

ابتدا ثابت می‌کنیم این مسئله NP است. برای

همین یک تابع صحت‌دهان verifier می‌دهیم که

۳ مجموعه T_i و عدد k به عنوان یک مجموعه زغال

استرامت را ورودی گرفته و می‌گوید آیا مجموع زغال

استرامت k بوده است یا خیر. برای این تابع $S(A)$

۱۱ تعریف می‌کنیم که $\sum_{x \in A} x$ را برای T_i حساب

می‌کنند در صورتی که k برابر مقدار زیر باشد یا معادل است.

$$\max(\{S(T_1), S(T_2), S(T_3)\}) - \min(\{, , \})$$

محاسبه $S(T_i)$ هزینه $O(n)$ دارد بنابراین verifier صحت‌دهان است.

مسئله Subset-Sum را به این مسئله کاهش می‌دهیم.

بنابراین فرض می‌کنیم که یک نمونه (instance) از

مسئله "جمع زیرمجموعه" را در اختیار داریم به طوری که

مجموعه ورودی L و هدف جمع، B است. (یعنی

باید زیرمجموعه M پیدا کنیم که $\sum_{i \in M} i = B$)

اگر $S = \sum_{i \in L} i$ تعریف می‌کنیم:

$$L' = L \cup \{2S, S+B, 2S-B\}$$

حال L' را ورودی مسئله گفته شده برای فرض کرده

و آن را حل می‌کنیم.

در صورتی که A بسط برابر B بود، مجموعه‌ها را

گرفته و عناصر درون گروه مشترک $A-B$ یا

(به جز عنصر $A-B$) را به عنوان A بسط هستند

Subset S_m گزارش می‌دهیم.

ساخت L' را می‌توان با $O(n)$ (محاسبه)

جمع تمامی عناصر و خروجی را نیز با $O(n)$

(ساختن مجموعه و حذف $A-B$) انجام داد.

نبا بر این A جمع برای کاهش این مسئله به $O(n)$

دارد.

بنابراین اثبات می شود که مسئله ۳ تایی از

Subset Sum سخت تر بود پس NP-complete است.

اثبات درستی: می دانیم که جمع ۳ عدد اعداد صحیح

$$\text{برابر } 4S = (2S - B) + (S + B) + 2S \text{ می باشد.}$$

همچنین چون مجموع همه عناصر برابر 4S

خواهد بود و در صورت ۵ بودن جواب

مسئله ۳ تایی، مجموع عناصر برابر 4S = $\frac{4S}{3}$

خواه بود، بنابراین هیچ کدام از این ۳

عنصر با هم در یک گروه نخواهند بود.

همین فرض کنی که مسئله Subset Sum جواب

دارد. (بافته $M \subseteq L$) مجموعه M جواب $S-B$ را

$$\left(\sum_{i \in M} i + S - B = S \right) \text{ در یک گروه خواهد بود}$$

و مجموعه L/M ^{باقی‌مانده} جواب $S+B$ را

$$\left(\sum_{i \in L/M} i + S + B = S - B + S + B = S \right)$$

زیرا در غیر این صورت مجموع ۳ مجموعه‌ی جواب

کمیسیون ۳۰۰۰۰۰ برابر ۲۵ نخواهد بود.

عقل و عمل

۴۵۱۳۰۳۲