

# مسئله جاده کشتی

۱

لم: اگر گراف  $G$  بدون یال برگشتی باشد آنگاه به از هر راس در درخت DFS (هر درخت DFS) در زیر درخت

صفر  $v$  |  $v$  راس وجود دارد که یال برگشتی از آن به یکی از

بدلان  $v$  وجود داشته باشد. [یادم رفت بگویم:  $v$  غیر root]

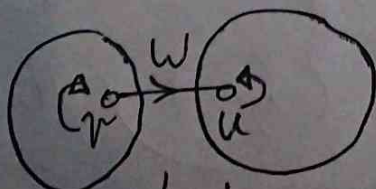
اثبات: فرض کنید چنین نباشد آنگاه راس  $v$  داریم که چنین نیست.



اگر  $v$ ، root نباشد آنگاه یال  $v$  برگشتی است.

برای یال ها برگشتی در گراف جهت به جبهه اند.

اثبات: بخش الف یکی از طرفین: اگر یال برگشتی مثل  $u$  باشد آنگاه فرض کنید جهت



داده/اید به  $u$  آنگاه از یک سمت  $v$  به  $u$  یا برعکس مسیر نخواهد بود.

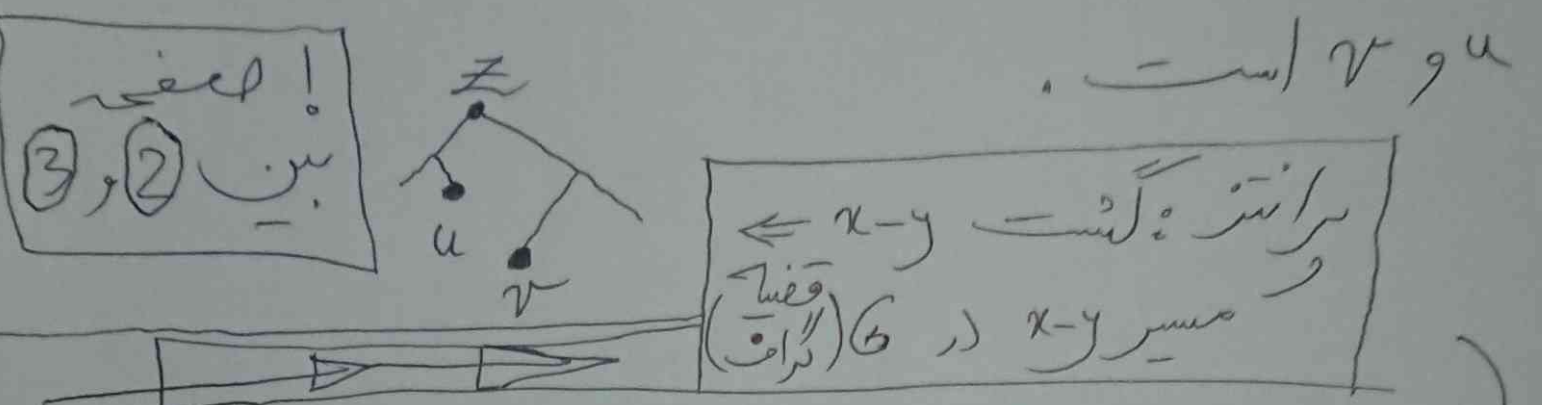
به طرف دیگر الف و ب یکجا کاری کنیم. (2)

روی  $v$ ، DFS بنویس یا ال ها (درخت DFS را در جهت  
پایین جهت دهد) و یا ال ها (برگشتی را به سمت جدا  
(بالا)).

اگر یا ال برگشتی نباشد لم! برقرار است ثابت می کنیم به ال ها و  $v$   
(در هر دو مسیر  $(u, v)$  و  $(v, u)$ )، مسیر وجود خواهد داشت:

Case 1: (طبق تقارن)  $v$  جد  $u$  باشد. پس در درخت  
از  $v$  به  $u$  مسیر در درخت است. افزیز درخت  $u$   
یا ال برگشتی به راسی بالا (جد)  $u$  (در مسیر  $v, u$ ) در درخت  
وجود دارد. ← اسس  $x_1$  در زیر درخت  $x_1$ ، یا ال برگشتی  
به راسی بالای  $x_1$  داریم  $\dots \leftarrow x_2$  و  $\dots$  تا جایی که (هر بار  
بالا تر می رویم  $x_2$  از  $x_1$  بالاتر و  $x_3$  از  $x_2$  بالاتر و  $\dots$ ) به  
 $v$  یا راسی بالا (جد)  $v$  برسیم یا به root (که جد  $v$ )  
( $v$  هم ممکنه root باشه)

Case 2:  $u$  جد  $v$  نه  $v$  جد  $u$ : (در این صورت  
 ایسی عمل وجود دارد که نزدیک پدر (جد) مشترک



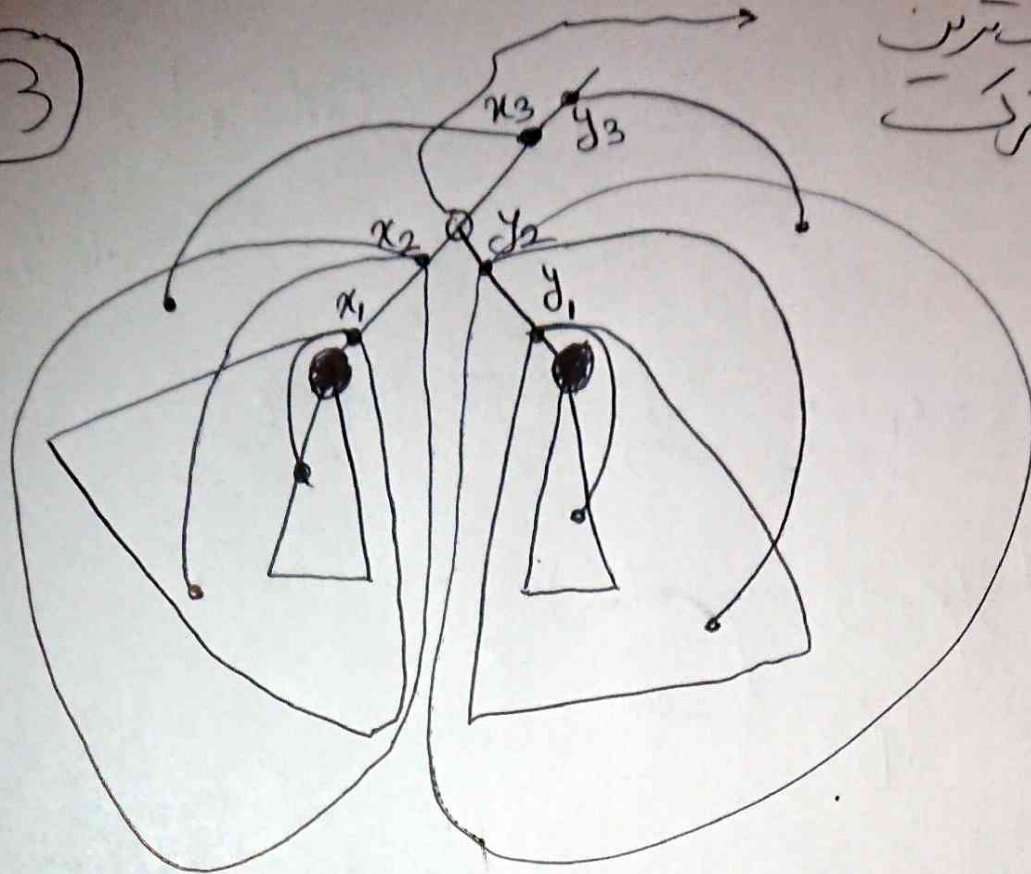
برای  $u$ : دنباله  $\{x_i\}$  روی سازیم (مثل Case 1)  
 که  $x_{i+1}$  جد  $x_i$  باشد و  $x_n$  آخرین عضو دنباله یا  
 root و یا  $z$  و یا چیزی که جد  $z$  است باشد.  
 (تا آن جا  $(x_n)$  ادامه می دهیم)

از  $\{x_i\}$  در مسیر  $u$  به  $v$  استفاده می شود\*  
 برای  $v$ :  $\{y_i\}$  داریم که  $y_{i+1}$  جد  $y_i$  باشد  
 و آخرین عضو دنباله  $z$  یا root یا بالاتر (جد) از  $z$   
 باشد از  $\{y_i\}$  برای مسیر  $v$  به  $u$  استفاده می کنیم\*

وجود همی در گراف



نزد ملک تیرین  
حد مشترک



اسر بزرگ و تو  
اند

۴ به ۵:  $\alpha \rightarrow \alpha_1 \rightarrow \text{پایه بر لکنت} \rightarrow \text{مسیر روی} \rightarrow \text{پایه بر لکنت} \rightarrow \text{مسیر روی} \rightarrow \alpha$

$x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow$  مسیر نزدیک ترین حد مشترک  $\rightarrow$  حد مشترک تا  $x_i$   
 $x, y$

$u \sim v$  : عین  $u \sim v$  حاکمها بنابر