Arbetslogg 2016 vecka 10

Erik Bulow

07 mars 2016

Contents

1 Förberedelser

```r
# Try it out!
memory.limit(50000)
```

```
## [1] 50000
```

```r
options(samplemetric.log = TRUE)
set.seed(123)
```

2 2016-03-07

2.1 Läsning av (Cattin 1980)

Handlar bl a om multiple correlation coefficient i CV. Står att skattningar för regressionen sker via OLS. Gör skillnad på fixed och random model men skriver om båda.

Är långt ifrån enda källan men också här ges den ganska pedagogiska formeln för R^2 som vi kanske kan återanvända:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i + \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N}(Y_i + \bar{Y}_i)^2}$$

.

Nämner att man tidigare funnit att adjusted R^2 enl (Wherry 1931) (dvs (Ezekei 1929)) har en bias som mest uppgår till $.1 / N $ om x fixed (men tar inte hänmsyn till ρ … kanske därmed en referens att kolla upp?)

Nämner också att (Olkin and Pratt 1958) är biased ty oändlig serir trunkeras.

Nämner att det även finns flera källor som utvecklat adjusted-versioner spec för cross-validatiln men att även dessa tenderar vara biased. Här rekommenderas olika versioner för fixed resp randmo regression.

Gör också egna simuleringar i fallet då $p = 1$, dvs för vanliga r^2. Finner att bias är ganska liten men att korrigernig kan behövas då $\rho \leq .4, N < 50$.

Förespråkar att R^2 justeras mha ngn föreslagen formell hellre än via CV då detta anges ge mindre bias (och förstås mindre beräkningsintensivt).

Poängterar vikten av att OLS används vid skattning och menar att terorin falerar vid t ex stepwise linear regression och liknande (ty prediktorerna måste väljas på förhand).

2.2 Läsning av (Crocker 1972)

Behandlar multiple correlation coefficient (dock r och inte R^2). Poängterar att (enl (Wishart, Kondo, and Elderton 1931))

$$E[R^2|\rho = 0] = \frac{p}{n-1}$$

Detta betyder att $E[R^2]$ kan hamna nära 1 för stora p och små n. Detta kanske kan vara viktigt då det samtidigt är pedagogiskt.

Nänmer att ref [3] ger konfidensintevall för ρ för olika p, n och att detta även utvecklats i ref [6].

Noterar att $R^2|\rho = 0 \sim F = \frac{R^2/p}{(1-R^2)/(n-p-1)}$.

2.3 Läsning av (R. A. Fisher 1928)

Tycks vara ngt slags original för sample-fördelning av multilpe correlation coefficient.

Ficher skriver att han blev tvungen att betrakta helt nya fördelningar. Dessa var dessutom olika för olika parametervärden men efter hand insågs att det fanns ett mönster som förenade dem.

Påpekar att om $Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i x_i + \varepsilon$ så kommer $cor(Y, \hat{Y}) = \xi(\mathbf{x})$ för godtycklig linjärkombination ξ. Därmed reduceras problemet att finna den multipla korrelationskoefficienten till att hitta korrelationskoefficienten mellan två variabler.

Artikeln är extremt formelrik men en viktig slutsats är att den multipla korrelationen ej beror på hela korrelationsmatrisen mellan alla variabler utan bara på den multilpa korrelationen i populationen varifrån sampling sker.

Dock är själva fördelningsformeln oerhört krånglig och utvecklas olika för olika parametervärden. Känns inte smo att detta kan ha ngn smo helst praktisk nytta i dess här föreslagna form. Nyttjar bla också Bessel-funktioner. Kollade också bland de artiklar som refererar till denna men hittade ingen som tycks ha utvecklat metoden (även om det fnins gott om referenser).

2.4 Läsning av (Wishart, Kondo, and Elderton 1931)

Handlar om multiple correlation coefficient med samples från N. Behandlar väntevärde och varians av sådana R^2.

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{b}{a+b} F(1, 1, a+b+1, \rho^2)$$

och för ρ ges då

$$\bar{R}^2 = \frac{a}{a+b}$$

och för $\rho = 1$

$$\bar{R}^2 = 1$$

där $a = p/2$ (dvs hälften av antalet kovariater) och $b = (n-p-1)/2$ (avrundat till heltal).

Påtalas också att (R. a Fisher 1924) gav den ungefärliga approximationen:

$$E[R^2] = \bar{R}^2 = a - \frac{b}{a+b}(1-\rho^2)$$

och att detta är en ganska bra approximation åtm då n stort.

Vi kan väl här konstatera att den bias som här presenteras tycks ara den bias för vilken (Ezekei 1929) justerar!? Dock hänvisade E själv till tidigare opublicerade källor så kan inte se exakt att det var just därför.

F.ö. har vi väl sedan tidigare liknande resultat för det icke mulipla fallet och nu får vi ngt som liknar detta.

OBS!!! Detta känns väl som ett ganska intressant och viktigt resultat att ta med sig!?

Vi får också enl (19):

$$\sigma^2_{R^2} = \frac{b(b+1)(1-\rho^2)^2}{(a+b)(a+b+1)} F(2, 2, a+b+2, \rho^2) - \frac{b^2(1-\rho^2)^2}{(a+b)^2} F^2(1, 1, a+b+1, \rho^2)$$

I och med dessa uttryck skulle vi alltså kunna kolla att den bias vi får överrensstämmer med detta! :-)

Nänmer också att det finns en approximation på detta uttryck sedan tidigare men visar att den inrte är tillräcklig utan att detta exakta uttryck krävs, åtminstone för små stickprov.

Sedan beräknas även motsvarande för R och till artikeln finns ett editorial appendix med tabellverk över olika n och p.

Enligt appendix ges formlerna istället direkt map n, p enl (i) och (ii). Nänmer att olika förf använder olika beteckningar. T ex Fisher n_1, n_2, Wishart a, b appendixet N, n och vi n, p och att dessa behöver transformeras en aning mellan de olika skrivsätten.

På det hela taget en viktig artikel känns det som.

2.5 Läsning av (Kramer 1963)

Låt $X_{ij}(i = 1, 2, \ldots, k; j = 1, 2, \ldots, n)$ beteckna ett sample av n observationer dragna slumpmässigt från icke-singulär k-variat normalfördelning. Då är

$$r_{hm} = \frac{n\sum_{j=1}^{n} X_{hj}X_{mj} - (\sum_{j=1}^{n} X_{hj})\sum_{j=1}^{n} X_{mj}}{\sqrt{\left[n\sum_{j=1}^{n} X_{hj}^2 - (\sum_{j=1}^{n})^2\right]\left[n\sum_{j=1}^{n} X_{mj}^2 - (\sum_{j=1}^{n} X_{mj})^2\right]}}$$

den vanliga korrelationskoefficienten mellan kovariaterna X_h och X_m. Låt sedan P vara determinanten av korrelationsmatrisen av de enkla korrelationerna och P' dess första kofaktor. Då ges den multipla korrelationskoefficienten mellan X_i och $(X_2, \ldots, X_k)$ som den ickenegativa kvadratroten:

$$R = \sqrt{1 - \frac{P}{P'}}$$

Därefetr ges delvis en formel för konfidensnitervall (uttrycks dock inte helt explicit) samt tabelluppgifter för denna beronde på stickprovsstorlek och antal kovariater.

2.6 Läsning av (Montgomery and Morrison 1973)

Skriver explicit att storleken av bias för unadjusted R^2 kan vara tillräckligt stor för att orsaka rejäla tolkningsproblem.

Ger en approximation av $E[R^2|n, k, \rho^2]$ och beräknar biasen för olika givna n, k, ρ. Observera att detta gjordes då det kanske fortfranade var lite svårare att använda den exakta formeln, vilket ju enligt ovan egentligen är att föredra. Vi skulle ju kunna komplettera dessa beräkningar med värden från den exakta formeln.

Biasen blir allra värst då $\rho = 0$.

Väldigt bra och pedagogisk artikel. Saknar dock illustrerande grafer, vilket vi skulle kunna tillföra.

Nämner att för adjusted R^2 gäller (approximativt):

$$bias(\bar{R}^2) = -\frac{\rho^2(1-\rho^2)(1-2\rho^2)}{n}$$

dvs bias > 0 om $\rho \geq 1/2$ och < 0 om $\rho \leq 1/2$. Denna bias är dock väldigt liten, den beror inte på p och blir som mest $.1/n$. Största bias uppstår då $\rho = .2, .8$. Bias $= 0$ då $\rho = 0, 1/2, 1$.

Poängterar att det inte räcker med stort n för att undvika bias utan att det krävs att förhållandet mellan p och n är bra.

2.7 Läsning av (Ozer 1985)

Förklarar och kritiserar tolkning av r^2 mha Venn-diagram (refererar till folk som gjort det tidigare). I denna tolkning (som också uttrycks algebraiskt) mäts korrelation som delmängder av element som förekommer i bvåde X och Y (dvs diskreta fall).

Känns lite off-topic men kanske kan vara värt att nänma som en alternativ förklaringsmodell etc. Läser inte färdigt.

2.8 Fundernigar kring hur själva rtikeln kan skrivas

Det går att modifiera template för Word-dokument som genereras av Knitr: https://vimeo.com/89562453

Det finns även en del färdiga LaTeX-mallar i paketet `rticles` som kan väljas via `File > New file > R Markdown...`. Man kan även skapa egna templates enligt: http://rmarkdown.rstudio.com/developer_document_templates.html

Har vi tur så kanske den tidsskrift vi vill submitta till erbjuder template i ngt lättanvänt format. Elsviewer-artiklar har t ex en mall i `rticles`-paketet.

3 2016-03-08

3.1 Läsning am betafördelning på Wikipedia

https://en.wikipedia.org/wiki/Beta_distribution

OBS! Berör den vanliga, centrerade. Mode (antimode få $\alpha, \beta < 1$) kan beräknas men median saknar closed form. Finns olika förenklade formler för median givna i artikeln.

Medelvärde ges av:

$$\mu = E[X] = \frac{1}{1 + \frac{\beta}{\alpha}}$$

Om $\alpha = \beta \Rightarrow \mu = 1/2$.

Det bör alltså ganska intressant att underseröka för vilka värden betafördelningen slår över från U-shaped till den "vanliga formen". Tror också att detta har nämnts ngnstans i litteraturen men kan tyvärr inte minnas var.

Variansen ges av:

$$var(X) = E[(X - \mu)^2] = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$$

Man kan också parametrisera fördelningen mha $\mu, \nu = \alpha + \beta (\nu > 0)$:

$$\alpha = \mu\nu, \beta = (1 - \mu)\nu$$

Betafördelningen utvecklades av Pearson men kallades då Pearson-fördelning typ 1 och hade 4 parametrar. Dock går det att transformera denna fördelning till vanlig beta (på ngt sätt).

Betafördelningen tycks ha nämnts första gången 1911.

Parametrarna α, β kan lättast skattas mha momentmetoden (det var f.ö. en skism mellan Pearson och Fisher just angående huruvida man skulle använda detta eler maximum likelihood, vilket dock tycks mer komplicerat).

$$\hat{\alpha} = \bar{x}\left(\frac{\bar{x}(1 - \bar{x})}{\bar{v} - 1}\right), \beta = (1 - \bar{x})\hat{\alpha}, \text{ if } \bar{v} < \bar{x}(1 - \bar{x})$$

3.2 Googlande

Finns en relevant fråga på SO som kan knytas till formel för ickecentralitetsparametern i ickecentrala betafördelningen: http://stats.stackexchange.com/questions/58107/conditional-expectation-of-r-squared/58133#58133

Bygger dock på ganska avancerad matematik som jag har lite svår att ta till mig. Refererar också till: (Walck 2007) vars avsn 30 behandlar ickecentral betafördelning men in te ger ngn bra formel för λ. Hjälp för tolkning av SO-posten: http://www.math.uah.edu/stat/expect/Matrices.html Med hjälp av dessa formler borde vi kunna få en formel för fördelningen av R^2. Dock görs inte detta i själva frågan utan här gör man istället en approximation för ett upper bound av $E[R^2]$. Är osäkler på varför. Man får ju en analytisk formel för ickecentral beta och denna i sin tur har en closed form för dess mean!?

Dock kan också noteras att λ beror på väntevärdet av X. Att vi ovan sett att betafördelningen ger en bra approximation till fördelningen kan nog rimligtivs bero på att vi har väntevärde = 0 för den data vi simulerat. Resultatet kan nog därmed förväntas bli annorlunda med andra väntevärden. Kanske ngt att undersöka iofs men kanske ett stickspår.

OBS!!! Noterar nu att λ ju faktiskt beror på X, dvs på stickprovet. Detta innebär ju att vi i praktiken är tillbaka i vår sedan tidigare kända situation. Dock har vi här ett beroende på hela X, dvs en designmatris som vi kanske kan ta från vårt ursprungliga stora sample. Således har vi kanske trots allt inte ett beroende på den enskilda stickprovet!?

Det som sägs är:

> Consider the simple linear model:
>
> $$\boldsymbol{y} = X'\boldsymbol{\beta} + \epsilon$$
>
> where $\epsilon_i \sim$ i.i.d. $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ and $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $p \geq 2$ and X contains a column of constants.
>
> $R^2 \sim \mathrm{B}(p-1, n-p, \lambda)$ where $\mathrm{B}(p-1, n-p, \lambda)$ is a non-central Beta distribution with non-centrality parameter λ with
>
> $$\lambda = \frac{||X'\beta - \mathrm{E}(X)'\beta 1_n||^2}{\sigma^2}$$

Dock misstänker jag här att X' kan vara sammanblandat med X och att det således borde vara $X\beta$ istf $X'\beta$. Har vi inte β borde vi istället kunna skatta $X\beta$ med hattmatrisen, dvs $X(X'X)^{-1}X'Y$ ... eller är det lika bra att börja om från början med data som helt följer modellen?

OBS! Denna (eller åtm liknande formel finns ockspå som (12) i (Helland 1987). Är väl därmed bättre att utgå från den som faktiskt publicerad referens.

OBS!!! X härrör fortfarande till just aktuellt sample ty λ växer med n :-(

Dock kan vi anta att centralitetsparametern = 0 då $E[X] = 0$ och då approximera med vanlig betafördelning. (Men gäller nog inte föfr lite mer komplicerade fördelningar, gissar att det inte räcker att bara standardisera resp parameter ... eller?)

3.3 Läsning av (Helland 1987)

Om tolkning av R^2 i regression. Argumenterar för att R^2 bara kan tolkas korrekt just då kovariaterna är random (då detta är bästa sättet att få en heltäckande bild av X). Skriver att det finns en del statistiker som avråder från att i huvud taget titta på R^2. Föreslår approximativt konfidensintervall för populationskoefficienten för korrelation. Observerar att adjusted R^2 faller inom intervallet men inte den vanliga. Utgår från modeller med intercept och ickekorrelerade fel. Bygger på matrisformler.

Ger också ρ^2 på formen:

$$\rho^2 = \frac{\sum_{i=i}^{p} \beta_i x_i}{var(y)}$$

Härleder också ickecentralitetsparametern

$$\lambda = \frac{\beta' X_0' X_0 \beta}{\sigma^2}$$

Detta sägs ge en konditional distribution av R^2 givet X_0 för random X. För en unconditional fördelning krävs dock fördelningsantagande för X. Detta beräknades redan av(R. A. Fisher 1928) men är för krångligt för att kunna användas. En approximation har dock givits av en Gurland 1968 (ej läst):

$$k = \frac{\rho^2}{1-\rho^2}, a = \frac{(n-k)k(k+2)+p}{(n-1)k+p}, v = \frac{(n-1)k+p}{a} \Rightarrow \frac{R^2}{1-R^2} \approx \frac{(n-1)k+p}{n-p-1} F_{v,n-p-1}$$

Denna approximation har sedan visat sig fungera bra. Utifrån denna approximation konstrueras sedan konfidensintervall. Den formel som då föreslås beror dock på ρ. Numeriska metoder används och konvergens uppnås ofta efter 3-4 itterationer. Resultatet härav blir väldigt bra överrensstämmande med tidigare teoretiskt uträknade motsvarande värden. Artikelns beskrivning av metoden är antagligen tillräcklig för att själv kunna återimplementera den men det känns ändå lite krångligt.

3.4 Läsning av (Rodgers and Nicewander 1988)

Innehåller en del historia. Artikeln skrevs för att fira att det var ca 100 år sedan regression infördes. Återkommer till de kändisar vi sett sedan tidigare men i organiserad form. Redan 1920 skrev f.ö. Pearson "Note on the history of correlation".

Skriver också att konceptet både är ett av de mest använda men också mest missbrukade inom statistik.

Artikeln presenterar sedan 13 olika tolkningar av r men bara under vissa förenklade förutsättningar, såsom endast bivariat fördelning:

1. den anliga algebraiska formeln
2. som standardiserad kovarians
3. som lutningen (slope) i regressionsmodell
4. geomertiskt medelvärde
5. roten av proportion of variability accounted for
6. mean cross product of standardized variables
7. vinkeln mellan två standardiseerade regressionslinjer
8. funktion av vinkeln mellan de två variabelvektorerna
9. ...

En del av de övriga känns lite väl teoretiska ...

4 2016-03-09

Jobbar hemifrån med att läsa lite artiklar.

4.1 Läsning av (Wasserstein and Lazar 2016)

Artikeln handlar om att ASA till viss del sätter ner foten och tar avstånd för överdrivet bruk av p-värden. Kan var värt att bara nämna att det inte är helt självklart att syftet med att undersöka fördelningen för R2 är att kunna skapa hypoteser etc.

4.2 Läsning av (Nambury S Raju et al. 1997)

Om multiple regression. Om CV och OLS. Vill jämföra korrigeringar av ρ baserat på:

- CV
- Formula-based (dvs adjusted).

Påtalar att även om en skattning r för ρ är unbiased (antingen via CV eller formell), betyder det inte per automatik att också skattningen r^2 av ρ^2 är unbiased.

Antar X fixed men $\varepsilon \sim N$.

Påtalar att om syftet är prediction bör ρ_c skattas mha CV. I så fall gäller dock att $\rho_c^2 < \rho^2$. Skillnaden beror på skillnad mellan CV-sample och population. Här är ρ_c^2 också ett teoretiskt värde och även här nämns att R^2 överskattar detta. Nämner att (Wherry 1931) först nämna att shrinkage innebär att också $R_c^2 < R^2$.

Nämner att Huberty 1994, Snijders 1996 och Yung 1996 undersökt metoder för signifikanstest av R^2 och att detta vid denna tidpunkt var ngt ganska nytt. Kanske värt att kolla upp?

Har i andra artiklar argumenterats för att adjustmentmetoder för fixed X är tillämpliga också för random X om $n > 50$.

Här står att adjusted enl (Ezekei 1929) utvecklades av (Wherry 1931) och att dessa formler således skiljer sig lite. Ger en historik och sammanfattning av de olika adjusted-skattningarna som presenterats och undersökyts.

refererar til studie som visat att CV sämre än formula based. Jämförelser med 4 och 8 kovariater och stickprovsstorlekar >= 50. Men även då vissa svårigheter (rekommenderar >= 250). Detta underbyggs också med referenser till fler liknande studier. Dock poängteras att CV kan vara bättre just för predektion.

De simuleringar so mgjort dittills tycks i de flesta fall begränsas till populationsstorlekar om 5000.

En del simuleringar har också gjorts på väldigt små stickprov och med varierande ρ.

Konstateras att bootstrap och jack-knife kan rekommenderas först för n >= 100.

Skriver också mkt om EW jmfrt med OLS, vilket jag inte läser då det ligger utanför nuvarande intresse.

Slutsats att formula based rekommenderas. Kan dock inte rekommendera ngn enskild då det trots alla jämförelser inte funnits ngn jämförelse som täckt samtliga.

Slutsats: Denna artikel är väldigt omfattande gällande referat av tidigare studier för jämförelser av olika adjustments!

4.3 Läsning av (Nakagawa and Niki 1992)

Behandlar endast r men gör det för icke-normalfördelad population. Nämner att det utvecklats metoder/algoritmer för beräkning av flertalet moment för fördelning av r men att högre moment kräver väldigt mkt algebra. Utgår från cumulants (https://en.wikipedia.org/wiki/Cumulant) (dvs $\ln(M)$) där M = moment istf moments men gör koplpingar tillbaka till moments. Denna artikel utvecklar nu approximationer till de fyra första momenten mha Edgeworth-expansions (https://en.wikipedia.org/wiki/Edgeworth_series), vilket är en metod att approximera sannolikhetsfördelningar mha just cumulants. Använder också delta-metoden

4.4 Fixar Mendeley

Känner att det uppstått ett visst behov av att försöka få lite mer ordning i Mendeley så lägger rätt mkt tid på detta. Lyckas bl a fixa ett automatsynkat bibtex-bibliotek som jag hoppas kunna knyta direkt till loggen etc. Har också slagit samman dubletter, rensat bort ickerelevanta artiklar och gått igenom så att all information stämmer. Ett ganska stort jobb faktiskt men hoppas att det kan vara värt det.

4.5 Läsning av (N S Raju et al. 1999)

Kan ses som en uppföljning till (Nambury S Raju et al. 1997) men med egen simuleringsstudie. KOmmer fram till att adjusted (Ezekei 1929) är bästa sättet att justera.

Utgår från verkligt dataset med nästan 85000 fall. Fördel framför datorsimulerat data att det kan avspegla verkigheten bättre i form av att inte helt följa teoretiska modeller etc.

Sample sizes 25, 40, 60, 80, 100, 150, and 200 för 501 samples.

Motiverar små stickprovsstorlekar:

> Based on 125 reported validity studies, Callender, Osburn, Greener, & Ashworth (1982) found that 33% of the studies reported mean Ns below 50 and that 51% of the studies reported mean Ns between 50 and 100.

Jämförde 16 different formulas (seven formulas originally developed ρ^2 for estimating population multiple correlation and nine formulas initially developed for estimating population cross-validity). Jämförde:

> mean of bias (MB) and mean of squared bias (MSB). Note that MSB reflects both MB and the SD of bias. The means and SDs of bias and squared bias were obtained separately for each combination of estimation procedure, N, and population parameter that was estimated.

Table 2 faktiskt väldigt intressant. Visar tydligt jämförelser mellan olika värden och där tydligt att (Ezekei 1929) väldigt bra. Table 3 visar ännu tydligare mean bias och att (Ezekei 1929) är bäst samt att formula bättre än CV. Motsvarande resultat ges för mean squared bias. Detta visas även grafiskt.

Jag läser inte de delar av artikeln som berör skattningar mha CV eller EW utan hoppar direkt till diskussion.

Refererar till att även tidigare jämförelser visat att (Ezekei 1929) bäst och detta både för vanlig regression och stepwise.

Studien erkänner dock att en brist är att man inte använt olika ρ eller olika p då detta ju varit fixt för ett faktiskt dataset. Likaså då data kommer från ickenormal-fördelning etc. Begränsar sig också till least square (ej ridge regression, PCA etc) men det gäller ju för oss också.

Här kan vi ju också påminna oss själva om att (Skidmore and Thompson 2011) just undersökte fler ρ och olika sorters fördelningar. De fann att (Olkin and Pratt 1958) var bäst men att (Ezekei 1929) var ungefär lika bra. Slutsatsen blir väl då trots allt att rekommendera (Ezekei 1929), dels då den är enklare, dels då den beskrivs både på Wikipedia och är implementerad i R etc, dvs den har störst spridning och verkar vara accepterad.

4.6 Läsning av (James Algina 1999)

Jmfr 4 metoder för att bilda KI för squared multiple correlation coefficient ρ^2. Dels direkt från R^2, dels tre st approximativa metoder föreslagna av Olkin och Finn 1995. Approximationerna visade sig dock dåliga. Bäst använda R^2-versionen.

Skriver att flertal författare argumenterat för att överge hypotesprövning och ist betrakta effect size. Kan ju kopplas till (Wasserstein and Lazar 2016). Detta ksulle leda till rapportering av KI för ρ^2.

KI utgår direkt från R^2:s fördelning enl (R. A. Fisher 1928). Gick då att finna vissa av dessa värden från tabell men behövde annars använda numeriska metoder för approximation mha (Steiger and Fouladi 1992). Därav utvecklades de approximativa metoderna för att kunan gå lättare att beräkna vid behov.

Har rapporterats att de två första är av "no use when $\rho^2 = 0$".

KI skapat mha (R. A. Fisher 1928) kommer att ta korrekt hänsyn till bias, dvs intervallet kommer att ligga under punktskattningen ifall detta krävs baserat på n och p.

OBS! Fichers metod funkar inte just då $\rho = 0$. men ger annars exakt resultat (men ävn i det fallet kan den användas med bra resultat).

OBS! Studien baserad på normalfördelad data. Föreslår att framtida studier fokuserar på ej normalfördelad data.

4.7 Läsning av (Steiger and Fouladi 1992)

Beskriver det C-program "R2" (Windows, GUI/menydrivet) som användes av (James Algina 1999). Byggde på teori från Cox och Hinkley 1974 s. 213. Gick att beställa programmet på diskett för 30 dollar.

Hittade sedan referens (Zou 2007) till http://www.statpower.net/Software.html där programet fortfarande finns (nu gratis). Fnins även instruktioner för att köra mha Dosbox i Windows 7.

4.8 Läsning av (Kreke, Khemlani, and Trafton 2015)

Modernt R-paket.

Beskriver den extrema situationen för väldigt låga n att varje tänkbart värde på R^2 då $\rho^2 = 0.5$ är mer sannolikt än det faktiska, detta eftersom fördelningen har en antonode i ung mitten enl tidigare illustrationer.

Tycks som att arbetete med detta paket föregår publicering av artikel i ämnet: Khemlani, Sangeet; Kreke, Joseph; Trafton, Greg. "Using Percentile Analysis to Baseline Noise in R-squared". Harris, Inc; Naval Research Laboratory. (in draft)

Utgår bara från korrelation mellan två variabler X, Y men dessa kan ha lite olika fördelningar (normal, uniform, lognormal, opisson eller binomial). Har studerat delar av koden (finns tyvärr inte på GitHub annat än via CRAN-kopian.) Utifrån dessa genereras data för en empirisk fördelning av R^2. Inga teoretiska fördelningsantaganden görs och ännu saknas referenser till ngn teori som stödjer metoden. Kan vara värdefullt för illustrationer (har många plot-funktioner, ggplot2).

Finns ett justerat R^2-värde som ges av `R2k`. som är helt empiriskt. Tror syftet med den kommande artikeln kanske är att jämföra denna metod mot tidigare formell-metoder etc. Känns lite spännande nu när beräkningskraften kanske är tillräcklig för att göra så. Dock bygger det på antagande om underliggande fördelning och dess parametrar etc så ser väl egentligen inte att detta skulle vara bättre än CV eller liknande (som ju då dessutom bygger på faktiska data). Men som sagt … för illlustrativa syften kan det nog vara bra.

4.9 Kollar andra R-paket

Har sökt på http://www.r-pkg.org/ efter:

- multilpe correlation coefficient (0 träffar)
- R2 (7, varav ett var (Kreke, Khemlani, and Trafton 2015))
- correlation (253 träffar)

- coefficient of determination (7 sträffar)

Har också kollat listan över CRAN task views utan att hitta ngt smo känns direkt relevant.

4.10 Paketet `suppDist`

Se `?Pearson` Har d, p, q, r och s-funktioner för fördelningen av Pearsons korrelationskoefficient. Observera att detta ju alltså inte är samma som fördelningen för R^2 dock. Implementerat i C så kan inte helt tolka innebörden. Källkoden finns dock här: https://github.com/cran/SuppDists/blob/master/src/dists.cc Där framgår också en källa som en kommentar i själva koden:

> Density function of the correlation coefficient From eq 6.5, p223 of Johnson and Kotz, Continuous Univariate Distributions, vol 2, 1st edition. Uses Gaussian hypergeometric function, defined on page 17 (1.104) of Johnson, Kotz, and Kemp, Univariate Discrete Distributions, 2nd Ed. The derivitive is given on page 18.

Dessa referens finns på MC-bibl hylla 16b: http://chans.lib.chalmers.se/record=b1174991 http://chans.lib.chalmers.se/search/?searchtype=X&SORT=D&searcharg=Johnson%2C+Kotz%2C+and+Kemp%2C+Univariate+Discrete+Distributions&searchscope=1&submit=Submit

som har öppettider:

- Tisdagar 10 - 12
- Onsdagar 15 - 17
- Torsdagar 13 - 15

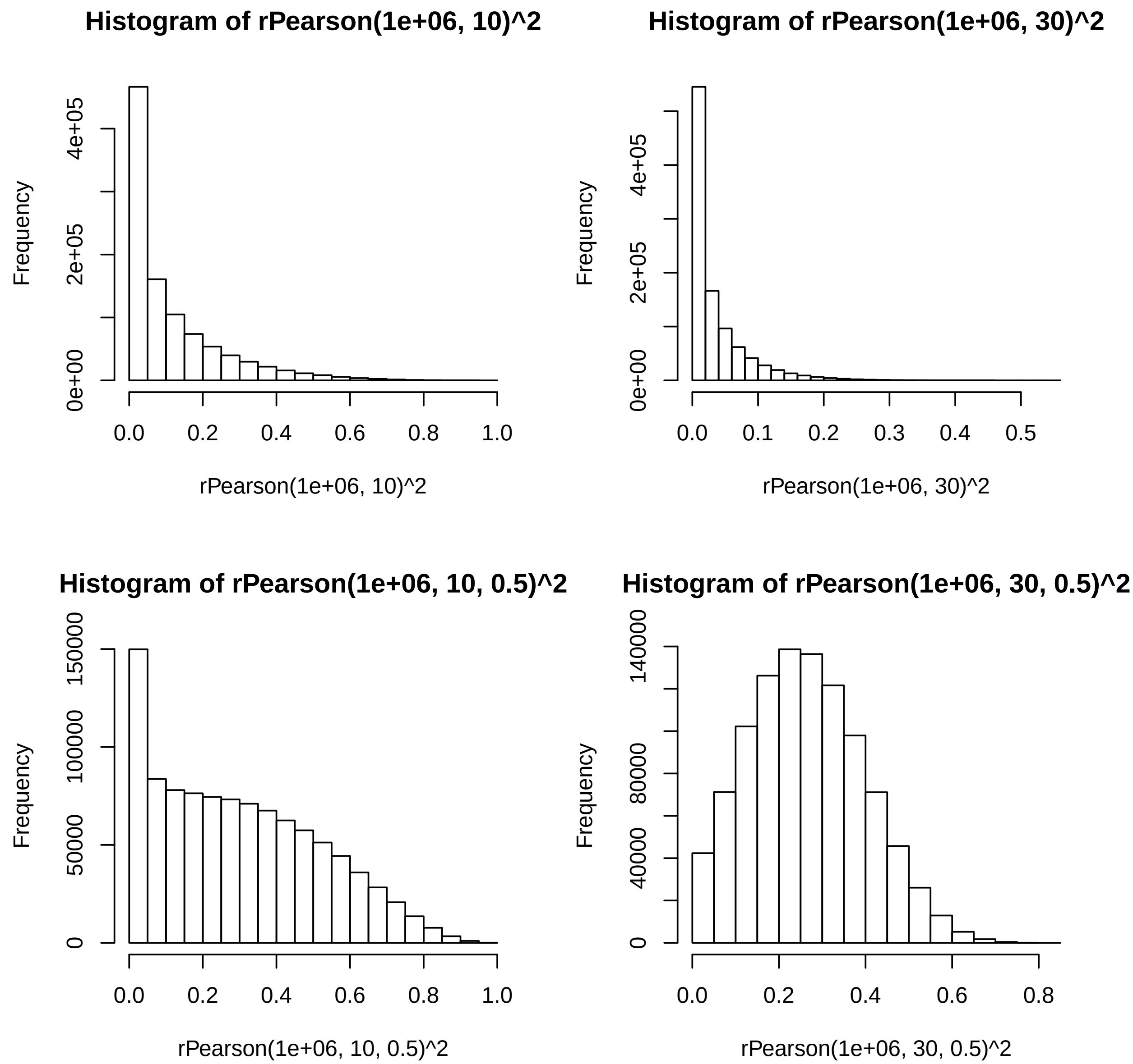
http://www.chalmers.se/sv/institutioner/math/bibliotek/om-biblioteket/Sidor/Oppettider.aspx

Syns också lite längre ner att han använder hypergeometrisk funktion och att han tycks integrera en funktion etc. Känns solitt.

Ingen refernes angiven i paketet. Paketet blev tyvärr "orphened" efter att dess skapare Robert Wheeler omkommit efter kollision med bil då han själv cyklade: https://cran.r-project.org/web/packages/AlgDesign/NEWS

Drar lite slumptal för illustration:

```
library(SuppDists)
par(mfrow = c(2, 2))
hist(rPearson(1e6, 10    ) ^ 2)
hist(rPearson(1e6, 30    ) ^ 2)
hist(rPearson(1e6, 10, .5) ^ 2)
hist(rPearson(1e6, 30, .5) ^ 2)
```



4.11 Paketet cvq2

Se: http://www.r-pkg.org/pkg/cvq2

Tror dock inte att detta äre relevant i sammanhanget. Behandlar PRESS etc.

4.12 Läsning av (Zou 2007)

Erbjöd även SAS-kod i supplemental materials: http://dx.doi.org/10.1037/1082-989x.12.4.399.supp

Nämner här att det fnins åtm 14 olika sätt att betrakta ρ^2 (jmfr (Rodgers and Nicewander 1988) som också refereras ihop med ytterligare sätt).

Om man vill skapa KI för enskild $\rho 2$ funkar det ganska bra med Fishers z (transformerar fram och tillbaka). Detta funkar dock inte vid jämförelser mellan två olika $\rho 2$ då bakåttransformation saknas.

För ρ^2 är det ännu mer komplicerat då fördelningen är så knepig. Skriver att sådana tabulerade värden har publicerats men att de sällan använts. Approximationer finns också som sägs funka ganska bra men som trots allt inte kan användas för jämförelser. Approximationer som ignorerar fördelningens skevhet har också presenterats med sedan förkastats (James Algina 1999).

Poängterar att man inte får blanda ihop fördelning för r och $\sqrt{R^2}$ då den senare ju bara kan anta positiva värtden.

Finns SAS-metod: "SAS PROC CANCORR" och i appendix beskrivs även implementat5ion för SPSS. Dessa bygger på approximation mha F-fördelning.

- För ρ:
- Överlapping: Metoder som bygger på normalantagande funkar inte för stickprov mindre än 100. För storlek 100 - 200 täcker man ρ^2 i
  $1-\alpha$ procent av fallen men assymetrin ger skevt resultat upp till stickprovsstorlekar på ca 200. Med F-fördelning funkar det dock bra för storlekar ner till ca 15.
- Ej överlappande:
- För ρ^2:
- Funkar inte alls med normalfördelningsantagande
- Funkar hyffsat med F-fördelning men testas bara för stickprovsstorlekar >= 50. Dock med $p = 3, 6$ (men resultaten likvärdiga så redovisar endast för $p = 6$ i tab 3).

Gör flera referenser till Lee 1971 för approximativ fördelning till R^2 så gissar att det kan vara värt att kolla upp. Slutsats för R^2 är att resultatet trots allt blir ungefär samma som enl (J. Algina and Moulder 2001) (som tillämpade en mer approximativ metod).

OBS! Finns ett bra appendix som också förklarar den approximativa icke-centrala F-fördelningen enl Lee 1971. Observera att den fördelningen gäller rtansformationen ovan, där (Helland 1987) anger Gurland 1968 som källa men med skillnaden att vi här har en icke-centralfördelning (gissar att denna på ngt sätt är bättre då den dessutmo är senare).

4.13 Paketet `cocor`

Se: http://www.r-pkg.org/pkg/cocor

Paketet har också GUI dels online, dels för desktop.

4.13.1 Läsning av (Diedenhofen and Musch 2015).

KI skapas baserat på (Zou 2007) men behandlar tyvärr bara korrelation och inte ρ^2. Går därför inte vidare med detta men kanske ändå värt att nämna att det finns ett lättanvänt verktyg för vanlig korrelation (gher dessutom väldigt många olika testresultat ... kanske för många med tanke på att alla kanske inte är optimala ...).

4.14 Läsning av (Lee 1971)

Undersöker sample distribution multiple correlation coefficient. Från normal sample. När antalet oberoende variater udda är denna fördelning förbunden med fördelningen för simlpe correlation. Utnyttjar att underliggande fördelning är ickecentral beta men approximerar med central och ickecentral F samt normalfördelning.

Poängterar att (Hotelling 1953) föreslog beräkning av fördelningsfunktion mha rekursion ("recurrence formula") men tyvärr bara för udda p.

Ger (23) som en approximativ fördelningsfunktion mha ickecentral beta. Lång formel så skriver inte ner den just nu men implementerar som R-funktion för skoj skull:

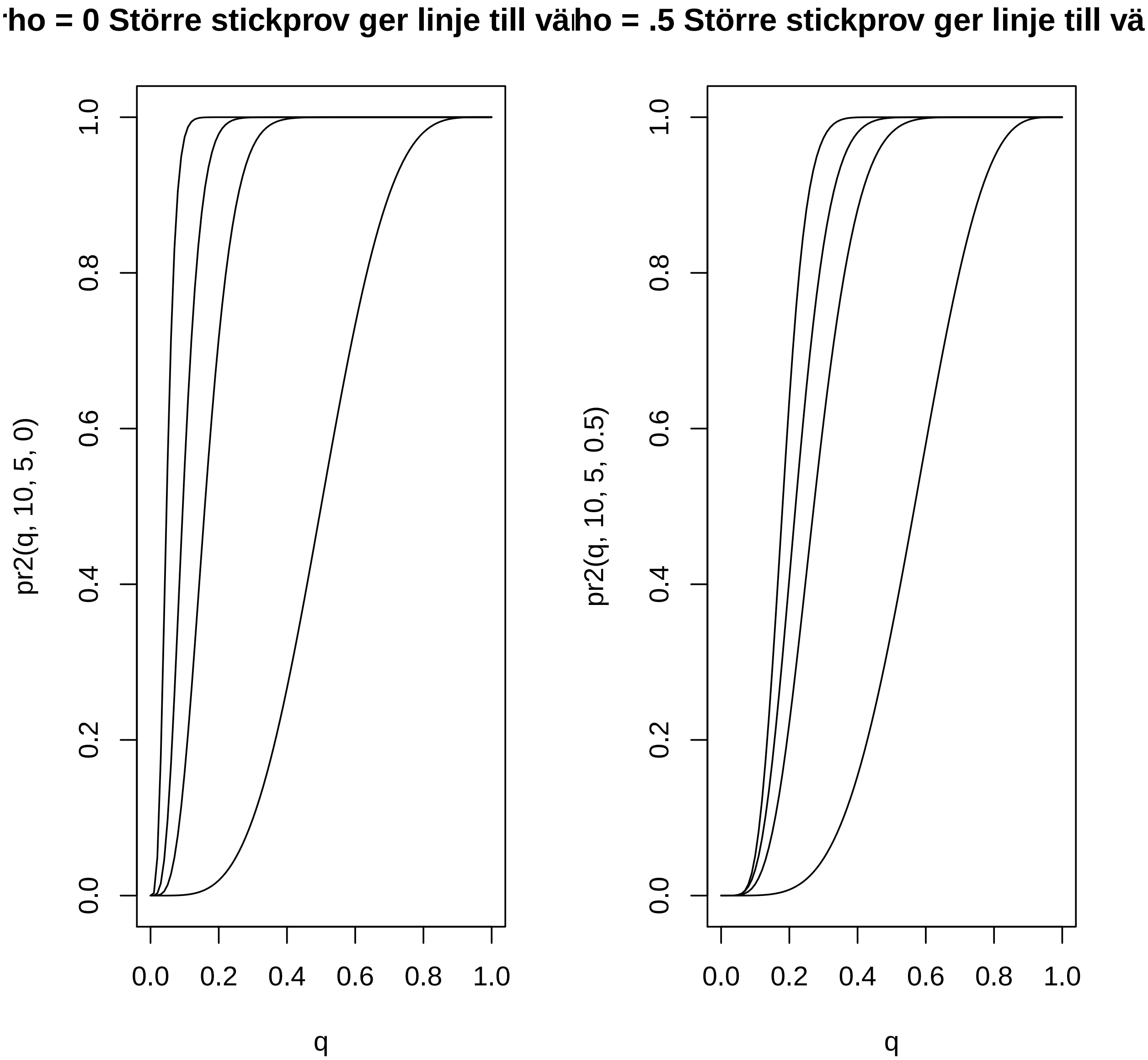
```
# Approxinmativ F via ickecentral beta
pr2 <- function(q, n, p, rho) {

  rh <- rho ^ 2 / (1 - rho ^ 2)
  a <- n * rh
  B <- function(shape1, shape2) stats::pbeta(q, shape1, shape2,  ncp = a)

  B(p, n - p) +
  (a ^ 2 / (4 * n))      * (B(p, n - p) - 2 * B(p + 2, n - p) + B(p + 4, n - p)) +
  (a ^ 3 / (96 * n ^ 2)) * (
    (3 * a - 16) * B(p, n - p) - 12 * (a - 4) * B(p + 2, n - p) +
    6 * (3 * a - 8) * B(p + 4, n - p) - 4 * (3 * a - 4) * B(p + 6, n - p) +
    3 * a * B(p + 8, n - p)
  ) # + O(n ^-3)
}

q <- seq(0, 1, .01)
par(mfrow = c(1, 2))
plot(q, pr2(q, 10, 5, 0), type = "l", main = "rho = 0 Större stickprov ger linje till vänster")
lines(q, pr2(q, 30, 5, 0), type = "l")
lines(q, pr2(q, 50, 5, 0), type = "l")
lines(q, pr2(q, 100, 5, 0), type = "l")

plot(q, pr2(q, 10, 5, .5), type = "l", main = "rho = .5 Större stickprov ger linje till vänster")
lines(q, pr2(q, 30, 5, .5), type = "l")
lines(q, pr2(q, 50, 5, .5), type = "l")
lines(q, pr2(q, 100, 5, .5), type = "l")
```



Här ser vi att större stickprov ger brantare linje, vilket är korrekt. Vi vill ju (för första bilden) att $P(R^2 \leq 0|\rho^2 = 0) = 0$.

Vi kanske kan utöka denna jämförelse för olika p och fler rho etc?

Artiklen ger även approximationer för $\tilde{R}^2 \sim F$ och icke-central F men jag nöjer mig just nu med den första då den ändå inte rör R^2 direkt utan en transformation därav.

Görs även en approximation mha normalfördelning baserat på power-series men. Görs även jmfr med Fishers z men fniner att det är en dålig metod med för mkt bias etc. I editors note görs försök att rädda Fishers z, går delvis men inte helt och metoder fortf sämre än F-approximationerna.

Referenser

Algina, J., and B. C. Moulder. 2001. "Sample Sizes for Confidence Intervals on the Increase in the Squared Multiple Correlation Coefficient." *Educational and Psychological Measurement* 61 (4): 633–49. doi:10.1177/00131640121971400.

Algina, James. 1999. "A Comparison of Methods for Constructing Confidence Intervals for the Squared Multiple Correlation Coefficient." *Multivariate Behavioral Research* 34 (4): 493–504. doi:10.1207/S15327906MBR3404{_}5.

Cattin, Philippe. 1980. "Estimation of the Predictive Power of a Regression Model." *Journal of Applied Psychology* 65 (4): 407–14. doi:10.1037//0021-9010.65.4.407.

Crocker, Douglas C. 1972. "Some Interpretations of the Multiple Correlation Coefficient." *The American Statistician* 26 (2). Taylor & Francis: 31–33. doi:10.1080/00031305.1972.10477345.

Diedenhofen, Birk, and Jochen Musch. 2015. "Cocor: A Comprehensive Solution for the Statistical Comparison of Correlations." *PloS One* 10 (3). Public Library of Science: e0121945. doi:10.1371/journal.pone.0121945.

Ezekei, Mordecai. 1929. "The Application of the Theory of Error to Multiple and Curvilinear Correlation." *Journal of the American Statistical Association* 24 (165): 99–104.

Fisher, R A. 1928. "The General Sampling Distribution of the Multiple Correlation Coefficient." *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 121 (788): 654–73. http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/121/788/654.abstract.

Fisher, R a. 1924. "The distribution of the partial correlation coefficient." *Metron* 3 (3-4): 329–32.

Helland, Inge S. 1987. "On the Interpretation and Use of R2 in Regression Analysis." *Biometrics* 43 (1). [Wiley, International Biometric Society]: 61–69. doi:10.2307/2531949.

Hotelling, Harold. 1953. "New Light on the Correlation Coefficient and its Transforms Author(s): Harold Hotelling." *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological),* 15 (2): 296–193–232.

Kramer, K H. 1963. "Tables for Constructing Confidence Limits on the Multiple Correlation Coefficient." *Journal of the American Statistical Association* 58 (304). [American Statistical Association, Taylor & Francis, Ltd.]: 1082–5. doi:10.2307/2283334.

Kreke, Joseph G, Sangeet Khemlani, and Greg Trafton. 2015. "pAnalysis: Benchmarking and Rescaling R2 using Noise Percentile Analysis." https://cran.r-project.org/package=pAnalysis.

Lee, Yoong-Sin. 1971. "Some Results on the Sampling Distribution of the Multiple Correlation Coefficient." *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 33 (1). [Royal Statistical Society, Wiley]: 117–30. http://www.jstor.org/stable/2986012.

Montgomery, David B, and Donald G Morrison. 1973. "A Note on Adjusting R2." *The Journal of Finance* 28 (4): 1009–13.

Nakagawa, Shigekazu, and Naoto Niki. 1992. "Distribution of the sample correlation coefficient for nonnormal populations." *Journal of the Japanese Society of Computational Statistics* 5 (1): 1–19. doi:10.5183/jjscs1988.5.1.

Olkin, Ingram, and J.W. Pratt. 1958. "Unbiased estimation of certain correlation coefficients." *The Annals of Mathematical Statistics* 29 (1): 201–11. doi:10.2307/2237306.

Ozer, Daniel J. 1985. "Correlation and the coefficient of determination." *Psychological Bulletin* 97 (2): 307–15. doi:10.1037/0033-2909.97.2.307.

Raju, N S, R Bilgic, J E Edwards, and P F Fleer. 1999. "Accuracy of Population Validity and Cross-Validity Estimation: An Empirical Comparison of Formula-Based, Traditional Empirical, and Equal Weights Procedures." *Applied Psychological Measurement* 23 (2): 99–115. doi:10.1177/01466219922031220.

Raju, Nambury S, Reyhan Bilgic, Jack E Edwards, and Paul F Fleer. 1997. "Methodology Review: Estimation of population validity and cross-validity, and the use of equal weights in prediction." *Applied Psychological Measurement* 21 (4): 291–305.

Rodgers, Joseph Lee, and W. Alan Nicewander. 1988. "Thirteen Ways to Look at the Correlation Coefficient." *The American Statistician* 42 (1): 59–66. doi:10.2307/2685263.

Skidmore, Susan Troncoso, and Bruce Thompson. 2011. "Choosing the Best Correction Formula for the Pearson r 2 Effect Size." *The Journal of Experimental Education* 79 (3): 257–78. doi:10.1080/00220973.2010.484437.

Steiger, James H., and Rachel T. Fouladi. 1992. "R2: A computer program for interval estimation, power Calculations, sample size estimation, and hypothesis testing in multiple regression." *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers* 24 (4): 581–82. doi:10.3758/BF03203611.

Walck, Christian. 2007. "Hand-book on STATISTICAL DISTRIBUTIONS for experimentalists." http://www.stat.rice.edu/{~}dobelman/textfiles/DistributionsHandbook.pdf.

Wasserstein, Ronald L., and Nicole A. Lazar. 2016. "The ASA's statement on p-values: context, process, and purpose." *The American Statistician*, March. Taylor & Francis, 00–00. doi:10.1080/00031305.2016.1154108.

Wherry, R. 1931. "A new formula for predicting the shrinkage of the coefficient of multiple correlation." *The Annals of Mathematical Statistics* 2 (4): 440–57. http://www.jstor.org/stable/2957681$/backslash$npapers2://publication/uuid/F3D4916B-BB98-4094-A459-DF4387AC9610.

Wishart, Author J, T Kondo, and E M Elderton. 1931. "The Mean and Second Moment Coefficient of the Multiple Correlation Coefficient, in Samples from a Normal Population." *Biometrika* 22 (3/4): 353–76.

Zou, Guang Yong. 2007. "Toward using confidence intervals to compare correlations." *Psychological Methods* 12 (4). Department of Epidemiology; Biostatistics, Schulich School of Medicine; Dentistry, University of Western Ontario, London, ON, Canada gzou@robarts.ca; Zou, Guang Yong,London,Canada,N6A 5C1,Department of Epidemiology; Biostatistics, Schulich School: American Psychological Association: 399–413. doi:http://dx.doi.org/10.1037/1082-989X.12.4.399.