

with pressure(t)

Léonard Duval-laude

Novembre 2025

1 Introduction

D'après l'article "JGR Solid Earth", on a l'expression de la pression fluide en fonction du temps t à une distance r du point d'injection (où q est le débit volumique, k la perméabilité, η la viscosité dynamique et ρ_0 la masse volumique du fluide) :

$$P(t) = \frac{q}{4\pi\rho_0 r} \frac{\eta}{k} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{ct}}\right) = P_\infty \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{ct}}\right) \quad (1)$$

La pression de fluide "soulage" la contrainte normale et on a:

$$\eta v = -k(l^* + \delta - v_p t) - f(t)(\sigma - P(t)) \quad (2)$$

On dérive par rapport au temps :

$$\eta \frac{dv}{dt} = -k(v - v_p) - \left(\frac{df}{dt}(\sigma - P(t)) - \frac{dP}{dt} f(t) \right) \quad (3)$$

On multiplie par $\frac{d_c}{v_p b \sigma}$ (idem que le cas sans pression de fluide) :

$$\left(\bar{\eta} + \frac{\alpha}{\bar{v}} \left(1 - \frac{P(t)}{\sigma} \right) \right) \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} = -\kappa(\bar{v}-1) + \left(\bar{v} - \frac{1}{\bar{\theta}} \right) \left(1 - \frac{P(t)}{\sigma} \right) + (f_0 + a \ln(\bar{v}) + b \ln(\bar{\theta})) \frac{d_c}{v_p b \sigma} \frac{dP}{dt} \quad (4)$$

Or, on a:

$$\frac{P(t)}{\sigma} = \bar{P}_\infty \operatorname{erfc}\left(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{c}\bar{t}}}\right) \quad (5)$$

$$\frac{d_c}{v_p b \sigma} \frac{dP}{dt} = \frac{1}{b} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\bar{P}_\infty}{\bar{t}} \frac{\bar{r}}{\sqrt{\bar{c}\bar{t}}} e^{-\left(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{c}\bar{t}}}\right)^2} \quad (6)$$

Les variables adimensionnées étant:

$$\bar{r} = \frac{r}{L^*} = \frac{r}{\frac{\mu d_c}{b\sigma}}, \quad \bar{c} = c \frac{b^2 \sigma^2}{v_p \mu^2 d_c}, \quad \bar{P}_\infty = \frac{P_\infty}{\sigma}$$

$$\boxed{\frac{-\kappa(\bar{v} - 1) + (\bar{v} - \frac{1}{\bar{\theta}})(1 - \bar{P}_{\infty} \operatorname{erfc}(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{c}\bar{t}}})) + \left(\frac{f_0}{b} + \alpha \ln(\bar{v}) + \ln(\bar{\theta})\right) \frac{\bar{P}_{\infty}}{\bar{t}} \frac{\bar{r}}{2\sqrt{\pi\bar{c}\bar{t}}} e^{-\left(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{c}\bar{t}}}\right)^2}}{\bar{\eta}\bar{v} + \alpha(1 - \bar{P}_{\infty} \operatorname{erfc}(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{c}\bar{t}}}))} d\bar{t} = \frac{d\bar{v}}{\bar{v}}}$$

(7)