جواب تمرین ها

بودن یا نبودن مساله این است!

یک جواب ممکن :

$$g(n) = \begin{cases} n^2 & \text{زوج } n \\ n & \text{فرد } n \end{cases}$$

$$h(n) = \begin{cases} n & \text{زوج } n \\ n^2 & \text{فرد } n \end{cases}$$

البته می توان دید که چون در مکان های زوج g بزرگتر و در مکان های فرد h بزرگتر است نمی توان N_0 معین نمود که از N_0 به بعد ($n \geq N_0$) $g(n) \geq h(n)$ یا $h(n) \geq g(n)$ باشد.

$T(n) = 3T(n/3) + \sqrt{n}$

$a=3 \; , \; b=3 \Rightarrow \log_3 3 = 1$

$\Rightarrow$ master theorem

Case 1 : $\sqrt{n} \in O(n^{1-1/2}) \quad (\varepsilon = 1/2)$

$\Rightarrow T(n) \in \Theta(n)$

$T(n) = 3T(n/4) + n\log n$

$a=3 \; , \; b=4 \Rightarrow \log_4 3 < 1$

$\Rightarrow$ master

Case 3 : $n\log n \in \Omega(n^{\log_4 3 + (2-\log_4 3)})$

$T(n) \in \Theta(n\log n) \quad (\varepsilon = 2-\log_4 3)$

البته دقت کنید شرط case 3 را هم بررسی کنید (برقراره)

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2$$

$\Rightarrow a = 4 \quad b = 2 \quad \log_2 4 = 2$

master. theorem

Case 2: $n^2 \in \theta(n^2)$

$T(n) \in \theta(n^2 \log n)$

$$T(n) = 2T(n/2) + \frac{n}{\log n}$$

دیگر master theorem جواب نمی‌دهد چون $n = n^{\log_2 2}$

و $\dfrac{n}{\log n}$ به صورت چند جمله‌ای قابل مقایسه

نیستند. یعنی نمی‌توان ε پیدا کرد که در Case ها

صدق کند. $\Leftarrow$ صحیح

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & & & T(n) \arrow[dl] \arrow[dr] & & & \\
 & & T(n/2) \arrow[dll] \arrow[d] & & T(n/2) \arrow[d] \arrow[dr] \arrow[rr] & & +\dfrac{n}{\log n} \\
T(n/4) & & T(n/4) & & T(n/4) & T(n/4) \arrow[r] & +2\dfrac{(n/2)}{\log(\frac{n}{2})} \\
 & & & & & & \vdots
\end{tikzcd}
$$

$$\frac{n}{\log n} + 2\frac{n/2}{\log(n/2)} + 4\frac{n/4}{\log(n/4)} + \cdots$$

$$= n\left(\frac{1}{\log n} + \frac{1}{(\log n)-1} + \cdots + 1\right) \in \Theta(n \log\log n)$$

$$T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$$

$$h(n) = h(n/2) + 1 \Leftarrow$$ یه تابع دیگه رو ببینید

واضحه $h(n) \in \Theta(\log n)$ حالا:

$$T(2^{\log_2 n}) = T(2^{(\log_2 n)/2}) + 1$$

$$T(n) \in \Theta(\log\log n) \Leftarrow$$ به توان ها نگاه کنید