

## Ejercicio 2: alergias y restaurantes

- ❑ Se quiere aplicar el algoritmo del **espacio de versiones** para determinar la causa de la reacción alérgica que se produce en un paciente, en función de
  - ❑ el restaurante en el que ha comido
  - ❑ si ha sido desayuno o comida
  - ❑ el día de la semana y
  - ❑ el precio de la comida

## Ejercicio 2: alergias y restaurantes

□ Los datos de los que se dispone son los siguientes:

<i>Restaurante A</i>	<i>desayuno</i>	<i>viernes</i>	<i>barato</i>	<i>reacción +</i>
<i>Restaurante B</i>	<i>comida</i>	<i>viernes</i>	<i>caro</i>	<i>reacción -</i>
<i>Restaurante A</i>	<i>comida</i>	<i>sábado</i>	<i>barato</i>	<i>reacción +</i>
<i>Restaurante C</i>	<i>desayuno</i>	<i>domingo</i>	<i>barato</i>	<i>reacción -</i>
<i>Restaurante A</i>	<i>desayuno</i>	<i>domingo</i>	<i>caro</i>	<i>reacción -</i>

# Espacio de versiones de Mitchell (1977)

- ❑ El objetivo es producir una **descripción** de un **concepto** a partir de un entrenamiento con **ejemplos** positivos y negativos
  - ❑ La descripción ha de ser consistente con todos los ejemplos de entrenamiento positivos y no con los negativos
- ❑ Se va manteniendo un **conjunto de descripciones posibles** hasta llegar a la definición del mismo
- ❑ A medida que se procesan los ejemplos se va refinando la noción de dónde se encuentra el concepto destino
  - ❑ **G**: conjunto de descripciones más **generales** que son consistentes con los ejemplos positivos
  - ❑ **E**: conjunto de descripciones más **específicas** que son consistentes con los ejemplos positivos
- ❑ La parte del espacio de descripciones de conceptos comprendida entre las fronteras G y E se denomina **espacio de versiones**

# Espacio de versiones de Mitchell: algoritmo

$G :=$  hipótesis vacía (*variables*)

$E :=$  primer ejemplo positivo

**mientras** queden ejemplos **y** no parar

- ❑ Coger siguiente ejemplo SE
- ❑ Si SE es positivo  $\Rightarrow$  eliminar de  $G$  cualquier descripción que no sea consistente con SE.  
Generalizar  $E$  lo imprescindible para que sea consistente con SE
- ❑ Si SE es negativo  $\Rightarrow$  eliminar de  $E$  descripciones consistentes con SE. Especializar  $G$  lo imprescindible para que no sea consistente con SE
- ❑ Si  $E$  y  $G$  son unitarios e iguales  $\Rightarrow$  imprimir contenido y parar
- ❑ Si  $E$  y  $G$  son unitarios e incompatibles  $\Rightarrow$  error de inconsistencia y parar

# Primer ejemplo positivo

## □ Ejemplo 1: +

□  $G = \{(X1, X2, X3, X4, X5)\}$

□  $E = \{(A, \text{desayuno}, \text{viernes}, \text{barato})\}$

*inicialización*

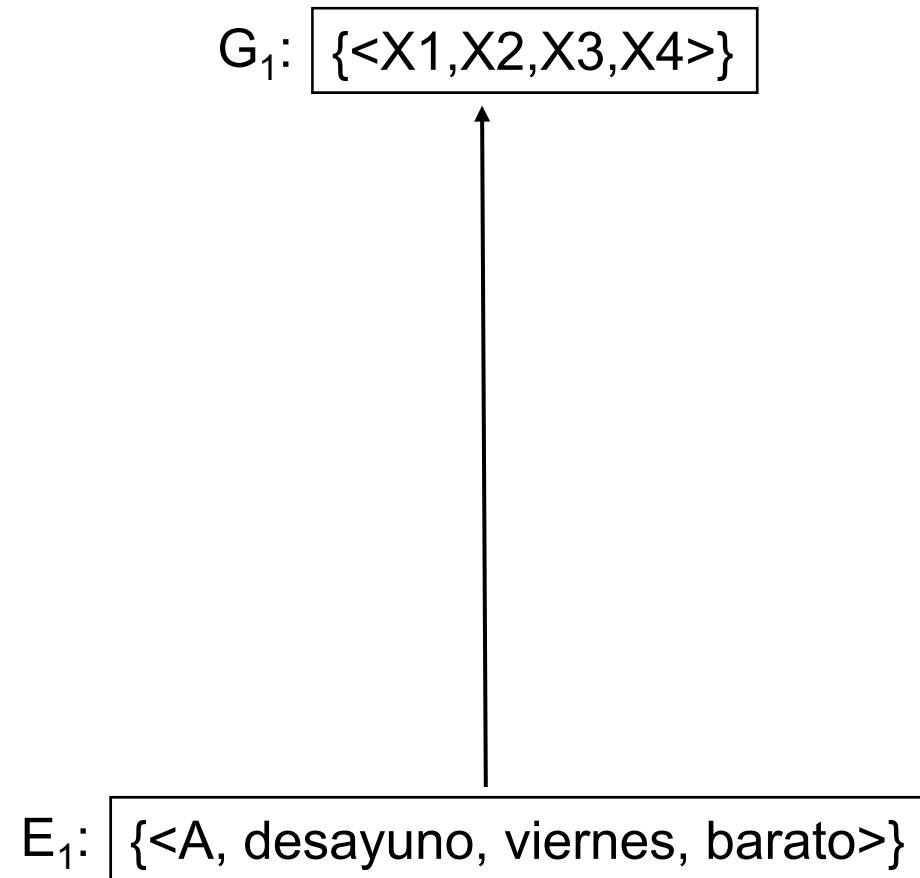
*hipótesis vacía*

*1º ej. positivo*

<i>Restaurante A</i>	<i>desayuno</i>	<i>viernes</i>	<i>barato</i>	<i>reacción +</i>
<i>Restaurante B</i>	<i>comida</i>	<i>viernes</i>	<i>caro</i>	<i>reacción -</i>
<i>Restaurante A</i>	<i>comida</i>	<i>sábado</i>	<i>barato</i>	<i>reacción +</i>
<i>Restaurante C</i>	<i>desayuno</i>	<i>domingo</i>	<i>barato</i>	<i>reacción -</i>
<i>Restaurante A</i>	<i>desayuno</i>	<i>domingo</i>	<i>caro</i>	<i>reacción -</i>

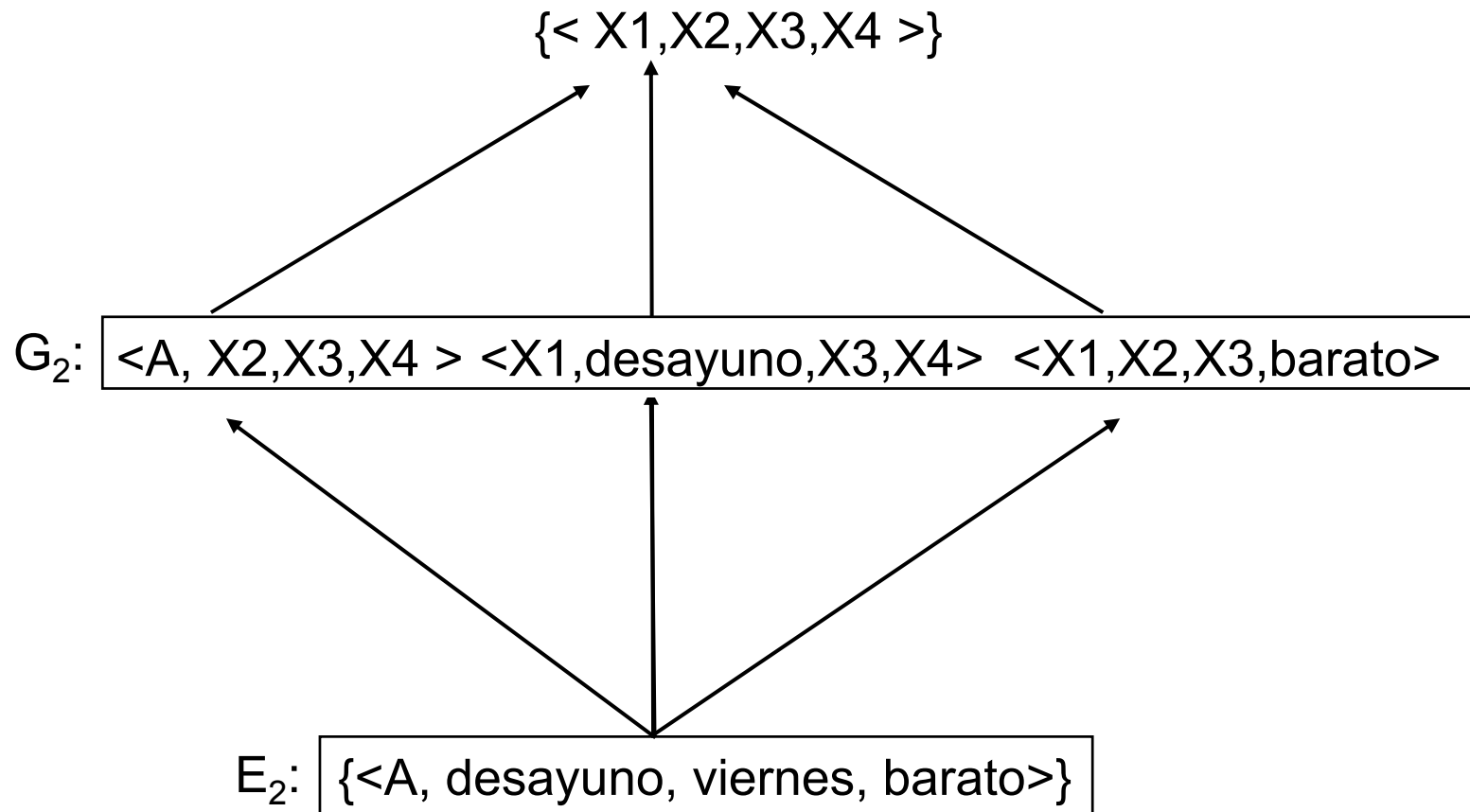
<i>(A, desayuno, viernes, barato)</i>	<i>+</i>
<i>(B, comida, viernes, caro)</i>	<i>-</i>
<i>(A, comida, sábado, barato)</i>	<i>+</i>
<i>(C, desayuno, domingo, barato)</i>	<i>-</i>
<i>(A, desayuno, domingo, caro)</i>	<i>-</i>

# Primer ejemplo positivo



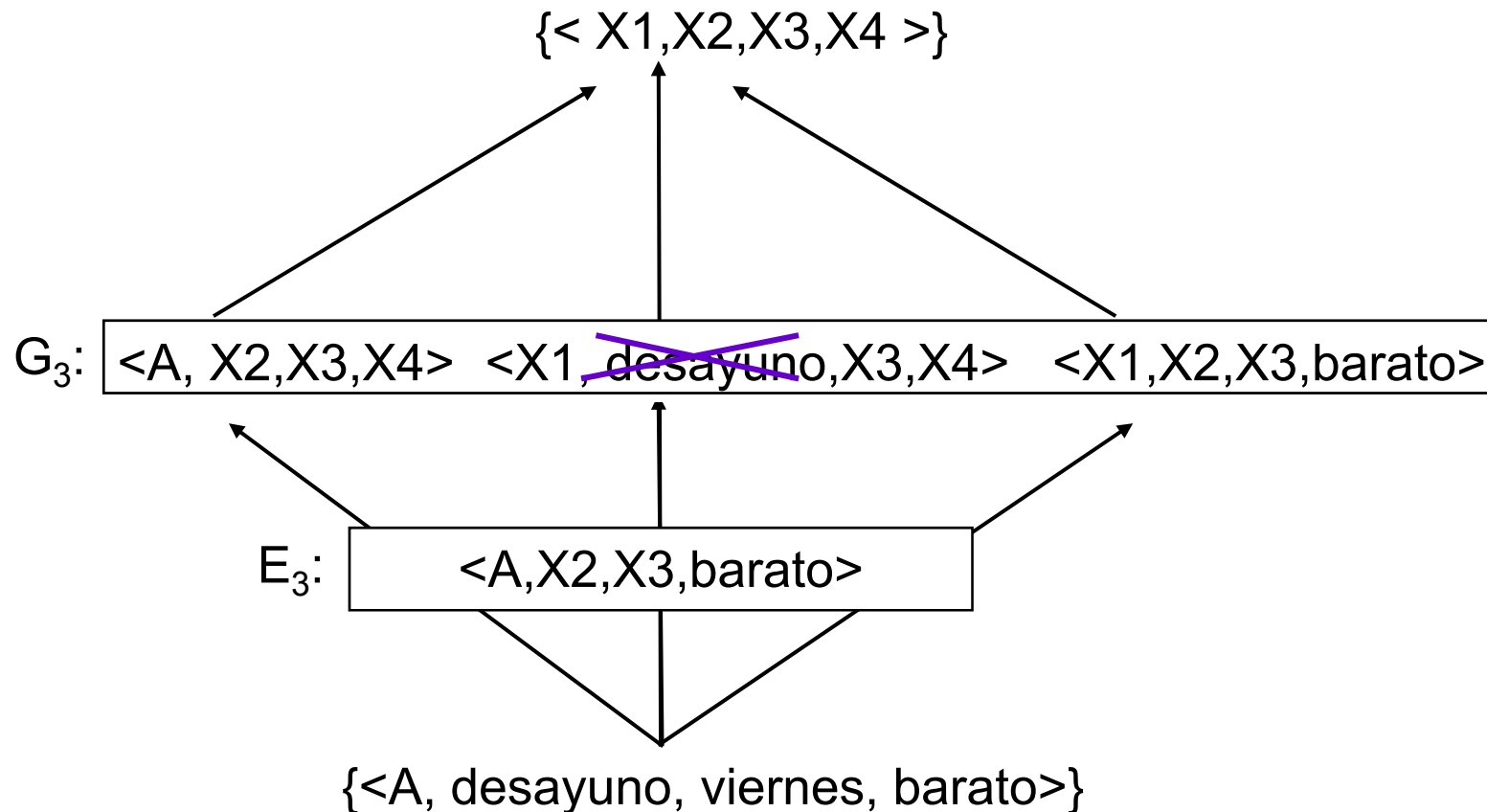
## Segundo ejemplo: negativo

- ❑ Ejemplo 2: - *<B, comida, viernes, caro>* *negativo*
  - ❑ Eliminar de E descripciones consistentes (*no hay*)
  - ❑ Especializar G para que no lo cubra



## Tercer ejemplo: positivo

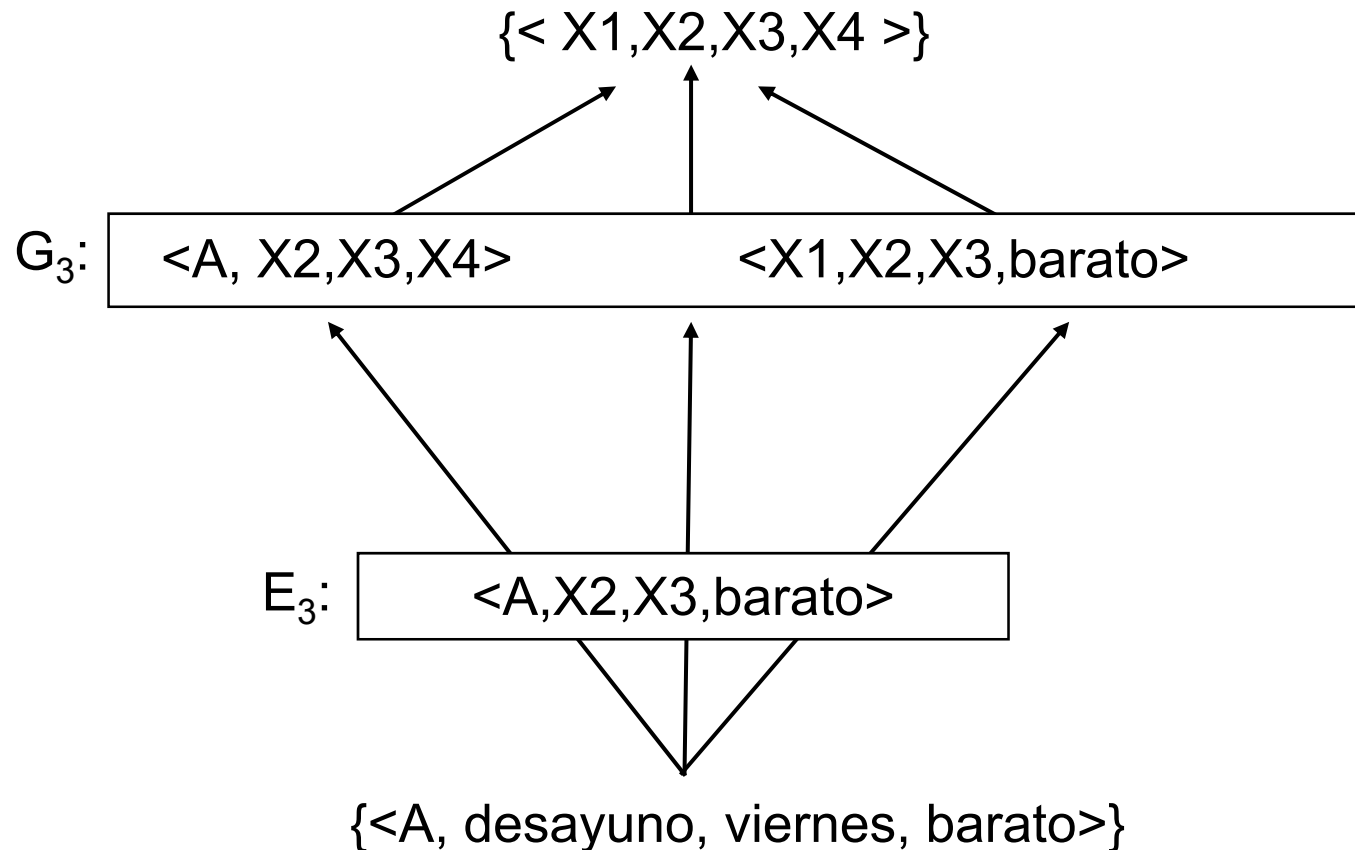
- ❑ Ejemplo 3: +      *<A, comida, sábado, barato>*      *positivo*
  - ❑ Eliminar de G descripciones no consistentes
  - ❑ Generalizar E para que lo cubra





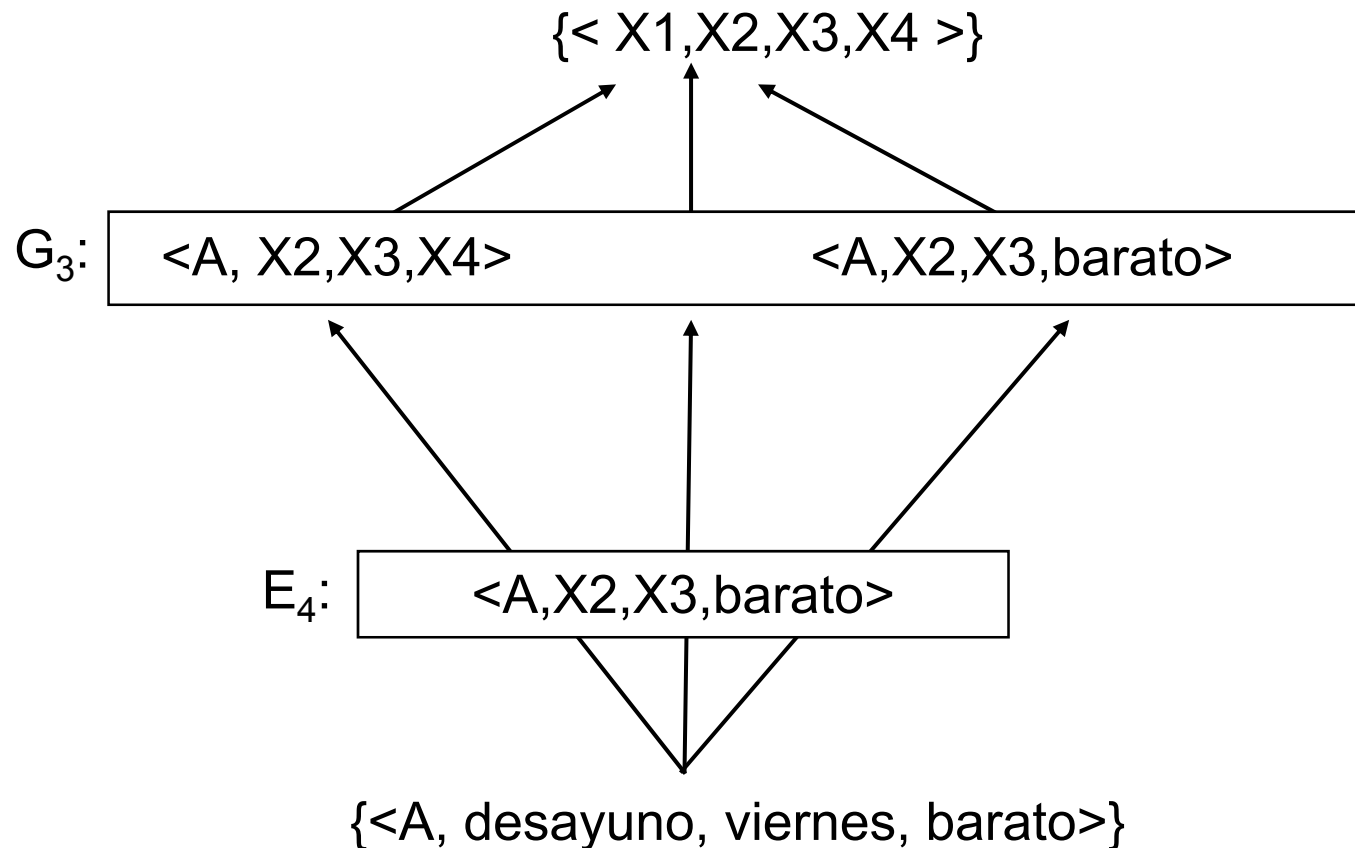
## Tercer ejemplo: positivo

- ❑ Ejemplo 3: + *<A, comida, sábado, barato>* *positivo*
  - ❑ Eliminar de G descripciones no consistentes
  - ❑ Generalizar E para que lo cubra



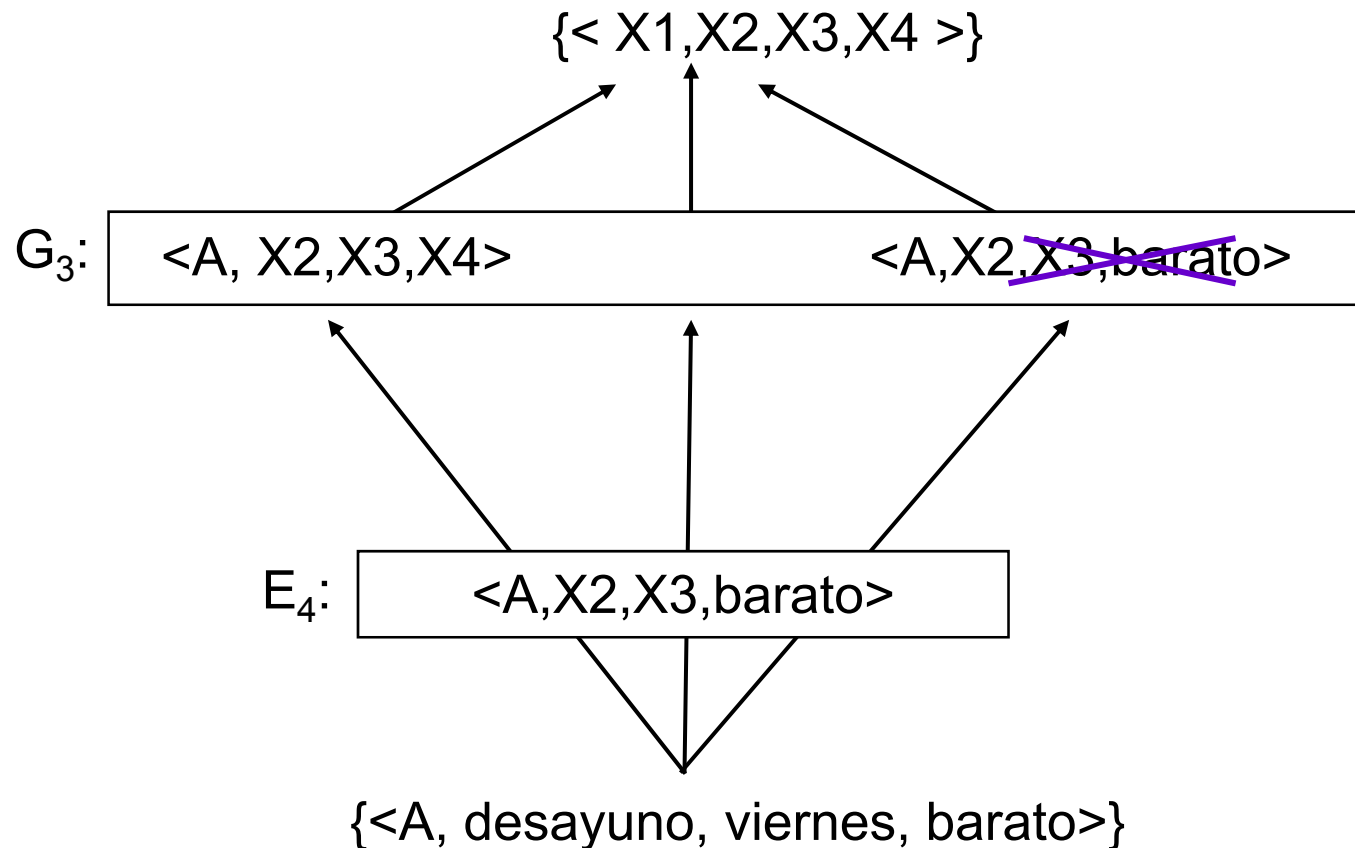
## Cuarto ejemplo: negativo

- ❑ Ejemplo 4: -  $\langle C, \text{desayuno}, \text{domingo}, \text{barato} \rangle$  *negativo*
  - ❑ Eliminar de E descripciones consistentes (*no hay*)
  - ❑ Especializar G para que no lo cubra



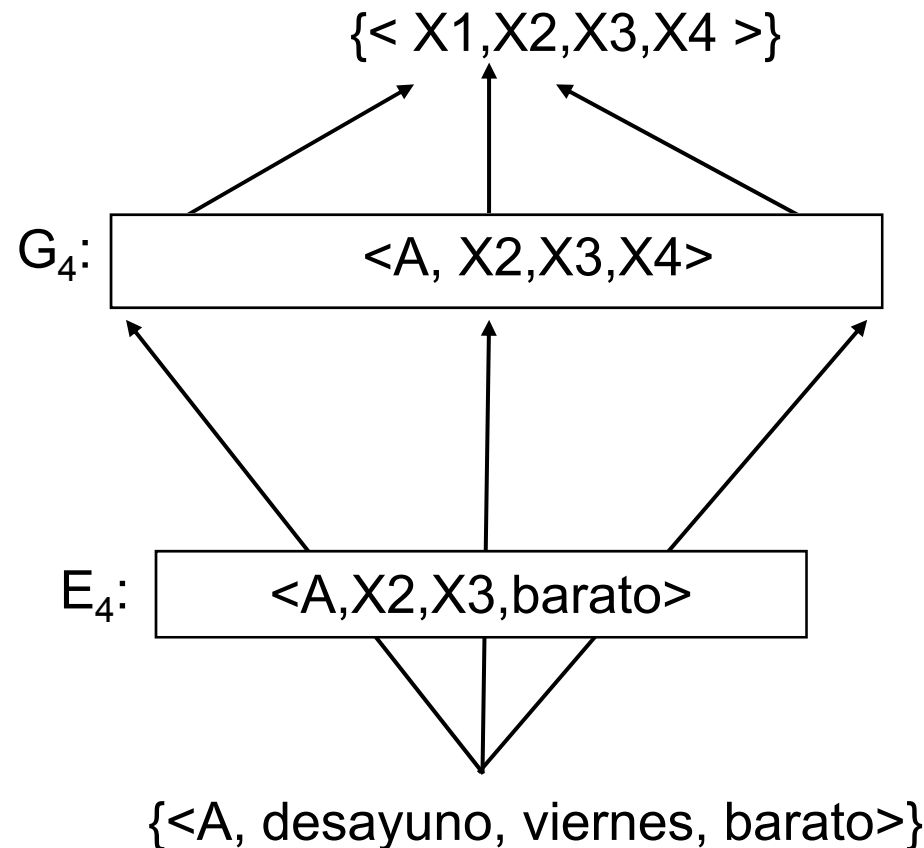
## Cuarto ejemplo: negativo

- ❑ Ejemplo 4: -  $\langle C, \text{desayuno}, \text{domingo}, \text{barato} \rangle$  *negativo*
  - ❑ Eliminar de E descripciones consistentes (*no hay*)
  - ❑ Especializar G para que no lo cubra
    - ❑ Elimino la segunda descripción porque está incluida en la primera



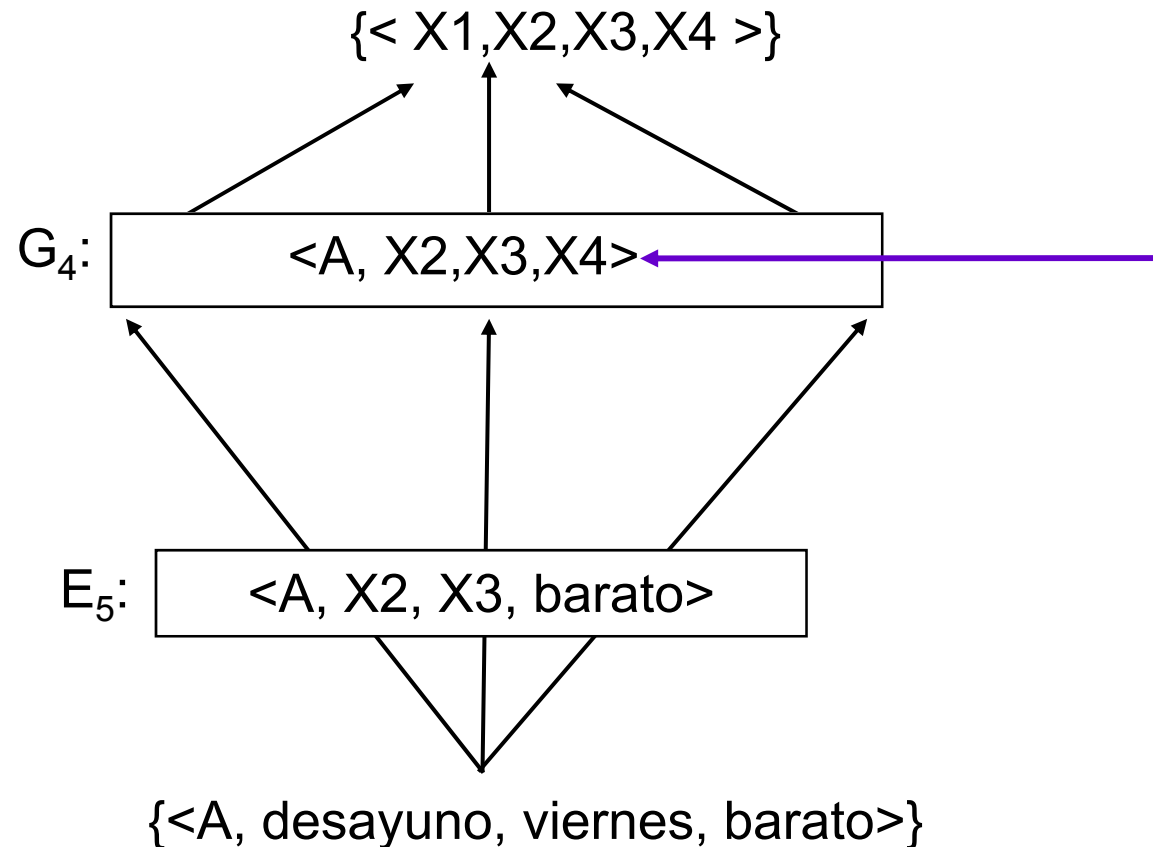
## Cuarto ejemplo: negativo

- ❑ Ejemplo 4: -  $\langle C, \text{desayuno}, \text{domingo}, \text{barato} \rangle$  *negativo*
  - ❑ Eliminar de E descripciones consistentes (*no hay*)
  - ❑ Especializar G para que no lo cubra
    - ❑ Elimino la segunda descripción porque está incluida en la primera



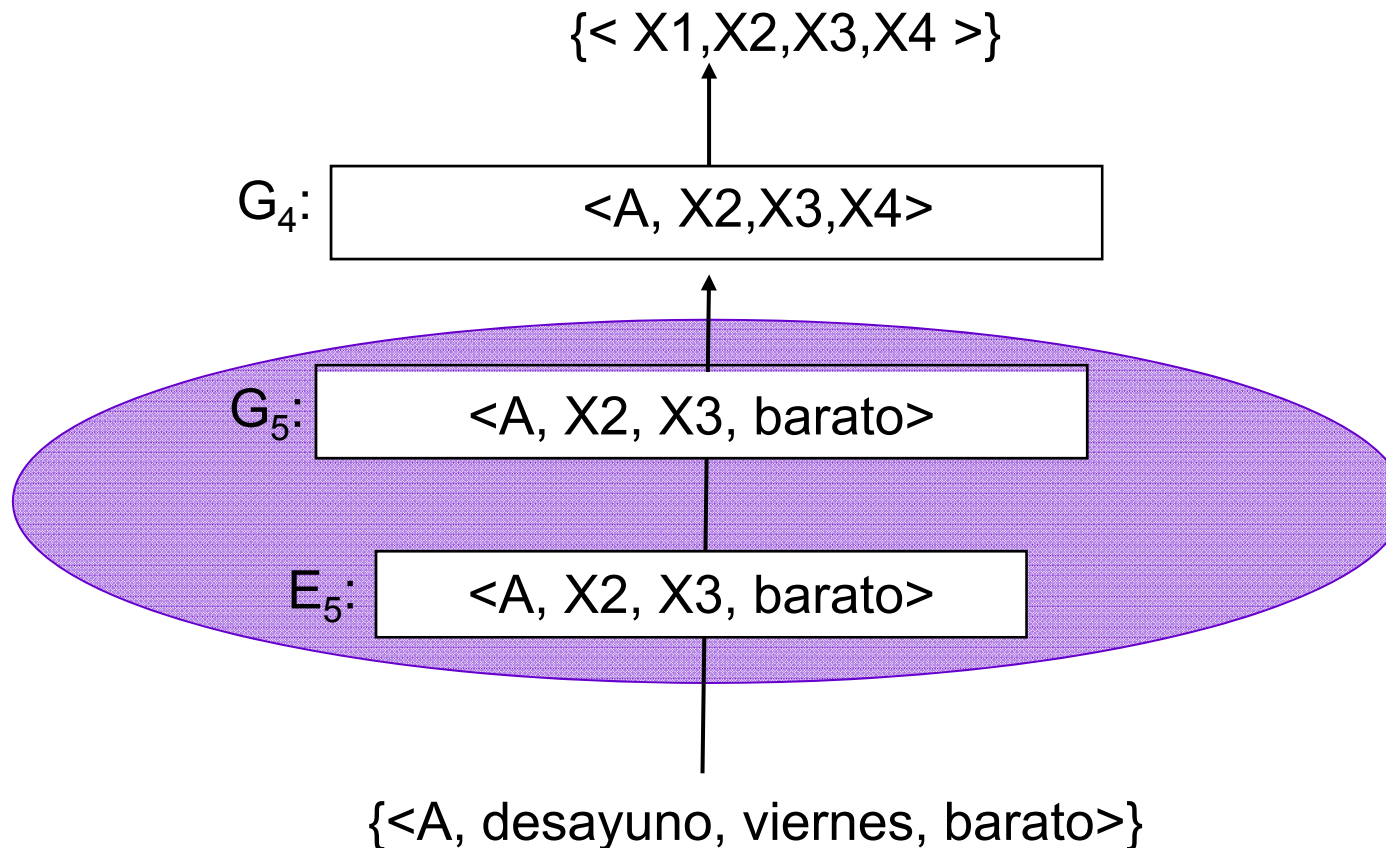
## Quinto ejemplo: negativo

- ❑ Ejemplo 5: - *<A, desayuno, domingo, caro>* *negativo*
  - ❑ Eliminar de E descripciones consistentes (*no hay*)
  - ❑ Especializar G para que no lo cubra



## Quinto ejemplo: negativo

- ❑ Ejemplo 5: - *<A, desayuno, domingo, caro>* *negativo*
  - ❑ Eliminar de E descripciones consistentes (*no hay*)
  - ❑ Especializar G para que no lo cubra



## Ejercicio 2: alergias y restaurantes

- ❑ Se quería aplicar el algoritmo del **espacio de versiones** para determinar la causa de la reacción alérgica que se produce en un paciente, en función del restaurante en el que ha comido, de si ha sido desayuno o comida, del día de la semana y del precio de la comida
- ❑ Los datos de los que se disponía eran los siguientes:

<i>Restaurante A</i>	<i>desayuno</i>	<i>viernes</i>	<i>barato</i>	<i>reacción +</i>
<i>Restaurante B</i>	<i>comida</i>	<i>viernes</i>	<i>caro</i>	<i>reacción -</i>
<i>Restaurante A</i>	<i>comida</i>	<i>sábado</i>	<i>barato</i>	<i>reacción +</i>
<i>Restaurante C</i>	<i>desayuno</i>	<i>domingo</i>	<i>barato</i>	<i>reacción -</i>
<i>Restaurante A</i>	<i>desayuno</i>	<i>domingo</i>	<i>caro</i>	<i>reacción -</i>

- ❑ Solución: **Restaurante A y comida barata**

## Ejercicio 3: riesgo de quemaduras solares

- **Aplicar el algoritmo ID3 para obtener el árbol de decisión que permita clasificar a las personas según su riesgo de padecer quemaduras solares**



## Ejercicio 3: riesgo de quemaduras solares

❑ Los datos de los que se dispone son los siguientes:

<i><b>Nombre</b></i>	<i><b>Pelo</b></i>	<i><b>Estatura</b></i>	<i><b>Peso</b></i>	<i><b>Loción</b></i>	<i><b>Quema- duras</b></i>
<i>Sara</i>	<i>rubio</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>rubio</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Alejandro</i>	<i>castaño</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>rubio</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Emilio</i>	<i>pelirrojo</i>	<i>media</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Pedro</i>	<i>castaño</i>	<i>alta</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>Juan</i>	<i>castaño</i>	<i>media</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>Carolina</i>	<i>rubio</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>

## ID3 (Quinlan, 1986)

- ❑ **ID3**: algoritmo de aprendizaje de conceptos que, a partir de un conjunto de ejemplos, induce un **árbol de decisión** (no necesariamente binario) que le permitirá clasificar los futuros casos
- ❑ Su objetivo es construir el árbol de decisión más simple para clasificar los ejemplos de entrenamiento
- ❑ Sesgo: descripciones que incluyen conjunciones, disyunciones y negaciones (*formas normales disyuntivas; cjtos. de reglas*)
- ❑ Ventaja: permite aprender varios conceptos simultáneamente (no sólo un concepto y su negación)
- ❑ **No es incremental**: trabaja sobre la totalidad del conjunto inicial de ejemplos

- Datos sobre los que opera el algoritmo:
  - Conjunto de ejemplos de entrenamiento
    - $E$
  - Conjunto de las clases a las que pueden pertenecer los ejemplos
    - $Cl_1, Cl_2, \dots, Cl_N$
  - Conjunto de atributos definidos sobre los ejemplos
    - $A, B, C, \dots$
  - Conjuntos con los valores posibles para cada atributo
    - $A_1, \dots, A_K, B_1, \dots, B_L, C_1, \dots, C_M, \dots$

# Datos del ejercicio

- ☐ Datos: 8 personas
  - ☐ 3 colores de pelo
  - ☐ 3 estaturas
  - ☐ 3 pesos
  - ☐ 2 valores para el uso de loción
- ☐  $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$  combinaciones posibles
- ☐ Cuando llegue un nuevo caso, hay  $8/54 = 15\%$  de posibilidades de que coincida con el tipo de alguna de las 8 personas del conjunto de entrenamiento
  - ☐ En casos reales, este valor suele ser más bajo (del orden del 0,3%)
  - ☐ No va a haber emparejamiento exacto

## ID3: datos del ejercicio

- ❑ Datos sobre los que opera el algoritmo:
  - ❑ Conjunto de ejemplos de entrenamiento
    - ❑ El formado por las 8 personas de la tabla
  - ❑ Conjunto de las clases a las que pueden pertenecer los ejemplos
    - ❑ Riesgo o SinRiesgo, según si hay riesgo o no de padecer quemaduras solares
  - ❑ Conjunto de atributos definidos sobre los ejemplos
    - ❑ Pelo, estatura, peso, loción
      - ❑ El nombre no es un atributo (*simplemente es una clave o identificador*)
  - ❑ Conjuntos con los valores posibles para cada atributo
    - ❑ Pelo: rubio, castaño, pelirrojo
    - ❑ Estatura: media, alta, baja
    - ❑ Peso: bajo, medio, alto
    - ❑ Loción: sí, no

## ID3: entropía inicial

- La **entropía inicial** de un nodo  $X$ , antes de clasificar los ejemplos que contiene en base a alguno de los atributos:

$$E(X) = - \sum_{j=1}^N P_X(Cl_j) \cdot \log_2 P_X(Cl_j)$$

donde

$$\log_2 x = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \log_2 x & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y la probabilidad de una clase  $Cl_j$  en el nodo  $X$  es

$$P_X(Cl_j) = \frac{|n^\circ \text{ de } \_ \text{ejemplos } \_ \text{correspondientes } \_ \text{a } Cl_j \_ \text{en } X|}{|n^\circ \text{ total } \_ \text{de } \_ \text{ejemplos } \_ \text{en } X|}$$

para  $j \in [1..N]$

## ID3: entropía inicial

□ Entropía inicial en la raíz del árbol:

□  $P(\text{Riesgo}) = 3/8$

□  $P(\text{SinRiesgo}) = 5/8$

□  $E(\text{raíz}) = -3/8 \log_2 3/8 - 5/8 \log_2 5/8 = 0,5306 + 0,4238 = 0,9544$

<i>Nombre</i>	<i>Pelo</i>	<i>Estatura</i>	<i>Peso</i>	<i>Loción</i>	<i>Quemaduras</i>
<i>Sara</i>	<i>rubio</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>rubio</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Alejandro</i>	<i>castaño</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>rubio</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Emilio</i>	<i>pelirrojo</i>	<i>media</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Pedro</i>	<i>castaño</i>	<i>alta</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>Juan</i>	<i>castaño</i>	<i>media</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>Carolina</i>	<i>rubio</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>

## ID3: entropía final

- La **entropía final** del nodo  $X$  al ramificar utilizando el atributo  $A$ , es igual a la suma de las entropías de los nodos resultantes de fijar el valor del atributo multiplicadas por la probabilidad de cada valor

$$E_A(X) = \sum_{i=1}^k P_X(A_i) \cdot E(A_i)$$

donde la probabilidad  $P_X(A_i)$  es

$$P_X(A_i) = \frac{|n^\circ \text{ de } \_ \text{ejemplos } \_ \text{ en } \_ X \_ \text{ con } \_ \text{ atributo } \_ A = A_i|}{|n^\circ \text{ total } \_ \text{ de } \_ \text{ ejemplos } \_ \text{ en } \_ X|}$$



## ID3: entropía final por el atributo pelo

□ Entropía final clasificando según el atributo pelo:

□  $E_{\text{pelo}}(\text{raíz}) =$

$P(\text{rubio}) * E(\text{rubio}) + P(\text{castaño}) * E(\text{castaño}) + P(\text{pelirrojo}) * E(\text{pelirrojo})$

□  $P(\text{rubio}) = 4/8 = 1/2$

□  $E(\text{rubio}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo pelo

- Entropía final clasificando según el atributo pelo:
  - $E_{\text{pelo}}(\text{raíz}) = 1/2 + P(\text{castaño}) * E(\text{castaño}) + P(\text{pelirrojo}) * E(\text{pelirrojo})$ 
    - $P(\text{castaño}) = 3/8$
    - $E(\text{castaño}) = 0$

<i>Nombre</i>	<i>Pelo</i>	<i>Estatura</i>	<i>Peso</i>	<i>Loción</i>	<i>Quema- duras</i>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo pelo

□ Entropía final clasificando según el atributo pelo:

□  $E_{\text{pelo}}(\text{raíz}) = 1/2 + 0 + P(\text{pelirrojo}) * E(\text{pelirrojo})$

□  $P(\text{pelirrojo}) = 1/8$

□  $E(\text{pelirrojo}) = 0$

□  $E_{\text{pelo}}(\text{raíz}) = 1/2 + 0 + 0 = 1/2$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo estatura

□ Entropía final clasificando según el atributo estatura:

□  $E_{\text{estatura}}(\text{raíz}) = P(\text{baja}) * E(\text{baja}) + P(\text{media}) * E(\text{media}) + P(\text{alta}) * E(\text{alta})$

□  $P(\text{baja}) = 3/8$

□  $E(\text{baja}) = -1/3 \log_2 1/3 - 2/3 \log_2 2/3 = 1/3 1.585 + 2/3 0.585 = 0.9183$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo estatura

□ Entropía final clasificando según el atributo estatura:

□  $E_{\text{estatura}}(\text{raíz}) = 0.344 + P(\text{media}) * E(\text{media}) + P(\text{alta}) * E(\text{alta})$

□  $P(\text{media}) = 3/8$

□  $E(\text{media}) = -2/3 \log_2 2/3 - 1/3 \log_2 1/3 = 2/3 0.585 + 1/3 1.585 = 0.9183$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo estatura

□ Entropía final clasificando según el atributo estatura:

□  $E_{\text{estatura}}(\text{raíz}) = 0.344 + 0.344 + P(\text{alta}) * E(\text{alta})$

□  $P(\text{alta}) = 2/8$

□  $E(\text{alta}) = 0$

□  $E_{\text{estatura}}(\text{raíz}) = 0.344 + 0.344 + 0 = 0.688$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo peso

□ Entropía final clasificando según el atributo peso:

□  $E_{\text{peso}}(\text{raíz}) = P(\text{bajo}) * E(\text{bajo}) + P(\text{medio}) * E(\text{medio}) + P(\text{alto}) * E(\text{alto})$

□  $P(\text{bajo}) = 2/8 = 1/4$

□  $E(\text{bajo}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo peso

□ Entropía final clasificando según el atributo peso:

□  $E_{\text{peso}}(\text{raíz}) = 1/4 + P(\text{medio}) * E(\text{medio}) + P(\text{alto}) * E(\text{alto})$

□  $P(\text{medio}) = 3/8$

□  $E(\text{medio}) = -1/3 \log_2 1/3 - 2/3 \log_2 2/3 = 1/3 \cdot 1.585 + 2/3 \cdot 0.585 = 0.9183$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no



## ID3: entropía final por el atributo peso

□ Entropía final clasificando según el atributo peso:

□  $E_{\text{peso}}(\text{raíz}) = 1/4 + 0.344 + P(\text{alto}) * E(\text{alto})$

□  $P(\text{alto}) = 3/8$

□  $E(\text{alto}) = -1/3 \log_2 1/3 - 2/3 \log_2 2/3 = 1/3 \cdot 1.585 + 2/3 \cdot 0.585 = 0.9183$

□  $E_{\text{peso}}(\text{raíz}) = 0.25 + 0.344 + 0.344 = 0.938$

<i><b>Nombre</b></i>	<i><b>Pelo</b></i>	<i><b>Estatura</b></i>	<i><b>Peso</b></i>	<i><b>Loción</b></i>	<i><b>Quema- duras</b></i>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo loción

□ Entropía final clasificando según el atributo loción:

□  $E_{\text{loción}}(\text{raíz}) = P(\text{sí}) * E(\text{sí}) + P(\text{no}) * E(\text{no})$

□  $P(\text{sí}) = 3/8$

□  $E(\text{sí}) = 0$

<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quema- duras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo loción

□ Entropía final clasificando según el atributo loción:

□  $E_{\text{loción}}(\text{raíz}) = 0 + P(\text{no}) * E(\text{no})$

□  $P(\text{no}) = 5/8$

□  $E(\text{no}) = -3/5 \log_2 3/5 - 2/5 \log_2 2/5 = 3/5 0.737 + 2/5 1.322 = 0.971$

□  $E_{\text{loción}}(\text{raíz}) = 0 + 0.6068 = 0.6068$

<i>Nombre</i>	<i>Pelo</i>	<i>Estatura</i>	<i>Peso</i>	<i>Loción</i>	<i>Quema- duras</i>
<i>Sara</i>	<i>rubio</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>rubio</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Alejandro</i>	<i>castaño</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>rubio</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Emilio</i>	<i>pelirrojo</i>	<i>media</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Pedro</i>	<i>castaño</i>	<i>alta</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>Juan</i>	<i>castaño</i>	<i>media</i>	<i>alto</i>	<i>no</i>	<i>no</i>
<i>Carolina</i>	<i>rubio</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>

## ID3: disminución de la entropía

### □ Entropía final según cada uno de los tres atributos

$$\square E_{\text{pelo}}(\text{raíz}) = \frac{1}{2} + 0 + 0 = 1/2$$

$$\square E_{\text{estatura}}(\text{raíz}) = 0.344 + 0.344 + 0 = 0.688$$

$$\square E_{\text{peso}}(\text{raíz}) = \frac{1}{4} + 0.344 + 0.344 + 0 = 0.938$$

$$\square E_{\text{loción}}(\text{raíz}) = 0 + 0.6068 = 0.6068$$

### □ Disminución de la entropía:

$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{pelo}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{pelo}}(\text{raíz}) \\ = 0.9544 - \frac{1}{2} = 0,4544$$

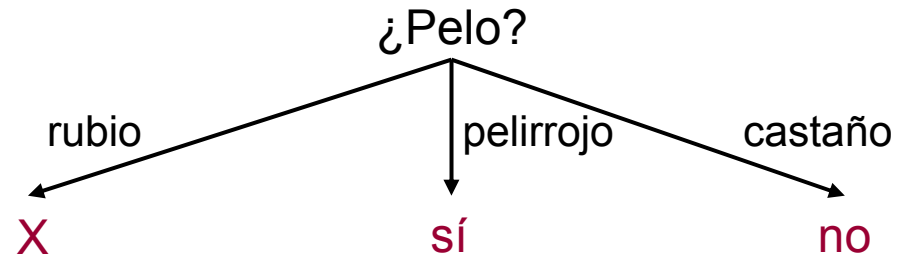
$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{estatura}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{estatura}}(\text{raíz}) \\ = 0.9544 - 0.688 = 0,2664$$

$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{peso}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{peso}}(\text{raíz}) \\ = 0.9544 - 0.938 = 0,0164$$

$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{loción}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{loción}}(\text{raíz}) \\ = 0.9544 - 0.6068 = 0,3476$$

## ID3: primer nivel del árbol

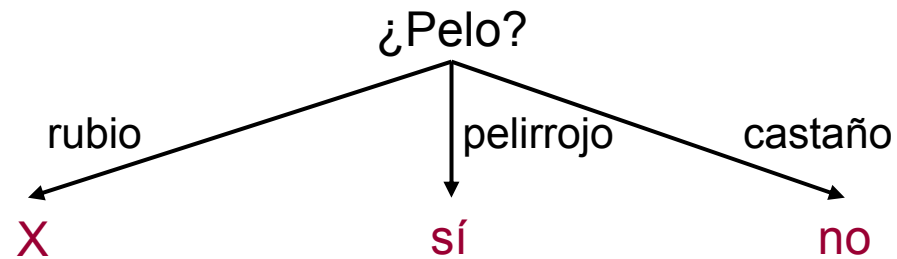
- Atributo más discriminante: **pelo**



<b>Nombre</b>	<b>Pelo</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quema- duras</b>
Sara	rubio	media	bajo	no	sí
Diana	rubio	alta	medio	sí	no
Alejandro	castaño	baja	medio	sí	no
Ana	rubio	baja	medio	no	sí
Emilio	pelirrojo	media	alto	no	sí
Pedro	castaño	alta	alto	no	no
Juan	castaño	media	alto	no	no
Carolina	rubio	baja	bajo	sí	no

## ID3: resto del árbol

□ Nodo a desarrollar: **X**



<b><i>Nombre</i></b>	<b><i>Estatura</i></b>	<b><i>Peso</i></b>	<b><i>Loción</i></b>	<b><i>Quema- duras</i></b>
<i>Sara</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Carolina</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>

□ ¿Alguna previsión de lo que va a ocurrir aplicando ID3?

## ID3: entropía inicial

□ Entropía inicial en X:

□  $P(\text{Riesgo}) = 2/4 = 1/2$

□  $P(\text{SinRiesgo}) = 2/4 = 1/2$

□  $E(X) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$

<b>Nombre</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quemaduras</b>
<i>Sara</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Carolina</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>

## ID3: entropía final por el atributo estatura

□ Entropía final clasificando según el atributo estatura:

□  $E_{\text{estatura}}(X) = P(\text{baja}) * E(\text{baja}) + P(\text{media}) * E(\text{media}) + P(\text{alta}) * E(\text{alta})$

□  $P(\text{baja}) = 2/4 = 1/2$

□  $E(\text{baja}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$

□  $E_{\text{estatura}}(X) = 1/2 * 1 + 1/4 * 0 + 1/4 * 0 = 1/2$

<b>Nombre</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quema- duras</b>
<i>Sara</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Carolina</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>



## ID3: entropía final por el atributo peso

□ Entropía final clasificando según el atributo peso:

□  $E_{\text{peso}}(X) = P(\text{bajo}) * E(\text{bajo}) + P(\text{medio}) * E(\text{medio}) + P(\text{alto}) * E(\text{alto})$

□  $P(\text{bajo}) = 2/4 = 1/2$

□  $E(\text{bajo}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$

□  $P(\text{medio}) = 2/4 = 1/2$

□  $E(\text{medio}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$

□  $P(\text{alto}) = 0$

□  $E_{\text{peso}}(X) = 1/2 * 1 + 1/2 * 1 + 0 = 1$

<b>Nombre</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quema- duras</b>
Sara	media	bajo	no	sí
Diana	alta	medio	sí	no
Ana	baja	medio	no	sí
Carolina	baja	bajo	sí	no

## ID3: entropía final por el atributo loción

□ Entropía final clasificando según el atributo loción:

□  $E_{\text{loción}}(X) = P(\text{sí}) * E(\text{sí}) + P(\text{no}) * E(\text{no})$

□  $P(\text{sí}) = 2/4 = 1/2$

□  $E(\text{sí}) = 0$

□  $P(\text{no}) = 2/4 = 1/2$

□  $E(\text{no}) = 0$

□  $E_{\text{loción}}(X) = 1/2 * 0 + 1/2 * 0 = 0$

<b>Nombre</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quema- duras</b>
Sara	media	bajo	no	sí
Diana	alta	medio	sí	no
Ana	baja	medio	no	sí
Carolina	baja	bajo	sí	no

## ID3: disminución de la entropía

□ Entropía inicial en X:

$$\square E(X) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$$

□ Entropía final según cada uno de los tres atributos

$$\square E_{\text{estatura}}(X) = 1/2 * 1 + 1/4 * 0 + 1/4 * 0 = 1/2$$

$$\square E_{\text{peso}}(X) = 1/2 * 1 + 1/2 * 1 + 0 = 1$$

$$\square E_{\text{loción}}(X) = 1/2 * 0 + 1/2 * 0 = 0$$

□ Disminución de la entropía:

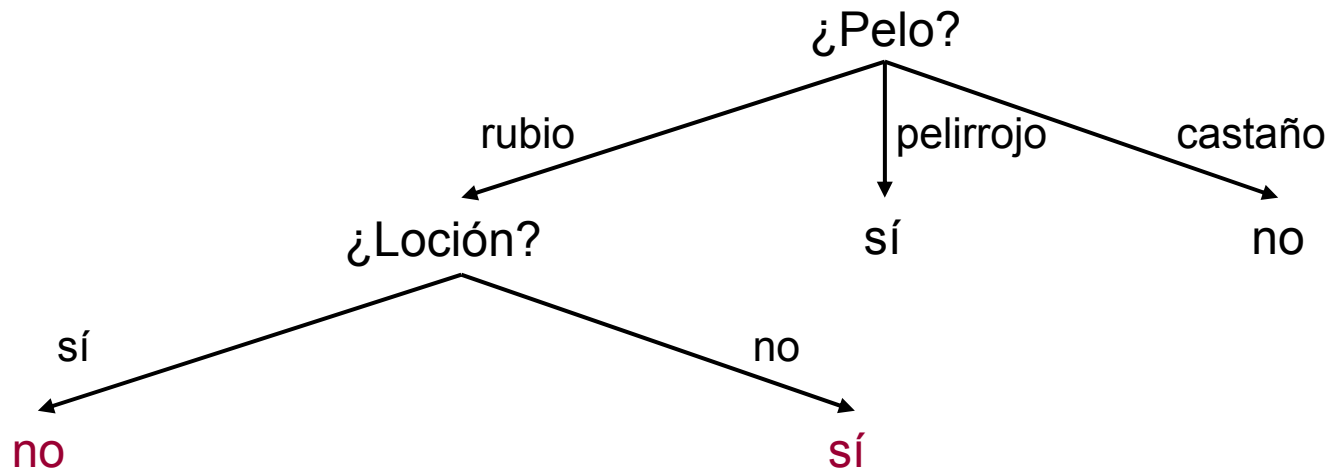
$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{estatura}}(X) = E(X) - E_{\text{estatura}}(X) \\ = 1 - 1/2 = 1/2$$

$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{peso}}(X) = E(X) - E_{\text{peso}}(X) \\ = 1 - 1 = 0$$

$$\square \text{Disminución de entropía}_{\text{loción}}(X) = E(X) - E_{\text{loción}}(X) \\ = 1 - 0 = 1$$

# ID3: árbol de decisión

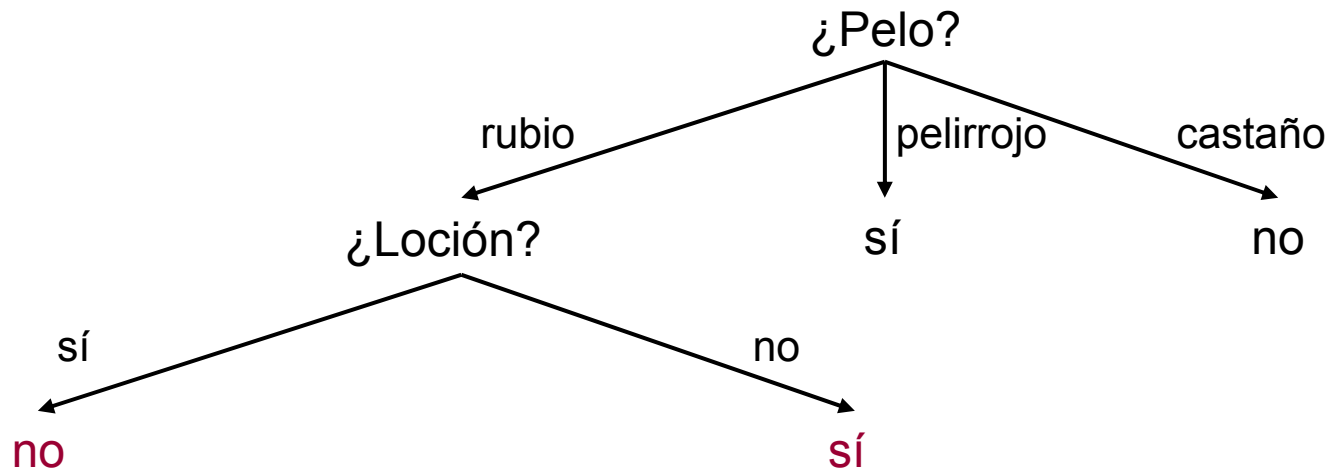
- Atributo más discriminante: **loción**



<b>Nombre</b>	<b>Estatura</b>	<b>Peso</b>	<b>Loción</b>	<b>Quema- duras</b>
<i>Sara</i>	<i>media</i>	<i>bajo</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Diana</i>	<i>alta</i>	<i>medio</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>
<i>Ana</i>	<i>baja</i>	<i>medio</i>	<i>no</i>	<i>sí</i>
<i>Carolina</i>	<i>baja</i>	<i>bajo</i>	<i>sí</i>	<i>no</i>

## Ejercicio 3: ID3

### □ Árbol de decisión



## Ejercicio 4: reconocimiento de objetos

### ☐ Sistema de reconocimiento de objetos usando ID3

- ☐ Utiliza los resultados de un programa de visión que extrae características de los objetos a partir de la imagen obtenida por una cámara
- ☐ De cada objeto se extraen tres características: tamaño, forma y número de orificios
- ☐ Para entrenar al sistema, un tutor humano ha etiquetado cada ejemplo con el nombre del objeto al que corresponde, obteniendo los siguientes casos de entrenamiento

## Ejercicio 4: reconocimiento de objetos

*tuerca(pequeño, compacta, 1)*

*tijeras(grande, alargada, 2)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*tijeras(grande, otras, 2)*

*llave(pequeño, otras, 2)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*tornillo(pequeño, alargada, 0)*

*llave(pequeño, alargada, 1)*

*llave(grande, alargada, 1)*

*tornillo(pequeño, compacta, 0)*

## ID3: datos del ejercicio

- ❑ Datos sobre los que opera el algoritmo:
  - ❑ Conjunto de ejemplos de entrenamiento
    - ❑ El formado por las 10 ejemplos dados
  - ❑ Conjunto de las clases a las que pueden pertenecer los ejemplos
    - ❑ Tuerca, tijeras, lápiz, llave, tornillo
  - ❑ Conjunto de atributos definidos sobre los ejemplos
    - ❑ Tamaño, forma y número de orificios
  - ❑ Conjuntos con los valores posibles para cada atributo
    - ❑ Tamaño: pequeño o grande
    - ❑ Forma: compacta, alargada u otras
    - ❑ Orificios: 0, 1 o 2



## ID3: entropía inicial

- La **entropía inicial** de un nodo  $X$ , antes de clasificar los ejemplos que contiene en base a alguno de los atributos:

$$E(X) = - \sum_{j=1}^N P_X(Cl_j) \cdot \log_2 P_X(Cl_j)$$

donde

$$\log_2 x = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ \log_2 x & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y la probabilidad de una clase  $Cl_j$  en el nodo  $X$  es

$$P_X(Cl_j) = \frac{|n^\circ \text{ de } \_ \text{ejemplos } \_ \text{correspondientes } \_ \text{a } Cl_j \_ \text{en } X|}{|n^\circ \text{ total } \_ \text{de } \_ \text{ejemplos } \_ \text{en } X|}$$

para  $j \in [1..N]$

## ID3: entropía inicial

### □ Entropía inicial en la raíz del árbol:

□  $P(\text{tuerca}) = 1/10$

□  $P(\text{tijeras}) = 2/10$

□  $P(\text{lápiz}) = 2/10$

□  $P(\text{llave}) = 3/10$

□  $P(\text{tornillo}) = 2/10$

□ 
$$E(\text{raíz}) = -1/10 \log_2 1/10 - 2/10 \log_2 2/10 - 2/10 \log_2 2/10 \\ - 3/10 \log_2 3/10 - 2/10 \log_2 2/10 \\ = 0,3322 + 0,4644 + 0,4644 + 0,5211 + 0,4644 = 2,2464$$

*tuerca(pequeño, compacta, 1)*

*tijeras(grande, alargada, 2)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*tijeras(grande, otras, 2)*

*llave(pequeño, otras, 2)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*tornillo(pequeño, alargada, 0)*

*llave(pequeño, alargada, 1)*

*llave(grande, alargada, 1)*

*tornillo(pequeño, compacta, 0)*

## ID3: entropía final

- La **entropía final** del nodo  $X$  al ramificar utilizando el atributo  $A$ , es igual a la suma de las entropías de los nodos resultantes de fijar el valor del atributo multiplicadas por la probabilidad de cada valor

$$E_A(X) = \sum_{i=1}^k P_X(A_i) \cdot E(A_i)$$

donde la probabilidad  $P_X(A_i)$  es

$$P_X(A_i) = \frac{|n^\circ \text{ de } \_ \text{ejemplos } \_ \text{ en } \_ X \_ \text{ con } \_ \text{ atributo } \_ A = A_i|}{|n^\circ \text{ total } \_ \text{ de } \_ \text{ ejemplos } \_ \text{ en } \_ X|}$$

## ID3: entropía final por el atributo tamaño

□ Entropía final clasificando según el atributo tamaño:

□  $E_{\text{tamaño}}(\text{raíz}) = P(\text{pequeño}) \cdot E(\text{pequeño}) + P(\text{grande}) \cdot E(\text{grande})$

□  $P(\text{pequeño}) = 5/10 = 1/2$

□  $E(\text{pequeño}) = -1/5 \log_2 1/5 - 2/5 \log_2 2/5 - 2/5 \log_2 2/5$   
 $= 0.4644 + 0.5288 + 0.5288 = 1.5219$

□  $P(\text{grande}) = 5/10 = 1/2$

□  $E(\text{grande}) = -1/5 \log_2 1/5 - 2/5 \log_2 2/5 - 2/5 \log_2 2/5 = 1.5219$

□  $E_{\text{tamaño}}(\text{raíz}) = 0.7609 + 0.7609 = 1.5219$

*tuerca(pequeño, compacta, 1)*

*tijeras(grande, alargada, 2)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*tijeras(grande, otras, 2)*

*llave(pequeño, otras, 2)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*tornillo(pequeño, alargada, 0)*

*llave(pequeño, alargada, 1)*

*llave(grande, alargada, 1)*

*tornillo(pequeño, compacta, 0)*

## ID3: entropía final por el atributo forma

□ Entropía final clasificando según el atributo forma:

$$\square E_{\text{forma}}(\text{raíz}) = P(\text{compacta}) * E(\text{compacta}) + P(\text{alargada}) * E(\text{alargada}) + P(\text{otras}) * E(\text{otras})$$

$$\square P(\text{compacta}) = 2/10 = 1/5$$

$$\square E(\text{compacta}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$$

$$\square P(\text{alargada}) = 6/10 = 3/5$$

$$\square E(\text{alargada}) = -1/6 \log_2 1/6 - 2/6 \log_2 2/6 - 1/6 \log_2 1/6 - 2/6 \log_2 2/6 \\ = 0.4308 + 0.5283 + 0.4308 + 0.5283 = 1.9183$$

$$\square P(\text{otras}) = 2/10 = 1/5$$

$$\square E(\text{otras}) = -1/2 \log_2 1/2 - 1/2 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$$

$$\square E_{\text{forma}}(\text{raíz}) = 1/5 + 3/5 * 1.9183 + 1/5 = 1.551$$

*tuerca(pequeño, compacta, 1)*

*tornillo(pequeño, alargada, 0)*

*tijeras(grande, otras, 2)*

*tornillo(pequeño, compacta, 0)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*llave(grande, alargada, 1)*

*tijeras(grande, alargada, 2)*

*llave(pequeño, alargada, 1)*

*llave(pequeño, otras, 2)*

## ID3: entropía final por el atributo orificios

### □ Entropía final clasificando según el atributo orificios:

$$\square E_{\text{orificios}}(\text{raíz}) = P(0) \cdot E(0) + P(1) \cdot E(1) + P(2) \cdot E(2)$$

$$\square P(0) = 4/10 = 2/5$$

$$\square E(0) = -2/4 \log_2 1/2 - 2/4 \log_2 1/2 = 1/2 + 1/2 = 1$$

$$\square P(1) = 3/10$$

$$\square E(1) = -1/3 \log_2 1/3 - 2/3 \log_2 2/3 = 0.5283 + 0.39 = 0.9183$$

$$\square P(2) = 3/10$$

$$\square E(2) = -2/3 \log_2 2/3 - 1/3 \log_2 1/3 = 1/2 + 1/2 = 1$$

$$\begin{aligned} \square E_{\text{orificios}}(\text{raíz}) &= 2/5 + 3/10 \cdot 0.9183 + 3/10 \cdot 0.9183 \\ &= 2/5 + 0.2755 + 0.2755 = \mathbf{0.951} \end{aligned}$$

*tuerca(pequeño, compacta, 1)*

*tornillo(pequeño, alargada, 0)*

*tijeras(grande, otras, 2)*

*tornillo(pequeño, compacta, 0)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*lápiz(grande, alargada, 0)*

*llave(grande, alargada, 1)*

*tijeras(grande, alargada, 2)*

*llave(pequeño, alargada, 1)*

*llave(pequeño, otras, 2)*

## ID3: disminución de la entropía

□ Entropía inicial en la raíz del árbol:

□  $E(\text{raíz}) = 2,2464$

□ Entropía final según cada uno de los tres atributos

□  $E_{\text{tamaño}}(\text{raíz}) = 1.5219$

□  $E_{\text{forma}}(\text{raíz}) = 1.551$

□  $E_{\text{orificios}}(\text{raíz}) = 0.951$

□ Disminución de la entropía:

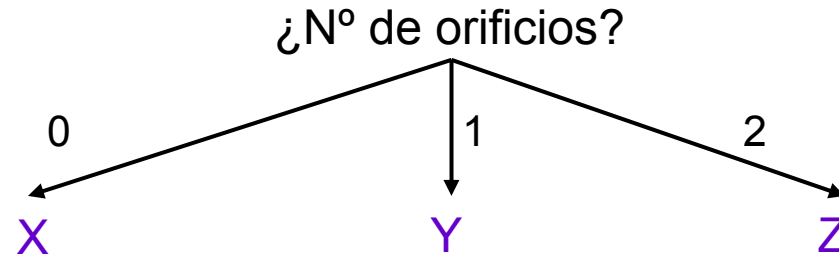
□  $\text{Disminución de entropía}_{\text{tamaño}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{tamaño}}(\text{raíz})$   
 $= 2,2464 - 1.5219 = 0.7245$

□  $\text{Disminución de entropía}_{\text{forma}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{forma}}(\text{raíz})$   
 $= 2,2464 - 1.551 = 0.6954$

□  $\text{Disminución de entropía}_{\text{orificios}}(\text{raíz}) = E(\text{raíz}) - E_{\text{orificios}}(\text{raíz})$   
 $= 2,2464 - 0.951 = 1.2954$

## ID3: primer nivel del árbol

- Atributo más discriminante: **orificios**



- Desarrollo de **X**

*lápiz(grande, alargada)*

*lápiz(grande, alargada)*

*tornillo(pequeño, alargada)*

*tornillo(pequeño, compacta)*

- Desarrollo de **Y**

*tuerca(pequeño, compacta)*

*llave(pequeño, alargada)*

*llave(grande, alargada)*

- Desarrollo de **Z**

*tijeras(grande, alargada)*

*tijeras(grande, otras)*

*llave(pequeño, otras)*



## Ejercicio 4: reconocimiento de objetos

- ❑ ¿Qué diferencias habría si se aplicara el espacio de versiones a este mismo problema?
- ❑ El algoritmo del espacio de versiones no es aplicable aquí
  - ❑ Sólo permite aprender un concepto: tendríamos que aplicarlo una vez para cada concepto que aparece: tuerca, tijeras, lápiz, llave, tornillo...
  - ❑ Además, llave no lo podría aprender porque no se puede expresar como una conjunción de literales positivos (porque los ejemplos positivos dados no tienen ninguna característica común)
    - ❑ La descripción obtenida para llave sería  $(X1, X2, X3)$ , es decir, sin restricciones
    - ❑ La definición de llave que hay que aprender es
$$(X1, \text{alargada}, 1) \vee (\text{pequeño}, \text{otras}, 2)$$
pero el algoritmo del espacio de versiones no puede aprender disyunciones

## Ejercicio 6. Clustering Jerárquico › Dendrogramas

1. El primer paso (común a todos los métodos) es calcular la matriz de distancias o matriz de disimilaridad.
2. Buscar el par mas cercano.

D1							
D2	0,3606						
D3	0,5000	0,4243					
D4	0,9220	0,7071	0,4472				
D5	1,3416	1,0440	0,9220	0,5000			
D6	1,8385	1,5524	1,3892	0,9434	0,5099		
D7	1,7263	1,5000	1,2369	0,8062	0,5831	0,4000	
D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	

# Clustering Jerárquico > Dendrogramas

3. Los junto, formo un nuevo cluster y me quedo con las mínimas distancias de ambos clusters.

$$\alpha = 0.3606$$

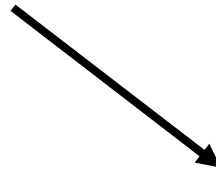
(índice de heterogeneidad)

D1						
D2	0,3606					
D3	0,5000	0,4243				
D4	0,9220	0,7071	0,4472			
D5	1,3416	1,0440	0,9220	0,5000		
D6	1,8385	1,5524	1,3892	0,9434	0,5099	
D7	1,7263	1,5000	1,2369	0,8062	0,5831	0,4000
D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7

D1/D2=D8						
D3	0,4243					
D4	0,7071	0,4472				
D5	1,0440	0,9220	0,5000			
D6	1,5524	1,3892	0,9434	0,5099		
D7	1,5000	1,2369	0,8062	0,5831	0,4000	
D1/D2=D8	D3	D4	D5	D6	D7	

# Clustering Jerárquico › Dendrogramas

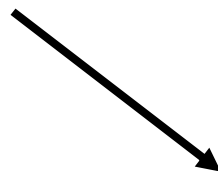
D1/D2=D8						
D3	0,4243					
D4	0,7071	0,4472				
D5	1,0440	0,9220	0,5000			
D6	1,5524	1,3892	0,9434	0,5099		
D7	1,5000	1,2369	0,8062	0,5831	0,4000	
D1/D2=D8	D3	D4	D5	D6	D7	



D8					
D3	0,4243				
D4	0,7071	0,4472			
D5	1,0440	0,9220	0,5000		
D6/D7=D9	1,5000	1,2369	0,8062	0,5099	
D8	D3	D4	D5	D6/D7=D9	

# Clustering Jerárquico › Dendrogramas

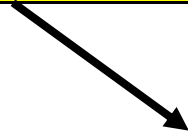
<b>D8</b>					
<b>D3</b>	<b>0,4243</b>				
<b>D4</b>	0,7071	<b>0,4472</b>			
<b>D5</b>	1,0440	<b>0,9220</b>	0,5000		
<b>D6/D7=D9</b>	1,5000	<b>1,2369</b>	0,8062	0,5099	



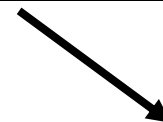
<b>D3/D8=D10</b>				
<b>D4</b>	<b>0,4472</b>			
<b>D5</b>	0,9220	0,5000		
<b>D9</b>	1,2369	0,8062	0,5099	
<b>D3/D8=D10</b>	<b>D4</b>	<b>D5</b>	<b>D9</b>	

# Clustering Jerárquico › Dendrogramas

D3/D8=D10			
D4	0,4472		
D5	0,9220	0,5000	
D9	1,2369	0,8062	0,5099
D3/D8=D10	D4	D5	D9

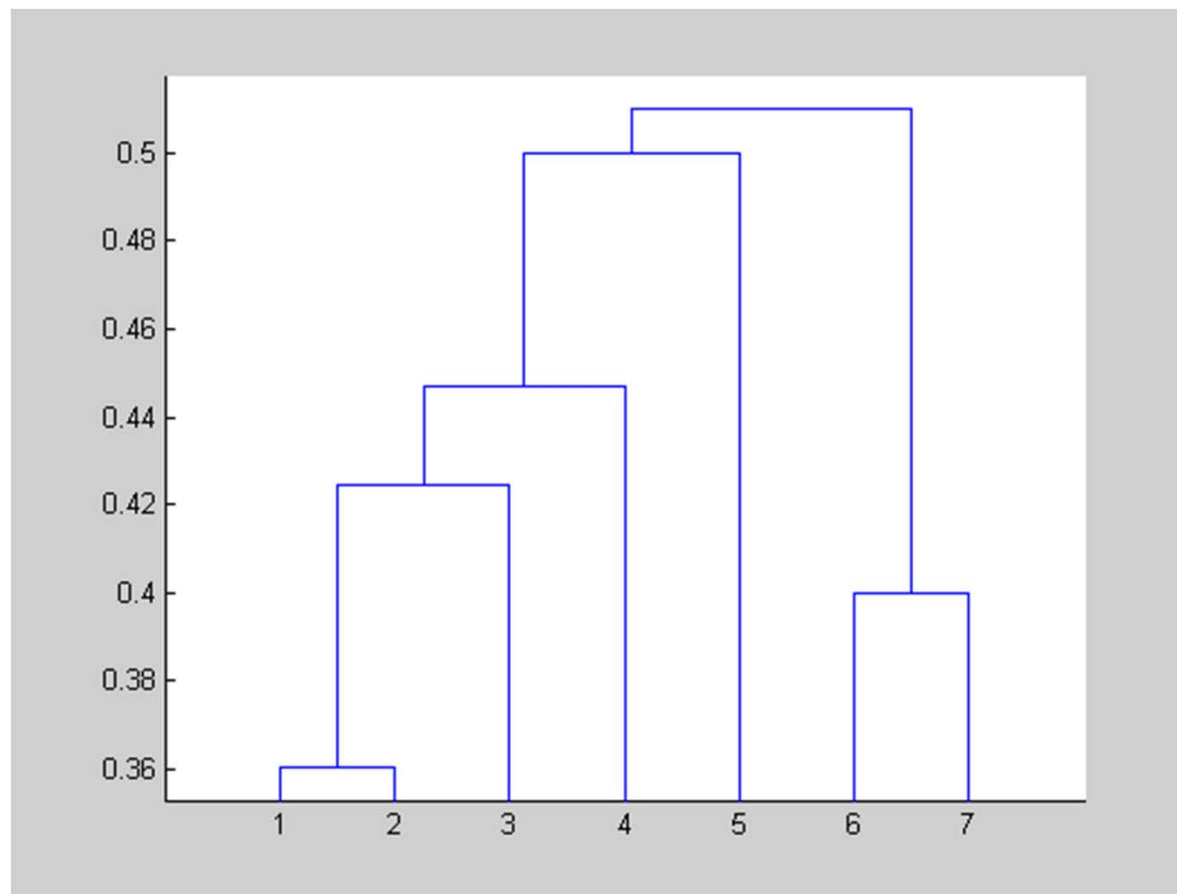


D4/D10=D11			
D5	0,5000		
D9	0,8062	0,5099	
D4/D10=D11	D5	D9	



D5/D11		
D9	0,5099	
D5/D11	D9	

# Clustering Jerárquico › Dendrogramas



# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

## Tarea

Encontrar:

- una descripción “operacional” del Concepto Objetivo (C) o Meta
- Datos:
  - una definición inicial de C
  - un ejemplo (E) de (C) o unos pocos
  - conocimiento de base
    - conjunto de reglas que permiten “probar” que E es un ejemplo de C (forman la llamada teoría del dominio, TD)
    - cualquier otra fuente de conocimiento relevante del dominio
- una especificación de las condiciones que deben cumplir los conceptos aprendidos (llamado criterio de operacionalidad, CO)



# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

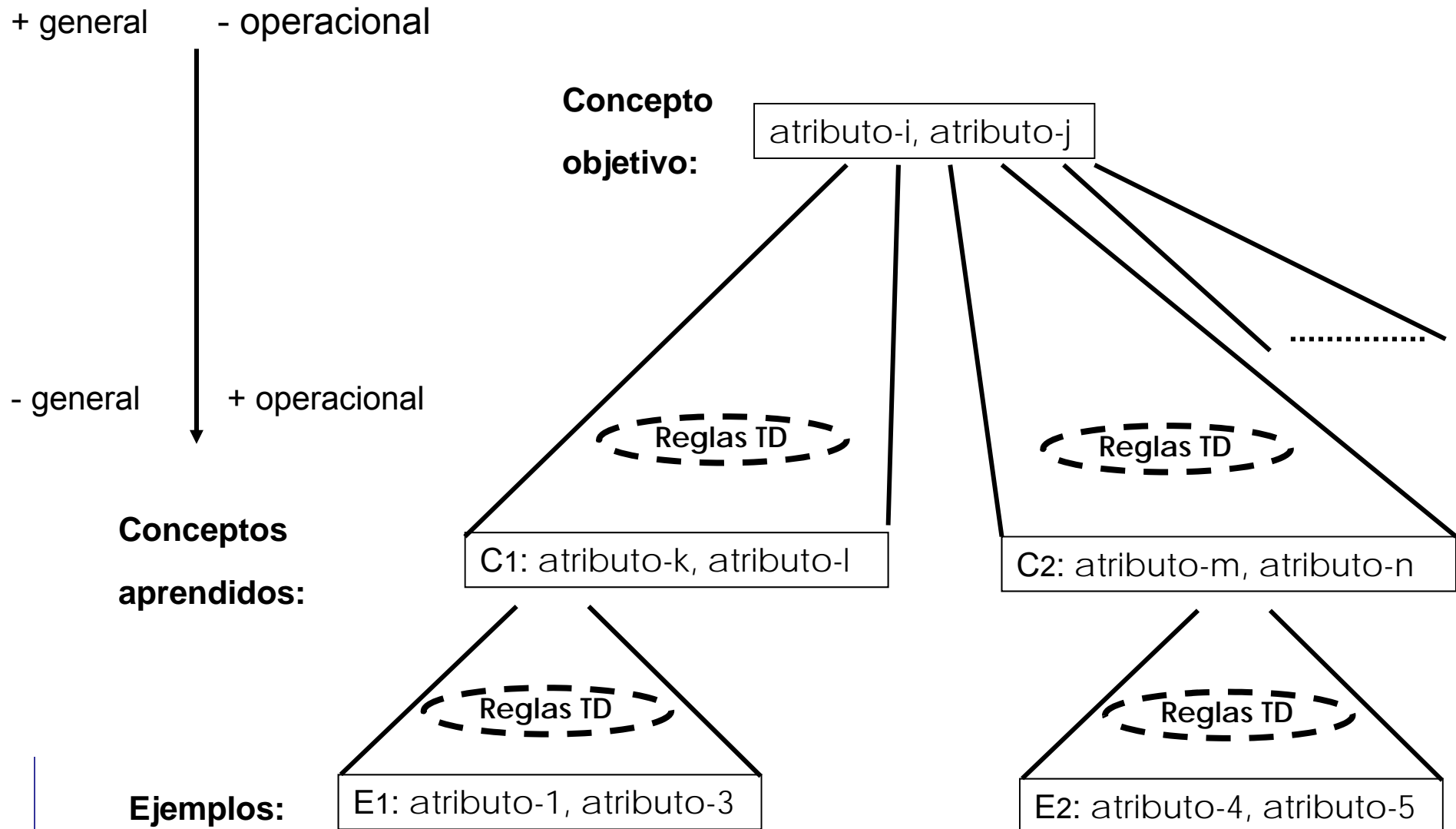
## Descripción de la tarea

El elemento más significativo de la tarea es la existencia del conjunto de reglas que permiten probar que E es una instancia de C, estas reglas forman lo que se denomina teoría del dominio (TD).

La definición del concepto objetivo (C) se utiliza para probar que los ejemplos presentados son realmente instancias de dicho concepto, para ello se utilizan las reglas de TD.

De dichas pruebas se extraen nuevas descripciones que son más generales que los ejemplos, más específicas que C y además tienen que cumplir el criterio de operacionalidad (CO).

# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo



## Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

### Ejemplo

Definición funcional de copa:  $\text{copa}(x) \Leftarrow \text{líquido\_en}(x) \wedge \text{estable}(x) \wedge \text{beber\_en}(x)$

Objetivo obtener una **definición estructural** (más rápida de verificar) de dichos objetos a partir de las reglas anteriores y de los ejemplos que se presenten.

Definición estructural de copa:

$\text{copa}(x) \Leftarrow \text{vidrio}(x) \wedge \text{pie\_plano}(x) \wedge \text{pequeño}(x) \wedge \text{cóncavo}(x)$

# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

## Teoría del dominio que define formalmente copa

### Regla C (concepto objetivo):

copa (x): líquido\_en (x),  
estable (x),  
beber\_en (x)

### Regla Li:

Líquido\_en (u): material (u,v),  
no\_poroso (v)

### Regla Be:

beber\_en (y): levatable (y),  
cóncavo (y)

### Regla Es:

estable (z): pie\_plano (z)

### Regla Le:

levatable (w): ligero (w),  
sujetable (w),

### Regla Su1:

sujetable (t): pequeño (t),  
con\_asas (t)

### Regla Su2:

sujetable (s): pequeño (s),  
cilíndrico (s)

### Hechos

ligero (porcelana).  
ligero (vidrio).  
ligero (aluminio).  
no\_poroso (porcelana).  
no\_poroso (vidrio).  
no\_poroso (aluminio).

# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

## ◆ Aprendizaje deductivo : Estrategias

### Aprendizaje basado en la explicación

1. Se obtiene una explicación (prueba) de por qué el ejemplo presentado es un caso concreto del concepto objetivo.
2. Se generaliza la explicación (o la solución del problema) obtenida en (1) de tal forma que la conclusión sea una descripción operacional del concepto objetivo aplicable a todos los ejemplos del dominio que tuvieran la misma estructura de explicación.

### Estructura de la explicación

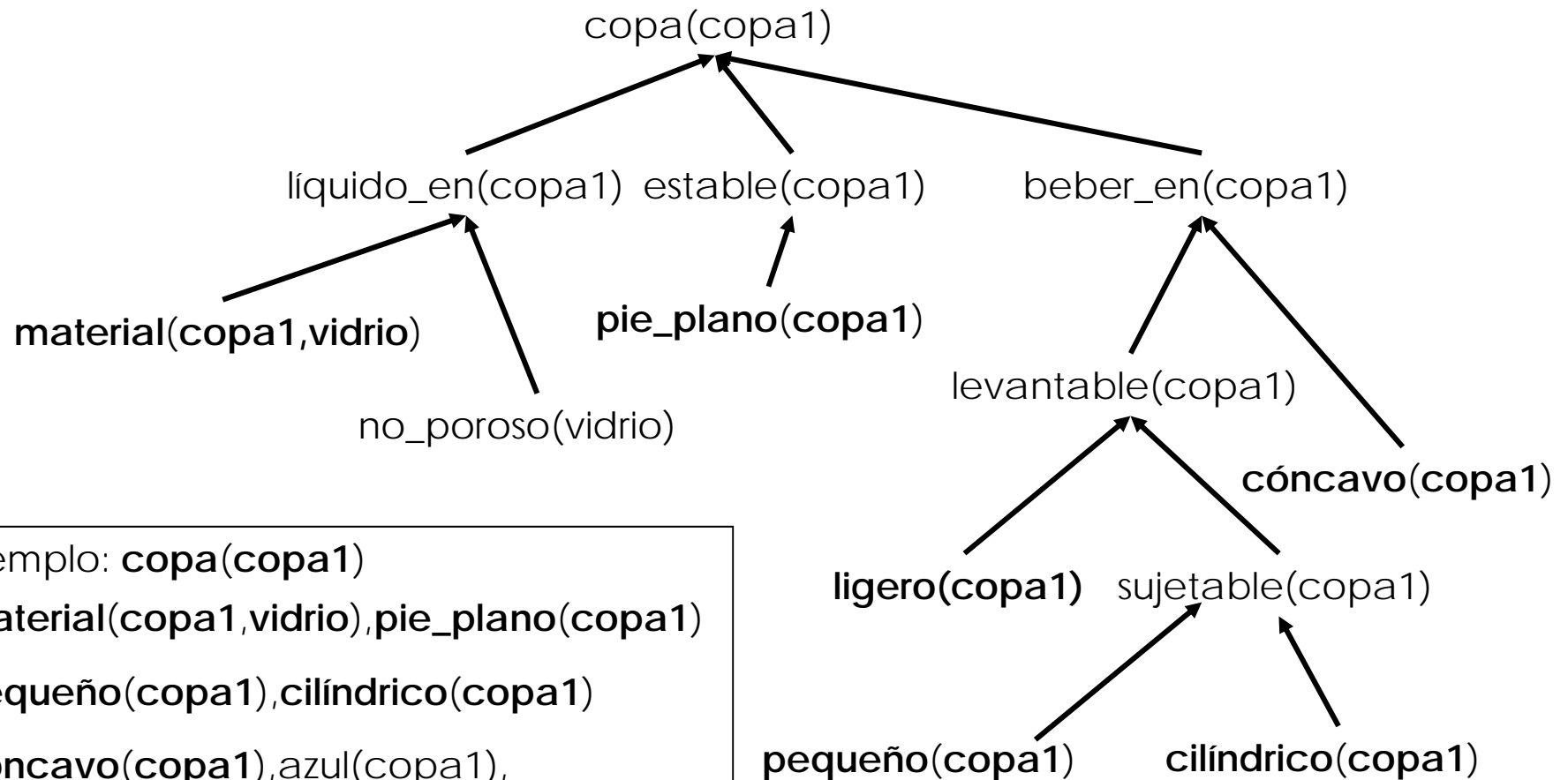
Sustitución de las reglas que forman la explicación del **ejemplo concreto** presentado (reglas en las que sus variables se han particularizado en función de la descripción del ejemplo), por las reglas correspondientes (más generales que contienen variables) tal y como aparecen en la TD

**Conclusión:** Se sustituyen las reglas instanciadas por su versión general

# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

## ◆ Aprendizaje deductivo : Estrategias

### Explicación de una instancia del concepto copa



Ejemplo: **copa(copa1)**  
**material(copa1,vidrio),pie\_plano(copa1)**  
**pequeño(copa1),cilíndrico(copa1)**  
**cóncavo(copa1),azul(copa1),**  
**ligero(copa1)**

# Ejercicio 7: Aprendizaje deductivo

