

$$g = \begin{bmatrix} (e_1 \cdot e_1) & (e_1 \cdot e_2) & (e_1 \cdot e_3) \\ (e_1 \cdot e_2) & (e_2 \cdot e_2) & (e_2 \cdot e_3) \\ (e_1 \cdot e_3) & (e_2 \cdot e_3) & (e_3 \cdot e_3) \end{bmatrix}$$

$$a = a^1 \mathbf{e}_1 + a^2 \mathbf{e}_2 + a^3 \mathbf{e}_3$$

$$b = b^1 \mathbf{e}_1 + b^2 \mathbf{e}_2 + b^3 \mathbf{e}_3$$

$$c = c^1 \mathbf{e}_1 + c^2 \mathbf{e}_2 + c^3 \mathbf{e}_3$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{(e_1 \cdot e_1)(e_2 \cdot e_2)(e_3 \cdot e_3) - (e_1 \cdot e_1)(e_2 \cdot e_3)^2 - (e_1 \cdot e_2)^2(e_3 \cdot e_3) + 2(e_1 \cdot e_2)(e_1 \cdot e_3)(e_2 \cdot e_3) - (e_1 \cdot e_3)^2(e_2 \cdot e_2)}} \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2 \wedge \mathbf{e}_3$$

$$(e_{\wedge}e_2\wedge e_3)^2=-(e_1\cdot e_1)(e_2\cdot e_2)(e_3\cdot e_3)+(e_1\cdot e_1)(e_2\cdot e_3)^2+(e_1\cdot e_2)^2(e_3\cdot e_3)-2(e_1\cdot e_2)(e_1\cdot e_3)(e_2\cdot e_3)+(e_1\cdot e_3)^2(e_2\cdot e_2)$$

$$\left(-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^1c^2+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^2c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^1c^3+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^3c^1+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)b^1c^2-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)b^2c^1+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^1c^3-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^3c^1-\left(e_2\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^2c^3+\left(e_2\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^3c^2+\left(e_2\cdot e_3\right)^2b^2c^3-\left(e_2\cdot e_3\right)^2b^3c^2\right)\mathbf{e}_1$$

$$(e_{\wedge}e_2\wedge e_3)(b\wedge c)=+\left(\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^1c^2-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^2c^1+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^1c^3-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^3c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)b^1c^2+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)b^2c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^2c^3-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)b^3c^2-\left(e_1\cdot e_3\right)^2b^1c^3+\left(e_1\cdot e_3\right)^2b^3c^1-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^2c^3+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^3c^2\right)\mathbf{e}_2$$

$$+\left(-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_2\right)b^1c^2+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_2\right)b^2c^1-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^1c^3+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^3c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)^2b^1c^2-\left(e_1\cdot e_2\right)^2b^2c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)b^1c^3-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)b^3c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^2c^3+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)b^3c^2+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)b^2c^3-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)b^3c^2\right)\mathbf{e}_3$$

$$\left(\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^1b^1c^2-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^1b^2c^1+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^1b^1c^3-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^1b^3c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^1b^1c^2+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^1b^2c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^1c^2-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^2c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^2b^1c^3-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^2b^3c^1-\left(e_1\cdot e_3\right)^2a^1b^1c^3+\left(e_1\cdot e_3\right)^2a^1b^3c^1-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^2b^1c^2+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^2b^2c^1-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^1c^3+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^3c^1+\left(e_2\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^2b^2c^3-\left(e_2\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^2b^3c^2-\left(e_2\cdot e_3\right)^2a^2b^2c^3+\left(e_2\cdot e_3\right)^2a^2b^3c^2\right)\mathbf{e}_1\wedge \mathbf{e}_2$$

$$a\wedge ((e_{\wedge}e_2\wedge e_3)(b\wedge c))=+\left(-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^1b^1c^2+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^1b^2c^1-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^1b^1c^3+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^1b^3c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)^2a^1b^1c^2-\left(e_1\cdot e_2\right)^2a^1b^2c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^1b^1c^3-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^1b^3c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^1b^2c^3+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^1b^3c^2+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^1c^2-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^2c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^3c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^3b^3c^1+\left(e_2\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^3b^2c^3-\left(e_2\cdot e_2\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^3b^3c^2-\left(e_2\cdot e_3\right)^2a^3b^2c^3+\left(e_2\cdot e_3\right)^2a^3b^3c^2\right)\mathbf{e}_1\wedge \mathbf{e}_3$$

$$+\left(-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^2b^1c^2+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^2b^2c^1-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^1c^3+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^3c^1-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^1c^2+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^2c^1-\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^3b^1c^3+\left(e_1\cdot e_1\right)\left(e_3\cdot e_3\right)a^3b^3c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)^2a^2b^1c^2-\left(e_1\cdot e_2\right)^2a^2b^2c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^2b^1c^3-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^2b^3c^1+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^3b^1c^2-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_1\cdot e_3\right)a^3b^2c^1-\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^2c^3+\left(e_1\cdot e_2\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^2b^3c^2+\left(e_1\cdot e_3\right)^2a^3b^1c^3-\left(e_1\cdot e_3\right)^2a^3b^3c^1+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^2b^2c^3-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_2\right)a^2b^3c^2+\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^2c^3-\left(e_1\cdot e_3\right)\left(e_2\cdot e_3\right)a^3b^3c^2\right)\mathbf{e}_2\wedge \mathbf{e}_3$$