

تمرین سری چهارم

۱- درست یا نادرست بودن عبارات زیر را نشان دهید.

a) $\log n \in O(n)$

b) $n \in O(n^2)$

c) $T(n) = n^3 + 20n + 1 \in O(n^2)$

d) $f^2(n) \in \Omega(f(n))$

e) $T(n) = 100n^2 + 20000n \in O(n^2)$

۲- نشان دهید که oh-big خاصیت انتقالی دارد، به این معنی که اگر

$$f(n) \in O(g(n)), \text{ and } g(n) \in O(h(n)) \rightarrow f(n) \in O(h(n))$$

۳- فرض کنید که زمان پردازش و اجرای برنامه ها معادل مورد زیر است اگر به هربرنامه مقدار

10 عدد داده شود، به مدت 500 میکرو ثانیه اجرا شوند. برای 1000 عدد داده، این برنامه ها

چه مدت زمان اجرا خواهند شد ؟

$$f(n) = cn^2$$

۴- دو الگوریتم A و B با مرتبه زمانی اجرای $T_A(n) = 5n \log_2 n$ و $T_B(n) = 25n$ برای مجموعه

داده ای با اندازه n بر حسب میکرو ثانیه هستند. کدام الگوریتم از نظر big-oh بهتر است.

برای چه اندازه ای از n، انتخاب شما با big-oh متفاوت خواهد بود ؟

۵- الگوریتمی برای ضرب دو ماتریس $n \times n$ بنویسید و سپس سعی کنید که پیچیدگی آن را محاسبه کنید.

۶- در الگوریتم مرتب سازی ادغامی با استفاده از روش استقرار نشان دهید که پیچیدگی زمانی اجرا از $\Theta(n \log n)$ است.

۷- توابع زیر را براساس مرتبه رشد مرتب کنید

$$n^{\log(n)}, \log(n)^{\log(n)}, 2^n, n^3, 4^{\log(n)}, n!, n^{2n}, n^n, \log(n!)$$

۸-

الف) پیچیدگی زمانی الگوریتم‌های مرتب‌سازی سریع (Quick Sort) را بنویسید (به صورت Pseudocode) سپس تحلیل کنید

این مرتب سازی و مرتب‌سازی حبابی (Bubble Sort) را در بدترین حالت مقایسه کنید.

ب) چرا الگوریتم مرتب‌سازی ادغام (Merge Sort) نسبت به مرتب‌سازی حبابی (Bubble Sort) در حالتی که داده‌ها از قبل تا حدی مرتب هستند، بهینه‌تر است؟

۹ - مرتبه زمانی کد های زیر را محاسبه کنید تخمین بزنید.

```
i <-- n;
while(i > 1) {
  j = i;      ///% CAUTION: this DOES NOT START AT 0
  while (j < n) {
    k <-- 0;
    while (k < n) {
      k = k + 2;
    }
    j <-- j * 2;
  }
  i <-- i / 2;
}
```

۱۰ - بزرگترین عبارت از توابع زیر و سپس big-oh آن را درجدول بنویسید

Expression	Dominant term(s)	$O(\dots)$
$5 + 0.001n^3 + 0.025n$		
$500n + 100n^{1.5} + 50n \log_{10} n$		
$0.3n + 5n^{1.5} + 2.5 \cdot n^{1.75}$		
$n^2 \log_2 n + n(\log_2 n)^2$		
$n \log_3 n + n \log_2 n$		
$3 \log_8 n + \log_2 \log_2 \log_2 n$		
$100n + 0.01n^2$		
$0.01n + 100n^2$		
$2n + n^{0.5} + 0.5n^{1.25}$		
$0.01n \log_2 n + n(\log_2 n)^2$		
$100n \log_3 n + n^3 + 100n$		
$0.003 \log_4 n + \log_2 \log_2 n$		

۱۱ - توابع زیر را تحلیل کنید و مرتبه اجرایی آن ها را بدست آورید.

$$T(n) = 7T(n/3) + O(n)$$

$$T(n) = T(9n/10) + n$$

$$T(n) = 16T(n/4) + n^2$$

$$T(n) = T(n - 1) + n$$

$$T(n) = 7T(n/3) + n^2$$