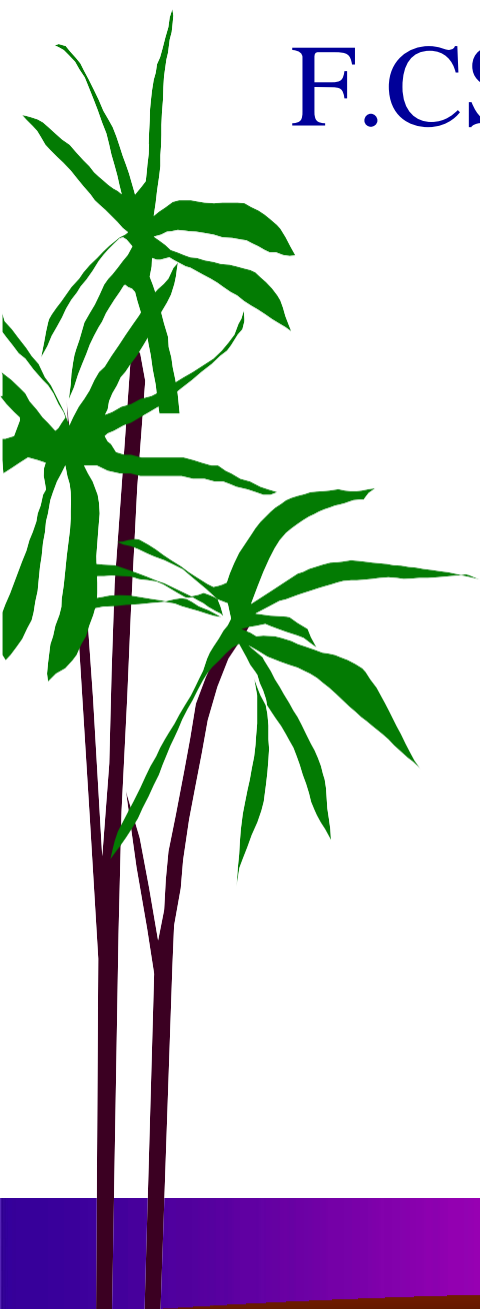
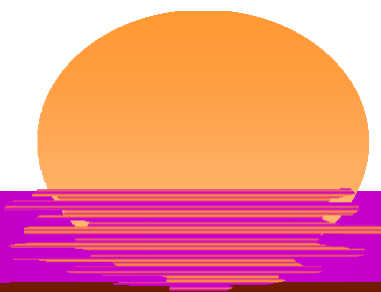


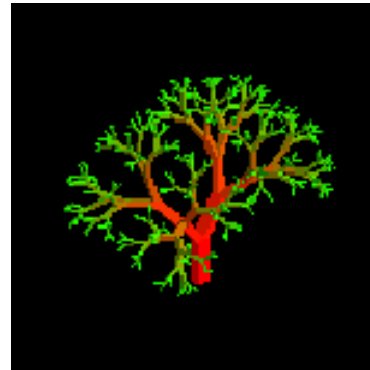
# Ү.СS203 - Өгөгдлийн бүтэц ба алгоритм 2022-2023

Д.Золбоо  
МТ-н салбарын багш

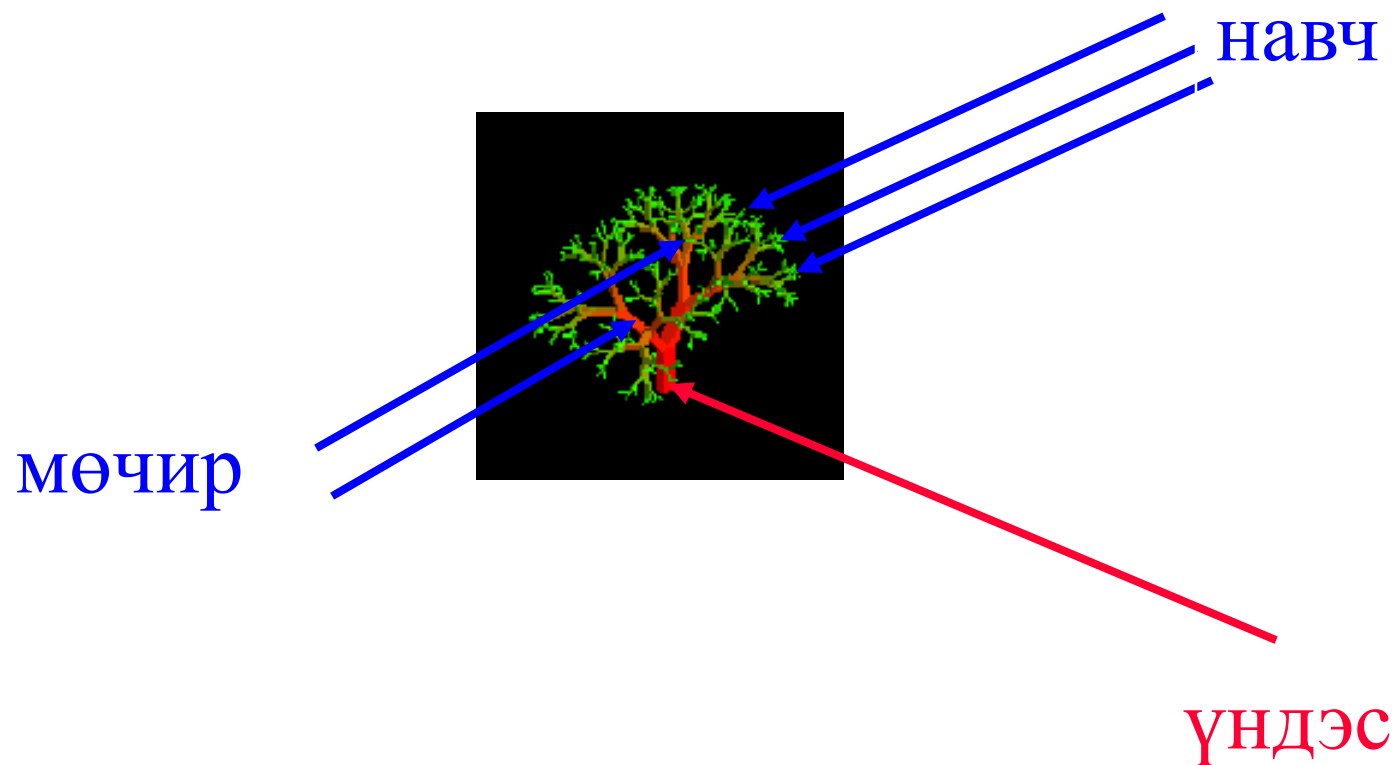




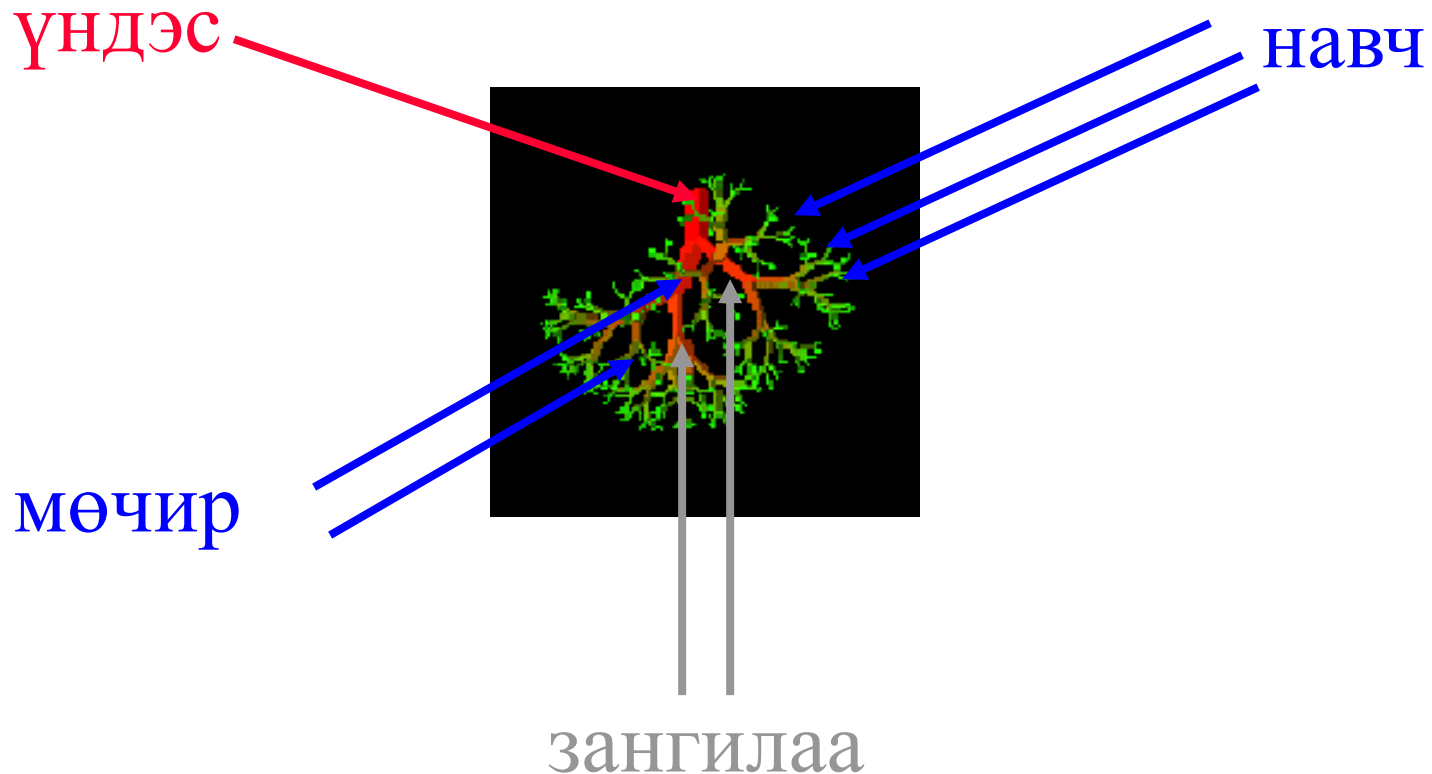
Мод



# Байгальд хайртай хүний нүдээр



# Компьютерийн хүний нүдээр

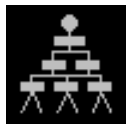




# Шугаман жагсаалт ба Мод



- Шугаман жагсаалт цуварч эрэмбэлэгдсэн өгөгдөлд тохиромжтой.
  - $(e_0, e_1, e_2, \dots, e_{n-1})$
  - Долоо хоногийн өдрүүд.
  - Жилийн сарууд.
  - Ангийн оюутнууд.
- Мод үелэж эрэмбэлэгдсэн өгөгдөлд тохиромжтой.
  - Байгуулгын ажиллагсад.
    - Захирал, дэд захирал, менежер, гэх мэт.
  - Java-ийн классууд.
    - Object үечлэлийн оройд байдаг.
    - Object –ийн дэд классууд дараа нь, гэх мэт .

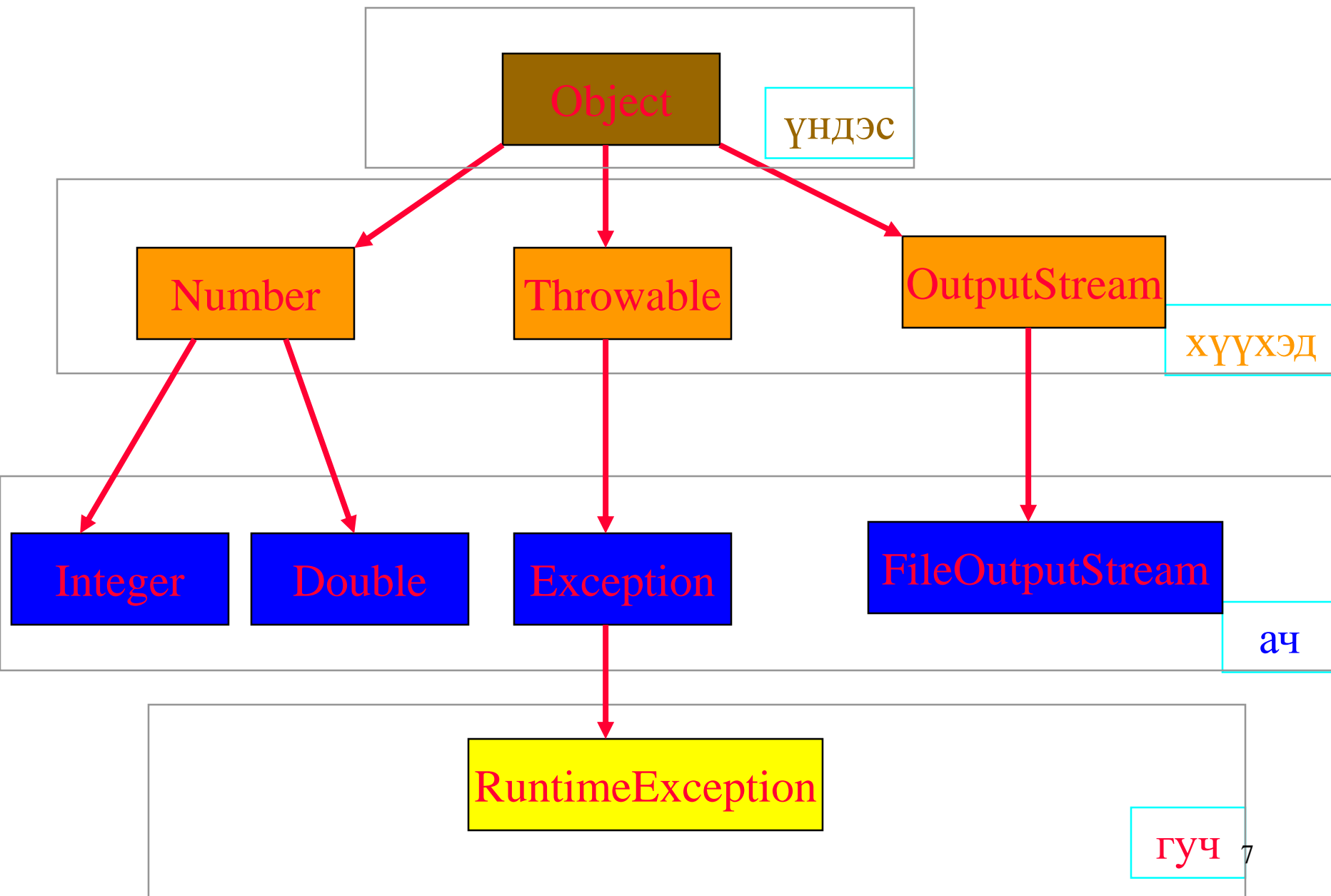


# Үелсэн өгөгдөл ба Мод



- Дээд/оройн үеийн элемент бол **root-үндэс**.
- Хоёрдахь үеийн элементүүд бол үндсээс гарсан **children-хүүхдүүд**.
- Гуравдахь үеийн элементүүд бол үндсээс гарсан **grandchildren-ач нар**, ГЭХ МЭТ.
- Хүүхэдгүй элемент бол **leaves-навчис**.

# Java-ийн классууд





# Тодорхойлолт

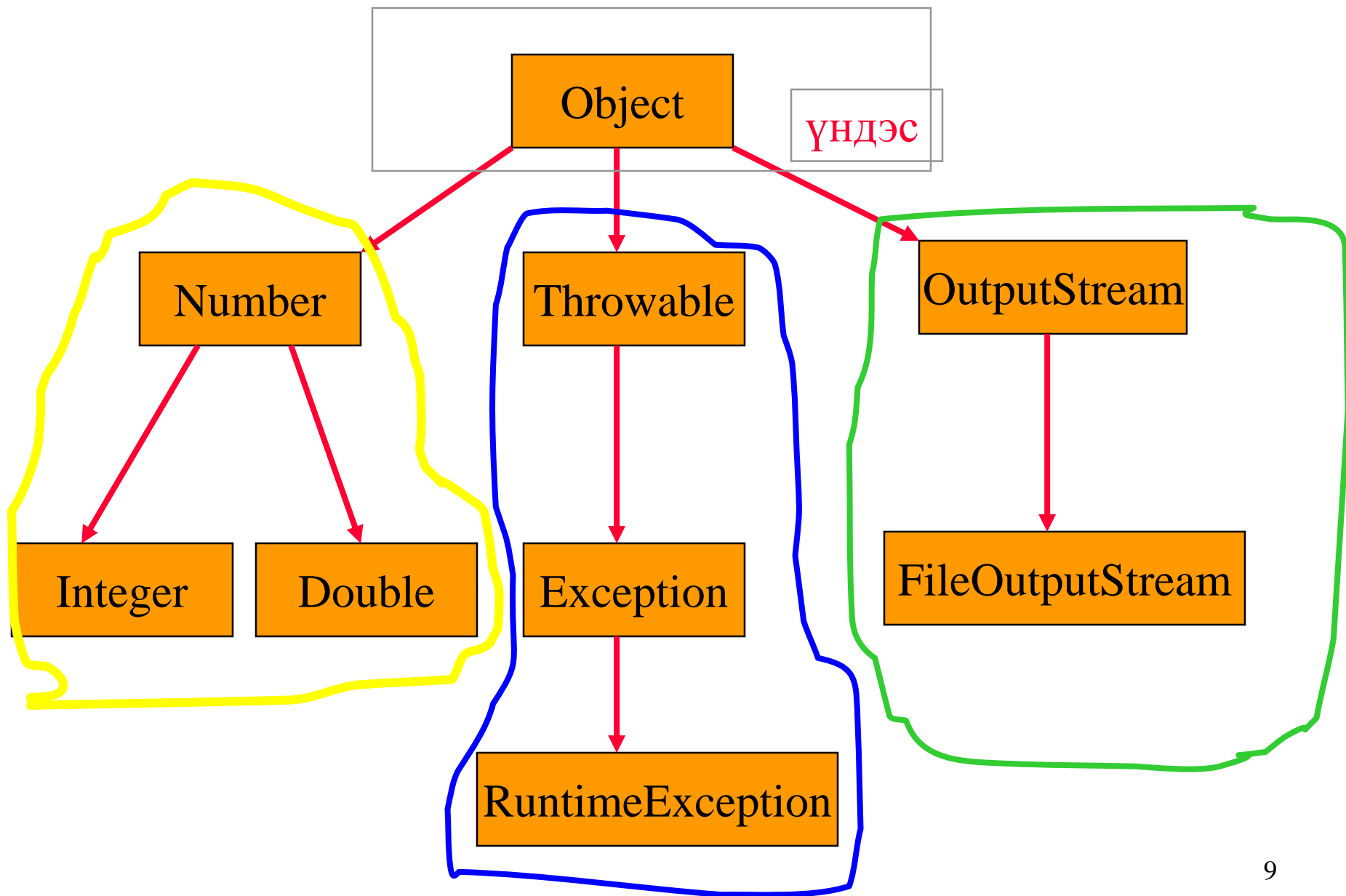


- Мод  $t$  элементүүдийн хоосон бус төгсгөлтэй олонлог.
- Элементүүдийн нэгийг нь үндэс гэнэ.
- Бусад элементүүд(хэрвээ байгаа бол) мод болж хуваагдана, түүнийг  $t$  -ийн дэд мод гэнэ



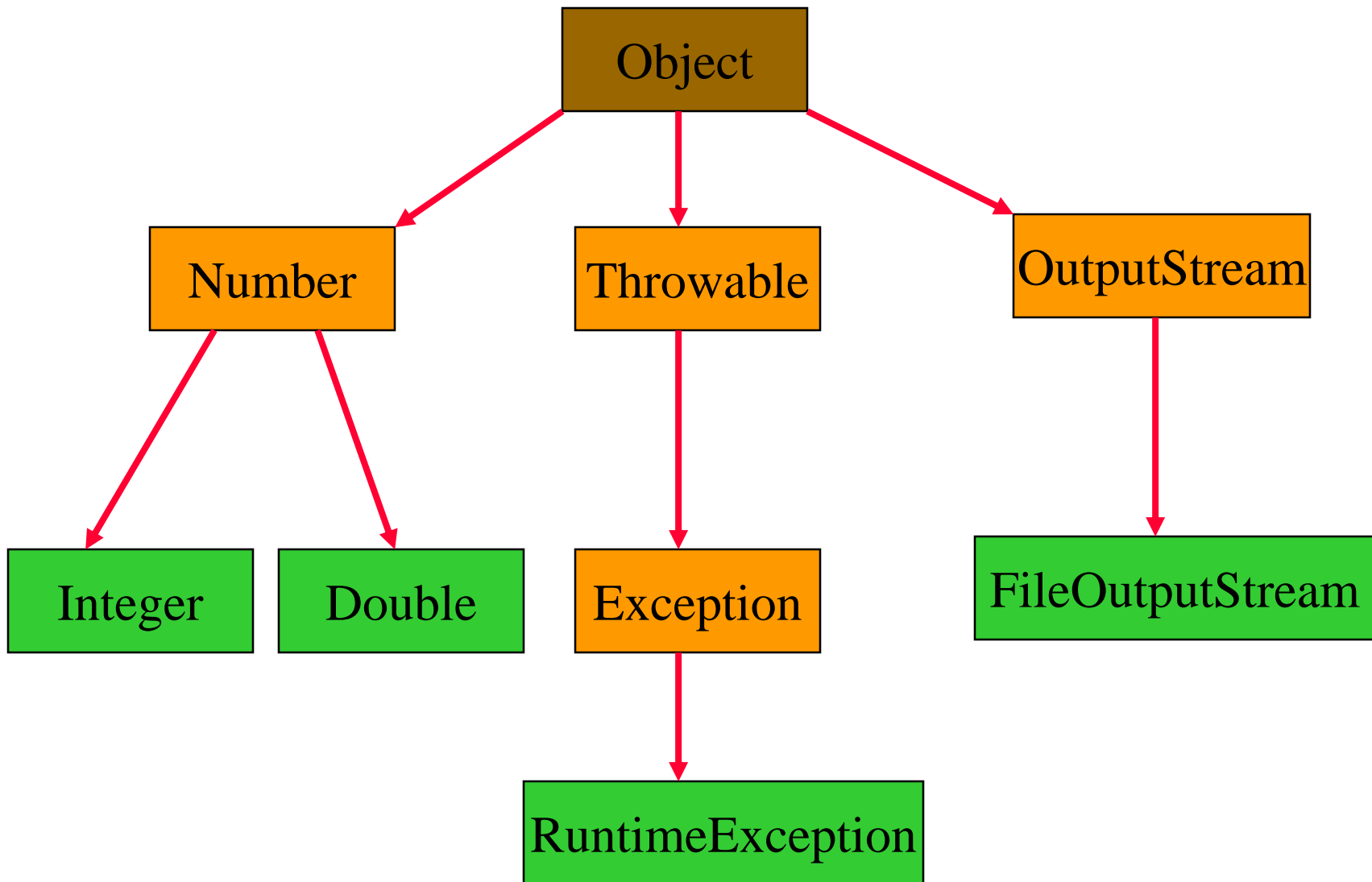


# Дэд мод



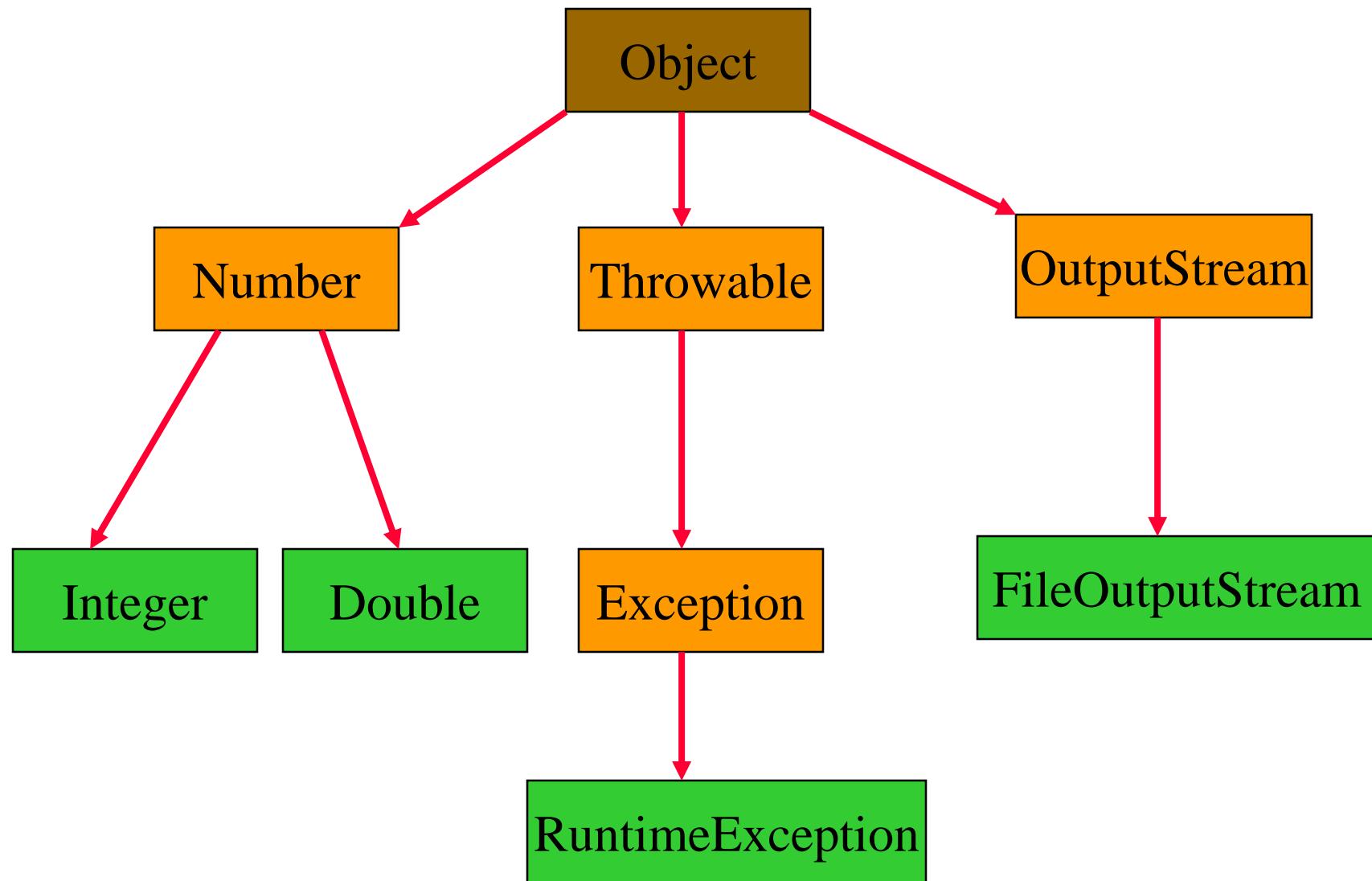


# Навчис

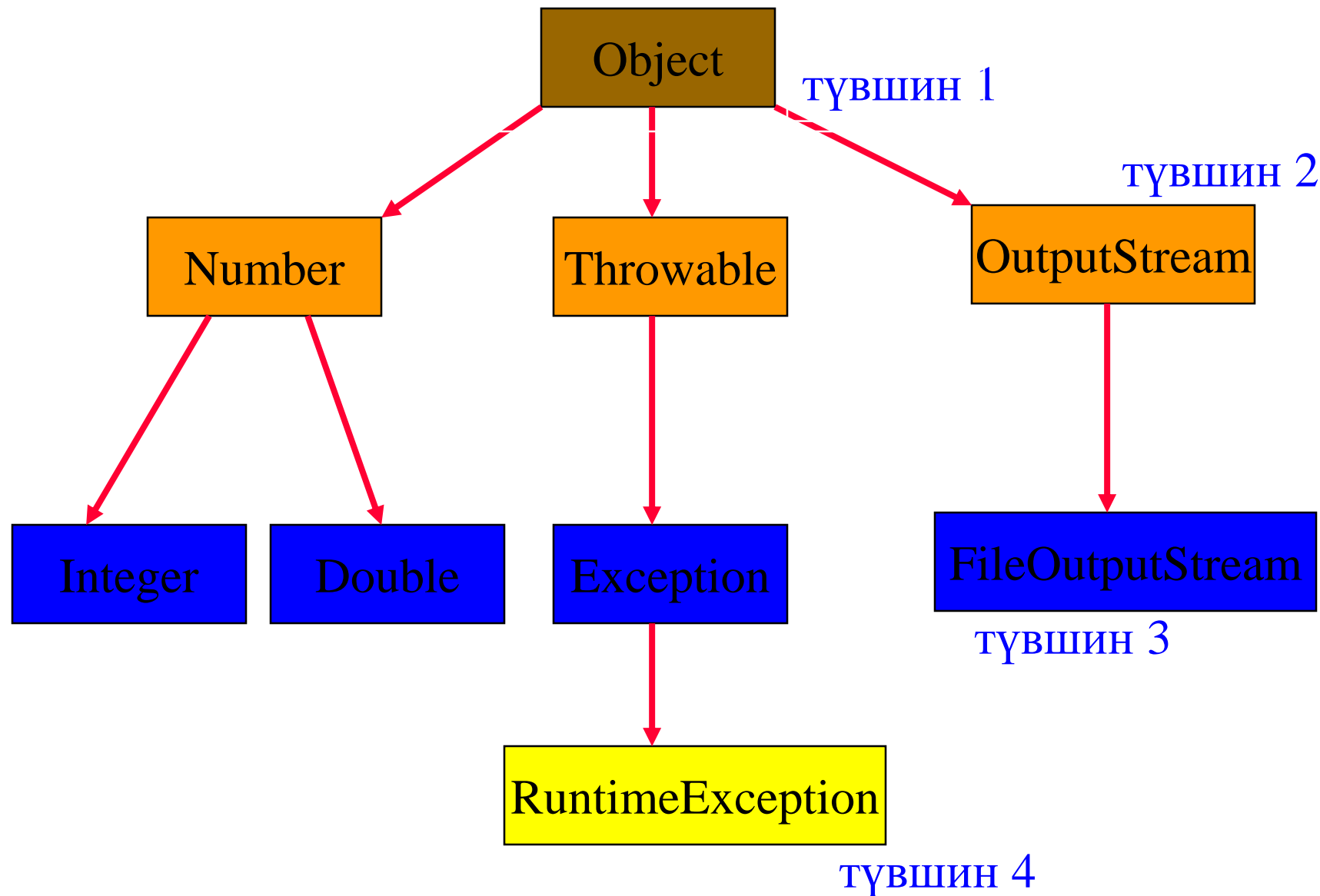


# Parent, Grandparent, Siblings, Ancestors, Descendants

– Эцэг, Өвөг эцэг, Ах дүүс, Удам, Хойч



# Түвшин-үе



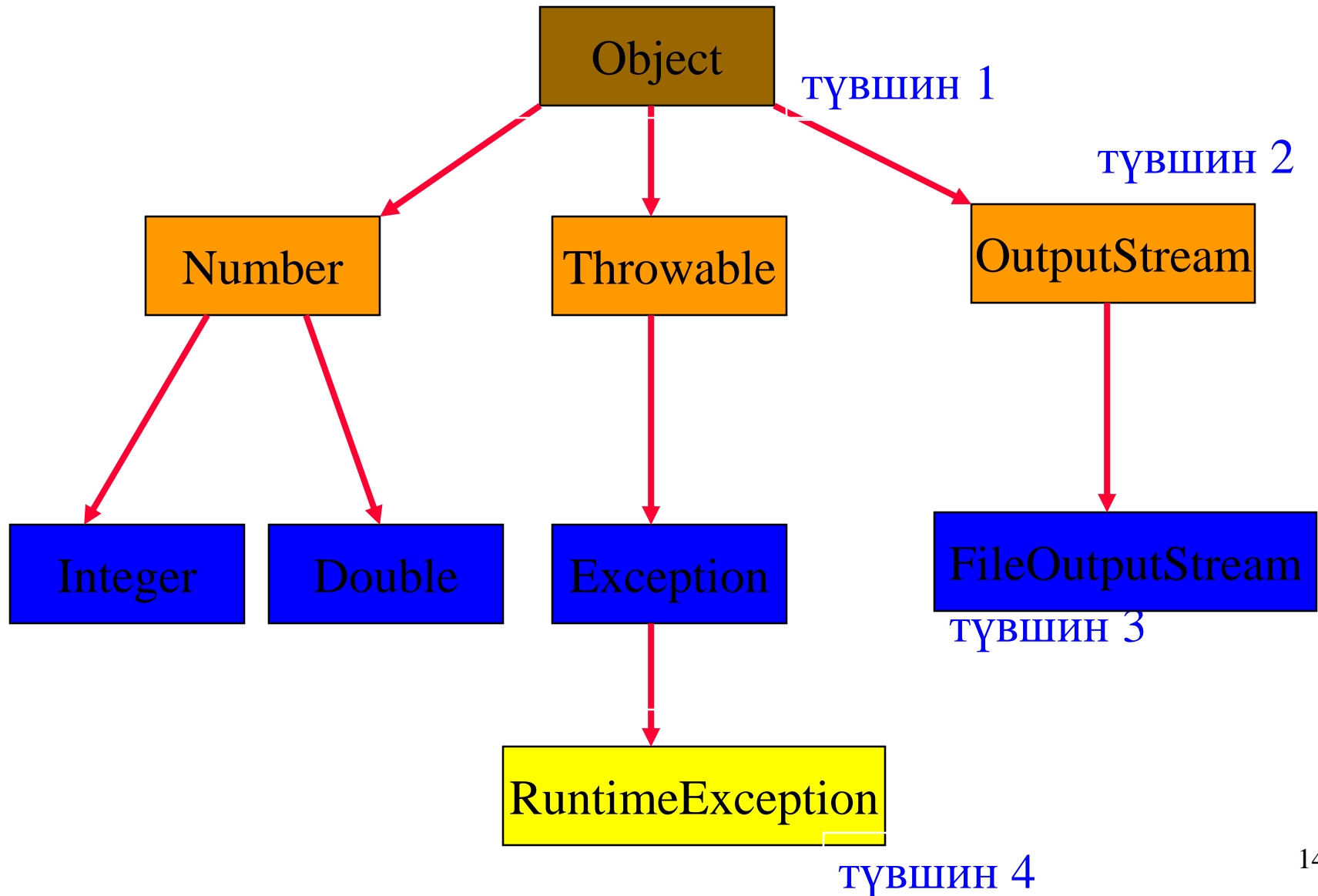


# Анхааруулга

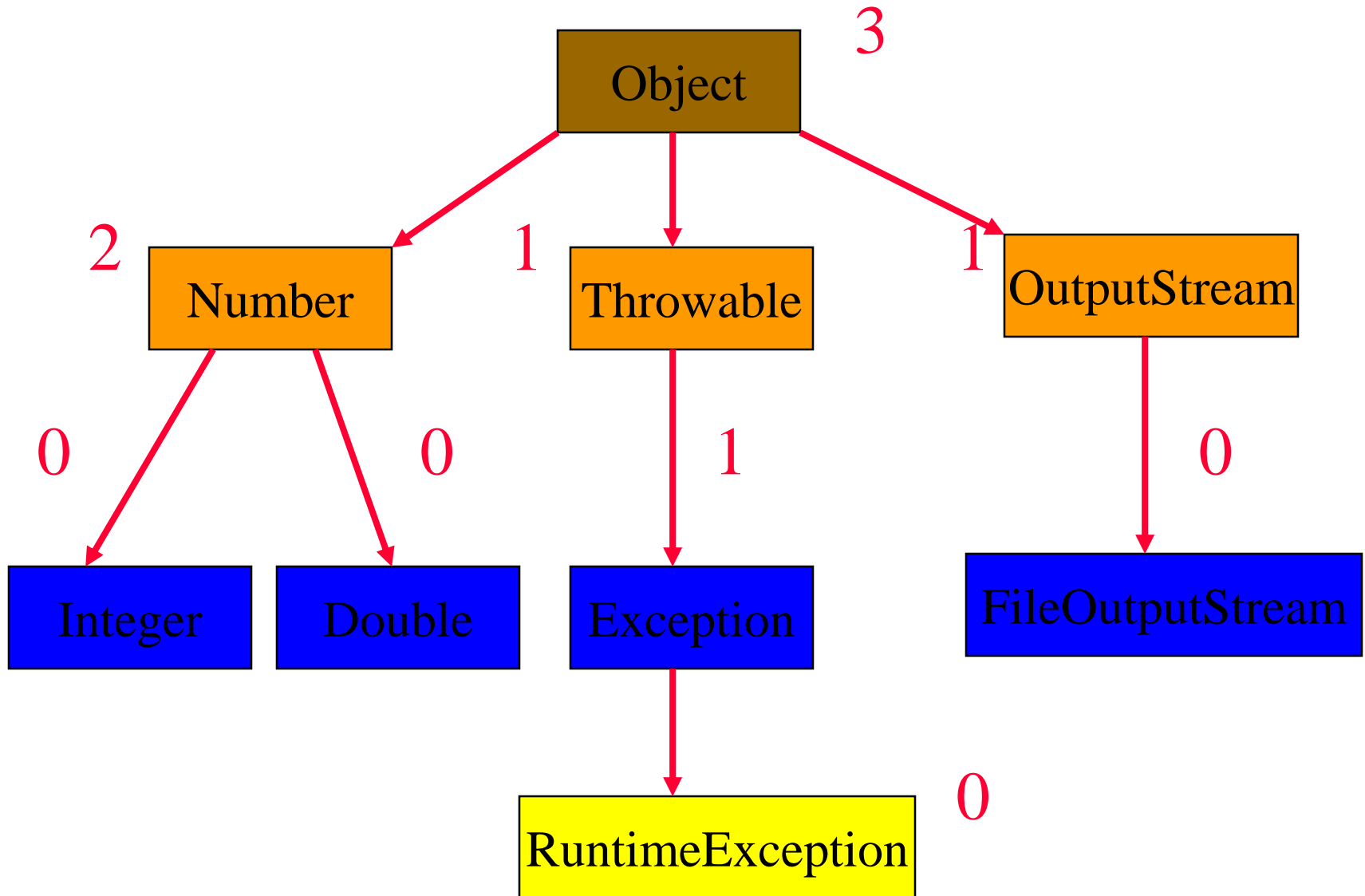


- Зарим номонд түвшинг **1** -ээс биш 0 –ээс эхэлж дугаарладаг.
- Үндэсний түвшин **0**.
- Түүний хүүхдийн түвшин **1**.
- Ач/зээгийн түвшин **2**.
- Гэх мэт.
- **Бид түвшинг 1 -ээс эхэлж дугаарлана**

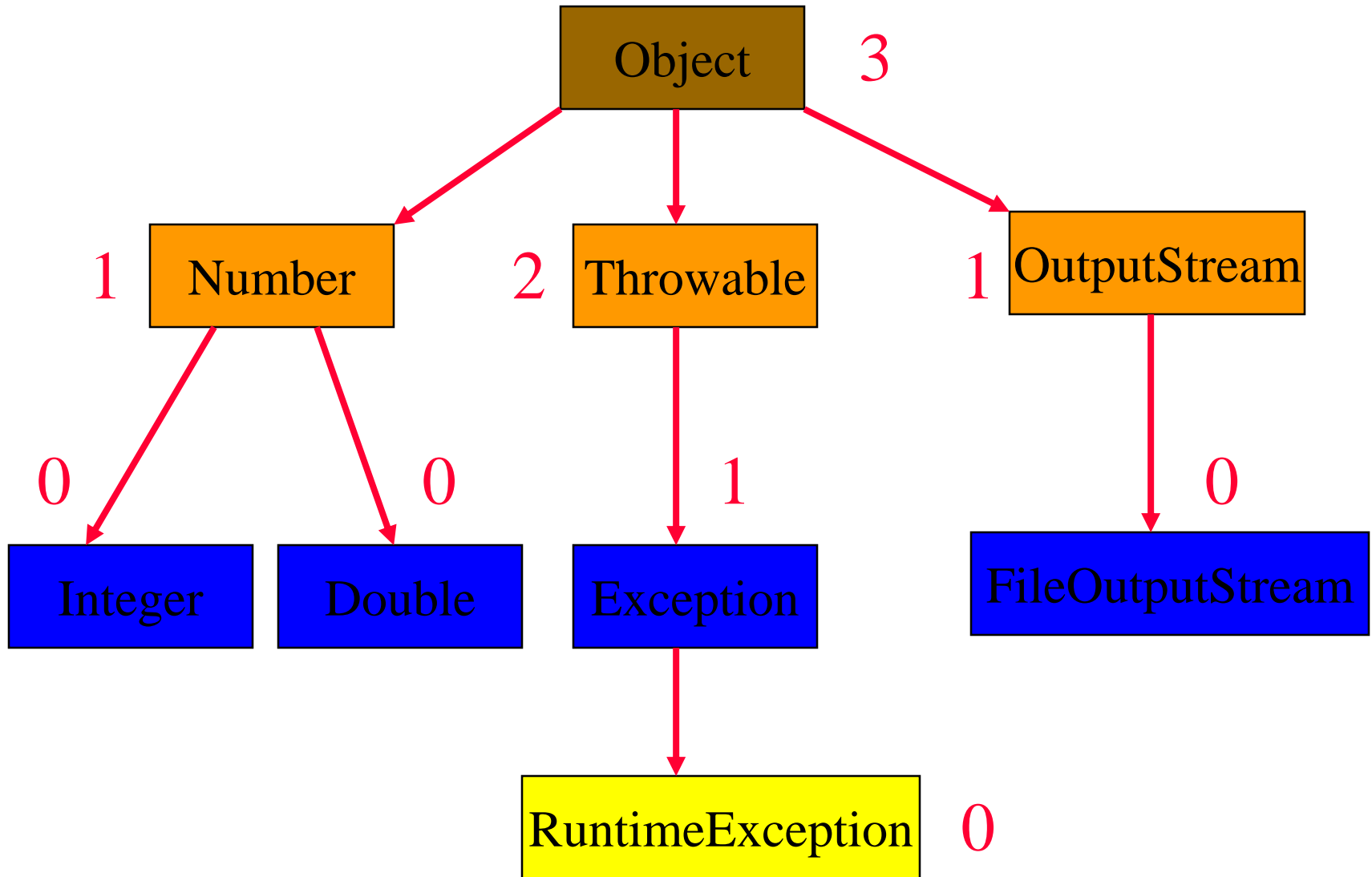
height = depth = түвшний тоо



# Зангилааны зэрэг = Хүүхдийн тоо



Модны зэрэг =  $\text{Max}(\text{Зангилааны зэрэг})$



Модны зэрэг = 3.



# Хоёртын мод

- Элементүүдийн төгсгөлтэй (хоосон байж болно) цуглуулга.
- **Хоосон бус** хоёртын мод **root-үндэс** элементтэй.
- Бусад элементүүд (байгаа бол) **хоёр** хоёртын модонд хуваагдана.
- Тэднийг хоёртын модны **left-зүүн** ба **right-баруун** дэд моднууд гэнэ.

# Мод, Хоёртын модны ялгаа

- Хоёртын модны зангилааны зэрэг 2 -оос ихгүй байхад  $\langle \rangle$  Хязгааргүй.
- Хоёртын мод хоосон байж болно  $\langle \rangle$ Хоосон бус.

# Мод, Хоёртын модны ялгаа

- Хоёртын модны дэд моднууд эрэмбэлэгдсэн  $\leftrightarrow$  Эрэмбэлэгдээгүй.



- Хоёртын мод гэж харвал ялгаатай.
- Мод гэж харвал адилхан.

# Арифметик илэрхийлэл

- $(a+b)*(c+d) + e - f/g*h + 3.25$
- Илэрхийлэл 3 зүйлийг нэгтгэдэг:
  - Үйлдэл (+, -, /, \*)
  - Гишүүд (a, b, c, d, e, f, g, h, 3.25, (a+b), (c+d), гэх мэт)
  - Зааглагч ((, )).

# Үйлдлийн зэрэг

- Үйлдэлд орох гишүүдийн тоо.
- Хоёр гишүүнтэй үйлдэл. Binary Operator
  - $a + b$
  - $c / d$
  - $e - f$
- Нэг гишүүнтэй үйлдэл. Unary Operator
  - $+ g$
  - $- h$

# Infix хэлбэр

- Илэрхийлэл бичих ердийн арга.
- Хоёр гишүүнтэй үйлдэл зүүн, баруун гишүүний **хооронд** бичигдэнэ.
  - $a * b$
  - $a + b * c$
  - $a * b / c$
  - $(a + b) * (c + d) + e - f/g * h + 3.25$

# Үйлдлийн ахлах чанар

- Үйлдлүүд яаж хийгдэх вэ?
  - $a + b * c$
  - $a * b + c / d$
- Priority-Үйлдлийн ахлах чанараар зохицуулагдана.
  - $\text{priority}(*) = \text{priority}(/) > \text{priority}(+) = \text{priority}(-)$
- ⑩ Гишүүн хоёр үйлдлийн хооронд байвал илүү ахлах чанартай үйлдэлд харъяалагдана.

# Tie Breaker – Хайнцааг таслах

- Гишүүн ижил ахлах чанартай хоёр үйлдлийн хооронд байвал зүүн талын үйлдэлд харъяалагдана.
  - $a + b - c$
  - $a * b / c / d$



# Зааглагч

- Зааглагчийн дотор бичигдсэн дэд илэрхийллийг нэг гишүүн гэж үзнэ.
  - $(a + b) * (c - d) / (e - f)$

# Infix илэрхийлэл задлан хийхэд хэцүү

- Үйлдлийн ахлах чанар, хайнцааг таслах, зааглагч шаардлагатай.
- Энэ нь компьютерийн бодолтыг хүндрүүлдэг.
- Postfix болон prefix илэрхийллийн хэлбэрүүд үйлдлийн ахлах чанар, хайнцаа таслах, зааглагчаас хамаарахгүй.
- Иймд эдгээр хэлбэрийн илэрхийллийг компьютер амархан боддог.

# Postfix хэлбэр

- Хувьсагч, тогтмолууд адилхан бичигдэнэ.
  - $a, b, 3.25$
- Үйлдлийн гишүүдийн дараалал Infix, Postfix хэлбэрүүдэд адилхан.
- Үйлдлүүд postfix хэлбэрийн гишүүдийнхээ **ард** шууд бичигддэг.
  - $\text{Infix} = a + b$
  - $\text{Postfix} = ab +$

# Postfix жишээ

- Infix =  $a + b * c$ 
  - Postfix =  $a b c * +$
- Infix =  $a * b + c$ 
  - Postfix =  $a b * c +$
- Infix =  $(a + b) * (c - d) / (e + f)$ 
  - Postfix =  $a b + c d - * e f + /$

# Нэг гишүүнтэй үйлдэл

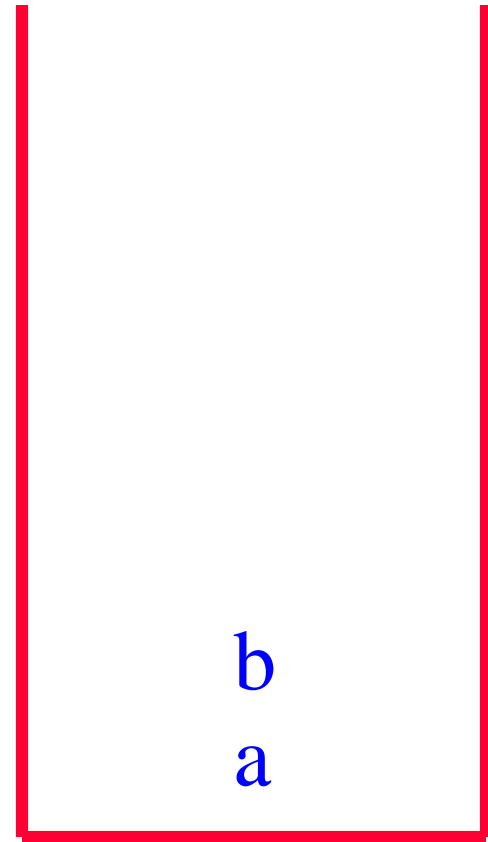
- Шинэ тэмдгээр орлуулна.
  - $+ a \Rightarrow a @$
  - $+ a + b \Rightarrow a @ b +$
  - $- a \Rightarrow a?$

# Postfix бодолт

- Postfix илэрхийллийг зүүнээс баруун тийш шинжихдээ гишүүдийг стект хийнэ.
- Үйлдэл тааралдвал стекээс хэрэгтэй гишүүдээ аваад үйлдлийг гүйцэтгэж хариуг стект хийнэ.
- Postfix-д үйлдэл гишүүдийнхээ араас ордог болохоор энэ арга ажиллана.

# Postfix бодолт

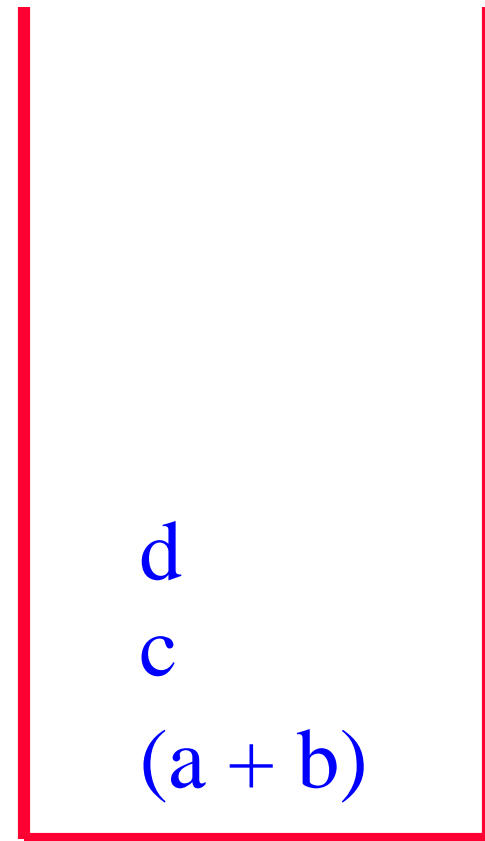
- $(a + b) * (c - d) / (e + f)$
- $a b + c d - * e f + /$
- $a b + c d - * e f + /$
- $a b + c d - * e f + /$
- $a b + c d - * e f + /$



СТЕК

# Postfix бодолт

- $(a + b) * (c - d) / (e + f)$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ *\ e\ f +\ /$

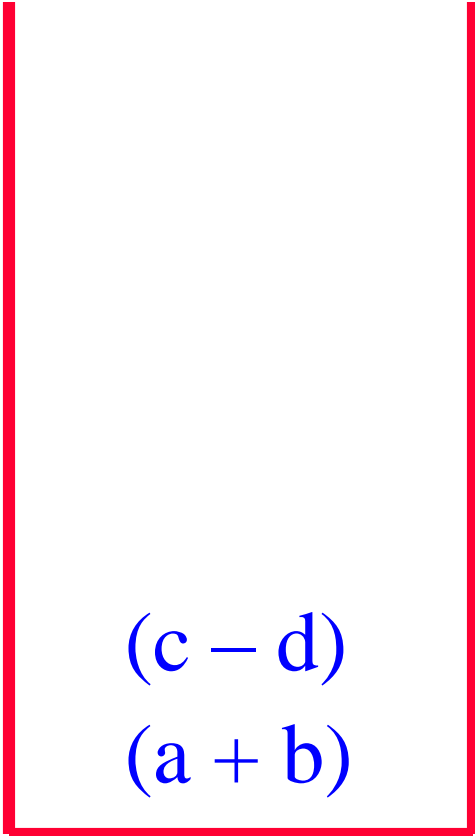


СТЕК



# Postfix бодолт

- $(a + b) * (c - d) / (e + f)$
- $a b + c d - * e f + /$
- $a b + c d - * e f + /$

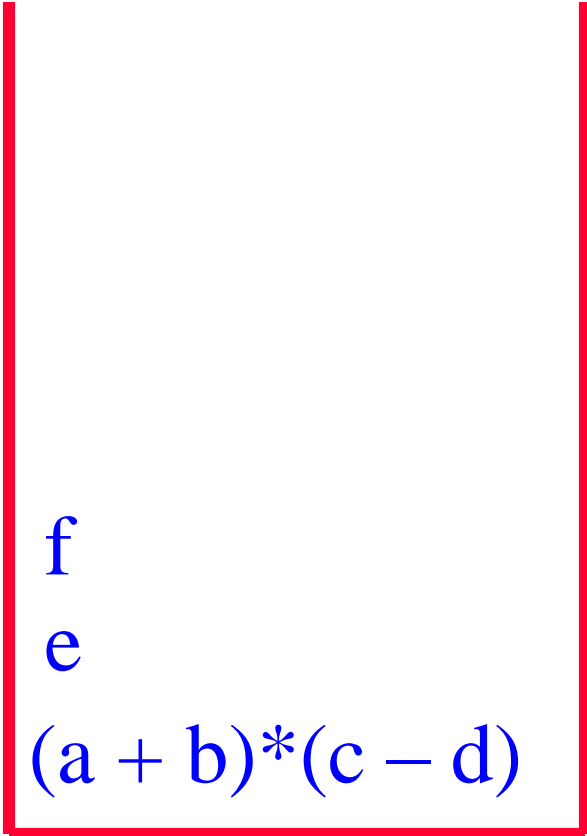


$(c - d)$   
 $(a + b)$

СТЕК

# Postfix бодолт

- $(a + b) * (c - d) / (e + f)$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$



f  
e  
 $(a + b) * (c - d)$

СТЕК

# Postfix бодолт

- $(a + b) * (c - d) / (e + f)$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$
- $a\ b +\ c\ d -\ * e\ f +\ /$

$(e + f)$   
 $(a + b) * (c - d)$

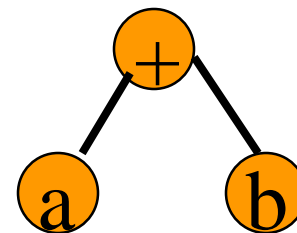
СТЕК

# Prefix хэлбэр

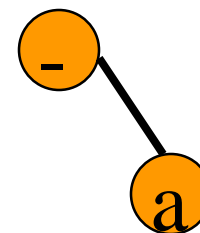
- Хувьсагч, тогтмолууд адилхан бичигдэнэ.
  - $a, b, 3.25$
- Үйлдлийн гишүүдийн дараалал infix, prefix хэлбэрүүдэд адилхан.
- Үйлдлүүд postfix хэлбэрийн гишүүдийнхээ **ӨМНӨ** шууд бичигдэнэ.
  - $\text{Infix} = a + b$
  - $\text{Postfix} = ab +$
  - $\text{Prefix} = +ab$

# Хоёртын модны хэлбэр

- $a + b$

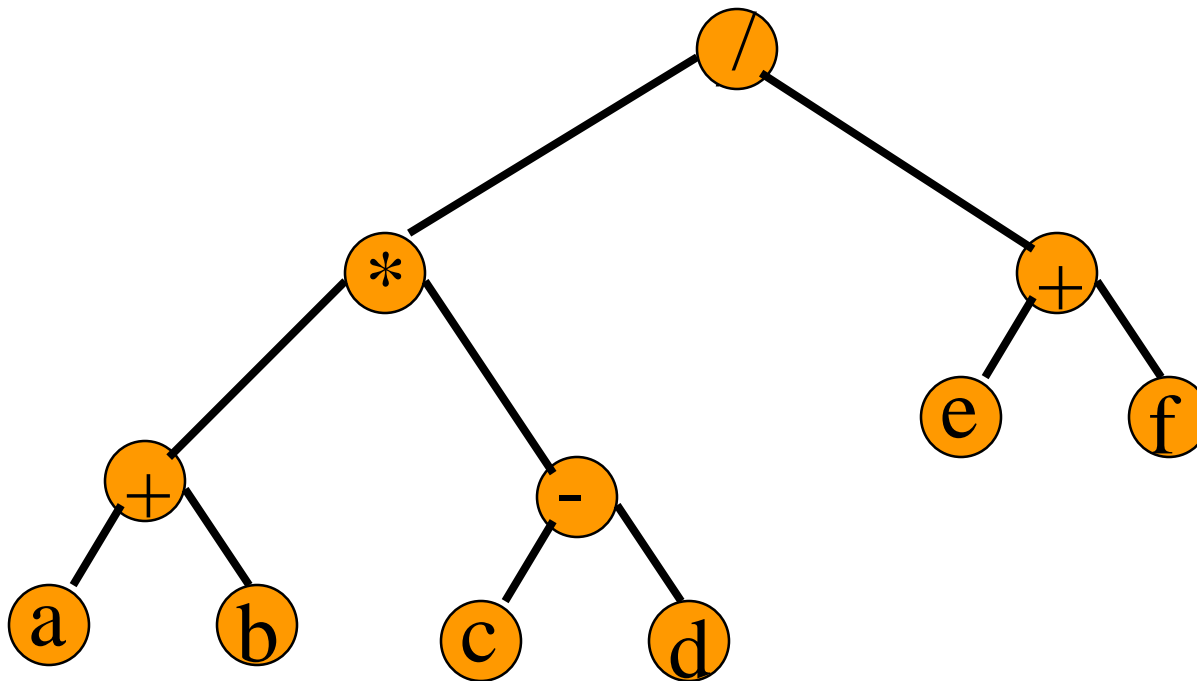


- $- a$



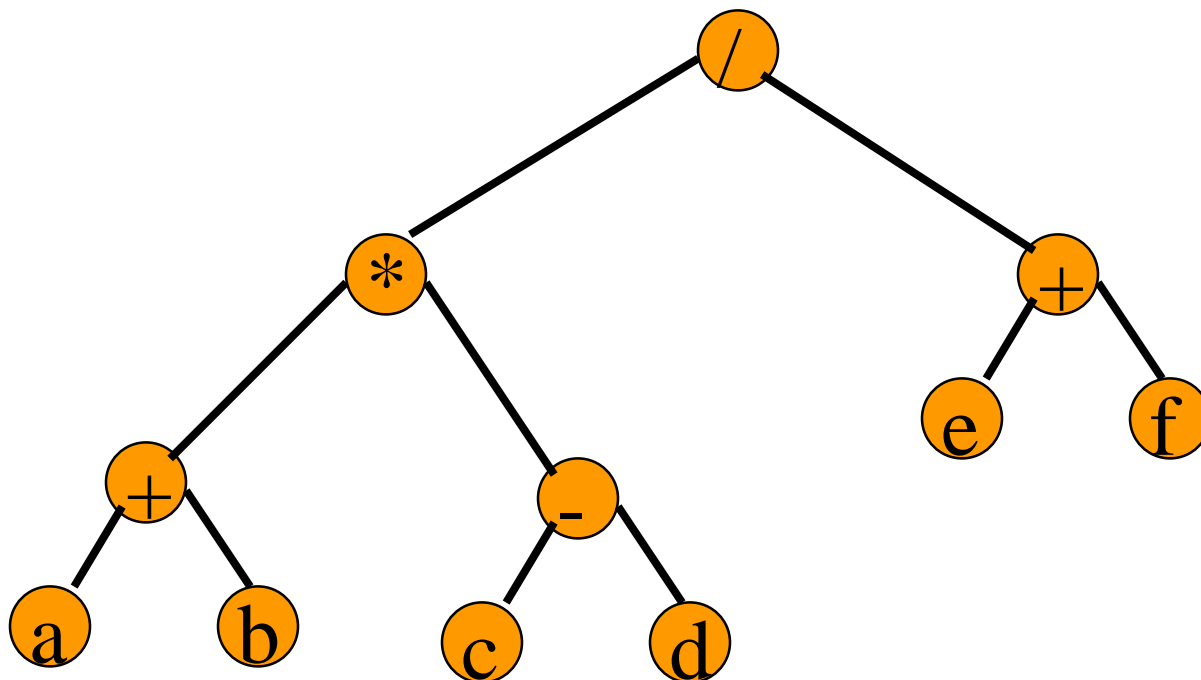
# Хоёртын модны хэлбэр

- $(a + b) * (c - d) / (e + f)$

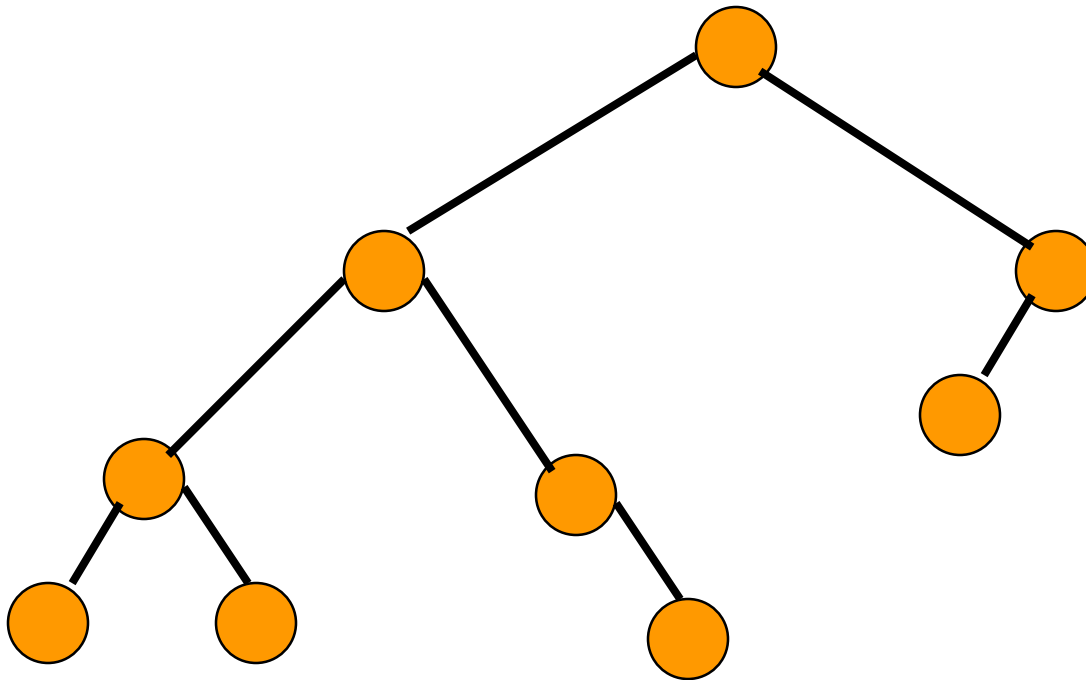
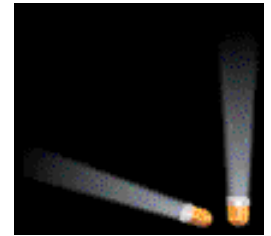
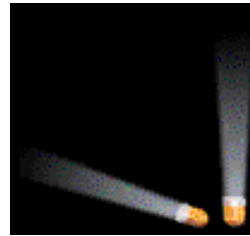
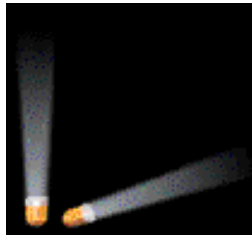


# Хоёртын модны хэлбэрийн давуу тал

- Үйлдлийн зүүн, баруун гишүүд ил харагддаг.
- Илэрхийллийн хоёртын модны хэлбэр дээр кодыг оновчлох алгоритм сайн ажилладаг.
- Илэрхийллийг рекурсив аргаар бодоход хялбар.



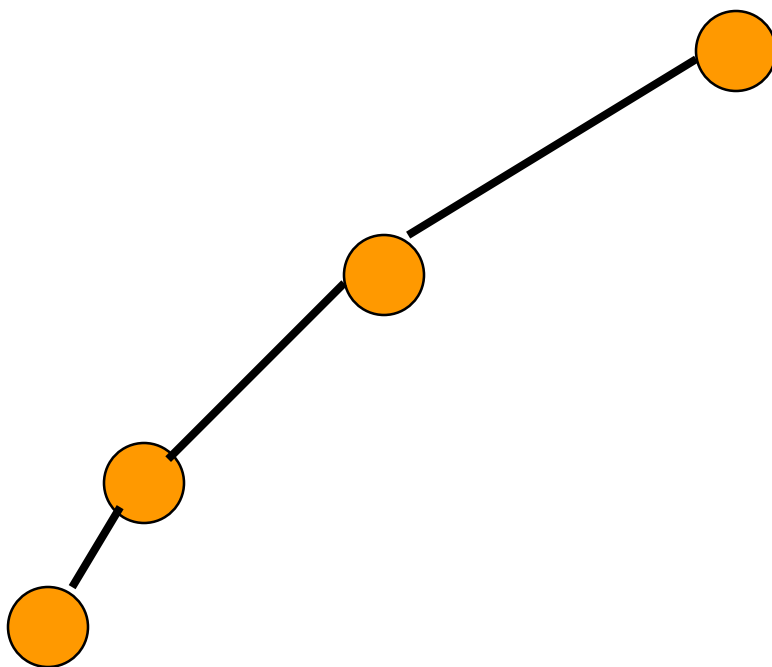
## A photograph of two spotlights on a dark stage. One spotlight is on the left, and the other is on the right, angled towards the center. Both spotlights have a bright orange glow at their bases.





# Минимум зангилааны тоо

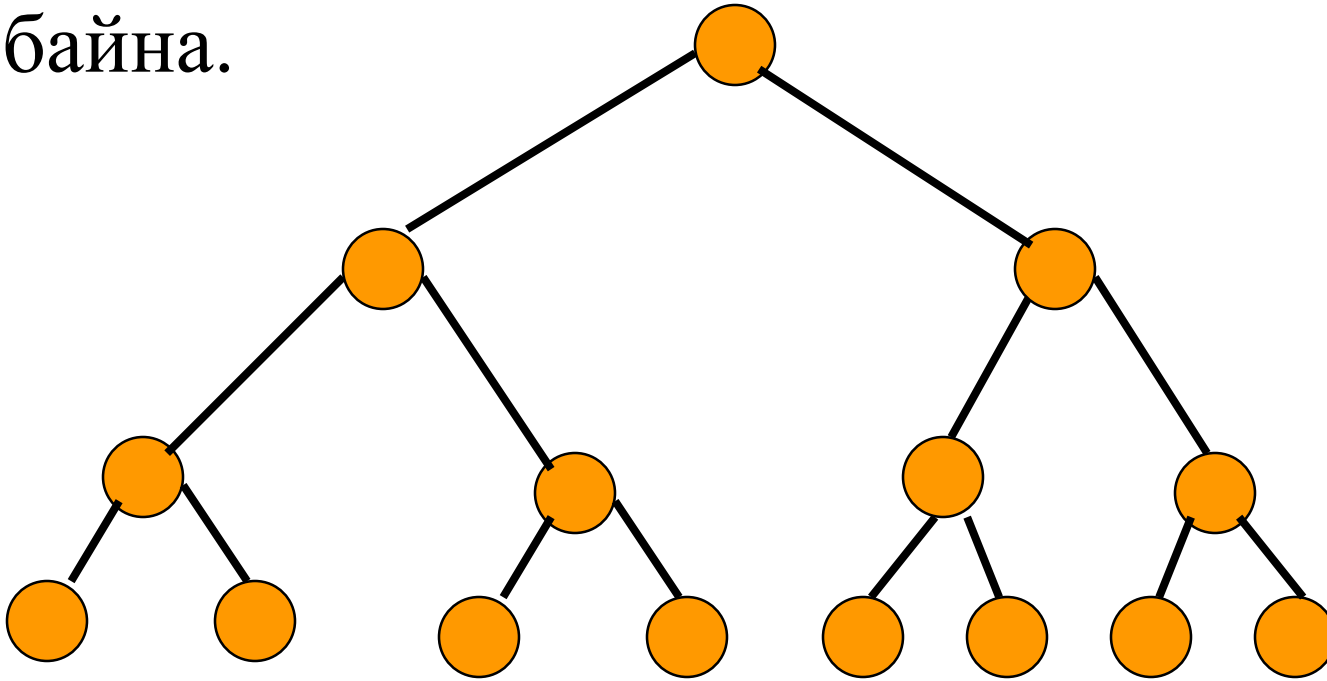
- $h$  өндөртэй хоёртын модны минимум зангилааны тоо
- Эхний  $h$  түвшин тус бүрд ядаж нэг зангилаа байна



Минимум  
зангилааны тоо  $h$

# Максимум зангилааны тоо

- Эхний **h** түвшин бүрт боломжит бүх зангилаа байна.



Максимум зангилааны тоо

$$= 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{h-1}$$

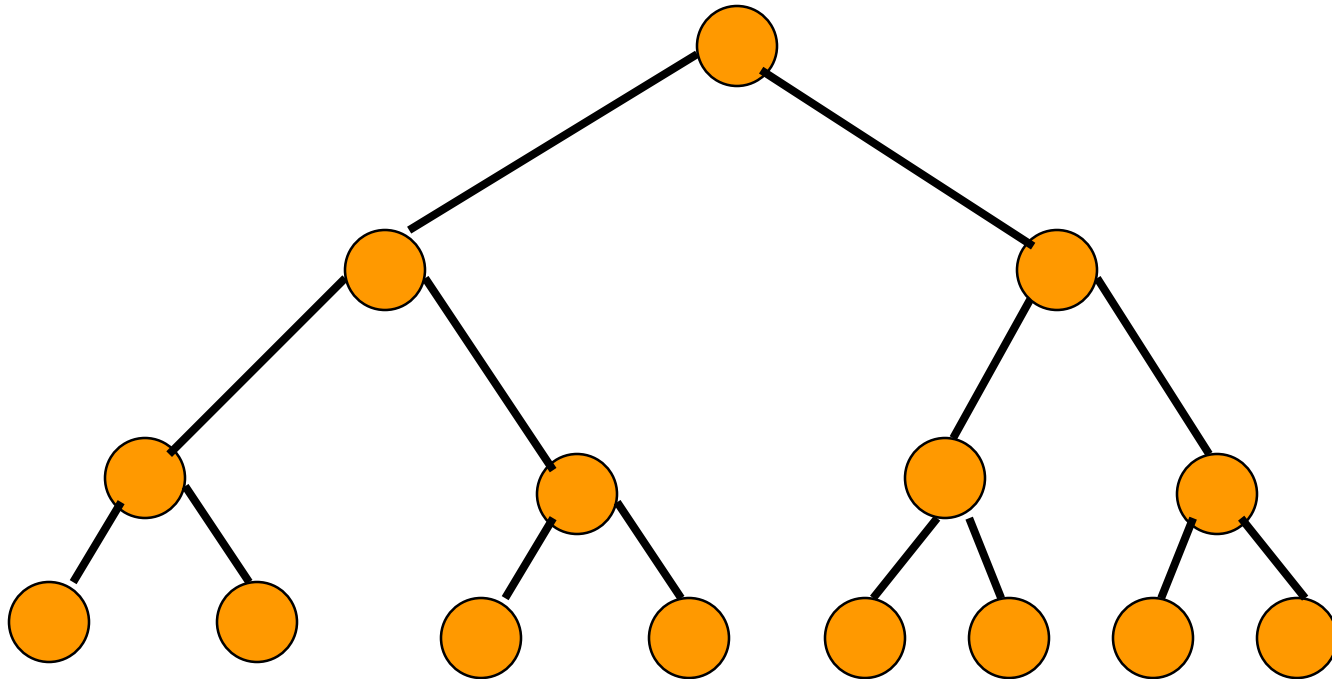
$$= 2^h - 1$$

# Зангилааны тоо ба Өндөр

- Хэрвээ  $n$  нь  $h$  өндөртэй хоёртын модны зангилааны тоо бол:
- $h \leq n \leq 2^h - 1$
- $\log_2(n+1) \leq h \leq n$

# Хоёртын бүтэн мод

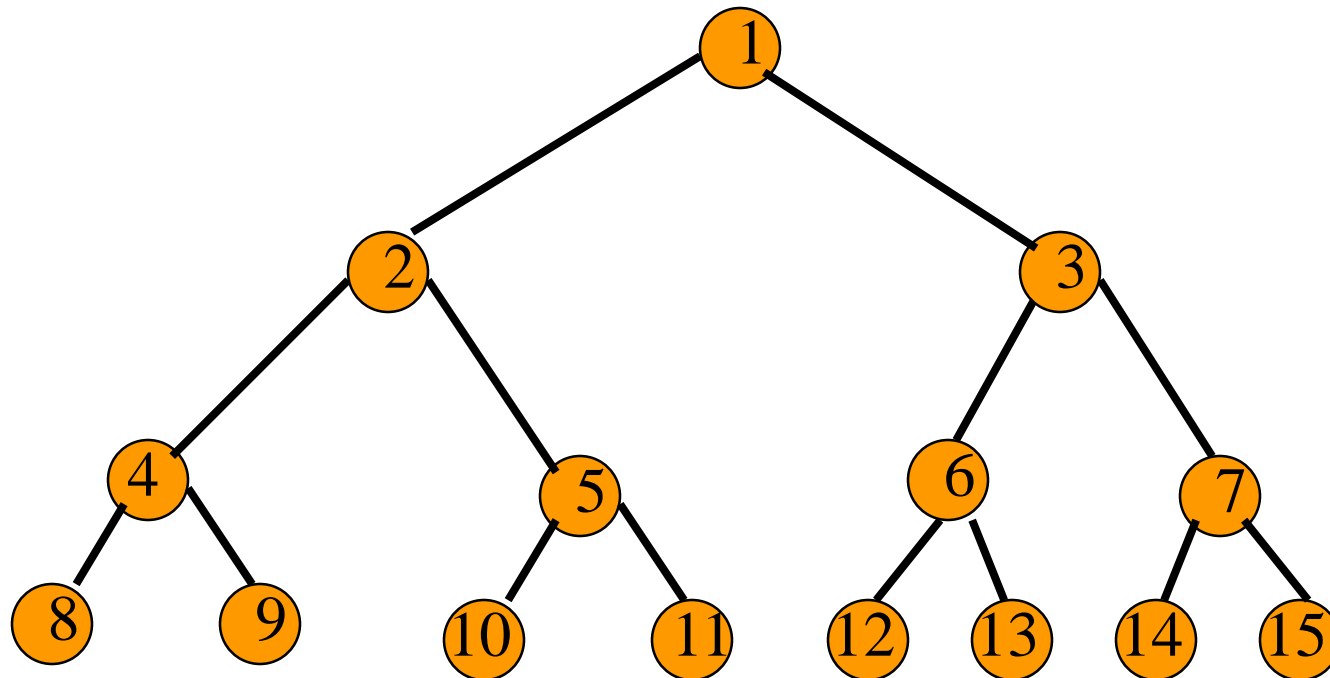
- $h$  өндөртэй хоёртын бүтэн модонд  $2^h - 1$  зангилаа байна.



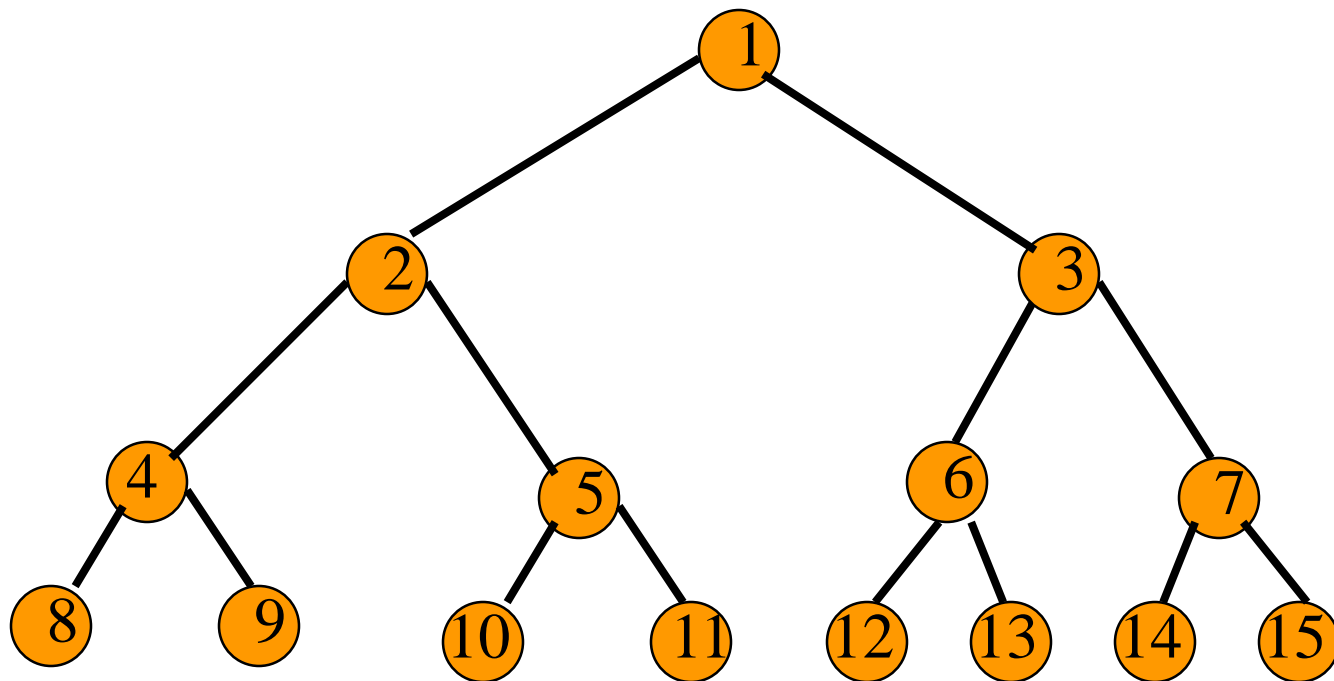
4 –н өндөртэй бүтэн хоёртын мод.

# Хоёртын бүтэн модны зангилааг дугаарлах

- Зангилааны дугаар  $1 - 2^h - 1$ .
- Түвшин дээрээс доош дугаарлагдана
- Түвшин дотроо зүүнээс баруун тийш.

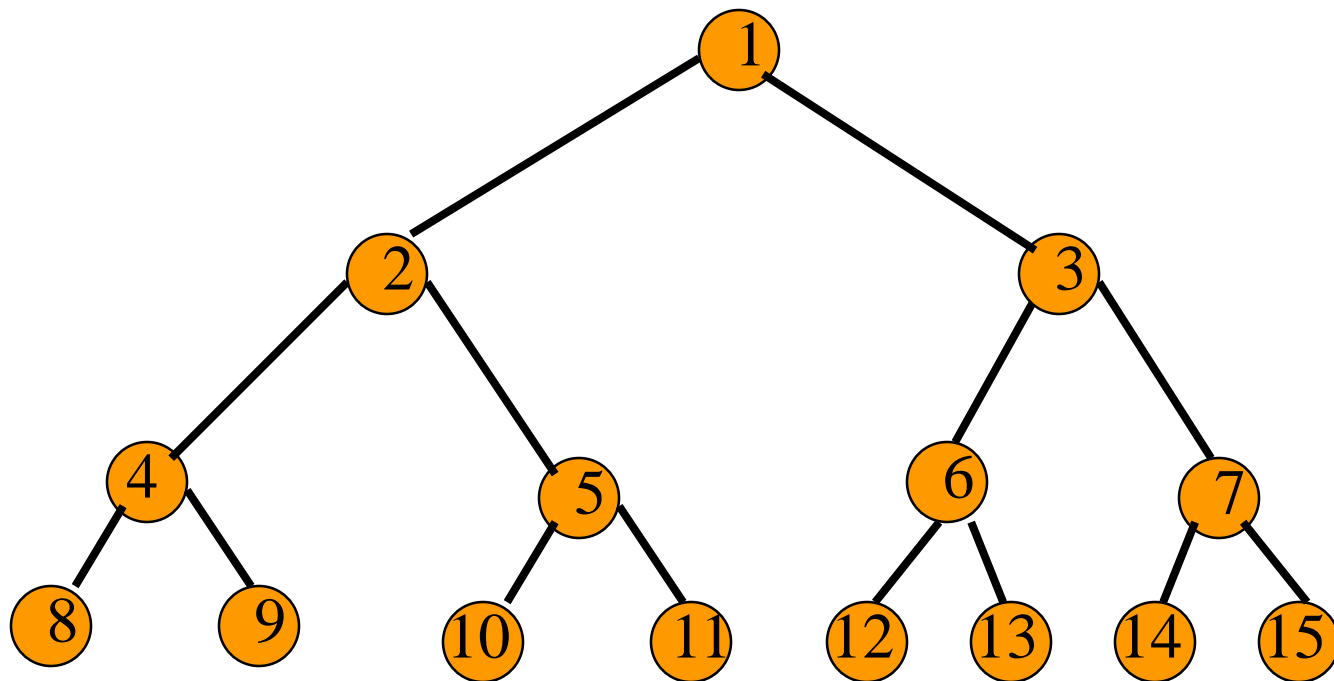


# Зангилааны дугаарын шинж



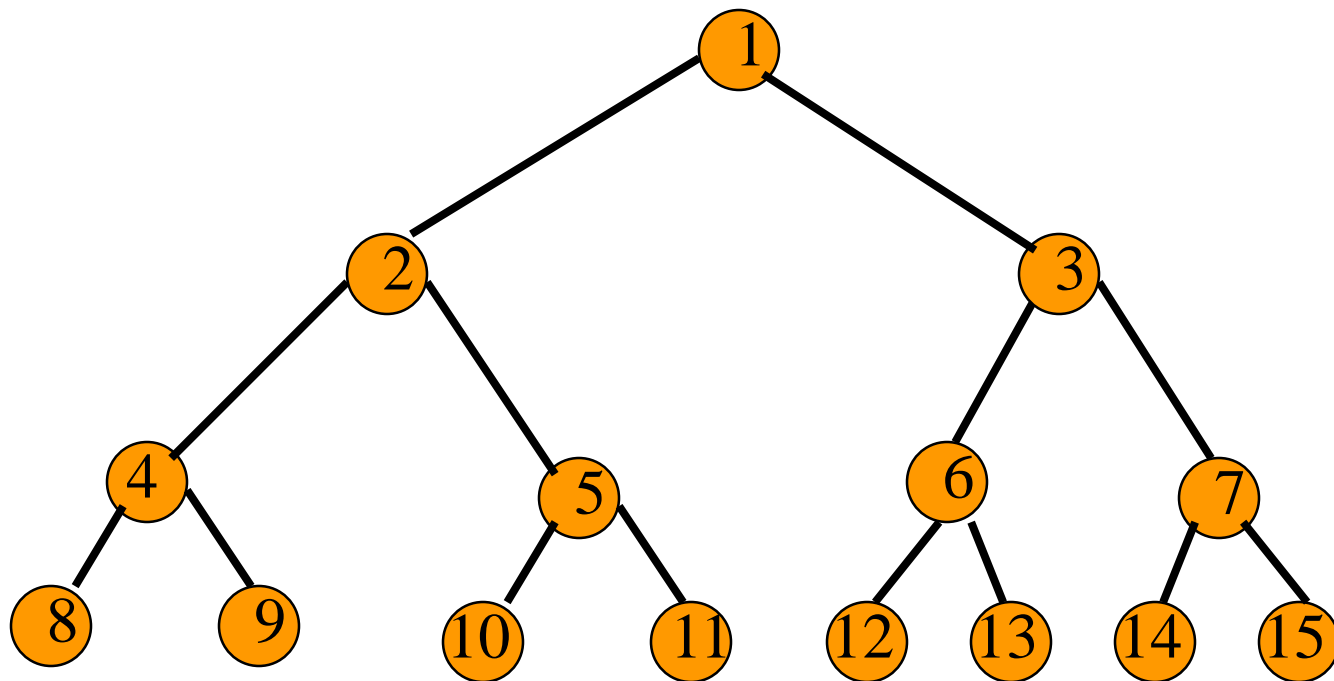
- Зангилаа  $i$  –ийн эцэг  $i / 2$ , ( $i \neq 1$ )
- Зангилаа  $1$  бол үндэс, эцэггүй.

# Зангилааны дугаарын шинж



- $2i > n$  биш бол зангилаа  $i$  –н зүүн хүү нь  $2i$ , үүнд  $n$  зангилааны тоо.
- Хэрвээ  $2i > n$ , зангилаа  $i$  зүүн хүүгүй.

# Зангилааны дугаарын шинж



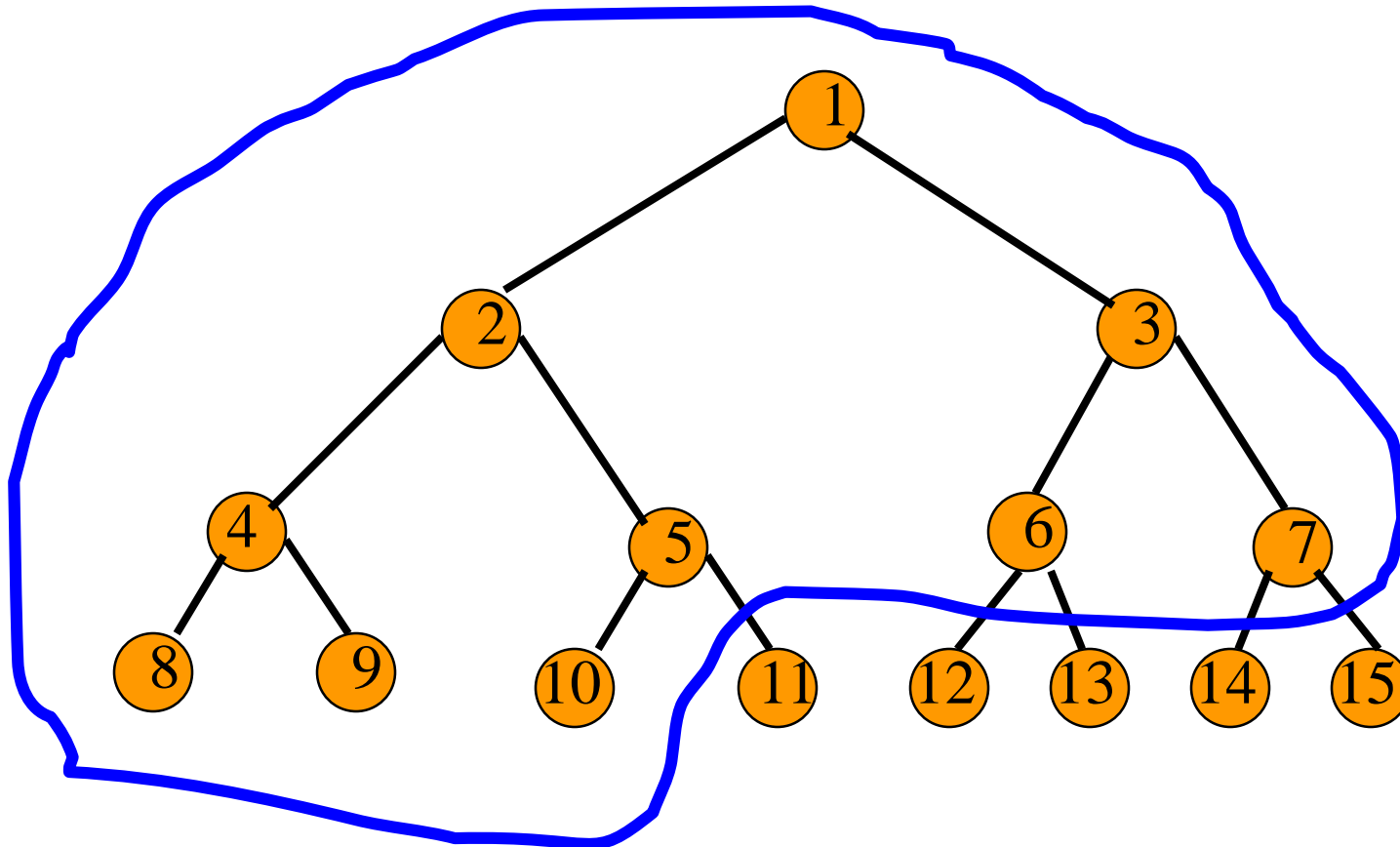
- $2^{i+1} > n$ , биш бол зангилаа  $i$  –н баруун хүү, үүнд  $n$  зангилааны тоо.
- Хэрвээ  $2^{i+1} > n$ , зангилаа  $i$  баруун хүүгүй.



# $n$ зангилаатай төгс хоёртын мод

- Дор хаяж  $n$  зангилаатай бүтэн модноос ЭХЭЛ.
- Өмнө үзсэнээр зангилааг дугаарла.
- $1$  –ээс  $n$  хүртэл дугаарлагдсан зангилаатай хоёртын модыг орь ганц  $n$  зангилаатай төгс хоёртын мод гэнэ.

# Жишээ



- 10 зангилаатай төгс хоёртын мод.

# Хоёртын модыг дүрслэх

- Массив дүрслэл
- Холбоост дүрслэл