Année Universitaire 2002--2003 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice 1

Vous avez pratiqué la « Preuve par 9 » pour la multiplication à l'Ecole Primaire. Pouvez-vous expliquer le mécanisme de cette « Preuve par 9 » ?

Exercice 2

On donne l'équation dans $\mathbb{C}$: $z^4 + 4z^3 + 6z^2 + (6-2i)z + 3 - 2i = 0$

1- Vérifier que i est racine de cette équation. Montrez qu'il existe une racine réelle que l'on déterminera. En déduire les autres racines de cette équation.

2- Placer ces 4 racines dans le plan complexe. Montrer que les points obtenus déterminent les sommets d'un triangle équilatéral avec son centre de gravité.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur une partie de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$ par $f(x)=\ln\dfrac{x-1}{x}$.

1- Etudier f. Montrer que la courbe (C), graphe de f dans un repère orthonormé, possède un centre de symétrie. Tracer (C).

2- A l'aide d'une intégration par parties, déterminer les primitives de la fonction : $x \to \ln(x+a)$ où a est un réel donné.

Utiliser ceci pour calculer l'aire comprise entre (C), l'axe des abscisses, les droites d'équations $x=2$ et $x=\lambda$ où $1<\lambda<2$. Quelle est la limite de cette aire lorsque $\lambda \to 1$?

3- Soit g la restriction de f à l'intervalle $]1\,;+\infty[$. Montrer que g admet une fonction réciproque dont on tracera le graphe dans le même repère.

Année Universitaire 2004-2005 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice 1 : On considère la suite définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{4}{3}$.

1- Déterminer le réel b pour lequel la suite $(u_n + b)$ soit une suite géométrique. En déduire la valeur du terme u_n et la somme des n premiers termes de la suite (u_n); le premier terme étant noté u_0.

2- Montrer que la suite (U_n) est convergente et déterminer sa limite ℓ. A partir de quelle valeur de n la différence $|u_n - 1|$ est-elle inférieure à 10^{-3}.

Exercice 2

On considère dans le plan complexe les points affixes des nombres complexes: $2+i$ et $2i$.

Déterminer un troisième point de telle sorte que les trois points forment un triangle équilatéral.

Déterminer une équation de troisième degré dans $\mathbb{C}$ dont les affixes des racines constituent un triangle équilatéral.

Réciproquement voici l'équation du troisième degré dans $\mathbb{C}$ définie par : $z^3+az^2+bz+c=0$.

Quelle relation y a-t-il entre a, b et c lorsque les points images des racines dans le plan complexe forment un triangle équilatéral ?

Exercice 3

On donne la fonction numérique d'une variable réelle f définie par $f(x)=x^2 - 4\mathrm{Log}|x+1|$

1- Etudier cette fonction et tracer son graphe (C) dans un repère orthonormé. Déterminer les ponts d'inflexion s'ils existent. Existe-t-il un centre de symétrie ?

2- Tracer dans le même repère le graphe de la fonction g définie par $g(x)=x^2$.
Déterminer les points d'intersection des deux courbes.
Déterminer l'équation de la tangente (D) à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
3- Déterminer l'aire de la surface située entre la courbe (C), la droite (D) et les droites verticales d'équations $x=1$ et $x=3$.

Exercice 4

Une urne contient 15 boules indiscernables au toucher dont 5 boules vertes, 5 boules rouges et 5 boules blanches. Pour chaque couleur les boules portent un numéro de 1 à 5.

1- On tire simultanément 4 boules. Quelle est la probabilité pour que :
- Les quatre boules soient de la même couleur ?
- Une boule soit de couleur différente que les trois autres ?
- Les quatre boules portent un numéro pair ?

2- On tire maintenant 4 boules l'une après l'autre. Quelle est la probabilité pour que :
- Les numéros tirés soient dans un ordre strictement décroissant ?
- Les numéros tirés soient de même couleur et dans un ordre décroissant ?
- La première et la dernière boule tirée soient de la même couleur ?

Année Universitaire 2007-2008 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice 1

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, soient les points suivants :

$A(3\sqrt{3}-2\ ;\ 3+2\sqrt{3})$; $B(-\sqrt{3}-1\ ;\ \sqrt{3}-1)$; $C(1-4\sqrt{3}\ ;\ -4-\sqrt{3})$;

1- Trouver le barycentre du système de points : (A ; 1), (B ; -1), (C ; 1).

2- Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que :

$$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

3- Déterminer l'ensemble E' des ponts M du plan tels que :

$$2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|$$

Exercice 2

Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{ax^2+bx+c}{2x-1}$ et soit C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- Déterminer les réels a, b et c sachant que :
a- C passe par les points (1 ; 1) et (2 ; 4/3)
b- La tangente à C au point (1 ; 1) est parallèle à l'axe Ox.

2- Démontrer que pour tout $n \geq 1$, $f(x) \geq 1$.

3- Soit la suite (u_n) définie par $u_0=2$ et $\forall\, n \geq 1$, $u_{n+1}=f(u_n)$.

On pose : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n}$ et $w_n=\mathrm{Log}(v_n)$

Vérifier que v_n et w_n sont définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique.

4- Démontrer que pour tout n, $u_n = \dfrac{1}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}}$. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 3

1- Soit la fonction $f : x \mapsto \mathrm{Log}\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$. Montrer que f est définie pour tout réel x et qu'elle est une fonction impaire

2- Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$. Etudier les variations de f

3- Montrer que f admet une réciproque (qu'on notera par g). Tracer les graphes des fonctions f et g dans un même repère orthonormé.

4- Calculer l'expression de la fonction g.

5-a- Calculer l'intégrale: $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$.

b- A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale: $J = \int_0^1 \sqrt{1+x^2}\,dx$.

Année Universitaire 2008-2009

Exercice 1

a- Déterminer et représenter dans le plan complexe l'ensemble des nombres complexes z tels que $|z - i| = |z + 2|$.

b- Représenter dans le plan complexe l'ensemble des nombres complexes vérifiant les deux conditions suivantes : $1 < |z| < 2$ et $\frac{\pi}{6} < \mathrm{Arg}\, z < \frac{\pi}{4}$.

Exercice 2

Trois nombres a, b, c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique tandis que b, a, c, sont, dans ce nouvel ordre, trois termes d'une suite géométrique.
Sachant que abc=512, déterminer les trois nombres a, b et c on les supposant réels et distincts. Donner la raison r de la suite arithmétique et la raison q de la suite géométrique.

Exercice 3

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - ax^2 + bx + c$.
Sachant que P(x) est divisible par x+2 et que le reste de la division euclidienne de P(x) par $x^2 - 1$ est égale à x, trouver les coefficients a, b et c.

Exercice 4

Soit la fonction $f : x \to 1 - x^2 \ln x^2$.

a- Quelle valeur faut-il donner à f(0) pour que la fonction f soit définie et continue au point 0 ?

b- Montrer qu'on peut restreindre le domaine d'étude de f à l'intervalle $[0, +\infty[$.

c- Donner le tableau de variation de f puis tracer son graphe.

Exercice 5

A Cashland ou la monnaie officielle es le « freak », la banque centrale n'émet que de coupures de 7 et de 11 freaks.

a- Démonter que toute marchandise dont le prix est entier peut être payée avec ces coupures b- Un client achète pour 5freaks de fleurs. Combien de billet de 7 et 11 devra-t-il donner ? Comment le fleuriste lui rendra-t-il la monnaie ?

Année Universitaire 2011-2012 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice 1 Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

1-On considère la suite (u_n) définie par $u_0=1$ et, pour tout nombre entier naturel n,

$$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+4.$$

On pose, pour tout nombre entier naturel n, $v_n=u_n-6$

a- Pour tout nombre entier naturel n, calculer v_{n+1} en fonction de v_n. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?

b- Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n= -5\left(\frac{1}{3}\right)^n+6$.

c- Etudier la convergence de la suite (u_n).

2- On considère la suite (w_n) dont les termes vérifient, pour tout nombre entier $n\geq 1$; $nw_n=(n+1)w_{n-1}$ et $w_0=1$. Le tableau suivant donne les dix premiers termes de cette suite.

w_0	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

a- Détailler le calcul permettant d'obtenir w_{10}.

b- Donner la nature de la suite (w_n). Calculer w_{2009}.

Exercice 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ (Unité graphique : 1 cm).

Soient A, B et I les points d'affixes respectives $1+i$; $3-i$ et 2.A tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' telle que $z'=z^2-4z$. Le point M' est appelé image de M.

1- Faire une figure et la compléter tout au long de l'exercice.

2- Calculer les affixes des points A' et B', images respectives des points A et B. Que remarque-t-on ?

3- Déterminer les points qui ont pour image les points d'affixe -5.

4-a- Vérifier que pour tout nombre complexe z, on a : $z'+4=(z-2)^2$.

b- En déduire une relation entre $|z'+4|$ et $|z-2|$ et lorsque z est différent de 2, une relation entre $\arg(z'+4)$ et $\arg(z-2)$.

c- Que peut-on dire du point M' lorsque M décrit le cercle C de centre I et de rayon 2 ?

Exercice 3

Soit f la fonction réelle de la variable réelle x définie par : $f(x)=\begin{cases}\frac{-3}{2}x+1-e^{\frac{-x}{2}} & \text{si } x\geq 0\\ \frac{x}{x-1} & \text{si } x\leq 0\end{cases}$

1- Cette fonction est-elle continue au point x = 0 ? Est-elle dérivable au point x = 0 ?

2- Etudier cette fonction et tracer sa courbe représentative.

3- Calculer $\int_0^1 f(x)dx$ (On ne demande pas de valeur numérique approchée).

Année Universitaire 2012-2013 (ENS de Fianarantsoa)

PROBLEME I

Dans le plan P, on considère un rectangle ABCD tels que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. On pose AB=$\ell$ et AD=1, ($\ell > 1$).

Partie A :

1- Déterminer les réels a, b et c pour que le système $S_1=\{(A,a) ; (B,b) ; (C,c)\}$ admette pour barycentre le point D.

2- Faire une figure puis déterminer et construire le barycentre G du système

$$S_2=\{(A,1) ; (B,2) ; (C,1); (D,1)\}$$

3- Déterminer et construire l'ensemble E des points M du plan défini par :

$$2+\ell^2 \leq MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \leq 1+2\ell^2$$

Partie B :

F étant un point sur [AB] et E sur [DC] de façon que AFED forme un carré. On suppose qu' il existe une similitude directe f transformant respectivement A, B, C et D en B, C, E et F.

1- Etablir que $\ell = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. On suppose dans la suite de la partie B que ℓ a cette valeur.

2- Déterminer le rapport et l'angle de la similitude f.

3- En considérant la composée de f par lui-même, montrer que le centre ω de f est le point d' intersection des droites (AC) et (EB).

4- Ecrire dans le repère $(A, \overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AD})$ l'expression complexe de f et en déduire, dans ce repère, les coordonnées du centre de f.

Partie C : Soit R la rotation de centre D et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et S la réflexion d' axe AE.

1- Donner les expressions complexes de R et de S puis R.

2- Identifier SoR et donner ses caractéristiques.

PROBLEME II

Pour tout entier n, on note P_n le polynôme défini sur R par : $P_n(x)=1+\frac{x}{1!}+\frac{x}{2!}+\ldots+\frac{x}{n!}$.

1- Montrer que pour $n \geq 1$, $P_n(x) = P_{n-1}(x)$.

2- Déterminer par récurrence que pour tout n et tout réel x>0, on a : $0<e^x-P_n(x)<\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^x$.

3- En considérant $P_2(1)$, déduire que 2<e<3. Le nombre e est-il un entier rationnel ?

4- Montrer que la suite (U_n) telle que $U_n=P_n(1)$ converge vers e.

5- On va montrer, en raisonnant par absurde, que e n'est pas rationnel. Pour cela, supposons que e est rationnel en écrivant $e=\frac{a}{b}$ avec a et b sont des entiers naturels.

a- Montrer que pour tout naturel n, on a : $0<\frac{a}{b} - U_n<\frac{e}{(n+1)!}$.

b- En déduire que $0<n!(\frac{a}{b}-1-\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}-\ldots-\frac{1}{n!})<\frac{e}{n+1}$.

c- En posant $K_n=n!(\frac{a}{b}.1-1-\frac{1}{1!}-\frac{1}{2!}-\ldots-\frac{1}{n!})$, montrer que, lorsque $n\geq 2$, K_n appartient à l'intervalle ouvert $]0,1[$.

d- Montrer que pour tout $n\geq b$, K_n est un entier.

e- Vérifier que b ne peut pas être égal à 1 donc $b\geq 2$ et déduire de c- et d- une contradiction. Le nombre e peut-il alors être rationnel ?

Année Universitaire 2012-2013 (ENS de Toliara)

Exercice 1

Partie A

Soit $P(z)=z^3-(5-i)z^2+mz+(2+m)-14$ ou $z\in\mathbb{C}$ et m est le paramètre complexe.

1- Déterminer le complexe m, pour que $P(1+i)=0$. (Dans toute la suite de cet exercice, m est ainsi choisi).

2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z)=0$.

1- Dans le plan complexe $\mathscr{P}$, on note A, B et C les points d'affixes respectives $\alpha=1+i$; $\beta=-2i$ et $\gamma=4$. Préciser la nature du triangle BAC.

2- Soit S la transformation définie analytiquement par : $\begin{cases} x'=x-y-2 \\ y'=x+y \end{cases}$

a- Déterminer les coordonnées du point Ω, centre de S.

b- Donner les expressions complexes de S et SoS puis caractériser.

c- Construire le triangle BAC ainsi que son transformé par SoS.

Partie B

On définit une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : la donnée de u_0 et de la relation récurrence : $u_{n+1}=\frac{u_n-6}{u_n-4}$

1- Pour quelle valeur de α, β et u_0 la suite est-elle stationnaire ?

2- On suppose que $u_0\neq\alpha$ et $u_0\neq\beta$.

a- Exprimer $\frac{u_{n+1}-\alpha}{u_{n+1}-\beta}$ en fonction de $\frac{u_n-\alpha}{u_n-\beta}$

b- En déduire que la suite est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 2

1- On considère un dé cubique pipé numéroté de 1 à 6. Lorsqu'on lance ce dé, la probabilité p_k d'apparaître la face numéroté k est définie par : p_1, p_2, p_3, p_4 sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $r=1/20$ et p_5, p_4, p_6 sont les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q=2$. Calculer p_k ou $k\in(1, 2, 3, 4, 5, 6)$.

2- Un jeu consiste à lancer ce dé et on note le numéro puis à tirer une boule d'une urne contenant 2 boules identiques dont l'une BLANCHE et l'autre NOIRE on note sa couleur.

a- Quel est l'univers Ω des éventualités ?

b- Un joueur est déclaré gagnant au cours d'un jeu si le dé affiche le nombre 6 et si la boule tirée est BLANCHE. Calculer la probabilité de l'événement E ; « Le joueur a gagné le jeu ».

3- Le joueur joue maintenant 3 fois de suite d'une manière indépendante, c'est alors une partie de trois jeux. On note par X la variable aléatoire réelle égale au nombre de fois où le joueur gagne.

a- Quel est l'univers Ω' des éventualités.

b- Préciser les valeurs prises par X.

c- Quelle loi X suit-elle ? En déduire la loi de probabilité de X, puis calculer E(X) et σ(X).

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x)= x^2-2\ln x+2$.

1- Etudier la variation de f.

2- En déduire le signe de f(x) sur $\mathbb{R}_+^*$.

Partie B

Le plan P est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2 cm.

1- Montrer que pour tout $x>0$; $g(x)=\dfrac{f(x)}{2x^2}$,

2-a- Etudier les variations de g.

b- Monter que (C) coupe l'axe des abscisses en un point unique A d'abscisse $\alpha \in]1/2;1[$.

3-a- Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = \pi/2$ est une asymptote à (C).

b- Etudier la position relative de (C) et (Δ).

c- Déterminer la position du point K ou la tangente (T) à (C) en ce point est parallèle à la droite (Δ).

4-a- Montrer que (C) admet un point d'inflexion d'abscisse $x = e^{3/2}$.

b- Tracer (C), (Δ) et (T) dans (P).

5- Calculer l'aire A(α) du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (Δ) et les droites $x=\alpha$; $x= e$.

6-a- Montrer que g réalise une bijection de $]0, +\infty[$ vers un intervalle I que l'on précisera. On note g^{-1} la bijection réciproque de g.

b- Dresser le tableau de variation de g^{-1}.

7-a- Monter que g^{-1} est dérivable sur $R- (\alpha)$.

b- Calculer g(e), puis $(g^{-1})'\left(\dfrac{e}{2}+\dfrac{1}{e}\right)$.

8-a- Déterminer l'équation de la tangente (T') à (C') au point d'abscisse $\left(\dfrac{e}{2}+\dfrac{1}{e}\right)$, ou (C') étant la courbe représentative de g^{-1} dans le plan (P).

b- Tracer (T') et (C') dans (P) ; on donne $\ln 2= 0,7$; $e^{3/2} = 4,4,8$; $g(e^{3/2})= 2,57$.

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Toliara Filière : Physique-Chimie)

Exercice 1

1- On considère deux dés cubiques non truqués. Le premier dé est blanc et porte sur ses faces les numéros 0, 1, 2, 3, 4, 5. Le second dé est rouge et porte sur deux de ses faces le numéro et sur les quatre autres le numéro 1. On lance simultanément les deux dés et on note les numéros sur leurs faces supérieures. Le numéro sur le dé blanc est appelé « x » et sur le rouge « y ». Au couple (x, y), on associe le nombre complexe $a=x+iy$, où i est le nombre complexe tel que $i^2 =-1$.

Dans le plan complexe, on considère la transformation T qui, au point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que : $z'=az+b$ où $b\in\mathbb{C}$, b quelconque.

Déterminer la probabilité des événements suivants :

- A «T est une translation de vecteur $\vec{V}$ d'affixe b ».
- B «T est une homothétie ».
- C «T est une rotation ».
- D «T est une similitude plane directe autre qu'une translation, une homothétie, une rotation ».

2- On prend un dé pipé vert à six faces numérotées 0, 1, 2, 3, 4, 5, tel que les probabilités d' apparition des faces vérifient : $6p(0)=2p(1)=3p(2)=3p(4)=2p(5)$.

a- Déterminer la probabilité d'apparition de chaque face de ce dé vert.

b- On lance les dés rouge et vert simultanément. Si les numéros obtenus sont identiques, on leur associe 1 point ; sinon 0 point.

On répète trois fois l'épreuve, et on considère la variable aléatoire X égale au nombre de points obtenus à la fin des 3 lancers. Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 2

Pour rêver aux bonnes notes, un apprenant a fait le relevé suivant :

- T_1 : désigne le temps [en dizaine de minutes] passé pour faire un devoir.
- Y_1 : désigne la note obtenue [sur 20]

t_i	3	4	4,5	6	7,5
y_i	08,5	10	10	10,5	11

1- Représenter le nuage des points dans un repère orthogonal tel que :

En abscisse : 1 cm par dizaine de minutes et en ordonnée : 2 cm représente la note de 05/20.

2- Déterminer $\bar{t}$, $\bar{y}$, cov (t, y), v(t) et v(y).

3- Donner l'équation de la droite de régression (D) de y en t. calculer le coefficient de corrélation r.

4-a- Quel temps l'apprenant devrait-il théoriquement passer pour obtenir la note de 16/20 ?

b- Un autre apprenant a passé 1 h 30 min pour faire un devoir, quelle, est théoriquement la note à obtenir ?

PROBLEME

Première partie

Soit une fonction $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-4}$

1- Etudier la parité de f.

2- Etudier et représenter graphiquement la courbe (C), représentative de f.

3- Déterminer a et b tels que $f(x)=1+\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x+2}$; En déduire la primitive F de f.

Deuxième partie

Soit une fonction $g(x)=x+\ln\left|\dfrac{x-2}{x+2}\right|$

1- Déterminer l'ensemble de définition de g.

2- Etudier la parité de g.

3- Etudier et représenter graphiquement la courbe (C_g), représentative de g.

4-a- Déterminer une primitive G de g.

b- En déduire l'aire $A(\alpha)$ du domaine limité par la courbe (C_g), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=\alpha$, $(1<\alpha<2)$.

c- Calculer $\lim_{\alpha \to 2^+} A(\alpha)$.

5- Soit une droite (D) d'équation $y=x+m$ où $m \in \mathbb{R}^*$.

a- Déterminer les abscisses x_1 et x_2 des intersections de (D) et de (C_g).

b- En déduire une relation indépendante de m.

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice 1

Partie A : On considère la fonction g définie sur l'intervalle$]0,+\infty[$ par $g(x)=2x^3-1+2\ln x$.

1- Etudier les variations de la fonction g sur l'intervalle$]0,+\infty[$.

2- Justifier qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha)=0$. Donner une valeur approchée de α, arrondie au centième.

3- En déduire le signe de la fonction g sur l'intervalle$]0,+\infty[$.

Partie B : On considère la fonction f définie sur l'intervalle$]0,+\infty[$ par $f(x)=2x-\frac{\ln x}{x^2}$.

On note (C) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- Déterminer les limites de la fonction f en O et en $+\infty$.

2- Démontrer que la courbe (C) admet pour asymptote oblique la droite (Δ) d'équation $y=2x$. Etudier la position relative de la courbe (C) et de la droite (Δ).

3- Justifier que $f'(x)$ a même signe que $g(x)$.

4- En déduire le tableau de variation de la fonction f.

5- Tracer la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. On prendra comme unités : 2cm sur l'axe des abscisses, 1cm sur l'axe des ordonnées.

Partie C : Soit n un entier naturel non nul. On considère le domaine **D** du plan compris entre la courbe (C), la droite (Δ) et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=n$.

1- Justifier que cette aire, exprimée en cm^2, est donnée par : $I_n=2\int_1^n \frac{\ln x}{x^2}dx$.

2-a- Calculer l'intégrale $\int_1^n \frac{\ln x}{x^2}dx$ à l'aide d'une intégration par parties.

b- En déduire l'expression de I_n en fonction de n.

3- Calculer la limite de l'aire I_n du domaine **D** quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel : les ingénieurs, les opérateurs de production et les agents de maintenance. Il y a 8% d'ingénieurs et 82% d'opérateurs de production. Les femmes représentent 50% des ingénieurs, 25% des agents de maintenance et 60% des opérateurs de production.

On interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.

Calculer la probabilité d'interroger :

1- Un agent de maintenance.

2- Une femme agent de maintenance.

3- Une femme

Année Universitaire 2013-2014 (ENS d'Antananarivo)

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(x)=x\ln(x+1)$.

1- Etudier la fonction f sur $[0;+\infty[$ et tracer sa courbe représentative (C) dans un repère orthogonal $(O,\vec{u},\vec{v})$.

2- On pose $I=\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}dx$.

a- Déterminer trois réels a, b et c tels que, pour tout $x \neq -1$, $\frac{x^2}{x+1} = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

b- Calculer I.

3- A l'aide d'une intégration par partie et du résultat obtenu à la question 2, calculer, en unités d'aire, l'aire A de la partie du plan limité par la courbe C et les droites d'équations $x=0$ et $y=0$.

4- Montrer que l'équation $f(x)=0,25$ admet une seule solution sur l'intervalle [0,1]. On note x_0 cette solution. Donner un encadrement de x_0 d'amplitude 10^{-2}.

Exercice 2

Un pêcheur dispose de cannes à pêche de marque A, B et C. En une heure, avec l'expérience, il constate que la canne A a une chance sur 2 de fournir au moins une prise, la canne B une chance sur 3 et la canne C une chance sur 4.

On note $P(A)=\frac{1}{2}$; $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{1}{4}$. Pour une pêche on désigne par :

(a) P(2A) : la probabilité d'avoir au moins une prise avec 2 cannes de type A.
(b) P(3B) : la probabilité d'avoir au moins une prise avec 3 cannes de type B.
(c) P(4C) : la probabilité d'avoir au moins une prise avec 4 cannes de type C.

Déterminer, en justifiant, laquelle de ces trois probabilités est la plus grande ?

Exercice 3

Soit la suite numérique u définie par $u_0 \in [0,1]$ et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}$$ pour tout entier naturel n.

1- Montrer que pour tout entier naturel n on a, $0 \leq u_n \leq 1$.

2- Montrer que la suite u est croissante.

3- En déduire qu'elle admet une limite que l'on calculera.

4- On pose $u_0=\cos\varphi$ où $\varphi \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$ Montrer par récurrence que $U_n=\cos\left(\frac{\varphi}{2^n}\right)$. Retrouver les résultats de la question 3-.

Exercice 4

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, unité graphique 4cm, on considère les points A d'affixe $z_A=1$ et B d'affixe $z_B=2$. Soit θ un réel appartenant à l'intervalle $]0;\pi[$. On note M le point d'affixe $z=1+e^{2i\theta}$.

1- Montrer que le point M appartient au cercle (C) de centre A et de rayon 1.

2- Exprimer l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM})$ en fonction de θ. En déduire l'ensemble (E) des points M quand θ décrit l'intervalle$]0\ ;\pi[$.

3- On note M' l'image de M par la rotation de centre o et d'angle -2θ et on note z' l'affixe de M'. Montrer que $z' = \bar{z}$ et que M' appartient à (C).

4- Dans toute la suite, on choisit $\theta=\frac{\pi}{3}$. On appelle r la rotation de centre O et d'angle $-\frac{2\pi}{3}$ et A' l'image de A par r.

a- Définir l'image (C') de (C) par r. placer sur une figure A, B, (C), M, (C') puis le point M' image de M par r.

b- Montrer que le triangle AMO est équilatéral.

c- Montrer que (C) et (C') se coupent en O et M'.

d- Soit P le point symétrique de M par rapport à A. Montrer que M' est le milieu de [A'P].

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Toliara Filière : S.V.T)

Exercice 1

Les faces d'un dé cubique sont numérotées : 1, 2, 2, 3, 3 et 3. Les faces d'un second dé cubique sont numérotées : 1, 1, 2, 2, 3 et 4.

Soit X la variable aléatoire ainsi définie : à chaque lancé des deux dés, on associe le nombre égal à la valeur absolue de la différence des points obtenus par les deux dés.

On admet, pour l'un et l'autre dé, l'équiprobabilité d'apparition de chaque face.

1- Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

2- Calculer la valeur exacte de l'espérance E(X) et l'écart-type de X.

Exercice 2

Soit $P(z) = z^3-(5+11i)z^2-(20-36i)z+52+4i$ où $z\in \mathbb{C}$.

1-a- Vérifier que $z_0=2i$ est une racine de $P(z)=0$.

b- Résoudre dans C, $P(z) = 0$. On note z_1 et z_2 les autres racines telles que $Re(z_1)>Re(z_2)$

2- Dans le plan complexe, on note A, B et C les points d'affixes respectives z_0, z_1 et z_2.

a- Calculer les distances AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC

b- Déterminer les coordonnées du point D qui rend BACD rectangle.

3- On considère les applications : h : p _ p

M(z)_M(z') : $z'= -z + 4i$.et S la similitude directe laissant A invariant et transforme B en C.

a- Caractériser h

b- Déterminer l'écriture complexe de S et S^{-1}, puis caractériser-les. Construire le rectangle BACD et son image par h.

PROBLEME

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la courbe (C) d'équation: $y=f(x)=(x^2-1)e^{-x}$

1- On pose $u=x^2e^{-x}$. Calculer la limite de lnu lorsque x tend vers $+\infty$. En déduire la limite de u lorsque x tend vers $+\infty$

2- Déterminer le sens de variation de f.

3- Trouver les coordonnées des points d'intersection avec l'axe.

4-a- Etudier les branches infinies de la courbe (C). Donner une valeur approchée du maximum M et du minimum en utilisant les valeurs approchées suivantes.

$\sqrt{2} \approx 1,41;\ e^{0,41} \approx 1,5;\ e^{-2,41} \approx 0,09$

b- Tracer la courbe (C) dans un repère orthonormé, tel que $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$.

5- Soit $g(x) = (x+1)e^{-x}$.

a- Exprimer $f(x)$ en fonction des dérivées $f_{1}(x)$ et $g'(x)$.

b- En déduire la primitive de f, calculer en cm^2, l'aire géométrique S du domaine limité par l'arc de la courbe (C) et l'axe des abscisses.

Année Universitaire 2014-2015 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice 1

On définit les suites (a_n) et (b_n) par $a_0=1$ et $b_0=7$ et $\begin{cases} a_{n+1} = \dfrac{1}{3}(2a_n + b_n) \\ b_{n+1} = \dfrac{1}{3}(a_n + 2b_n) \end{cases}$

Soit D une droite munie d'un repère $(O, \vec{i})$. Pour $n \in \mathbb{N}$, on considère les ponts A_n et B_n d'abscisses respectives a_n et b_n.

1- Placer les points A_0, B_0, A_1, B_1, A_2 et B_2.

2- Soit (u_n) la suite définie par $u_n = b_n - a_n$ pour tout n dans $\mathbb{N}$. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ dont on précisera le premier terme. Exprimer u_n en fonction de n.

3- Comparer a_n et b_n. Etudier le sens de variation des suites (a_n) et (b_n). Interpréter géométriquement ces résultats.

4- Démontrer que les suites (a_n) et (b_n) sont adjacentes.

5- Soit (v_n) la suite définie par $v_n = a_n + b_n$ pout tout $n \in \mathbb{N}$. Démontrer que (v_n) est une suite constante. En déduire que les segments $[A_n B_n]$ ont tous le même milieu I.

6- Justifier que les suites (a_n) et (b_n) sont convergentes et calculer leur limite. Interpréter géométriquement ce résultat.

Exercice 2

L'objectif de l'exercice est d'approcher $\log(1+\alpha)$ par un polynôme de degré 5 lorsque α appartient à l'intervalle $[0;+\infty[$.

Soit $\alpha \in [0;+\infty[$.

On note $I_0(\alpha) = \int_0^{\alpha} \dfrac{dt}{1+t}$ et pour $k \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_k(\alpha) = \int_0^{\alpha} \dfrac{(t-a)^k}{(1+t)^{k+1}} dt$.

1- Calculer $I_0(\alpha)$ en fonction de α.

2- A l'aide d'une intégration par parties, exprimer $I_1(\alpha)$ en fonction de α.

3- A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que $I_{k+1}(\alpha) = \dfrac{(-1)^{k+1} a^{k+1}}{k+1} + I_k(\alpha)$ pour tout k dans $\mathbb{N}^*$.

4- Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = \dfrac{1}{5}x^5 - \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + x$. Démontrer en calculant $I_2(\alpha)$, $I_3(\alpha)$ et $I_4(\alpha)$ que $I_5(\alpha) = \log(1+\alpha) - P(\alpha)$.

5- Soit $J(\alpha)=\int_0^{\alpha}(t-\alpha)^5\,dt$. Calculer $J(\alpha)$.

6-a- Démontrer que pour tout $t\in[0\,;\alpha]$, $\dfrac{(t-\alpha)^5}{(1+t)^6}\geq(t-\alpha)^5$.

b- Démontrer que pour tout $\alpha\in[0\,;+\infty[$, $J(\alpha)\leq I_5(\alpha)\leq 0$.

7- En déduire que pour tout $\alpha\in[0\,;+\infty[$, $\left|\log(1+\alpha)-P(\alpha)\right|\leq\dfrac{a^6}{6}$

8- Déterminer, en justifiant votre réponse, un intervalle sur lequel $P(\alpha)$ est une valeur approchée de $\log(1+\alpha)$ à 10^{-3} près.

Exercice 3

On dispose d'un dé cubique *A* parfaitement équilibré possédant une face verte, deux faces noires et trois faces rouges. Un jeu consiste à lancer deux fois de suite de manière indépendante ce dé. On note à chaque lancer la couleur de la face obtenue.

1- Calculer la probabilité pour qu'à l'issue d'un jeu, les deux faces obtenues soient noires.

2- Soit l'évènement C : «à l'issue d'un jeu, les deux faces obtenues ont la même couleur».

Démontrer que la probabilité de l'évènement C est égal à $\dfrac{7}{18}$.

3- Calculer la probabilité pour qu'à l'issue d'un jeu, les deux faces obtenues soient de couleurs différentes.

4- A l'issue d'un jeu, sachant que les deux faces obtenues sont de la même couleur, quelle est la probabilité pour que les deux faces obtenues soient vertes ?

Année Universitaire 2015-2016 (ENS de Fianarantsoa)

Exercice : Soit θ un réel tel que $0\leq\theta\leq\dfrac{\pi}{2}$.

La suite(U_n) est définie par : $\begin{cases} U_0=2\cos\theta \\ U_{n+1}=\sqrt{2+U_n}\end{cases}$

1- Calculer les trois premiers termes de la suite en fonction de θ.

2- Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a : $U_n=2\cos\left(\dfrac{\theta}{2^n}\right)$.

3- Soit (V_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $V_n=\left(\dfrac{\theta}{2^n}\right)$.

Déterminer la limite de la suite (V_n)

4- Déduisez-en que (U_n) est convergente ; quelle est sa limite?

Problème

Partie A

Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on note f_n l'application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $\begin{cases} \text{si } n=0,\ f_0(x)=e^{1-x} \\ \text{si } n\in\mathbb{N}^*,\ f_n(x)=\dfrac{x^n}{n!}=e^{1-} \end{cases}$

On désigne par C_n la courbe représentative de f_n dans le repère orthonormé.

1- Etudier f_o. Tracer C_o en précisant la droite asymptotique quand x tend vers $+\infty$ et les tangentes à C_o aux points d'abscisses 0 et 1.

2- On se propose d'étudier f_n pour tout entier naturel n non nul.

a- Etudier la variation de f_n (On distinguera plusieurs cas).

b- Montrer que C_n admet une droite asymptotique quand x tend vers $+\infty$.

3- Etudier les positions relatives de C_1 et C_2. Tracer C_1 et C_2 dans un même repère. L'étude des branches infinies en $-\infty$ n'est pas demandée.

4- Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_1 et C_2 et les droites d'équations x=0 et x=2 pourra remarquer une relation simple entre f_1, f_2, f'_2.

Partie B : Soit $n \in N$, α est un réel strictement positif fixé.

On considère l'intégrale I_n définie par : $I_n = \int_0^\alpha f_n(t)dt$.

1- Calculer I_0 et montrer que: $\forall n \in N^*, 0 \leq I_n \leq \frac{\alpha^n}{n!} I_0$. On admettra que: $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{\alpha^n}{n!} = 0$.

Déduisez-en la limite de I_n lorsque n tend vers $+\infty$.

2- Montrer que $\forall n \in N$, $I_{n+1} = I_n - \frac{\alpha^{n+1}}{(n+1)!} e^{1-\alpha}$.

Déduisez-en que: $\forall n \in N$, $I_n = e - \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{k!} \right) e^{1-\alpha}$ et que $\lim\limits_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{k!} = e^\alpha$.

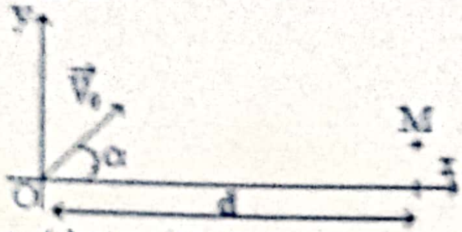
Déduisez-en la limite de $\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ quand n tend vers $+\infty$.

PHYSIQUE

Année Universitaire 2011-2012 (ENS Fianarantsoa)

Exercice 1

Un caillou, assimilé à un point C, un projeté par le pneu d'un camion, vers l'arrière, dans le plan vertical repéré par (Ox,Oy). Le caillou est en O à l'instant initial $t_0=0$ et a une vitesse $V_0=12m/s$ qui fait un angle $\alpha=37°$ par rapport à l'axe horizontal Ox. On néglige les frottements. On donne : $\sin 37°=0,601$.

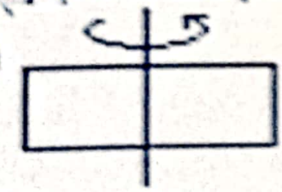


1- Ecrire les équations horaires $x_C(t)$ et $y_C(t)$ du mouvement du caillou.
2- En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire. Quelle est sa nature ?
3- Le caillou vient frapper une voiture en un point M de son pare-brise. A l'instant t_0 où le caillou est projeté, le point M est la distance d=44m de l'axe Oy. La voiture suit le camion selon la direction (Ox) avec une vitesse constante v=90 km/h.
 a- Etablir les équations horaires $x_M(t)$ et $y_M(t)$ du mouvement du point M dans le plan.
 b- Déterminer la date t_1 à laquelle se produit l'impact du caillou sur le pare-brise.
 c- En déduire la hauteur h au dessus du sol du point d'impact M.
 d- Quelle est la valeur de la vitesse du caillou lorsqu'il touche le pare-brise ?
 e- Déterminer la tangente de l'angle que fait cette vitesse avec l'horizontale.

Exercice 2

On considère un cylindre homogène de révolution de masse M=200g et de rayon R=5cm. On le fait tourner autour de son axe à une vitesse angulaire constante ω=2 rad/s pendant t=10s. Le rendement de transmission entre le moteur et le cylindre est μ=0,80.

Déterminer :
1- Le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de révolution.
2- Son énergie cinétique lors de son mouvement.
3- La puissance moyenne développée par le cylindre.
4- La puissance moyenne développée par le moteur pour faire tourner le cylindre.



NB : Bien rédiger la résolution des deux exercices.

Année Universitaire 2012-2013 (ENS Fianarantsoa)

Exercice 1

Un point M parcourt une route circulaire de rayon r=2m à la vitesse constante v=2m/s. Il se meut sous l'action d'une force de module constante F=10N et faisant en permanence un angle de 30° avec la tangente au cercle.
1- Déterminer la puissance développée par cette force.
2- Quelle est la durée T que met le point M pour effectuer un tour ?
3- En déduire le travail effectué par la force F.
4- On admet que le rendement du moteur qui produit cette force F est 80%. Quelle est la puissance effectivement développée par ce moteur ?

On dispose d'un système optique formé par deux lentilles et on veut étudier la formation des images obtenues. Un objet réel est placé à 20 cm à gauche de la lentille L_1 dont la distance focale est f'_1=10cm. Une deuxième lentille L_2 de distance focale f_2=15cm, est placée à la distance d=30 cm à droite de L_1. On suppose que l'image intermédiaire I_1 obtenue par L_1 va servir d'objet pour L_2 pour obtenir l'image finale I_2.

1- Déterminer la distance entre l'image I_1 et la lentille L_1.

2- L'image I_1 est-elle droite ou inversée, réelle ou virtuelle ?

3- Déterminer la distance entre I_1 et L_2.

4- Déterminer la distance entre L_2 et I_2

5- L'image I_2 est-elle droite ou inversée, réelle ou virtuelle ?

6- En déduire la distance entre l'objet réel initial et I_2.

N.B : Illustrer votre résolution par un schéma dont l'échelle est indiquée.

Exercice 3

Partie A On donne :

- la masse d'un noyau de béryllium 10 : $m(^{10}Be)=9325,52 MeV/c^2$
- la masse d'un proton : $m_p=938,28 MeV/c^2$
- la masse d'un neutron : $m_n=939,57 MeV/c^2$
- le nombre d'Avogadro : $N = 6,02.10^{23} mol^{-1}$; ln 2=0.69 ; ln 10=2,30 ; 1an=365,25j

Numéro atomique	3	4	5	6	7
Symbole	Li	Be	B	C	N

1- Rappeler la définition de l'unité de masse atomique

2- Calculer l'énergie de liaison par nucléon du ^{10}Be, en MeV.

3- Le nucléide ^{10}Be est radioactif, émetteur β^-, période $T=2,7.10^6$ années.

a- Qu'appelle-t-on période radioactive ? b- Ecrire l'équation de désintégration du ^{10}Be.

Partie B : Un circuit électrique comprend en série un conducteur ohmique de résistance R=100Ω, une bobine B d'inductance L et de résistance négligeable et un condensateur de capacité C. Le circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace U=75V, de fréquence N variable. Pour une valeur N_0 de N, les tensions efficaces aux bornes de chaque dipôle sont telles que : $U_B=U_C=3U_R$.

1- Construire les vecteurs de Fresnel relatifs aux tensions U_R, U_B, et U_C respectivement aux bornes du conducteur ohmique, de la bobine et du condensateur.

2- Calculer les valeurs de U_R, U_B, et U_C.

3- Pour la même valeur N_0=500Hz, la tension instantanée aux bornes de l'ensemble est $u=75\sqrt{2}\cos(2\pi N_0 t)$. Former l'expression i(t) de l'intensité instantanée du courant.

Année Universitaire 2012-2013 (ENS Tuléar)

Physique Nucléaire

L'uranium 238 $^{238}_{92}U$ est à l'origine d'une famille radioactive qui conduit à un isotope stable de plomb $^{206}_{82}Pb$. Les désintégrations successives s'accompagnant d'émissions de particules α ou de particules β^-. La durée de vie des noyaux intermédiaires est suffisamment courte pour que l'on puisse négliger leur présence dans les produits de transformation.

On assimile donc l'ensemble à une équation unique : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\alpha + y\beta^-$

1- Déterminer les coefficients x et y.

2- On considère qu'à la date t=0 de formation de minerai contenant l'uranium 238. Celui-ci ne contient aucun noyau de plomb 206. On note $N_U(0)$ le nombre initial de noyaux d'uranium, $N_U(t)$ le nombre moyen de ces noyaux qui subsistent à l'instant t et $N_{Pb}(t)$ le nombre moyen de noyaux de plomb présent à la date t.

a- Sachant que $N_u(t)=N_u(0)\ e^{-\lambda t}$ ou λ est la constante de désintégration de l'uranium 238, exprimer la période T de l'uranium $^{238}_{92}U$ en fonction de λ.

b- Exprimer le nombre moyen $N_{Pb}(t)$ du noyau de plomb présent à la date t dans le minerai considéré en fonction de t, λ et $N_U(t)$.

c- Exprimer l'âge du minerai en fonction de la période T et du rapport $N_{pb}(t)/ N_u(t)$.

On pourra supposer $t<<T$ et pour un nombre ε petit devant 1, on prendra $e^{\varepsilon}=1+\varepsilon$.

d- A la date t, l'échantillon du minerai contient 1g d'uranium et 10mg de plomb. Calculer l'âge du minerai sachant que $T(^{238}U)= 4{,}5.10^9$ années.

On donne : $M(^{238}_{92}U)=238$ g/mol ; $M(^{206}_{82}Pb)=206$ g/mol^{-1} et ln2=0.693.

Optique Géométrique

On se propose de simuler le principe d'un microscope. Les dimensions ont été adaptées pour réaliser une étude expérimentale mais ne correspondent pas aux grandeurs réelles.

Le microscope comprend deux systèmes optiques convergents réduits chacun à une lentille convergente. L'objectif (L_1), de centre optique O_1 et de distance focale f'_1 et l'oculaire (L_2) de centre optique O_2 et de distance focale f'_2.

L'objectif et l'oculaire ont le même axe optique principal (Δ) et l'objet AB est placé perpendiculairement à cet axe optique, A situé sur l'axe optique.

Données numériques [en cm]: $AO_1=2$; $O_1O_2=9$; $f_1=1{,}5$; $f_2=4$; $AB=0{,}5$.

1- Construire à l'échelle 1, l'image A_1B_1 de l'objet donnée par l'objectif puis l'image A'B' de A_1B_1 donnée par l'oculaire.

2-a- Déterminer graphiquement la position et la taille de l'image A'B' obtenue.

b- Cette image est-elle droite ou renversée par rapport à l'objet, plus grande ou plus petite que l'objet ?

3- Est-il possible de la recueillir sur un écran ? Justifier.

4- Déterminer, par calcul, la position et la taille de A_1B_1 puis A'B'. Comparer aux valeurs déterminées, graphiquement.

5- Représenter la marche d'un faisceau lumineux, issu de B, s'appuyant sur la lentille L_1.

Electromagnétisme

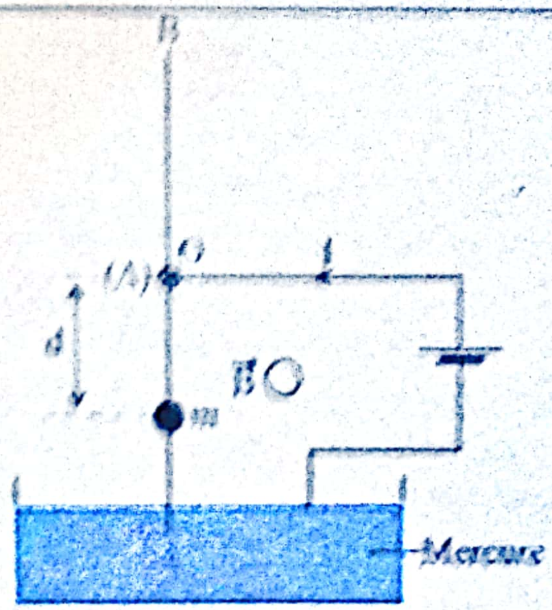
Partie A

Une tige AB, parfaitement rectiligne, homogène, de section constante, de longueur 2ℓ, et mobile dans un plan vertical autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son milieu O. Une surcharge ponctuelle de masse m est fixée sur la tige entre O et A, à la distance d de O.

1- Quelle est la position d'équilibre de la tige ainsi surchargée ?

2- On intercale le tout dans un circuit électrique parcouru par un courant continu d'intensité I. Le courant entre dans la tige par le point O et sort à l'extrémité A en contact avec le mercure contenu dans une cuve. La partie OA de la tige est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ parallèle à (Δ) (figure 1b).

a- Faire le schéma du dispositif en précisant le sens du courant et le sens du champ magnétique $\vec{B}$ qui sera choisi arbitrairement.



b- Montrer que la tige entre en rotation et préciser le sens de ce mouvement.

c- Montrer que la tige s'immobilise dans une nouvelle position d'équilibre après avoir tourné d'un angle θ dont on déterminera la valeur.

On donne : $2l=20,0cm$; $d=6,0cm$; $m=5,0g$; $I=10,0A$; $B=1,0.10^{-2}T$ et $g=9,8m.s^{-2}$.

Partie B Une prise de courant maintient entre ces bornes A et B une tension sinusoïdale :

$$u_{AB}=10\sqrt{2}\cos(100\pi t) \text{ [en unité SI]}$$

1- Cette tension est appliquée aux bornes d'un circuit constitué par l'association en série d'un résistor de résistance R_1 et d'une bobine d'auto-inductance L, de résistance négligeable. L'intensité efficace du courant dans le circuit est $I_1=500mA$, la tension u_{AB} est déphasée de $60°$ par rapport à l'intensité instantanée. Déterminer R_1 et L.

2- Cette tension est appliquée à un autre circuit constitué par l'association en série d'une résistance $R_2=14\Omega$ et un condensateur de capacité $C=380\mu F$. Déterminer l'expression, en fonction du temps t, de l'intensité i_2 du courant instantanée.

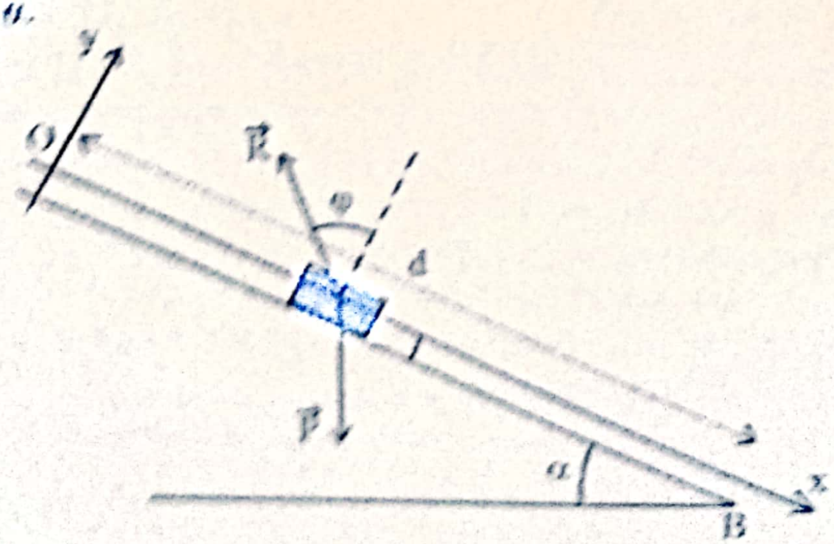
3- On applique cette tension aux bornes d'un circuit formé par l'association en série des deux circuits précédents. Déterminer l'intensité efficace I_3 du courant.

Problème de Mécanique

Partie A

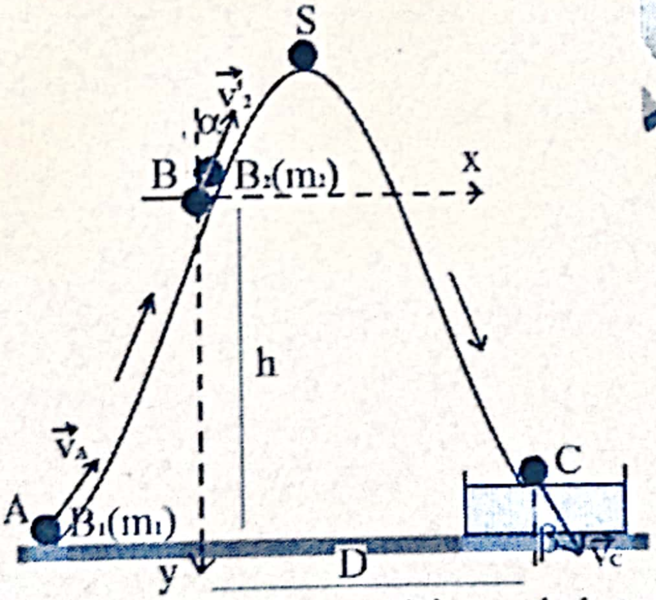
Un petit bloc de poids P, assimilé à un point matériel est abandonné au point O, sans vitesse initiale, le frottement du petit bloc sur le plan étant $f=\tan\varphi$.

1- Etudier le mouvement de ce petit bloc le long de la pente OB, exprimer son accélération a en fonction de g, f et α.



2- Ecrire l'expression de la réaction $\vec{R}$ en fonction de α, g, m et f.
3- Ecrire l'équation horaire x(t) du mouvement du petit bloc en fonction de t, α et φ et discuter la nature du mouvement suivant α et φ.
4- Ecrire l'expression de la vitesse instantanée v(t) en fonction de g, t, f et α. En déduire l' expression de V_B en fonction de g, d, f et α.
5- Calculer la vitesse V_B du petit bloc au point B si le frottement est négligeable.
On donne : d=OB=1 m ; m=100 g ; $g=10 m.s^{-2}$.

Partie B : On prend pour accélération de pesanteur : $g=10 m.s^{-2}$.
Une boule B_1 de masse m_1 est lancée par un joueur en un point A suivant une glissière AB de forme parabolique. Elle part du point A avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ et atteint le point B avec une vitesse $\overrightarrow{v_1}$. Le plan tangent à la glissière en B fait avec la verticale issue de B un angle $\alpha=15°$. Entre les deux plans horizontaux passant par A et B, il existe une dénivellation h=3m. On pose au point B une boule B_2 de masse m_2.
La boule B_1, lancée à partir de A, entre en collision avec la boule B_2 immobile au point B. Le choc frontal est parfaitement élastique ; la boule B_2 prend alors une vitesse $\overrightarrow{v_2}'$ selon la tangente à la parabole en B et retombe au point C. La boule B_1, juste après le choc possède une vitesse de redescend en A. En passant par un point C situé sur le plan horizontal issu de A à la distance BC=D, la boule coupe un système d'éclairage d'une cellule photoélectrique et elle fait sa course en tombant dans une cuve contenait du sable fin.



1- Etablir les équations horaires et l'équation cartésienne de la trajectoire de la boule B_2.
2- En déduire le vecteur-vitesse $\overrightarrow{v_2}'$ de la boule B_2, juste après le choc. Calculer v_2.
Application numérique : D=8,5 m ; h=3m ; m_1=6kg ; m_2=4kg.
3- Etablir l'altitude maximale atteinte par la boule B_2 par rapport au sol.
4- Déterminer l'expression de $\overrightarrow{v_1}$ de la boule B_1, au point B juste avant le choc en fonction de $\overrightarrow{v_2}'$. Calculer v_1.
5- Déterminer la vecteur-vitesse $\overrightarrow{v_0}$ de la boule B_1 en fonction de v_1 et h. Calculer v_0.
6- Déterminer l'énergie fournie par le joueur lors du lancement de la boule B_1 (énergie cinétique initiale communiquée à la boule B_1).
7- Déterminer la direction du vecteur vitesse de la boule B_2 au point C en en déduire sa valeur.

Exercice 1

On considère un pendule simple formé d'un corps M_1 supposé ponctuel, de masse m=100g et d'un fil souple inextensible de longueur L=40cm. Tendu, le fil est écarté de sa position verticale d'un angle Φ_0 assez petit, puis il est lâché sans vitesse initiale. On néglige la résistance de l'air et on prend $g=10m/s^2$.

1- Quelle est la période T du mouvement d'oscillations du pendule ainsi formé ?

2- Déterminer l'énergie potentielle maximale de pesanteur E_p du corps M_1 si $\Phi_0=\frac{\pi}{4}$ rad.

3- Quelle est l'énergie cinétique E_C de M_1 lorsqu'elle passe par la verticale ?

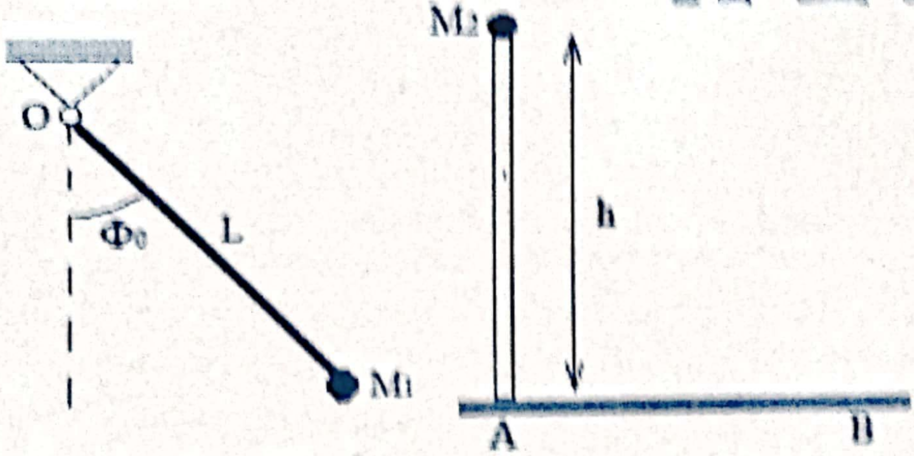
4- Un deuxième corps ponctuel M_2 de même masse m=100g se trouve sur la trajectoire de M_1 sur une table de hauteur h=1m par rapport au sol horizontal (Figure 2). Lorsque M_1 se trouve sur sa verticale, il se produit un choc avec M_2 sur son passage. On admet que ce choc est parfaitement élastique.

a- Trouver la loi horaire x(t) et y(t) du mouvement de M_2 après le choc.

b- Trouver l'équation de la trajectoire de M_2.

c- Avec quelle vitesse V_B le corps M_2 touche-t-il le sol au point B ?

d- Déterminer la distance AB.



Exercice 2

Partie A :

1- Calculer, en MeV/nucléon, l'énergie de liaison par nucléon de la particule α.

2- Donner la composition du noyau du thorium $^{227}_{90}Th$

3- Le thorium $^{227}_{90}Th$ est radioactif α. Ecrire l'équation la désintégration de ce noyau.

4- A une date prise comme origine t=0, on dispose d'un échantillon contenant N_0 noyaux de Thorium $^{227}_{90}Th$ radioactif. Soit N le nombre de noyaux de Thorium $^{227}_{90}Th$ non désintégrés à une date t, on obtient le tableau suivant :

t(en jours)	0	4	6	10	15	20
N/N_0	1	0,86	0,79	0,68	0,56	0,46

a- Définir la période radioactive T

b- A partir de ce tableau, donner entre quelles dates se trouve la période du Thorium.

5- Etablir la relation $N=N_0 e^{-\lambda t}$, λ étant la constante radioactive du radioélément. Sachant qu'à la date t=4jours, $N=0,86N_0$; calculer, en jours, la période T du Thorium.

Exercice 1

On considère un pendule simple formé d'un corps M_1 supposé ponctuel, de masse m=100g et d'un fil souple inextensible de longueur L=40cm. Tendu, le fil est écarté de sa position verticale d'un angle Φ_0 assez petit, puis il est lâché sans vitesse initiale. On néglige la résistance de l'air et on prend $g=10m/s^2$.

1- Quelle est la période T du mouvement d'oscillations du pendule ainsi formé ?

2- Déterminer l'énergie potentielle maximale de pesanteur E_p du corps M_1 si $\Phi_0=\frac{\pi}{4}$ rad.

3- Quelle est l'énergie cinétique E_C de M_1 lorsqu'elle passe par la verticale ?

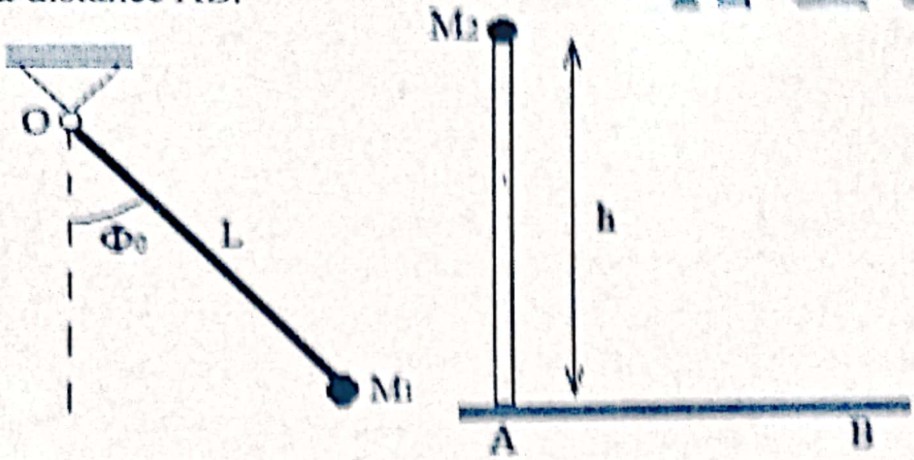
4- Un deuxième corps ponctuel M_2 de même masse m=100g se trouve sur la trajectoire de M_1 sur une table de hauteur h=1m par rapport au sol horizontal (Figure 2). Lorsque M_1 se trouve sur sa verticale, il se produit un choc avec M_2 sur son passage. On admet que ce choc est parfaitement élastique.

a- Trouver la loi horaire x(t) et y(t) du mouvement de M_2 après le choc.

b- Trouver l'équation de la trajectoire de M_2.

c- Avec quelle vitesse V_B le corps M_2 touche-t-il le sol au point B ?

d- Déterminer la distance AB.



Exercice 2

Partie A :

1- Calculer, en MeV/nucléon, l'énergie de liaison par nucléon de la particule α.

2- Donner la composition du noyau du thorium $^{227}_{90}Th$

3- Le thorium $^{227}_{90}Th$ est radioactif α. Ecrire l'équation la désintégration de ce noyau.

4- A une date prise comme origine t=0, on dispose d'un échantillon contenant N_0 noyaux de Thorium $^{227}_{90}Th$ radioactif. Soit N le nombre de noyaux de Thorium $^{227}_{90}Th$ non désintégrés à une date t, on obtient le tableau suivant :

t(en jours)	0	4	6	10	15	20
N/N_0	1	0,86	0,79	0,68	0,56	0,46

a- Définir la période radioactive T

b- A partir de ce tableau, donner entre quelles dates se trouve la période du Thorium.

5- Etablir la relation $N=N_0 e^{-\lambda t}$, λ étant la constante radioactive du radioélément. Sachant qu'à la date t=4jours, $N=0,86N_0$; calculer, en jours, la période T du Thorium.

6- La réaction de fusion nucléaire des protons a pour équation-bilan :

$$x\,{}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + y\,{}^{0}_{+1}e + 2\,{}^{0}_{0}\nu$$

a- Calculer les valeurs de x et y

b- Cette réaction est celle qui a lieu au Soleil constitué essentiellement de protons à très haute température. Pour chaque noyau d'hélium formé, quelle est, en u, la masse transformée en énergie ? Calculer, en MeV, cette énergie.

On donne : - Masse du proton=1,00728u ; Masse de la particule α =4,00150u ;

- Masse du neutron=1,00867u ; Masse du positon=$5,486.10^{-4}$u ; 1u=931,5MeV/c^2

Partie B : Un circuit électrique comprend, en série :

- Un conducteur ohmique de résistance R=36Ω.
- Une bobine d'inductance L=0,10H et de résistance négligeable.
- Un condensateur de capacité C=6,0µF.

On applique aux bornes du circuit électrique une tension alternative sinusoïdale $u(t)=U\sqrt{2}\cos(\omega t)$, de valeur efficace U=1V et de fréquence N variable. Il est parcouru par un courant d'intensité $i(t)=I\sqrt{2}\cos(\omega t-\varphi)$.

1- Faire le schéma du circuit électrique en bien précisant les sens de u(t) et i(t).

2- On fixe la fréquence N à 100Hz.

a- Calculer l'impédance Z du circuit.

b- Construire le diagramme de Fresnel relatif aux tensions (1cm pour 0,1V)

c- Déterminer la phase i(t) sur u(t) et en déduire l'expression de l'intensité instantanée i(t)

3-a- On définit la puissance instantanée par : $p(t)=UI[\cos(2\omega t+\varphi)+\cos\varphi]$. Que représente le produit UI et cosφ ?

b- En déduire l'expression de la puissance moyenne consommée P et la calculer.

c- Pour quelles fréquences, la puissance moyenne consommée est-elle la moitié de celle absorbée à la résonance ?

4- A la résonance, $LC\omega_0^2=1$ et la somme W des énergies emmagasinées par le condensateur et par la bobine est égale à LI^2.

a- Faire le rapport entre W et W_J, l'énergie dissipée par effet Joule pendant chaque période et exprimer ce rapport en fonction du facteur de qualité Q du circuit.

b- Calculer Q.

Année Universitaire 2013-2014 (ENS d'Antananarivo)

Exercice 1

Un pendule simple est constitué par une petite sphère en plomb, de masse m, suspendue à une extrémité d'un fil inextensible. On fait varier la longueur ℓ du pendule. Pour différentes longueurs du pendule simple, des mesures de la durée Δt de 20 petites oscillations donnent les résultats consignés dans le tableau ci-dessous. Soit T la période d'oscillation de ce pendule.

Longueur ℓ (cm)	12,3	24,4	28,6	32,4	38,5
Durée Δt (s)	14,1	19,8	21,4	22,8	24,9
T (s)					
T^2					
$\sqrt{\ell}$					

1- Compléter ce tableau.

2- Tracer le graphe $T^2=f(\ell)$. Comment varie T^2 en fonction de ℓ ? Proposer une relation entre T^2 et la longueur ℓ du fil.

3- Tracer la graphe $T=f(\sqrt{\ell})$. Comment varie T en fonction de $\sqrt{\ell}$? Proposer une relation entre T et $\sqrt{\ell}$.

4- Etablir l'expression littérale de la période en fonction de la longueur ℓ du fil et de l'intensité de la pesanteur g. vérifier à l'aide d'une analyse dimensionnelle que l'expression que vous trouver a la dimension d'un temps.

5- Les résultats expérimentaux consignés dans le tableau de la première question sont-ils en accord avec les prédictions que l'on peut faire avec l'expression littérale de la période d'oscillation ? Justifier votre réponse.

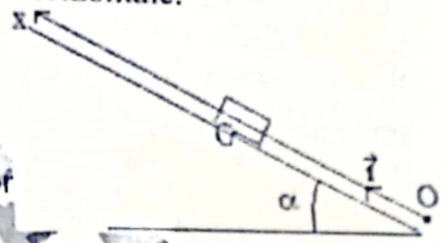
6- Utiliser le graphe $T^2=f(\ell)$ ou le graphe $T=f(\sqrt{l})$ pour calculer l'intensité de la pesanteur g.

Exercice 2

On considère un solide de masse m et de centre d'inertie G, en mouvement sur la droite de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale.

Les frottements sont négligés.

Le solide est lancé vers la partie supérieure du plan incliné selon l'axe $(O; \vec{i})$ avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$.



A la date t = 0, le centre d'inertie G se trouve en O et son vecteur vitesse est alors égale à $v_0\vec{i}$.

1-a- Faire l'inventaire des forces appliquées au solide. Représenter ces forces sur un schéma.

b- Trouver l'accélération de G suivant l'axe $(O;\vec{i})$.

c- Décrire le mouvement de G.

2- Exprimer la coordonnée x de G en fonction de la date t.

3- Déterminer la date t_M à laquelle G atteint son point le plus haut et exprimez la coordonnée x_M correspondant en fonction de g, sinα et de v_0.

4- On donne α=10,0°. Quelle valeur minimale faut-il donner à v_0 pour que G atteigne un point dans l'axe (O ;i) situé à 80,0cm du point O ?

5- On fait varier l'angle α de 0 à π/2 et à chaque fois on lance le solide avec la même vitesse initiale v_0 selon l'axe $(O; \vec{i})$, le centre d'inertie G se trouvait toujours en O à la date t=0.

a- Donner l'allure de la courbe $X_M=f(\alpha)$ et décrire la position du sommet de la trajectoire par rapport à O quand α augmente.

b- Que peut-on dire de x_M quand α=0 ? Interpréter dans ce cas le mouvement du solide.

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Toliara)

Physique Nucléaire : Les deux questions sont indépendantes.

1- Calculer l'énergie de liaison par nucléon E_a du noyau d'uranium 235.

Données : - Masse du noyau de ${}^{235}_{92}U$ =235,149u.

- Masse d'un proton : m_p=1,0073u - Masse d'un neutron : m_n=1,0087u
- Célérité de propagation de la lumière dans le vide : $c=3.10^8$m/s
- $1u=1,66.10^{-27}$kg ; $1MeV=1,6.10^{-13}$J ;

2- Le polonium ${}^{210}_{84}Po$ est un noyau radioactif qui donne par désintégration une particule α et un noyau stable de plomb ${}^{A}_{Z}Pb$.

a-Ecrire l'équation de la réaction nucléaire en rappelant les lois qui permettent de l'équilibrer.

b- Calculer, en J et en MeV, l'énergie libérée E par la désintégration d'un noyau de $^{210}_{84}Po$.

c- La demi-vie de $^{210}_{84}Po$ est T=138,5jours. A la date t=0, on considère la masse de polonium m_0=1g.

c_1- Calculer, à la date t'=277jours, la masse d'hélium m' obtenu.

c_2- Calculer son volume V dans les CNTP.

Données : - Masse du noyau de $^{210}_{84}Po$ =210,04821u

- Masse du noyau de $^{A}_{Z}Pb$ =206,03853u
- Masse de la particule α : m_α=1,0073u
- Célérité de propagation de la lumière dans le vide : $c=3.10^8$m/s
- $1u=1,66.10^{-27}$kg ; $1MeV=1,6.10^{-13}$J ;
- Volume molaire dans les CNTP : V_{mol}=22,4L/mol

Optique Géométrique

Deux lentilles minces L_1 et L_2 sont accolées de façon à former un système (L_1,L_2) donnant d'un objet réel AB situé à 10cm de son centre optique, une image A'B' réelle et située à $\frac{10}{3}$cm de ce centre.

1- Calculer la vergence C du système (L_1,L_2).

2- Calculer le grandissement de ce système.

3- Faire une représentation graphique pour $\overline{AB}$=1cm.

Echelles : Sur l'horizontale : 1/1 et sur la verticale : 6/1.

4- Calculer la distance focale de L_1 si celle de L_2 est de 15cm.

Electricité

Un circuit électrique comporte une bobine de résistance R=10Ω et d'inductance L, une source de tension u(t)=50cos(ωt) et un ampèremètre d'impédance négligeable.

Lorsque ω=100rad/s, l'intensité efficace du courant est I=0,1A.

1- Quelle est la tension efficace U ?

2-a- Calculer l'impédance Z de la bobine.

b- Le déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité.

3- Ecrire alors l'expression de l'intensité du courant.

4-a- Quelle capacité faut-il placer en série avec la bobine pour que l'intensité soit en phase avec la tension u(t) aux bornes de l'ensemble ?

b- Quelle est alors l'intensité efficace I_0 ?

c- Déterminer les tensions efficaces U_B et U_C aux bornes de la bobine et de la capacité.

d- Evaluer le rapport $\frac{U_C}{U}$. La pulsation reste égale à ω=100rad/s.

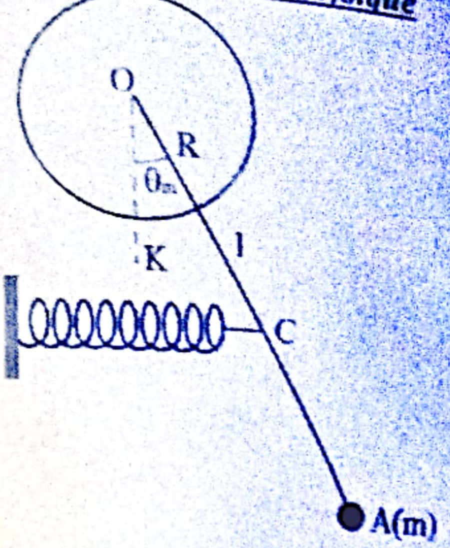
Mécanique

Partie A : A l'extrémité d'une tige de masse négligeable solidaire d'une poulie de rayon R=10cm, de masse M et de moment d'inertie $J=5.10^{-2}kgm^2$; de longueur ℓ=40cm, on fixe une surcharge ponctuelle de masse m=100g. Au point C, milieu de OA, on fixe l'extrémité C d'un ressort à spires non jointives pouvant travailler en compression comme en extension, et dont l'autre extrémité est fixée de telle façon que la tension du ressort soit nulle lorsque OA est vertical. On écarte OA d'un angle θ_m faible afin que l'on puisse supposer que le ressort est toujours horizontal et on lâche à l'instant t=0s.

1- Justifier que la masse du disque M=2kg.

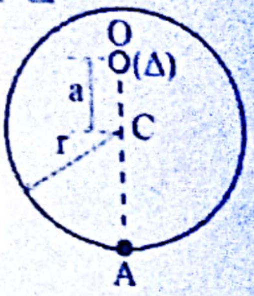
2- Quelle est la période T des oscillations du pendule ainsi constitué sachant que la constante de raideur du ressort est $K=8N/m$?

3- Evaluer en fonction du temps les expressions de l'angle θ que fait OA avec la verticale et de l'allongement x du ressort. On donne : $\theta_m=\frac{\pi}{10}$ et $g\approx 10m/s^2$.



4- La poulie est un disque, ce dernier est utilisé pour constituer un pendule pesant. Il est percé d'un trou en un point C situé à la distance $OC=a=\frac{3r}{4}$ de son centre C. Près de la circonférence, on découpe dans le disque (D) un trou circulaire.

Le centre d'inertie G du disque évidé est situé entre O et A. La partie ainsi retirée a pour masse $m'=\frac{1}{10}M$. On fait passer par O un axe horizontal perpendiculaire au plan du disque et autour duquel il peut osciller librement.



Les oscillations de faible amplitude du disque D non-troué ont pour période $T_1=1,14s$ et on constate alors que la période des petites oscillations du disque troué devient $T_2=1,76s$.

a- Démontrer que dans chaque cas, les petites oscillations de (D) sont sinusoïdales.

b- En déduire la valeur du moment d'inertie J' et la position du centre d'inertie G du disque troué.

Année Universitaire 2013-2014 (ENS Fianarantsoa)

Exercice 1

On effectue le dosage pH-métrique d'une solution d'hydroxyde de sodium S. Pour cela, on verse 10,0 ml de la solution S dans la bêcher, on y ajoute 90,0 ml d'eau distillé et on place le bêcher sur un agitateur magnétique. On plonge les électrodes d'un pH-mètre préalablement étalonnée et on ajoute progressivement une solution d'acide chlorhydrique de concentration $c_a=1,0.10^{-1}mol.L^{-1}$. On relève les valeurs du pH pour les valeurs v_a de la solution acide ajoutée.

V_a (mL)	0.0	2.0	5.0	7.0	8.0	8.5	8.7	8.9
pH	11.9	11.8	11.6	11.3	11.0	10.5	10.2	9.2
V_a (mL)	9.0	9.1	9.3	9.5	10	11	15	
pH	7.0	5.0	4.0	3.6	3.2	2.7	2.3	

1- Tracer la courbe $pH=f(V_a)$. Déterminer graphiquement le point d'équivalence.

2- Déterminer la concentration de la solution diluée dosée. En déduire la concentration de la solution S.

3- Au lieu d'effectuer un suivi pH-métrique, on pouvait réaliser ce dosage en présence d'un indicateur coloré. Quels sont, parmi les trois indicateurs suivants dont la zone de virage est précisée entre parenthèses, ceux qui peuvent convenir ? Quel est celui qu'il est préférable d'employer ? Justifier les réponses.

Phénolphtaléine (8,2-10) ; Bleu de bromothymol (6,0-7 ,6) ; Hélianthine (3,1-4,4)

4- Comment préparer, à partir de la solution S, un litre de solution S' d'hydroxyde de sodium de pH égal à 11,5. On dispose d'une fiole jaugée de 1,0L et de pipettes jaugées de 20 mL; 10 mL ; 5,0 mL et 1,0mL.

Exercice 2

Entre deux points A et B existe une différence de potentiel alternative $v=V_m\sin(\omega t)$, de fréquence 2000 périodes par seconde.

1- L'Intensité efficace dans une résistance R=100Ω est i ampères. Quelle est l'expression de la différence du potentiel V ?

2- Une bobine L de résistance Ohmique négligeable, placée directement entre A et B, laisse passer également : un courant d'intensité efficace i ampères. Quel est le coefficient d'auto-induction de la bobine ?

3- La bobine et la résistance sont placées en série entre A et B. Quelle est l'expression de l'intensité du courant dans le circuit ?

4- En série avec la bobine et la résistance, on place un condensateur de capacité C. Quelle doit être la valeur de C pour que l'intensité efficace du courant soit de nouveau i ampères ? Quelles sont alors les expressions des différences de potentiel aux bornes de la résistance, de la bobine, du condensateur ?

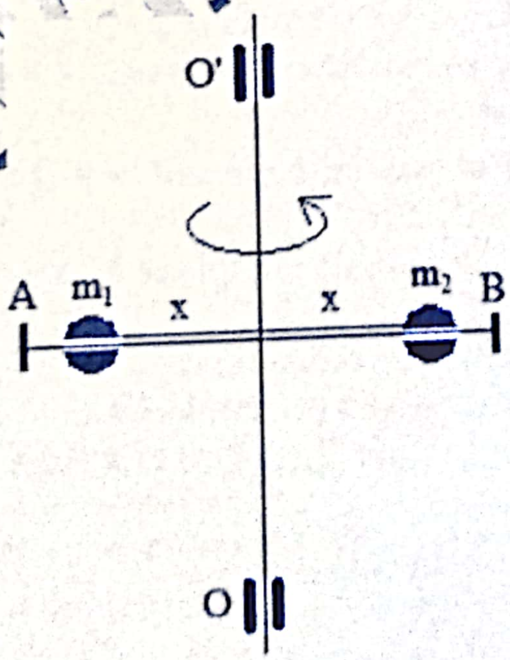
Exercice 3

Deux petites boules m_1 et m_2 de masses égales à m=500g et de dimensions négligeables, peuvent glisser sur la tige AB, de masse négligeable, de longueur 2ℓ=1m. La tige AB tourne autour d'un axe OO', vertical, perpendiculaire à AB en son milieu M.

Deux fils égaux retiennent les boules m_1, m_2 à la même distance x de l'axe de rotation (x=0.2m). On lance le système et il prend une vitesse angulaire égale à 10 tours par seconde. On néglige tout frottement.

1- Montrer que le système doit conserver infiniment sa vitesse angulaire.

2- Montrer que la vitesse angulaire se modifie si les fils sont rompus et calculer sa nouvelle valeur, en tours par seconde. (Deux butées placées en A et B empêchent les boules de quitter la tige).



Exercice 1 : Chimie

On étudiera dans cet exercice l'acide chloro-2 propanoïque.

Le pK_A du couple $CH_3CHC\ell COOH$ / $CH_3CHC\ell COO^-$ vaut 4,2.

1-a- Ecrire l'équation de la réaction de cet acide avec l'eau

b- Quelle masse de cet acide contient 1l d'une solution aqueuse S d'acide chloro-2 propanoïque à 5.10^{-2} mol.l^{-1} ?

c- On verse dans 20 ml de S un volume Vml d'une solution d'hydroxyde de sodium à 0,1 mol/L pour atteindre l'équivalence.

c_1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a eu lieu.

c_2- Calculer V.

c_3- Situer le pH du mélange, à l'équivalence, par rapport à 7. Justifier la réponse.

2- La molécule d'acide chloro-2 propanoïque est chirale.

- Pourquoi?
- Donner les représentations en perspective de ses énantiomères.
- Ces énantiomères sont-ils des isomères de configuration ou de conformation? Expliquer.

3- On verse, dans un ballon, un mélange équimolaire d'acide chloro-2 propanoïque et de méthanol. On scelle le ballon, puis on chauffe.

a- Ecrire l'équation de la réaction et nommer les produits obtenus.

b- Dresser dans un tableau comparatif les différences des caractères fondamentaux des réactions 1-c_1- et 3-a-.

On donne les masses atomiques relatives : Ar(H)=1 ; Ar(C)=12 ; Ar(O)=16 ; Ar(Cl)=35,5

Exercice 2: Physique Nucléaire

L'expérience de Curie, publiée dans le compte de l'Académie des sciences le 15 Janvier 1934, consiste à bombarder des noyaux d'α, l'un des types de réactions simultanées est :

$$^{27}_{13}Al + \alpha \longrightarrow\ ^{30}_{15}P +\ ^{A}_{Z}X$$

1-a- Donner la constitution des noyaux $^{30}_{15}P$ et $^{27}_{13}Al$

b -Calculer l'énergie de liaison par nucléon du noyau $^{27}_{13}Al$

2-a- Déterminer A, Z et X

b- Le noyau de phosphore $^{30}_{15}P$ obtenu est radioactif de β^+, de période T=3 min. Ecrire l'équation de désintégration radioactive λ (en s^{-1}).

3- L'activité radioactive d'un échantillon de phosphore à t=0s est A_0=6,9.10^{20}Bq.

a- Définir l'activité radioactive.

b- Déterminer la masse initiale m_0 de l'échantillon.

c- Au bout de combien de temps 2% de l'échantillon initial seront-ils désintégrés ?

On donne : Masse d'un noyau de $^{27}_{13}Al$: m($^{27}_{13}Al$)=25131,87MeV/c^2 ;

Masse d'un proton : m_p=938,28MeV/c^2.

Masse d'un neutron : m_n=939, 57 MeV/c^2 ;

Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}$=6, 02.10^{23}/mol ; ln 0,98= - 0,02 ; ln2 = 0,69.

Extrait du tableau périodique : $_{13}Al$ $_{14}Si$ $_{15}P$ $_{16}S$ $_{17}Cl$

Exercice 3 : Optique géométrique

Une lentille mince convergente (L), de centre optique O, de vergence C=20δ donne d'un objet AB de hauteur h=2cm, situé à 10cm en avant de la lentille, une image A'B' sur un écran.

NB : Échelle 2cm → 1cm.

3- Quelle est la nature de l'image A'B' de AB ?

4- Déterminer la position de l'image A'B' et calculer sa hauteur.

5- Calculer le grandissement γ de la lentille.

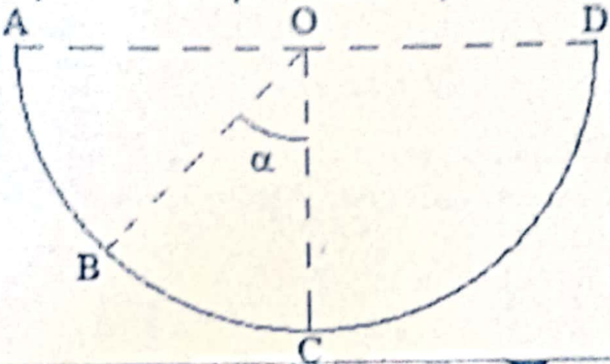
Exercice 4 : Mécanique

Un point matériel P de masse M=1kg se trouve dans une surface de forme cylindrique de rayon R=1m et est lâché sans vitesse initiale à partir du point A. On néglige toutes les forces de résistance au mouvement. On prend g = 10N/Kg

1- Déterminer la vitesse de P lorsqu'il atteint le point B qui correspond à $\alpha = 45^0$;

2- Quelle est sa vitesse au point C ?

3- Quelle est l'énergie cinétique de P lorsqu'il atteint le point D ?



Année Universitaire 2015-2016 (ENS Fianarantsoa)

CHIMIE

Exercice 1

A- Une solution S est obtenue en mélangeant une solution S_O d'acide chlorhydrique HCl de volume V_0=20cm^3 de concentration C_0=4.10^{-2} mol.l^{-1} et d'une solution S_1 d'hydroxyde de sodium NaOH, de volume V_1=10cm^3 de concentration C_1=2.10^{-1} mol.l^{-1}

La solution S est-elle basique, neutre ou acide ? Déterminer son pH.

B- On dissout 5 g d'acide éthanoïque CH_3COOH dans l'eau pure pour obtenir 1 litre de solution S_2 dont le pH=3

a- Calculer le pK_A du couple CH_3COOH/CH_3COO^-

b- Quel volume V_1 de la solution S_1 faut-il ajouter a V_2=80cm^3 de la solution S_2 pour obtenir une solution dont la valeur de pH est égale a celle du pK_A ? Quel est le nom de cette solution.

On donne : log 2,5=0,4 ; log 49 =1,69

Exercice 2

Soit la réaction suivante : $CH_3CH_2OH \longrightarrow CH_3CHO$

1- Quel type de réaction s'agit-il ?

2- Proposez un moyen de vérifier sa réalisation.

3- Une groupe d'étudiants a effectué cette expérience mais a échoué. Comment expliquer cet échec, selon vous ?

MECANIQUE

Exercice 3

On considère une tige homogène de longueur L=1m, de masse M=200g et de section négligeable. On donne g=10N/Kg ; le moment d'inertie de la tige par rapport à une extrémité est $J_1=(1/3)ML^2$ et celui par rapport à son centre de gravité est $J_2=(1/12)ML^2$.

Exercice 1 : Chimie

On étudiera dans cet exercice l'acide chloro-2 propanoïque.

Le pK_A du couple $CH_3CHClCOOH / CH_3CHClCOO^-$ vaut 4,2.

1-a- Ecrire l'équation de la réaction de cet acide avec l'eau

b- Quelle masse de cet acide contient 1l d'une solution aqueuse S d'acide chloro-2 propanoïque à 5.10^{-2} mol.l^{-1} ?

c- On verse dans 20 ml de S un volume Vml d'une solution d'hydroxyde de sodium à 0,1 mol/L pour atteindre l'équivalence.

c_1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui a eu lieu.

c_2- Calculer V.

c_3- Situer le pH du mélange, à l'équivalence, par rapport à 7. Justifier la réponse.

2- La molécule d'acide chloro-2 propanoïque est chirale.

- Pourquoi?
- Donner les représentations en perspective de ses énantiomères.
- Ces énantiomères sont-ils des isomères de configuration ou de conformation? Expliquer.

3- On verse, dans un ballon, un mélange équimolaire d'acide chloro-2 propanoïque et de méthanol. On scelle le ballon, puis on chauffe.

a- Ecrire l'équation de la réaction et nommer les produits obtenus.

b- Dresser dans un tableau comparatif les différences des caractères fondamentaux des réactions 1-c_1- et 3-a-.

On donne les masses atomiques relatives : Ar(H)=1 ; Ar(C)=12 ; Ar(O)=16 ; Ar(Cl)=35,5

Exercice 2: Physique Nucléaire

L'expérience de Curie, publiée dans le compte de l'Académie des sciences le 15 Janvier 1934, consiste à bombarder des noyaux d'α, l'un des types de réactions simultanées est :

$$^{27}_{13}Al + \alpha \longrightarrow {}^{30}_{15}P + {}^{A}_{Z}X$$

1-a- Donner la constitution des noyaux $^{30}_{15}P$ et $^{27}_{13}Al$

b -Calculer l'énergie de liaison par nucléon du noyau $^{27}_{13}Al$

2-a- Déterminer A, Z et X

b- Le noyau de phosphore $^{30}_{15}P$ obtenu est radioactif de β^+, de période T=3 min. Ecrire l'équation de désintégration radioactive λ (en s^{-1}).

3- L'activité radioactive d'un échantillon de phosphore à t=0s est $A_0=6,9.10^{20}$Bq.

a- Définir l'activité radioactive.

b- Déterminer la masse initiale m_0 de l'échantillon.

c- Au bout de combien de temps 2% de l'échantillon initial seront-ils désintégrés ?

On donne : Masse d'un noyau de $^{27}_{13}Al$: m($^{27}_{13}Al$)=25131,87MeV/c^2 ;

Masse d'un proton : m_p=938,28MeV/c^2.

Masse d'un neutron : m_n=939, 57 MeV/c^2 ;

Nombre d'Avogadro : $\mathcal{N}$=6, 02.10^{23}/mol ; ln 0,98= - 0,02 ; ln2 = 0,69.

Extrait du tableau périodique : $_{13}Al$ $_{14}Si$ $_{15}P$ $_{16}S$ $_{17}Cl$

Exercice 3 : Optique géométrique

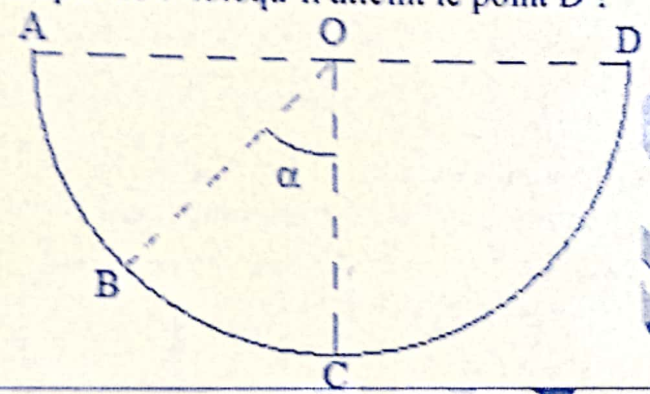
Une lentille mince convergente (L), de centre optique O, de vergence C=20δ donne d'un objet AB de hauteur h=2cm, situé à 10cm en avant de la lentille, une image A'B' sur un écran.

1- Calculer la distance focale de la lentille.
2- Reproduire le schéma et placer les foyers principaux objet et image et l'image A'B' de AB. Echelle 2cm → 1cm.
3- Quelle est la nature de l'image A'B' de AB ?
4- Déterminer la position de l'image A'B' et calculer sa hauteur.
5- Calculer le grandissement γ de la lentille.

Exercice 4 : Mécanique

Un point matériel P de masse M=1kg se trouve dans une surface de forme cylindrique de rayon R=1m et est lâché sans vitesse initiale à partir du point A. On néglige toutes les forces de résistance au mouvement. On prend g = 10N/Kg

1- Déterminer la vitesse de P lorsqu'il atteint le point B qui correspond à $\alpha=45^0$;
2- Quelle est sa vitesse au point C ?
3- Quelle est l'énergie cinétique de P lorsqu'il atteint le point D ?



Année Universitaire 2015-2016 (ENS Fianarantsoa)

CHIMIE

Exercice 1

A- Une solution S est obtenue en mélangeant une solution S_O d'acide chlorhydrique HCl de volume V_0=20cm^3 de concentration $C_0=4.10^{-2}$ mol.l^{-1} et d'une solution S_1 d'hydroxyde de sodium NaOH, de volume V_1=10cm^3 de concentration $C_1=2.10^{-1}$ mo.l^{-1}

La solution S est-elle basique, neutre ou acide ? Déterminer son pH.

B- On dissout 3 g d'acide éthanoïque CH_3COOH dans l'eau pure pour obtenir 1 litre de solution S_2 dont le pH=3

a- Calculer le pK_A du couple CH_3COOH/CH_3COO^-

b- Quel volume V_1 de la solution S_1 faut-il ajouter a V_2=80cm^3 de la solution S_2 pour obtenir une solution dont la valeur de pH est égale a celle du pK_A ? Quel est le nom de cette solution.

On donne : log 2,5=0,4 ; log 49 =1,69

Exercice 2

Soit la réaction suivante : $CH_3CH_2OH \longrightarrow CH_3CHO$

1- Quel type de réaction s'agit-il ?
2- Proposez un moyen de vérifier sa réalisation.
3- Une groupe d'étudiants a effectué cette expérience mais a échoué. Comment expliquer cet échec, selon vous ?

MECANIQUE

Exercice 3

On considère une tige homogène de longueur L=1m, de masse M=200g et de section négligeable. On donne g=10N/Kg ; le moment d'inertie de la tige par rapport à une extrémité est $J_1=(1/3)ML^2$ et celui par rapport à son centre de gravité est $J_2=(1/12)ML^2$.

1- La tige se trouve en position horizontale sur une table. Quelle est l'énergie mécanique nécessaire pour la soulever et la maintenir verticale sur une extrémité ?

2- Maintenant, la tige se trouve en position horizontale et on veut la faire tourner autour d'une de ses extrémités à la vitesse angulaire de ω=2rad/s. Quelle est l'énergie cinétique obtenue par la tige ?

3- On maintient toujours la tige en position horizontale, mais on la fait tourner avec la même vitesse angulaire ω=2rad/s mais autour de son centre de gravité. Que devient son énergie cinétique ?

4- On utilise maintenant la même tige comme un pendule et on l'articule par une de ses extrémités, puis on l'oscille autour de la verticale passant par le point d'articulation. Calculer la période des petites oscillations.

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Exercice 4

Une lentille convergente (L), de centre optique O, de distance focale f'=4cm donne d'un objet AB de hauteur $\overline{AB}$=2cm dont A est placé sur l'axe optique à une distance telle que $\overline{OA}$=-9cm une image A'B' sur un écran.

1- Faire la construction géométrique, placer le point focal objet F, le point focal image F' l'objet AB et l'image **A'B'**.

2- Quelle est la vergence de la lentille (L).

3- Calculer $\overline{OA'}$ et $\overline{A'B'}$.

PHYSIQUE NUCLEAIRE

Exercice 5

Le noyau d'astate $^{211}_{85}At$ est radioactif de type α, sa demi-vie radioactive est T=7heures.

1-a- Donner la composition du noyau d'astate $^{211}_{85}At$

b- Ecrire l'équation traduisant la désintégration radioactive de l'astate $^{211}_{85}At$

2- On considère un échantillon contenant $N_0=4.10^{21}$noyaux radioactifs d'astate $^{211}_{85}At$ à l'instant t=0.

a- Calculer l'activité radioactive de l'échantillon à l'instant t_1 = 21h.

b- Calculer la masse de l'échantillon restant à l'instant t_2=14h

On donne : M(At)=211g.mol^{-1} ; ln2=0,69, $N_A=6,02.10^{23}$ mol^{-1}

Extrait du tableau périodique : $_{83}Bi$ $_{84}Po$ $_{85}At$ $_{86}Rn$ $_{87}Fr$

CHIMIE

Année Universitaire 2012-2013 (ENS Tuléar)

Chimie Organique

On dispose d'un composant A dont on a fait l'analyse organique, on connait donc sa formule brute $C_4H_8O_2$. On réalise les opérations suivantes :

a- Un excès d'eau sur ce composé A vers 60 °C pendant quelques heures donne les produits B et C que l'on sépare par distillation.

b- Le produit B dilué, peut être dosé par la soude NaOH.

c- Le produit C peut être oxydé par une solution de permanganate en milieu acide, on obtient un mélange de deux produits D et E.

d- Le produit D donne un précipité jaune avec la 2,4-DNPH, puis il donne un précipité rouge brique avec la liqueur de Fehling.

e- La dilution de E dans l'eau donne une solution acide.

1- Quelle est la fonction du composé A? Justifier et indiquer les quatre isomères possibles pour ce corps.

2- A partir des opérations b et c, indiquer quelle(s) structure(s) reste(nt) possible(s) pour A ?

3- Une solution aqueuse du produit B de concentration 10^{-1} mol/L a un pH=2,9. Déterminer le pK_A de ce couple. En déduire les formules semi-développées de A, B, C, D et E.

4- On laisse réagir, dans une étuve, un mélange de 2,0 mol de C et 1,0 mol de E, au bout d'une journée, la composition du mélange n'évolue plus ; on constate qu'il contient encore 0,16 mol de E. Calculer le nombre n_C de moles d'alcool estérifié. En déduire les pourcentages $n_C(\%)$ d'alcool et $n_e(\%)$ d'acide estérifiés.

Données : couple en présence Cu^{2+}(complexé)/Cu_2O ; ($H_3C-COOH/H_2C-COO^-$) ;
$pK_A(HCOOH/HCOO^-)=3,8$; $pK_A(H_3C-COO^-)=4,8$ et à 25°C : $K_e=10^{-14}$.

Chimie Organique

On mélange deux solutions S_1 et S_2 de volume respectifs V_1 et V_2 et de concentration C_1 et C_2. Sachant que l'on travaille à 25 °C. Compléter le tableau suivant en justifiant votre réponse.

		C_1[mol/L]	C_2[mol/L]	V_1[mL]	V_2[mL]	pH
NaOH	H_2O	10^{-2}		20	?	11,5
HCl	NH_3	5.10^{-2}	?	10	10	9,2
HCOONa	HCOOH	10^{-2}	10^{-2}	20	?	4,1

Données : $pK_A(NH_4^+/NH_3)=9,2$; $pK_A(HCOOH/HCOO^-)=3,8$.

Année Universitaire 2013-2014 (ENS Tuléar)

Exercice 1 : La température des solutions aqueuses considérées est de 25°C.

Une solution aqueuse d'ammoniac de concentration molaire $C_b=4,00.10^{-2}$mol/L a un pH=10,9.

1- En déduire la valeur de la concentration pK_A du couple ion ammonium/ammoniac.

2- Dans 20.0cm^3 de cette solution on verse x cm^3 d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration $3,0.10^{-2}$ mol/L.

a- Ecrire l'équation de la réaction.

b- Quelle doit être la valeur de x pour obtenir une solution de pH égale 9,2 ?

Quelle propriété possède la solution ainsi obtenue ?

3- On reprend 20.0 cm^3 de la solution d'ammoniac. On y ajoute de la solution d'acide chlorhydrique de façon à obtenir l'équivalence. Comment le pH de la solution se situe-t-il par rapport à 7 ? Justifier votre réponse.

Exercice 2

Deux alcools isomères ont même formule brute $C_4H_{10}O$. Ces deux isomères, chauffés sur l' alumine (Al_2O_3) vers 400°C, conduisent au même alcène.

1- Quelles sont les formules développées de ces deux alcools et de l'alcène ?

2- L'un des isomères, noté A, est chauffé. Ses vapeurs passent sur du cuivre porté au rouge. Il se forme un composé C qui rosit le réactif de Schiff. Quelles sont les formules semi-développées de A et C.

3- Comment peut-on distinguer rapidement A et son isomère B ?

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Toliara)

Chimie Organique

L'action du méthanol sur un acide carboxylique A donne un ester E de masse molaire M=88g/mol

1- Déterminer la formule brute de E et de A.

2- Quelles sont alors les deux formules semi-développées possible que A peut avoir ?

3- A est obtenue par oxydation ménagée d'un aldéhyde B qui lui-même a été obtenue par oxydation ménagée d'un alcool C.

a- Quelle est la classe de l'alcool C ? Justifier votre réponse.

b- En déduire les formules semi-développées de A, B et de C.

4- Ecrire l'équation traduisant l'oxydation ménagée de C en A par le bichromate de potassium ($K_2Cr_2O_7$) en milieu acide sulfurique.

5- On laisse réagir, dans une étuve, un mélange de 1,00 mol d'alcool méthanol par 2,00 mol d'acide A. au bout d'une journée, la composition du mélange n'évolue plus, on constate qu'il y a 0,85mol d'ester qui se forme.

a- Quelle est la composition du mélange dans le milieu réactionnel ?

b- En déduire les pourcentage μ_{al}(%) d'alcool et μ_{ac} d'acide estérifiés.

Chimie Générale et Minérale

Le pH d'une concentration aqueuse de concentration $C=10^{-1}mol.l^{-1}$ de fluorure de potassium est égal à pH=8,1.

1- Calculer la concentration des diverses espèces chimiques présentes dans la solution. On précise que l'ion fluorure F^- est la base conjugué de l'acide faible (acide fluorhydrique HF).

2- En déduire le pK_A (HF/F^-)

3- Quel serait le pH d'une solution de chlorure de potassium KCl de même concentration ?

4- Interpréter la différence entre les pH du fluorure de potassium KF et du chlorure de potassium KCl.

CONNAISSANCES GÉNÉRALES

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Fianarantsoa)

Par l'intermédiaire de l'éducation, on peut lutter contre la pauvreté. Qu'en pensez-vous ?

Année Universitaire 2013-2014 (ENS de Fianarantsoa)

Les coutumes ou traductions sont-elles des freins ou moteurs de développement ?

Année Universitaire 2015-2016 (ENS de Fianarantsoa)

1- Quelles sont les conséquences possibles de réchauffement climatique ?
2- Donner le nom complet du Président de la 4ème République Malgache.
3- Donner le nom du ministre de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
4- Rôle de l'éducation sur le Développement.