Exercices

1. Si la fonction de consommation est $C = c_0 + c_1(Y - T)$ et la fonction d'investissement $I = b_0 + b_1 Y - b_2 r$,

    1. Calculez le multiplicateur (simple, sans considérer la courbe LM) d'une augmentation des dépenses publiques.

        RE: Avec $C = c_0 + c_1(Y - T)$ et $I = b_0 + b_1 Y - b_2 r$ l'equation IS devient
        $$Y = c_0 + c_1(Y - T) + b_0 + b_1 Y - b_2 r + G \tag{1}$$
        Ainsi, le multiplicateur $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}$ est
        $$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + b_1 \mathrm{d}Y + \mathrm{d}G \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1 - b_1} \tag{2}$$

    2. Expliquez la différence avec le cas standard où $b_1 = 0$.

        RE: Quand $b_1 > 0$ le multiplicateur des dépenses publiques est plus important qu'avec $b_1 = 0$. La différence vient du fait que, maintenant, une hausse des dépenses publiques augmente initialement Y de ΔG. Or, cette augementation du revenu implique une augmentation de la demande (à cause de l'augmentation du revenu disponible) mais elle *augmente aussi l'investissement*, car le niveau d'investissement dépende positivement de Y. Ceci pourrait passer si, par exemple, les entreprises prennaient le niveau de revenu comme un indice de la performance future de l'économie. Ainsi, avec $Y \uparrow$, elles pensent que l'économie ira mieux et investissent pour pouvoir vendre davantage.

        En conséquence, une augmentation de G d'une unité augmente la demande de $c_1 + b_1 > c_1$, ce qui explique que le multiplicateur soit plus important.

2. Avec les mêmes équations que dans la question 1, tracez l'effet une augmentation de G si $\frac{M^s}{p} = d_1 Y - d_2 r$

    RE: La courbe IS est donnée par: $Y = c_0 + c_1(Y - T) + b_0 + b_1 Y - b_2 r + G$ et, donc, $r = (-1) \times \frac{(1 - c_1 - b_1)Y - c_0 + c_1 T - b_0 - G}{b_2}$ La courbe LM est $r = \frac{d_1 Y - \frac{M^s}{p}}{d_2}$

    1. Calculez le niveau de revenu et le taux d'intérêt d'équilibre.

        RE: Il est nécessaire de trouver le point où la courbe IS croisse la courbe LM.
        $$Y = c_0 + c_1(Y - T) + b_0 + b_1 Y - b_2 r + G \tag{3}$$
        $$\frac{M^s}{p} = d_1 Y - d_2 r \tag{4}$$

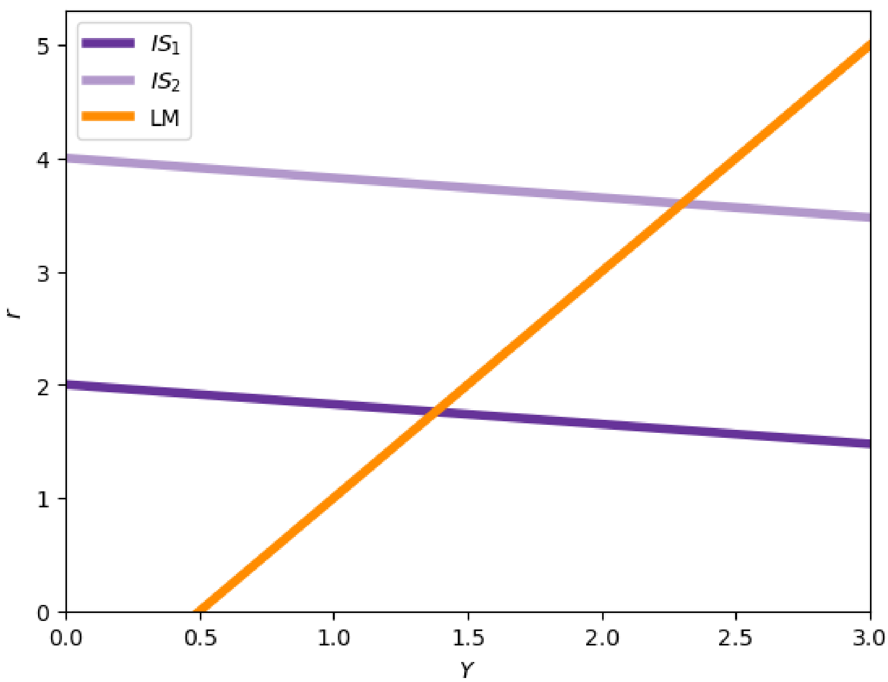


Figure 1: ex_2

On peut simplement sustituer $r = \frac{d_1 Y - \frac{M^s}{p}}{d_2}$ dans la première équation.

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + b_0 + b_1 Y - b_2 r + G \tag{5}$$
$$Y(1 - c_1 - b_1) = c_0 - c_1 T + b_0 - b_2 r + G \tag{6}$$
$$Y(1 - c_1 - b_1) = c_0 - c_1 T + b_0 - b_2 \frac{d_1 Y - \frac{M^s}{p}}{d_2} + G \tag{7}$$
$$Y(1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}) = c_0 - c_1 T + b_0 + \frac{b_2}{d_2}\frac{M^s}{p} + G \tag{8}$$
$$Y = \frac{c_0 - c_1 T + b_0 + \frac{b_2}{d_2}\frac{M^s}{p} + G}{1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}} \tag{9}$$

Le niveau d'équilibre du taux d'intérêt est:

$$r = \frac{d_1 Y - \frac{M^s}{p}}{d_2} \tag{10}$$
$$r = \frac{d_1 \frac{c_0 - c_1 T + b_0 + \frac{b_2}{d_2}\frac{M^s}{p} + G}{1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}} - \frac{M^s}{p}}{d_2} \tag{11}$$
$$r = \frac{d_1 \left(c_0 - c_1 T + b_0 + \frac{b_2}{d_2}\frac{M^s}{p} + G\right) - \frac{M^s}{p}\left(1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}\right)}{d_2 \left(1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}\right)} \tag{12}$$
$$r = \frac{d_1 \left(c_0 - c_1 T + b_0 + G\right) - \frac{M^s}{p} \overbrace{(1 - c_1 - b_1)}^{z}}{d_2 \underbrace{\left(1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}\right)}_{a}} \tag{13}$$

2. Trouvez le niveau d'équilibre de l'investissement $I(r)$.

   RE: Avec la fonction d'investissement $I = b_0 + b_1 Y - b_2 r$ on trouve le niveau d'équilibre de l'investissement.

$$I = b_0 + b_1 Y - b_2 r \tag{14}$$
$$I = b_0 + b_1 \frac{c_0 - c_1 T + b_0 + \frac{b_2}{d_2}\frac{M^s}{p} + G}{1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}} - b_2 \frac{d_1 \left(c_0 - c_1 T + b_0 + G\right) - \frac{M^s}{p}(1 - c_1 - b_1)}{d_2 \left(1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}\right)} \tag{15}$$
$$I = \frac{b_0 d_2 a + b_1 d_2 \left(c_0 - c_1 T + b_0 + G + \frac{b_2}{d_2}\frac{M^s}{p}\right) - b_2 \left(d_1 \left(c_0 - c_1 T + b_0 + G\right) - \frac{M^s}{p} z\right)}{d_2 a} \tag{16}$$

3. Dans quelles conditions I diminue quand G augmente, si l'on suppose que $c_1 + b_1 < 1$?

RE: La dérivée de I par rapport à G nous indique comment I change quand G change.

$$\frac{\partial I}{\partial G} = \frac{b_1 d_2 - b_2 d_1}{d_2\left(1 - c_1 - b_1 + \frac{b_2 d_1}{d_2}\right)} \tag{17}$$

Cette éxpression est positive si $b_1 d_2 > b_2 d_1$ et négative quand $b_1 d_2 < b_2 d_1$. Ainsi, une augmentation de G implique une diminution de I si $b_1 d_2 < b_2 d_1$.

3. Une économie subit des changements brusques dans ses paramètres de manière récurrente. La banque centrale veut stabiliser le PIB de manière à ce qu'il change le moins possible.

   1. Si les chocs sont de demande (affectent la courbe IS), que devrait faire la banque centrale : fixer l'offre monétaire et laisser le taux d'intérêt s'ajuster ou ajuster l'offre monétaire pour maintenir le taux d'intérêt constant ?

   RE: Si tous les chocs économiques proviennent de changements exogènes dans la demande de biens et services, cela signifie que tous les chocs affectent la courbe IS. Supposons qu'un choc fasse passer la courbe IS de IS_1 à IS_2. Le schéma suivant montre l'effet de ce choc sur la production sous les deux politiques. Il est clair que la production fluctue moins si la banque centrale suit une politique de maintien de l'offre monétaire constante.

   De manière mathématique, imaginons que les chocs sont représentés par des changements de G. Ainsi, nous aurons que

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{18}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r \tag{19}$$

   Si la banque centrale ne veux que r change, cela implique $\mathrm{d}r = 0$. Par conséquence, le multiplicateur est:

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + \overbrace{I' \mathrm{d}r}^{0} + \mathrm{d}G \tag{20}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y \mathrm{d}Y + \underbrace{L'_r \mathrm{d}r}_{0} \tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1} \tag{22}$$

   Par contre, si la banque centrale maintient l'offre monéntaire inchangée, cela implique $\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = 0$. Ainsi:

$$\mathrm{d}Y = c_1\mathrm{d}Y + I'\mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{23}$$

$$\underbrace{\mathrm{d}\frac{M^s}{p}}_{0} = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{24}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1 + I'\frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{25}$$

Comme $\frac{1}{1-c_1} > \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}$, un même changement de G affecte plus Y quand la banque centrale maintient r fixe.

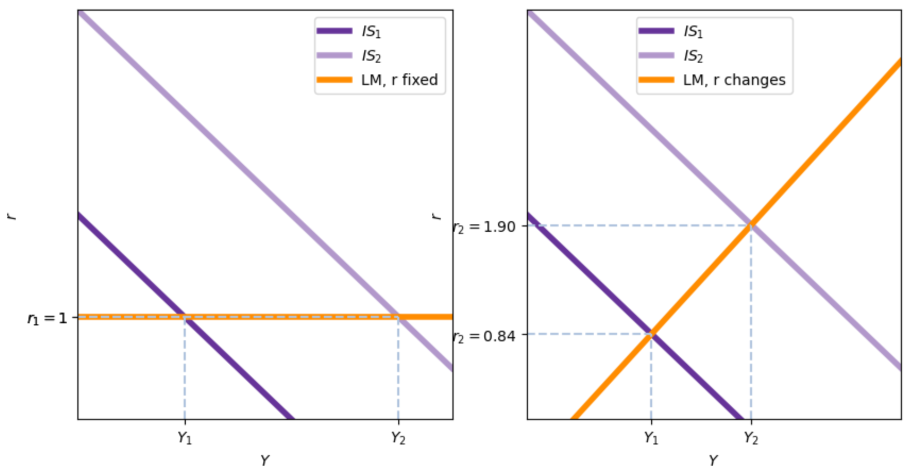


Figure 2: chocks_is

2. Et si les chocs proviennent de changements dans la demande de monnaie ?

RE: Si tous les chocs économiques proviennent de changements exogènes dans la demande de monnaie, cela signifie que tous les chocs affectent la courbe LM. Si la banque centrale suit une politique d'ajustement de l'offre monétaire pour maintenir le taux d'intérêt constant, alors la courbe LM ne se déplace pas en réponse à ces chocs—la Le schéma suivant le montre. Mathématiquement c'est plus difficile de montrer car il faut poser l'hypothèse que la demande de monnaie dépende d'un paramétre, disons z. Ainsi:

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \tag{26}$$

$$\frac{M^s}{p} = L(Y, r; z) \tag{27}$$

$$\tag{28}$$

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r \tag{29}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r + L'_z \mathrm{d}z \tag{30}$$

Si la banque centrale cherche à maintenir r constant, alors $\mathrm{d}r = 0$ et

$$(1 - c_1)\mathrm{d}Y = 0 \implies \mathrm{d}Y = 0 \tag{31}$$

Ainsi, nous aurons que

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = \overbrace{L'_Y \mathrm{d}Y}^{0} + \overbrace{L'_r \mathrm{d}r}^{0} + L'_z \mathrm{d}z = L'_z \mathrm{d}z \tag{32}$$

Par contre, si la banque centrale laisse la courbe LM changer sans intervenir $\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = 0$ et

$$\mathrm{d}Y = c_1 \mathrm{d}Y + I' \mathrm{d}r \tag{33}$$

$$\overbrace{\mathrm{d}\frac{M^s}{p}}^{0} = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r + L'_z \mathrm{d}z \tag{34}$$

$$\tag{35}$$

Ainsi

$$0 = L'_Y \mathrm{d}Y + L'_r \mathrm{d}r + L'_z \mathrm{d}z \tag{36}$$

$$\mathrm{d}r = (-1) \times \frac{L'_Y \mathrm{d}Y + L'_z \mathrm{d}z}{L'_r} \tag{37}$$

Sur la courbe IS cela implique que:

$$\mathrm{d}Y = c_1\mathrm{d}Y + I'\mathrm{d}r \tag{38}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = (-1)\times I'\frac{L'_Y\mathrm{d}Y + L'_z\mathrm{d}z}{L'_r} \tag{39}$$

$$(1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r})\mathrm{d}Y = (-1)\times I'\frac{L'_Y L'_z\mathrm{d}z}{L'_r} \tag{40}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z} = (-1)\times\frac{I'\frac{L'_z}{L'_r}}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{41}$$

Clairement, cette dérnière expréssion est différente de zéro.

4. Imaginez que la demande d'encaisses réels dépend du revenu disponible $Y-T$ en lieu du revenu Y, c'est-à-dire, $L(Y-T,r)$.

    1. Comment cette nouvelle fonction de demande d'encaisses réels modifie l'effet des changements des dépenses du gouvernement?

    RE: Cela ne modifie pas l'impacte d'une augmentation ou diminutions des dépenses publiques. En effet, un changement de G déplace la courbe IS (soit à droite, soit à gauche), laissant inchangée la courbe LM.

    2. Comment cette nouvelle fonction de demande d'encaisses réels modifie l'effet des changements des impôts?

    RE: Maintenant, un changement d'impôts impacte sur la courbe IS et LM. Imaginons une reduction d'impôts. Cela déplace la courbe IS vers la droite, commen dans le cas standard. Néanmoins, une diminution de T implique que la demande d'encaisses réels augmente. Par conséquence, la courbe LM se déplace vers le haut. Ainsi, en réemplaçant le revenu par le revenu disponible dans la demande de monnaie, l'effet total d'une réduction d'impôts devient ambigu, au point au il peut générer une *réduction* du PIB comme la figure le montre. *Note*: $c_0=1, c_1=0.5, G=5, I(r)=\frac{1}{r}, L(Y-T,r)=\frac{Y-T}{r}, T_0=\frac{9655}{448}, T_1=\frac{2167}{224}$

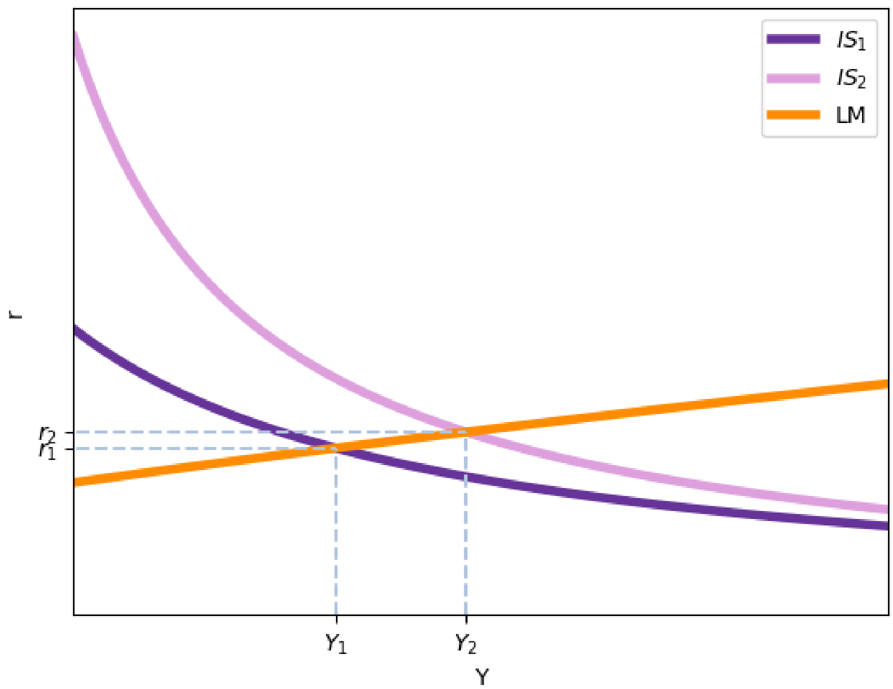
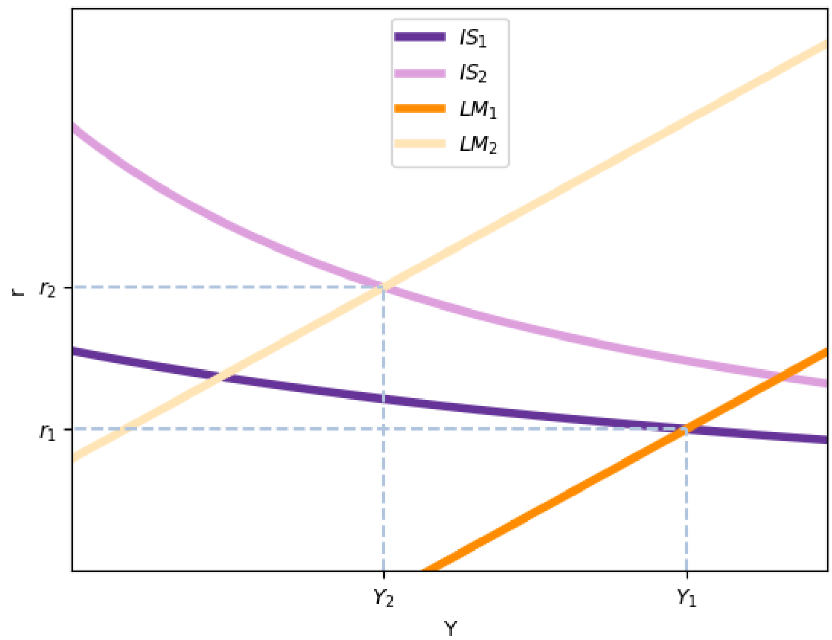


Figure 3: ex_4.1



5. Avec une courbe IS standard $Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G$, quelle politique déplace davantage la courbe *vers la droite*: une reduction des impôts de 100e ou une augmentation des dépenses publiques de 100e?

   RE: Une augmentation des dépenses publiques de 100e. Il suffit de calculer le multiplicateur (simple, hors équilibre) pour dT et dG.

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1}{1 - c_1} \tag{42}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}T} = -\frac{c_1}{1 - c_1} \tag{43}$$

6. L'économie d'un pays est décrite par les fonctions suivantes:

$$C = 300 + 0.6 * (Y - T) \tag{44}$$

$$I = 700 - 80r \tag{45}$$

$$L(Y, r) = Y - 200r \tag{46}$$

$$G = 500 \tag{47}$$

$$T = 500 \tag{48}$$

$$M^s = 3000 \tag{49}$$

$$p = 3 \tag{50}$$

   1. Tracez la courbe IS

RE: La courbe IS est donnée par l'équation $Y = C + I + G \implies Y = 300 + 0.6(Y - 500) + 700 - 80r + 500$, et donc $r = 15 - 0.005y$

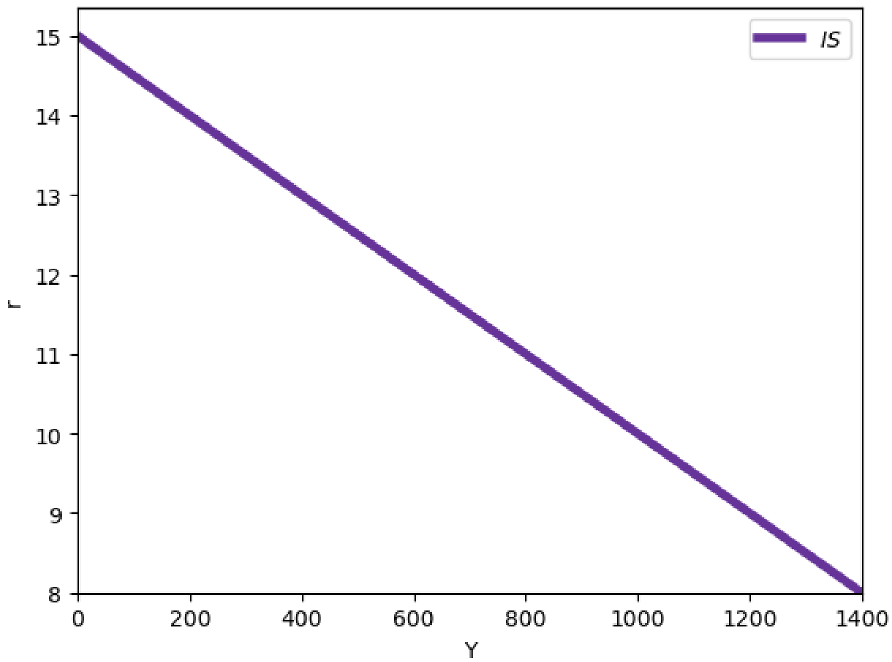


Figure 4: ex_6.1

2. Tracez la courbe LM

RE: La courbe LM est donnée par l'équation $\frac{M^s}{p} = L(Y, r) \implies 1000 = Y - 200r$ et donc $r = \frac{Y-1000}{200}$

3. Calculez le niveau de revenu et le taux d'intérêt d'équilibre.

RE: L'équilibre est donné par l'intersection de IS et LM. $20 - 0.005Y = \frac{Y-1000}{200}$ et donc $Y^\star = 2000$ Ainsi, si $Y^\star = 1000$ cela implique $r^\star = 15 - 0.005Y^\star = 5$

4. Si les dépenses publiques augmentent de 500 à 700, quel est le nouveau équilbre?

   RE: Avec $G = 700$ nous avons $Y = 300+0.6(Y-500)+700-80r+700$ et donc $r = 17.5 - 0.005Y$ Par conséquence, le nouveau équilibre est $17.5 - 0.005Y = \frac{Y-1000}{200}$ et $Y_2^\star = 2250$ et $r^\star = 17.5 - 0.005Y^\star = 6.25$

5. Avec $G = 700$, imaginez que l'offre de monnaie M^s augmente de 3000 à 4500. Calculez ne nouveau équilibre.

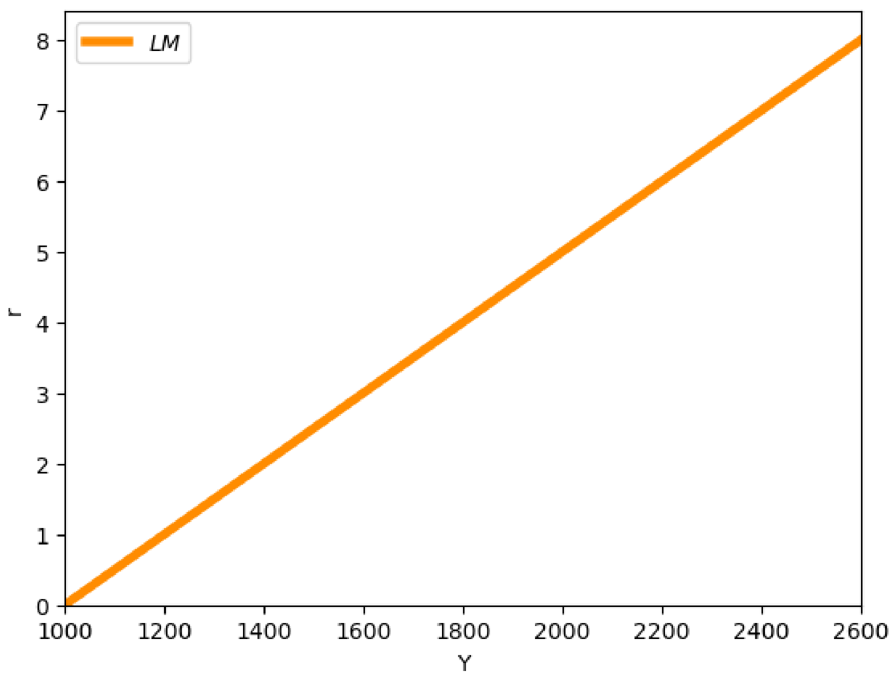


Figure 5: ex_6.2

RE: Avec $M^s = 4500$, la courbe LM devient $\frac{4500}{3} = Y - 200r \implies 1500 = Y - 200r \implies r = \frac{Y-1500}{200}$ Ainsi, le nouveau équilibre résout $17.5 - 0.005Y = \frac{Y-1500}{200} \implies Y^\star = 2500, r^\star = 5$.

7. Un pays se trouve en période préélectorale, et son économie est en difficulté. Le président cherche à la relancer.

   1. Quelle stratégie devrait-il adopter : augmenter les dépenses publiques ou réduire les impôts ?

   RE: Pour un même montant, l'augmentation des dépenses publiques stimulera l'économie davantage car son multiplicateur total est plus important: $\frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} > \frac{c_1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}$

   2. L'opposition critique régulièrement le gouvernement en raison du déficit budgétaire. Le président envisage la possibilité d'augmenter l'offre monétaire pour stimuler l'économie. Quels sont les avantages et les inconvénients de cette option en comparaison avec une augmentation des dépenses publiques et des impôts tout en maintenant l'équilibre budgétaire ?

   RE: Annalysons d'abord l'impacte totale d'une augmentation des dépenses publiques compensé totalement par une augmentation équivalente des impôts. Le multiplicateur $\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}$ peut se calculer avec:

$$Y = c_0 + c_1(Y - T) + I(r) + G \tag{51}$$
$$\frac{M^s}{p} = L(Y, r) \tag{52}$$
$$\mathrm{d}G = \mathrm{d}T \tag{53}$$

   Où la dernière ligne indique que l'augmentation des dépenses publiques $\mathrm{d}G$ est égale à l'augmentation des impôts $\mathrm{d}T$. Ainsi, nous avons:

$$\mathrm{d}Y = c_1\mathrm{d}Y - c_1\mathrm{d}T + I'\mathrm{d}r + \mathrm{d}G \tag{54}$$
$$0 = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{55}$$
$$\mathrm{d}G = \mathrm{d}T \tag{56}$$

$$(1 - c_1)\mathrm{d}Y = (1 - c_1)\mathrm{d}G + I'\mathrm{d}r \tag{57}$$
$$\mathrm{d}r = -\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y \tag{58}$$
$$\tag{59}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = (1-c_1)\mathrm{d}G - I'\frac{L'_Y}{L'_r}\mathrm{d}Y \tag{60}$$

$$(1-c_1+\underbrace{I'}_{<0}\underbrace{\frac{\overbrace{L'_Y}^{>0}}{L'_r}}_{<0})\mathrm{d}Y = (1-c_1)\mathrm{d}G \tag{61}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G} = \frac{1-c_1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} < 1 \tag{62}$$

Ainsi, la politique visant à augmenter les impôts et les dépenses publiques du même montant a un effet multiplicateur total (c'est-à-dire, une fois considéré l'effet d'éviction) inférieur à 1. Celà veut dire qu'une augmentation de G et T de 1 euro fait augmenter le PIB de moins d'une euro. Par contre, une augmentation de la masse monétaire n'a pas en principe aucune contrainte. Si l'investissement est suffissament réactif à la diminution du taux d'intérêt et la demande d'encaisses réels ne change apène avec le revenu, l'effet multiplicateur peut être assez important et relancer l'économie. Au fait, le multiplicateur d'un changement de la masse monétaire est:

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = I'\mathrm{d}r \tag{63}$$

$$\mathrm{d}\frac{M^s}{p} = L'_Y\mathrm{d}Y + L'_r\mathrm{d}r \tag{64}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = I'\mathrm{d}r \tag{65}$$

$$\frac{\mathrm{d}\frac{M^s}{p} - L'_Y\mathrm{d}Y}{L'_r} = \mathrm{d}r \tag{66}$$

$$(1-c_1)\mathrm{d}Y = I'\frac{\mathrm{d}\frac{M^s}{p} - L'_Y\mathrm{d}Y}{L'_r} \tag{67}$$

$$(1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r})\mathrm{d}Y = I'\frac{1}{L'_r}\mathrm{d}\frac{M^s}{p} \tag{68}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\frac{M^s}{p}} = \frac{I'\frac{1}{L'_r}}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}} \tag{69}$$

3. Le pays fait partie de l'Union Européenne, ce qui signifie qu'il ne peut pas recourir à une politique monétaire indépendante. Pour limiter les critiques de l'opposition, le président envisage d'annoncer que l'augmentation des dépenses publiques qu'il projette permettrait, en fait, de réduire le déficit par rapport au PIB. Est-ce possible ?

RE: Annoncer que l'augmentation des dépenses publiques permettra de réduire le déficit par rapport au PIB est mentir. Mathématiquement, on cherche à monter que $\frac{\mathrm{d}\frac{G-T}{Y}}{\mathrm{d}G} < 0$ est impossible. Ainsi:

$$\frac{\mathrm{d}\frac{G-T}{Y}}{\mathrm{d}G} = \frac{1Y - \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}G}(G-T)}{Y^2} < 0 \tag{70}$$

$$\frac{\mathrm{d}\frac{G-T}{Y}}{\mathrm{d}G} = \frac{Y - \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T)}{Y^2} < 0 \tag{71}$$

Comme $Y^2 > 0$, il suffit que $Y - \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T) < 0$. Si l'on reorganise:

$$Y - \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T) < 0 \implies \tag{72}$$

$$Y < \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}(G-T) \implies \tag{73}$$

$$1 < \frac{1}{1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r}}\frac{(G-T)}{Y} \implies \tag{74}$$

$$1-c_1+I'\frac{L'_Y}{L'_r} < \frac{G-T}{Y} \tag{75}$$

Le cas le plus favorable est si $I'\frac{L'_Y}{L'_r} = 0$. Ainsi, si l'on montre que même pour ce cas l'inégalité n'est jamais vérifiée, alors il est toujours impossible. Imaginons que cela vient du fait que $I(r) = i_0 > 0$ sans dépendre de r. Impossons $I'\frac{L'_Y}{L'_r} = 0$

$$1 - c_1 < \frac{G-T}{Y} \tag{76}$$

Dans ce cas, $Y = c_0 + c_1(Y-T) + i_0 + G \implies Y = \frac{c_0+i_0+G-c_1T}{1-c_1}$ En conséquence, le cas le plus favorable devient:

$$1 - c_1 < \frac{G-T}{Y} \tag{77}$$

$$1 - c_1 < \frac{(G-T)(1-c_1)}{c_0+i_0+G-c_1T} \tag{78}$$

$$1 < \frac{G-T}{c_0+i_0+G-c_1T} \tag{79}$$

$$c_0+i_0+G-c_1T < G-T \tag{80}$$

$$c_0+i_0+(1-c_1)T < 0 \tag{81}$$

Où nous avons utilisé que, à cause du déficit, $G-T > 0$ et donc $G-c_1T > 0$. La dernière ligne est une cotradiction car $1 - c_1 > 0$. En conséquence, aucune augmentation de G ne peut pas diminuer le niveau de déficit par rapport aux PIB.