PARTE II

- REPRESENTACIÓN DE MODELOS

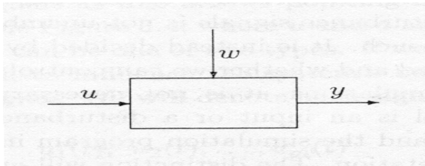
SEÑALES

CONSTANTES → Parámetros del sistema / Parámetros de diseño

VARIABLES Ó SEÑALES

Salidas y(t)

Externas → Entradas o señales de control u(t) / Perturbaciones w(t)



Señales básicas de un sistema

DEFINICIÓN DE LAS SEÑALES

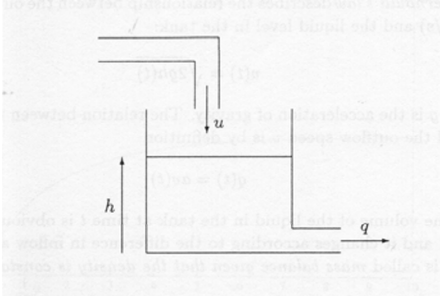
- CONSTANTE: cantidad en el modelo que no varía con el tiempo
  - PARÁMETRO DEL SISTEMA: constante que viene dada por el sistema
  - PARÁMETRO DE DISEÑO: constante que puede variar según las especificaciones del sistema

DEFINICIÓN DE LAS SEÑALES

- VARIABLE O SEÑAL: cantidad que varía con el tiempo
- SALIDA: variable de la que se va a estudiar su comportamiento y(t)
- SEÑAL EXTERNA: variable que afecta al sistema sin que otras variables del sistema la afecten a ella
  - ENTRADA: señal externa cuya variación en el tiempo se puede especificar u(t)
  - PERTURBACIÓN: señal externa que no se puede modificar w(t)
- VARIABLE INTERNA: variable que no es señal externa ni salida

LAS SEÑALES EN UN EJEMPLO

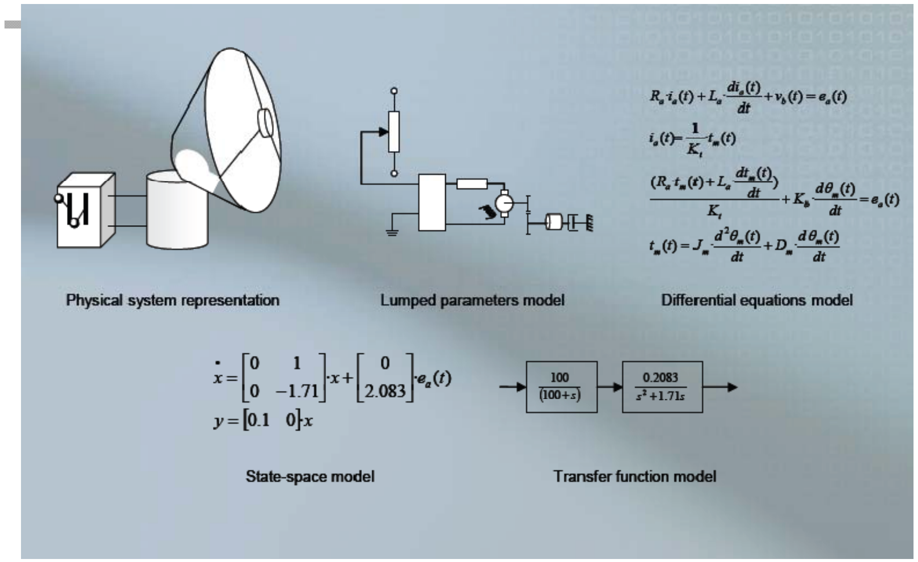
DEPÓSITO DE AGUA



- PARÁMETROS DEL SISTEMA: A, g
- PARÁMETRO DE DISEÑO: a
- SALIDAS: h(t), q(t)
- ENTRADA: u(t)
- PERTURBACIÓN: a(t)

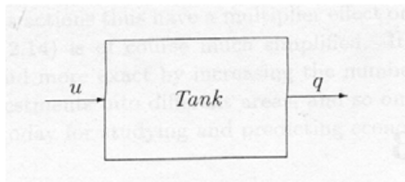
REPRESENTACIÓN DE MODELOS

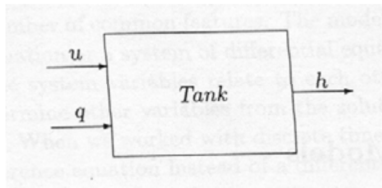
- GRÁFICAMENTE
  - DIBUJO
  - DIAGRAMA DE BLOQUES
  - DIAGRAMA DE FLUJOS
- MATEMÁTICAMENTE
  - ECUACIÓN EN EL TIEMPO
  - FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA
  - ECUACIONES DE ESTADO



REPRESENTACIÓN GRÁFICA: DIAGRAMA DE BLOQUES

- ✓ Descomposición lógica de las funciones de un sistema
- ✓ Muestra la influencia de cada parte (bloque) en las otras mediante flechas
- ✓ Sirven para estructurar el sistema
- ✓ Flujo de información

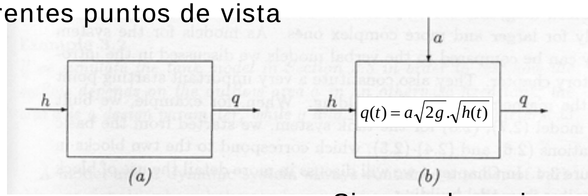




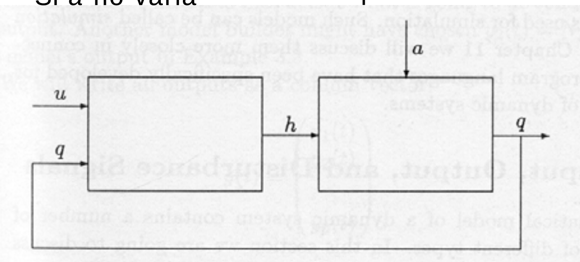
Diagramas de bloques del tanque

REPRESENTACIÓN GRÁFICA:
DIAGRAMA DE BLOQUES

✓ Diferentes puntos de vista



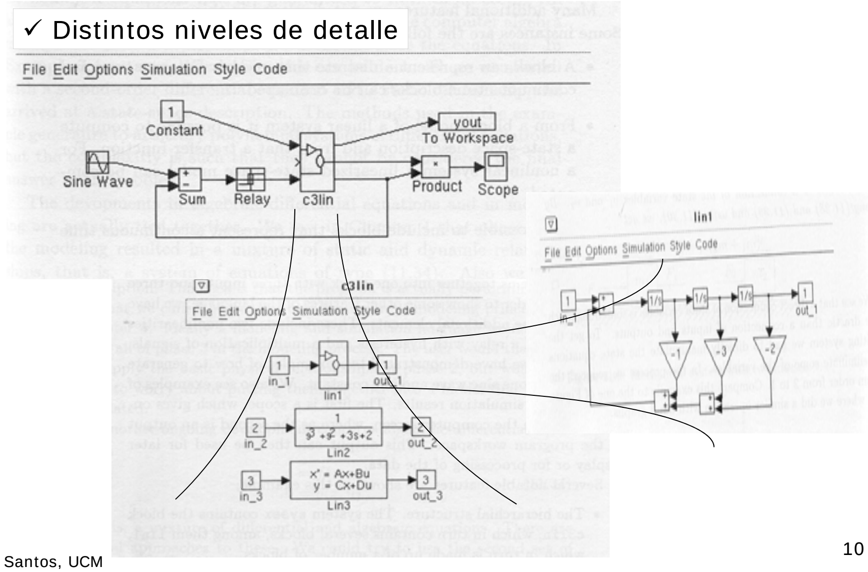
Si *a* no varía   Si *a* puede variar



Diagramas de bloques del tanque

REPRESENTACIÓN GRÁFICA:
DIAGRAMA DE BLOQUES

✓ Distintos niveles de detalle



REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA:
ECUACIONES DEL MODELO

Ecuaciones Diferenciales (continuos)

Ecuaciones en Diferencias (discretos)

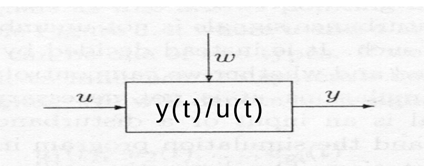
RELACIÓN ENTRADA-SALIDA (Rep. EXTERNA)

⇨ FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

$$g(y^{(n)}(t), y^{(n-1)}(t), ..., y(t), u^{(m)}(t), u^{(m-1)}(t), ..., u(t)) = 0$$

g es una función arbitraria

$$y^{(k)}(t) = \frac{d^k}{dt^k} y(t)$$



REPRESENTACIÓN DE MODELOS:
ECUACIONES DEL MODELO

REPRESENTACIÓN INTERNA

⇨ ESPACIO DE ESTADOS

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$
$$y(t) = h(x(t), u(t))$$

x*(t)* es el vector de variables internas

dim **x** = n ➔ ORDEN DEL SISTEMA

Formulación discreta

$$x(n+1) = f(x(n), u(n))$$
$$y(n) = h(x(n), u(n))$$

CONCEPTO DE ESTADO

Estado de un sistema en t_0, $x(t_0)$ es la cantidad de información tal que con este estado y conociendo la entrada $u(t)$ para $t \geq t_0$, podemos calcular la salida $y(t)$, $t \geq t_0$

x(t): vector de estados

(dim *n* = orden del modelo)

$x_i(t)$: variables de estado

✓ El estado de un sistema debe ser almacenado y actualizado en la simulación

MODELO EN EL ESPACIO DE ESTADOS

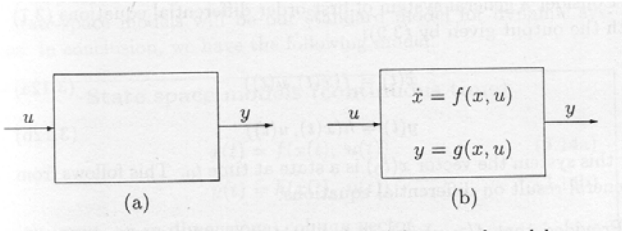
EJEMPLO: REPRESENTACIÓN INTERNA DEL DEPÓSITO DE AGUA

Vector de estados $x(t) = h(t),\ u(t) = u(t)$

salida $y(t) = q(t),\ n = 1,\ m = 1,\ p = 1$

Próximo estado $\dot{\mathbf{x}}(t) = f(x, u) = -\dfrac{a\sqrt{2g}}{A} \cdot \sqrt{x} + \dfrac{1}{A}u$

Salida $h(x, u) = a\sqrt{2g}\sqrt{x}$



PUNTOS ESTACIONARIOS O DE EQUILIBRIO

Para una entrada constante u_0, sea $\mathbf{x}_0$ el vector de estados solución a $\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}_0, u_0) = 0$

- ✓ Solución estacionaria: $\mathbf{x}_0$
- ✓ Punto estacionario: $\{\mathbf{x}_0, u_0\}$

CONSTANTE DE TIEMPO: en qué escala de tiempo la salida se aproxima al valor estacionario

EJEMPLO: PUNTOS ESTACIONARIOS PARA EL SISTEMA DE POBLACIÓN

$$(\lambda_1 - \gamma_1)N_1 + \alpha_1 N_1 N_2 = 0$$

$$(\lambda_2 - \gamma_2)N_2 - \alpha_2 N_1 N_2 = 0$$

$$N_1 = N_2 = 0$$

$$N_1 = \frac{\lambda_2 - \gamma_2}{\alpha_2};\quad N_2 = \frac{\lambda_1 - \gamma_1}{\alpha_1}$$