



پاسخ تمرین چهارم

نام استاد:

دکتر صباغیان

دکتر شریعت پناهی

تهیه کننده :

۸۱۰۱۹۹۲۸۹

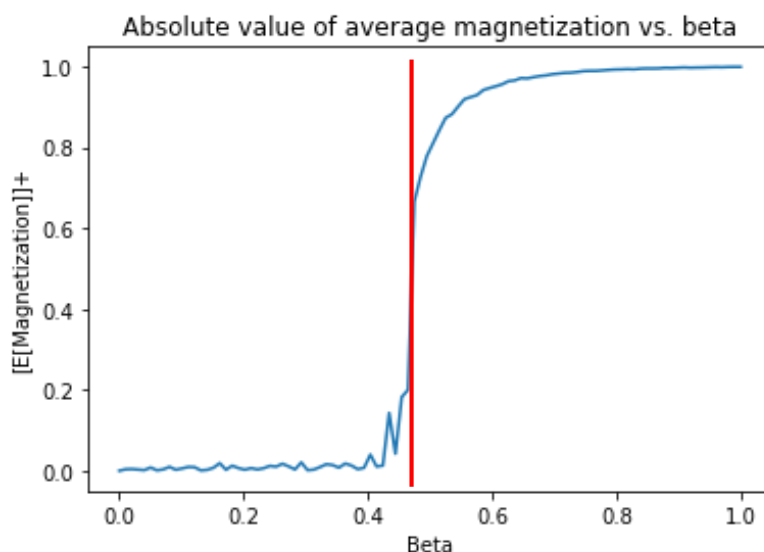
عرفان میرزایی



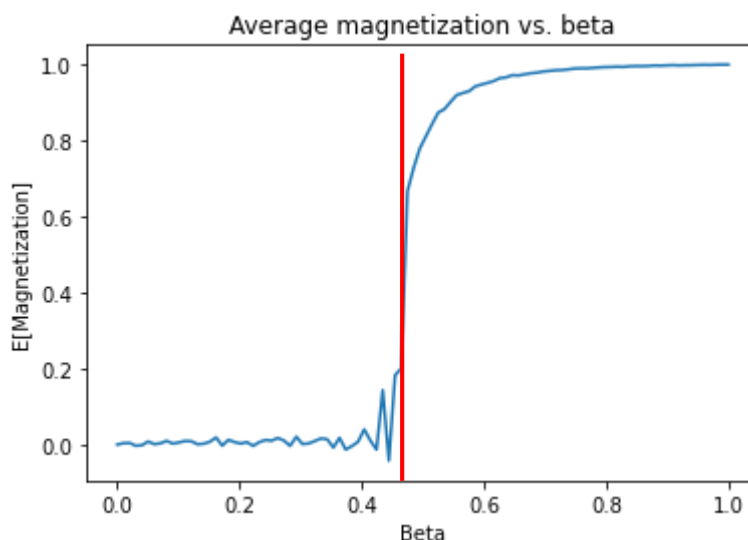
۱. مقدار دهی اولیه یکسان

در این قسمت، مدل سازی آیزینگ دو بعدی را با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو انجام داده ایم. کد این پروژه در فایل HW4_ITL.ipynb در ضمیمه آورده شده است. بدین منظور یک شبکه ۳۰ در ۳۰ از ذرات مغناطیسی در نظر گرفته ایم و الگوریتم مونت کارلو را به ازای هر دما برای ۱۰۰۰۰ بار اجرا کردیم. نتایج را به دلیل همبستگی بعد از هر ۱۰۰ قدم ذخیره کردیم.

شکل های زیر نتایج بدست آمده برای پیاده سازی این الگوریتم را نشان می دهد. مقدار اولیه ی spin های شبکه برای این بخش همگی برابر ۱+ در نظر گرفته شده است.



شکل ۱- قدر مطلق مقدار متوسط مغناطیسه شدگی بر حسب دما (مقدار اولیه همه ۱+)



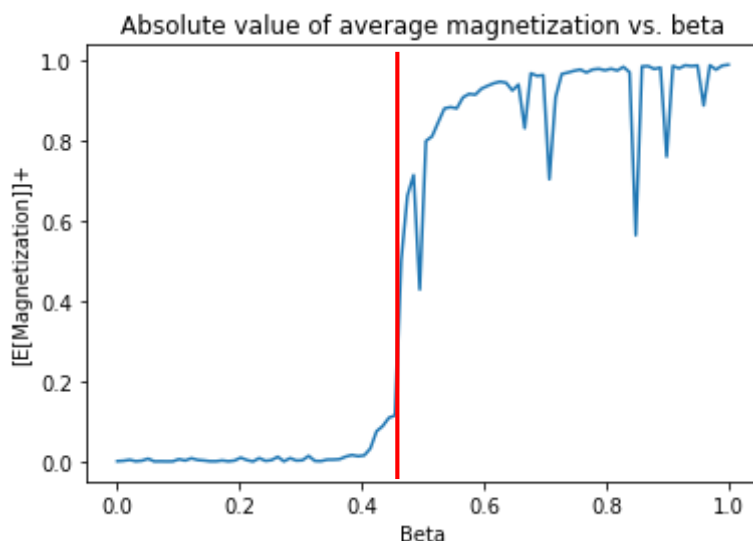
شکل ۲- مقدار متوسط مغناطیسه شدگی بر حسب دما (مقدار اولیه همه ۱+)



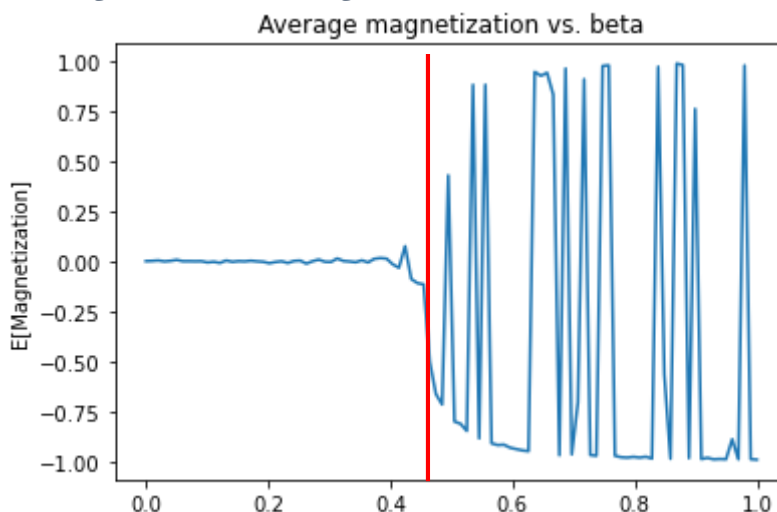
همان طور که در شکل های (۱) و (۲) نیز مشخص است در بتای نزدیک 0.5 فرآیند تغییر فاز را می توانیم مشاهده کنیم در واقع به عبارت دیگر با افزایش دما در دمای نزدیک ۲ درجه می توانیم مشاهده کنیم که رفتار ذرات به ناگهان تغییر کرده و از حالتی که اکثریت آن ها جهتی رو به بالا داشتن به جایی رسیده است که تقریباً به صورت تصادفی جهت گیری های خود را انتخاب می کنند.

۲. مقدار دهی اولیه تصادفی با احتمال یکسان

در این بخش، تمامی کارهای بخش قبلی را انجام می دهیم تنها با این تفاوت که در این بخش مقدار اولیه spin ها به صورت تصادفی و با احتمال یکسان از یکی از دو مقدار +۱ یا -۱ انتخاب شده است. پس از اجرای الگوریتم توضیح داده شده در بخش قبلی نتایج زیر بدست آمده است:



شکل ۳- قدر مطلق مقدار متوسط مغناطیسه شدگی بر حسب دما (مقدار اولیه تصادفی)



شکل ۴- مقدار متوسط مغناطیسه شدگی بر حسب دما (مقدار اولیه تصادفی)



همان طور که در شکل های (۳) و (۴) نیز مشخص است در بتای نزدیک 0.5 فرآیند تغییر فاز را می توانیم مشاهده کنیم در واقع به عبارت دیگر با افزایش دما در دمای نزدیک ۲ درجه می توانیم مشاهده کنیم که رفتار ذرات به ناگهان تغییر کرده و از حالتی که اکثریت آن ها جهتی رو به بالا/پایین داشتن به جایی رسیده است که تقریباً به صورت تصادفی جهت گیری های خود را انتخاب می کنند.

۳. تحلیل و نتیجه گیری

حال در این بخش نتایج بدست آمده در بخش های قبلی با یکدیگر مقایسه می کنیم. در هر دو بخش مشاهده می کنیم که با افزایش دما رفتار spin ها به صورت تصادفی درمی آید و بنابراین مقدار متوسط مغناطیس شدگی برابر صفر است. این موضوع با توجه به اصل بیشینه شدن آنروپی و توزیع بولتزمن نیز قابل انتظار است. با افزایش دما، احتمال اینکه سیستم در هر یک از حالت ها قرار بگیرد یکسان است. بنابراین هر یک از spin ها جهتی تصادفی را انتخاب کرده و در نهایت میانگین مغناطیس شدگی برابر صفر است و این رفتار در هر دو بخش و دو مقداردهی اولیه مشاهده می شود.

از طرف دیگر این قضیه با توجه الگوریتم مونت کارلو نیز قابل توجیه است. در دماهای بالا، با تغییر حالت یک spin اگر سطح انرژی سیستم پایین تر بیاید که آن حالت را قبول می کنیم در غیر این صورت نیز با توجه به اینکه مقدار بتا در این بخش کوچک تر است در نتیجه حاصل تابع نمایی مقدار بزرگتری از نیم است و با احتمال زیاد تغییر مورد قبول قرار می گیرد. در نتیجه این تغییرات زیاد حالت سیستم به صورت حالت تصادفی در می آید.

اما در دماهای کم (کمتر از دمای بحرانی) رفتار این دو بخش (مقداردهی اولیه های متفاوت) متفاوت است. در بخش اول، یعنی با مقداردهی اولیه +۱، مشاهده می کنیم که در دماهای زیر دمای بحرانی مقدار متوسط مغناطیس شدگی برابر +۱ است. این بدان معناست که در این دماها تقریباً تمامی spin ها جهت رو به بالا دارند. با دانستن اصل بیشینه کردن آنروپی و همچنین توجه به این اصل که سیستم های فیزیکی در طبیعت قصد دارند که به سمت کم کردن انرژی پیش روند، این مسئله قابل توجیه است. این نکته شایان توجه است که سیستم در حالت هایی که تمامی spin ها با یکدیگر هم جهت باشد کمترین میزان انرژی را دارد. بنابراین در یکی از این دو حالت قرار می گیرد. که این مسئله با توجه به توزیع بولتزمن موجه است. از طرف دیگر تفاوت میان این دو بخش از آنجایی ناشی می شود که در حالتی که تمامی spin ها با +۱ مقداردهی اولیه شده اند تغییرات سیستم چون در جهت افزایش انرژی است، انتخاب نمی شوند و سیستم نمی تواند به راحتی خود را به حالتی که تمامی جهت ها برعکس شود برساند بنابراین تنها در همین حالت باقی می ماند.



پاسخ تمرین چهارم

عرفان میرزایی

۸۱۰۱۹۹۲۸۹



این نکته نیز با توجه به فرآیند الگوریتم مونت کارلو و متروپولیس هستینگ قابل توجه است. در این بخش مقدار بتا تقریباً بزرگ است و سیستم در کمترین میزان انرژی خود قرار دارد و بنابراین تغییر هر کدام از جهت‌ها با افزایش انرژی همراه است، که با محاسبه‌ی مقدار نمایی امکان آن که این تغییر پذیرفته شود بسیار پایین است. بنابراین سیستم در حالت خود باقی می‌ماند.