frac{f'(s)}{f(s)+3} = 1 \,, \text{ INTEGRANDO}$$

$$\int_0^x \frac{f'(s)}{f(s)+3}\, ds = \int_0^x 1\, ds \iff \lg(f(x)+3) - \lg(f(0)+3) = x$$

ASÍ $f(x)+3 = e^{x+\lg 5}$ Y LA CURVA BUSCADA

ES $f(x) = -3 + 5e^{x}$.

PROBLEMA 2º]



x AVANCE DEL BARCO
t TIEMPO
$v = x'(t)$ VELOCIDAD.
$a = v'(t)$ ACELERACIÓN
$m =$ MASA DEL BARCO
$K =$ CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD.

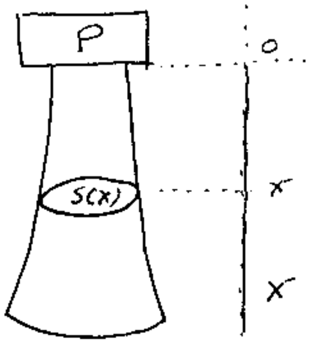
POR LA SEGUNDA LEY DE NEWTON

$$\begin{cases} m \cdot v'(t) = -K\, v(t) & (*) \\ v(0) = 10 \\ v(5) = 8 \end{cases}$$

(*) ECUACIÓN DIFERENCIAL (EL (−) MENOS SALE DE QUE LA FUERZA ES CONTRARIA AL SENTIDO DE AVANCE)

HOJA 1ª

PROBLEMA 4: SEA ρ EL PESO ESPECÍFICO DE LA COLUMNA



$\int_0^x S(r)\,dr$ = VOLUMEN DE LA COLUMNA SOBRE LA SECCIÓN S(X).

ASÍ LA PRESIÓN QUE AGUANTA LA SECCIÓN S(X) ES

$$P(x) = \frac{\overbrace{P + \rho\int_0^x S(r)\,dr}^{\leftarrow \text{ PESO}}}{\underbrace{S(x)}_{\leftarrow \text{ SUPERFICIE}}} = K$$

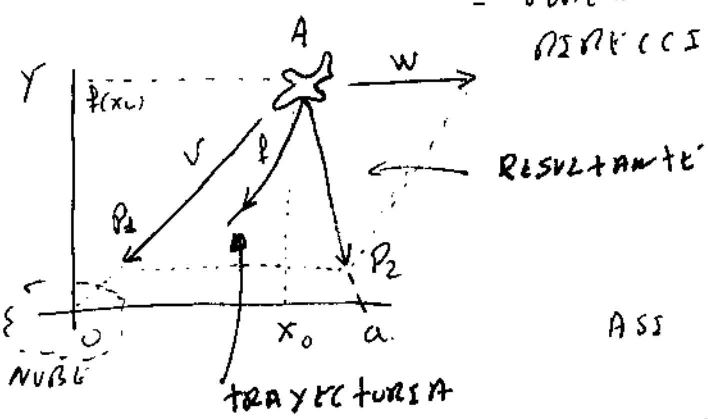
K CONSTANTE POR HIPÓTESIS

ASÍ $P + \rho\int_0^x S(r)\,dr = k\,S(x)$ Y DERIVANDO

$$\rho\, S(x) = k\, S'(x) \iff \boxed{S'(x) = \frac{k}{\rho} S(x)}$$

ECUACIÓN DIFERENCIAL

PROBLEMA 5:
- LA NUBE LA SITUAMOS EN (0,0)
- SUPONEMOS SUPONER EL VIENTO CON DIRECCIÓN (0,1)



$$a : \begin{cases} \bar{y} = \underbrace{f'(x_0)(\bar{x} - x_0) + f(x_0)}_{\text{RECTA TANGENTE}} \\ \bar{y} = 0 \end{cases}$$

ASÍ $a = \dfrac{-f(x_0)}{f'(x_0)} + x_0$

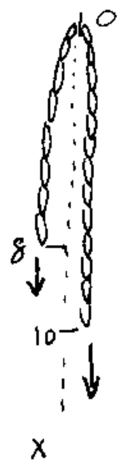
LOS TRIÁNGULOS $A\,O\,a$ Y $A,\ \underset{P_1}{A+V},\ \underset{P_2}{\underline{A+V+W}}$ SON SEMEJANTES

Y ASÍ $$\frac{W}{V} = \frac{x - f(x)/f'(x)}{\sqrt{x^2+f^2(x)}} \iff \frac{W/V\,\sqrt{x^2+f^2(x)} - x}{f(x)} = -\frac{1}{f'(x)}$$

ECUACIÓN DIFERENCIAL

HOJA 1:

PROBLEMA 7º] SEA ρ EL COEFICIENTE $\frac{\text{MASA}}{\text{METRO}}$ QUE SUPONDREMOS CONSTANTE EN TODA LA CADENA



g LA FUERZA DE GRAVEDAD, QUE SUPONDREMOS CONSTANTE ($10\, m/s^2$)

x MOVIMIENTO DEL CABO LARGO DE LA CADENA

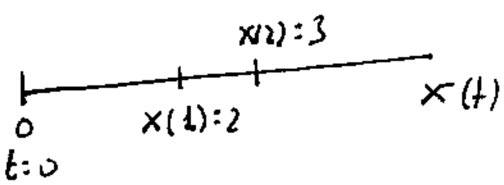
CON $x(0)=10$ Y $x'(0)=0$

POR LA SEGUNDA LEY DE NEWTON

$$\rho\, x(t)\cdot g - \rho\,(18 - x(t))\, g = \rho\, 18\, x''(t)$$

LUEGO
$$\begin{cases} x''(t) = \dfrac{g}{18}\,(2x(t) - 18) \\ x(0)=10 \quad y \quad x'(0)=0. \end{cases}$$

PROBLEMA 9:] A LAS 12h (TIEMPO $t=0$) LA ALTURA DE LA NIEVE ES h_0 Y EN EL TIEMPO t SERÁ $h_0 + t v$ (CON v CONSTANTE YA QUE NIEVA "CON REGULARIDAD")



$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = k\,\dfrac{1}{h_0 + vt} \quad (*) \\ x(0)=0,\ x(1)=2 \ y \ x(2)=3 \end{cases}$$

LA (*) ECUACIÓN DIFERENCIAL SALE DE LA HIPÓTESIS REALIZADA.; k ES UNA CONSTANTE.

HOJA 1:

PROBLEMA 10:

$y(t)$ ES LA CANTIDAD DE BACTERIAS EN EL TIEMPO t.

$x(t)$ ES LA CANTIDAD DE TOXINA " "

$$\left.\begin{array}{l} x(0)=0 \\ \text{y } \; x'(t)=k_1 \text{ CONSTANTE} \end{array}\right\} \text{ ASÍ } \; x(t)=tk_1$$

$y_0 = y(0)$ BACTERIAS EN EL TIEMPO $t=0$

$$\left\{\begin{array}{l} y'(t) = \underbrace{k_1\, y(t)}_{\text{CRECIMIENTO}} - \underbrace{k_2\, y(t)\, kt}_{\text{DECRECIMIENTO POR LA TOXINA SEGÚN LA HIPÓTESIS}} \\ y(0)=y_0 \end{array}\right.$$

ASÍ
$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{y'(t)}{y(t)} = k_1 - k_2 kt \\ y(0)=y_0 \end{array}\right. \qquad k_1 \text{ y } k_2 \text{ CONSTANTES.}$$

INTEGRANDO.

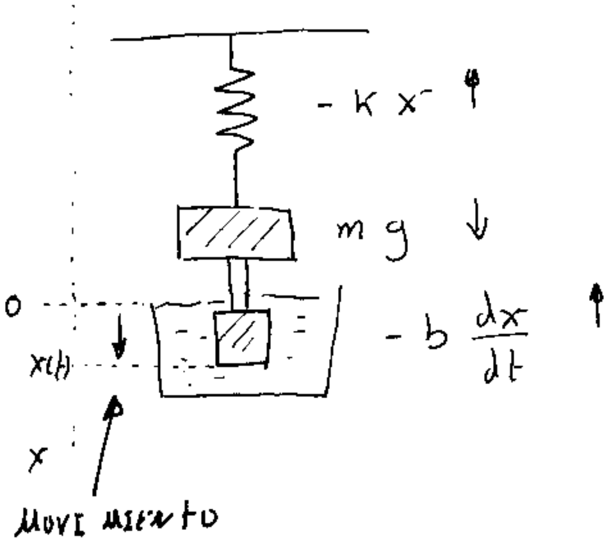
$$\int_0^t \frac{y'(s)}{y(s)}\, ds = \int_0^t k_1 - k_2 ks\, ds$$

$$\Longleftrightarrow \quad Lg\, y(t) - Lg\, y_0 = k_1 t - \frac{k_2 k}{2} t^2$$

LUEGO $\; y(t) = y_0\, e^{k_1 t - \frac{k_2 k}{2} t^2} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$

HOJA 1:

PROBLEMA 11:)



LA FUERZA DE LA GRAVEDAD mg ES OPUESTA A LA FUERZA DE RECUPERACIÓN DEL MUELLE $-kx$ Y LA DE ROZAMIENTO DEL FLUIDO

$$-b\,\frac{dx}{dt}$$

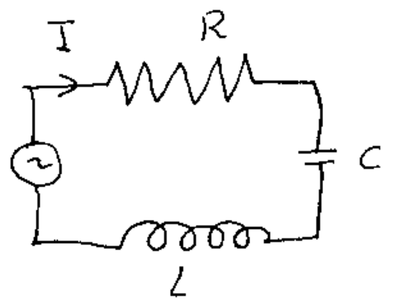
APLICANDO LA SEGUNDA LEY DE NEWTON

$$m\cdot a(t) = m\,x''(t) = -k\,x(t) - b\,x'(t) + mg$$

$$\Longleftrightarrow \quad m\,x''(t) + b\,x'(t) + k\,x(t) = mg$$

ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL DE 2º ORDEN Y COEFICIENTES CONSTANTES

PROBLEMA 12:)



SEGÚN LA LEY DE KIRCHHOFF AL RECORRER UN CIRCUITO CERRADO LA SUMA ALGEBRAICA DE LAS CAÍDAS DE POTENCIA ES CERO

ASÍ

$$E(t) - R\,I(t) - L\,\frac{dI}{dt} - \frac{1}{C}\int I(t)\,dt = 0$$

PASANDO LOS TÉRMINOS NEGATIVOS AL OTRO LADO DE LA IGUALDAD Y DERIVANDO

$$L\,I''(t) + R\,I'(t) + \frac{1}{C}\,I(t) = E'(t)$$

COMPARANDO ESTA ECUACIÓN CON LA DEL PROBLEMA ANTERIOR (EL TIPO DE ECUACIÓN DIFERENCIAL COINCIDE)

LA IMPEDANCIA L TOMA EL LUGAR DE LA MASA m.
LA RESISTENCIA R " " DEL ROZAMIENTO b
LA CAPACITANCIA $1/C$ " " DEL RECUPERADOR k.