

---

## Séance 7 : Combustibles et combustion

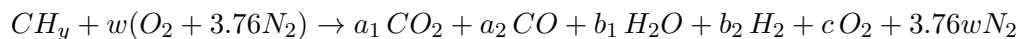
### Solutions

---

#### Solution de l'exercice 1

On rappelle que le ' se rapporte aux fractions volumiques ou molaires du **gaz sec**, c'est-à-dire sans concentration d'eau. De plus, on se souvient que la fraction molaire d'un composant est le rapport entre son nombre de moles et le nombre de moles total du mélange.

L'équation générale de combustion d'un combustible de type  $CH_y$  s'écrit (où les coefficients  $w$ ,  $a_n$  et  $b_n$  représentent le nombre de moles des éléments de la réaction et le coefficient 3.76 caractérise le rapport de concentration molaire du  $N_2$  à l' $O_2$  dans l'air :  $3.76 = \frac{[N_2]}{[O_2]}$ ) :



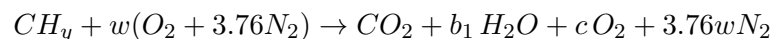
Ainsi, la fraction molaire de  $CO_2$   $[CO_2]$  et sa fraction molaire sèche  $[CO_2]'$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} [CO_2] &= \frac{\text{Nbre de moles de } CO_2}{\text{Nbre total de moles}} = \frac{a_1}{a_1 + a_2 + b_1 + b_2 + c + 3.76w} \\ [CO_2]' &= \frac{\text{Nbre de moles de } CO_2}{\text{Nbre total de moles du gaz sec}} = \frac{a_1}{a_1 + a_2 + b_2 + c + 3.76w} \end{aligned}$$

La présence d'hydrogène  $H_2$  et d'oxyde de carbone  $CO$  dans les fumées est la marque d'une combustion incomplète. L'un ne peut être présent dans les produits sans l'autre. Puisque  $[CO]' = 0$ , il n'y a pas d'imbrûlé dans les fumées. Donc, avec la relation  $[H_2] = \frac{y}{4} [CO]$  (voir cours), on peut effectuer les simplifications suivantes :

$$\begin{aligned} [CO]' = 0 &\rightarrow a_2 = 0 \\ [H_2]' = 0 &\rightarrow b_2 = 0 \end{aligned}$$

L'équation de combustion se simplifie :



Puisque la somme des concentrations est toujours égale à 1, on en déduit que

$$[N_2]' = 1 - [CO_2]' - [O_2]' = 0.8315$$

On peut ensuite exprimer les concentrations dans les fumées sèches en fonction des coefficients de l'équation :

$$\begin{aligned} [CO_2]' &= \frac{1}{1 + c + 3.76w} \\ [O_2]' &= \frac{c}{1 + c + 3.76w} \\ [N_2]' &= \frac{3.76w}{1 + c + 3.76w}. \end{aligned}$$

Dès lors, puisque les dénominateurs sont égaux :

$$c = \frac{[O_2]'}{[CO_2]'} = 0.42$$

et

$$w = \frac{1}{3.76} \frac{[N_2]'}{[CO_2]'} = 1.87$$

La conservation du nombre d'atomes d'oxygène implique que :

$$2w = 2 + b_1 + 2c \quad \rightarrow \quad b_1 = 2 \times (w - 1 - c) = 0.9$$

De sorte que, par conservation de l'hydrogène :

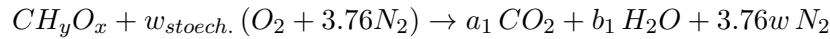
$$b_1 = \frac{y}{2} \quad \rightarrow \quad y = 1.8$$

Le combustible utilisé est donc du  $CH_{1.8}$ . Ce combustible n'existe pas dans la réalité. En fait, le combustible analysé est un mélange de différentes chaînes carbonées composées probablement majoritairement d'alcane simples : de méthane  $CH_4$ , d'éthane  $CH_3$  ou de propane  $CH_{8/3}$  et de composés aromatiques plus complexes.

### Calcul du coefficient d'excès d'air

Le coefficient d'excès d'air se définit par le rapport entre la quantité d'air réellement mise en oeuvre durant la combustion, soit  $w$  à la quantité d'air strictement nécessaire à l'oxydation complète du combustible (sans  $CO$ ,  $H_2$ ,  $O_2$  dans les produits) :

$$\lambda = \frac{w}{w_{stoech.}}$$



Avec  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = \frac{y}{2}$ , on trouve par conservation du nombre d'atomes d'Oxygène :

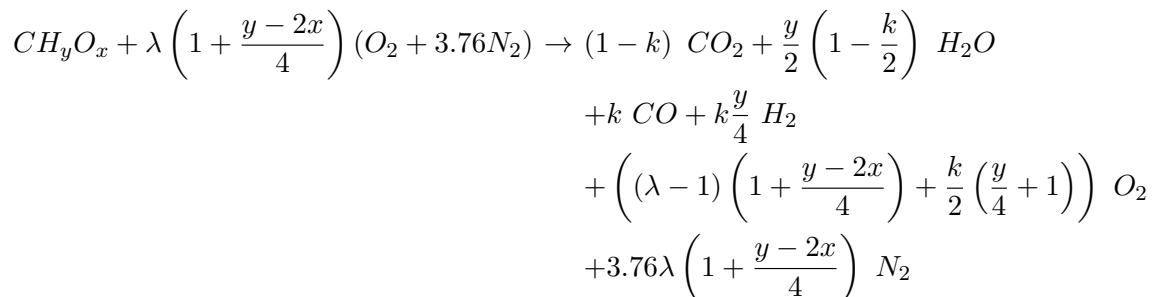
$$2 w_{stoech.} + x = 2 a_1 + b_1 \quad \rightarrow \quad w_{stoech.} = \frac{2 a_1 + b_1 - x}{2} = 1 + \frac{y/2}{2} - \frac{x}{2} = 1 + \frac{y - 2x}{4}$$

Et donc :

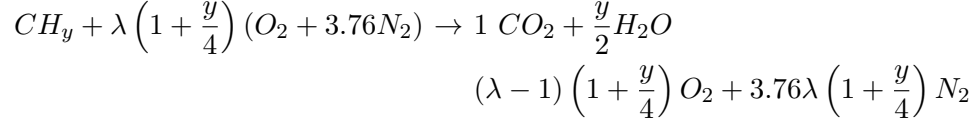
$$\lambda = \frac{w}{1 + \frac{y}{4}} = 1.29$$

### Solution Alternative

Pour un combustible de type  $CH_yO_x$  et un excès d'air,  $\lambda$ , donné, les produits de combustion sont



Puisque  $[CO]' = 0$ , le coefficient d'imbrûlés,  $k$  est nul. La composition du combustible implique  $x = 0$ . Dès lors l'équation devient :



Ainsi, les deux fractions molaires restantes permettent d'écrire le système d'équations suivant :

$$0.1185 = \frac{1}{1 + (\lambda - 1) \left(1 + \frac{y}{4}\right) + 3.76\lambda \left(1 + \frac{y}{4}\right)}$$

$$0.05 = \frac{(\lambda - 1) \left(1 + \frac{y}{4}\right)}{1 + (\lambda - 1) \left(1 + \frac{y}{4}\right) + 3.76\lambda \left(1 + \frac{y}{4}\right)}$$

Soient  $A = \lambda \left(1 + \frac{y}{4}\right)$  et  $B = \left(1 + \frac{y}{4}\right)$ , le système précédent est équivalent à

$$0.1185 (1 + A - B + 3.76A) = 1 \quad (7.1)$$

$$0.05 (1 + A - B + 3.76A) = A - B \quad (7.2)$$

Le rapport (7.2) sur (7.1) résulte en  $A - B = 0.05/0.1185$ . Par conséquent l'équation (7.1) permet d'obtenir la valeur de  $A = 1.8622$  et  $B = A - 0.05/0.1185 = 1.4442$ . La définition de  $B$  permet d'obtenir  $y = 1.78$  et comme  $\lambda = A/B$ , nous obtenons  $\lambda = 1.29$ .

## Solution de l'exercice 2

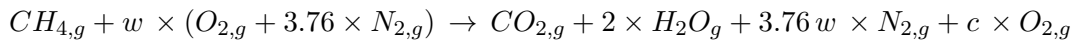
La composition molaire de l'air étant supposée la suivante :

$$[O_2] = 0.21 \quad [N_2] = 0.79$$

on calcule aisément sa masse molaire :  $M_{m_{air}} = 0.79 \times 28 + 0.21 \times 32 = 28.84 \text{ kg/kmole}$ .  
Ce qui nous permet de transformer le débit massique donné en débit molaire d'air :

$$\dot{n}_{air} = \frac{\dot{m}_{air}}{M_{m_{air}}} = \frac{500}{28.84} = 17.34 \text{ [kmol/s]}$$

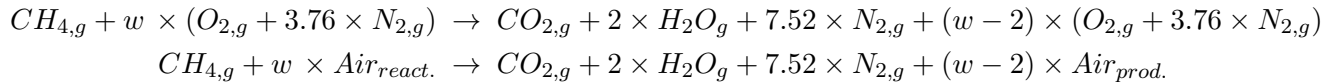
Si la combustion était stoechiométrique (1. complète donc sans imbrulés  $k = 0$  et 2. sans excès d'air  $\lambda = 1$ ), on pourrait calculer le débit de combustible à partir du débit d'air injecté dans la chambre de combustion. Mais, pour éviter la présence d'imbrulés dans les fumées de combustion et pour ne pas endommager les turbines avec des produits de combustion trop chauds, les centrales électriques à gaz fonctionnent généralement avec un excès d'air important ( $\lambda \approx 2...3$ ). Dans le cadre de cet exercice, on a donc simplement une réaction **complète** de l'air avec le méthane. Elle s'écrit de la manière suivante :



Et comme, par conservation du nombre d'atomes d'Oxygène  $O$ , le coefficient  $c$  vaut :

$$2w = 2 + 2 + 2c \quad \rightarrow \quad c = w - 2$$

On exprime l'équation de combustion de manière à faire apparaître dans les produits l'air non consommé dans la réaction :



L'information recherchée est la quantité de méthane injectée dans la turbine pour atteindre la température de  $1100^\circ C$  en sortie. L'utilisation d'informations de variations de température opérées durant la réaction requiert l'écriture de la conservation de l'énergie dans la chambre de combustion. Ce bilan implique d'exprimer les variations d'enthalpie de chaque constituant vis-à-vis d'un même point de référence. Or on a justement un PCI défini à une seule température qui devient la température de référence de toute l'équation :  $0^\circ C$ .

L'équation du travail moteur en système ouvert pour une combustion adiabatique (pas de pertes de chaleur vers l'extérieur) sans parois en mouvement :

$$W_m = \Delta H - Q \quad \Rightarrow \quad \Delta H = 0 \quad \Delta \dot{H} = 0$$

$$\Delta \dot{H}_{produits} = \Delta \dot{H}_{reactifs} + \dot{n}_{combustible} PCI$$

$$\Sigma_p \dot{n}_p c_{p_p} \Delta T_p = \Sigma_r \dot{n}_r c_{p_r} \Delta T_r + \dot{n}_{combustible} PCI$$

$$\Sigma_p \dot{n}_p c_{p_p} \Delta T_p - \Sigma_r \dot{n}_r c_{p_r} \Delta T_r = \dot{n}_{combustible} PCI$$

Appliqué à cet exercice, cela donne, en n'oubliant pas que les différents réactifs sont mis en contact à des températures différentes :

$$+ [\dot{n}_{CO_2} c_{p,CO_2}|_0^{1100} + \dot{n}_{H_2O} c_{p,H_2O}|_0^{1100} + \dot{n}_{N_2} c_{p,N_2}|_0^{1100} + \dot{n}_{O_2} c_{p,O_2}|_0^{1100}] \times (1100 - 0)$$

$$- [\dot{n}_{air} c_{p,air}|_0^{340} \times (340 - 0) + \dot{n}_{CH_4} c_{p,CH_4}|_0^{25} \times (25 - 0)]$$

$$= \dot{n}_{CH_4} \times PCI_{CH_4}$$

Dans cette équation, le nombre d'inconnues est important :  $\dot{n}_{CO_2}, \dot{n}_{H_2O}, \dot{n}_{N_2}, \dot{n}_{O_2}, \dot{n}_{CH_4}$ , pour un seul débit molaire connu :  $\dot{n}_{air}$ . Il s'agit donc d'exprimer toutes ces inconnues en fonction uniquement du débit molaire d'air connu et du débit molaire de  $CH_4$  recherché :

Pour exprimer un débit molaire de  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $N_2$  ou  $O_2$  en fonction du débit molaire de  $CH_4$  ou d'air dans les réactifs (le débit recherché et celui connu), il faut multiplier ces débits par des facteurs adéquats de façon à correctement modifier les unités. En terme d'unités :

$$\left[ \frac{mole_{CO_2}}{s} \right] = \left[ \frac{mole_{CH_4}}{s} \right] \times \left[ \frac{mole_{CO_2}}{mole_{CH_4}} \right]$$

$$\left[ \frac{mole_{O_2}}{s} \right] = \left[ \frac{mole_{CH_4}}{s} \right] \times \left[ \frac{mole_{O_2}}{mole_{CH_4}} \right]$$

Il apparaît clairement donc qu'il faut multiplier les débits des différents produits par le rapport entre nombre de mole de ce produit par nombre de moles de  $CH_4$  ou d'air dans les réactifs. Dans le cas du  $CO_2$ , la conservation du nombre d'atomes de Carbone  $C$  indique que pour une mole de  $CH_4$ , une mole de  $CO_2$  se retrouve dans les produits (puisque en combustion complète, il n'y a pas de  $CO$  dans les produits). Dans le cas de l' $H_2O$ , il apparaît par conservation du nombre d'atomes d'Hydrogène  $H$  que pour 1 mole de  $CH_4$ , deux moles de  $H_2O$  se retrouvent dans les produits (encore une fois puisque la combustion est complète et donc sans  $H_2$ ). L'azote est un cas évident : dans une mole d'air dans les réactifs, il y a 0.79 moles de  $N_2$ .

Le cas de l' $O_2$  est le plus complexe à calculer. En effet pour une mole de  $CH_4$  en réactif,  $w - 2$  moles d'oxygène se trouvent dans les produits. Or  $w$  n'est pas encore connu. Cependant  $w$  correspond au nombre moles d'oxygène dans les réactifs par mole de  $CH_4$ , soit

Et donc pour résumé :

$$\begin{aligned} \dot{n}_{CO_2} &= \frac{1}{1} \times \dot{n}_{CH_4} \\ \dot{n}_{H_2O} &= \frac{2}{1} \times \dot{n}_{CH_4} \\ \dot{n}_{N_2, reac.} = \dot{n}_{N_2, prod.} &= \frac{0.79}{1} \times \dot{n}_{air, reac.} \\ \dot{n}_{O_2} &= \frac{w-2}{1} \times \dot{n}_{CH_4} \\ &= w \dot{n}_{CH_4} - 2 \dot{n}_{CH_4} \\ &= \dot{n}_{O_2, reac.} - 2 \dot{n}_{CH_4} \\ &= \frac{0.21}{1} \dot{n}_{air, reac.} - 2 \dot{n}_{CH_4} \end{aligned}$$

On peut ainsi réécrire le bilan d'énergie :

$$\begin{aligned}
& + \dot{n}_{CH_4} \times (c_{p,CO_2}|_0^{1100} + 2 \times c_{p,H_2O}|_0^{1100}) \times (1100 - 0) \\
& + (0.21 \times \dot{n}_{air} - 2 \times \dot{n}_{CH_4}) \times c_{p,O_2}|_0^{1100} \times (1100 - 0) \\
& + 0.79 \times \dot{n}_{air} \times c_{p,N_2}|_0^{1100} \times (1100 - 0) \\
& - \dot{n}_{air} \times c_{p,air}|_0^{340} \times (340 - 0) \\
& - \dot{n}_{CH_4} \times c_{p,CH_4}|_0^{25} \times (25 - 0) \\
& = \dot{n}_{CH_4} \times PCI_{CH_4}
\end{aligned}$$

Et, en assumant que  $0.21 c_{p,O_2} \dot{n}_{air} + 0.79 c_{p,N_2} \dot{n}_{air} = c_{p,air} \dot{n}_{air}$ , on exprime le débit de méthane comme :

$$\dot{n}_{CH_4} = \frac{\dot{n}_{air} (c_{p,air}|_0^{1100} \times 1100 - c_{p,air}|_0^{340} \times 340)}{PCI + c_{p,CH_4}|_0^{25} \times 25 - [c_{p,CO_2}|_0^{1100} + 2 c_{p,H_2O}|_0^{1100} - 2 c_{p,O_2}|_0^{1100}] \times 1100}$$

Pour réaliser ce calcul, il faut maintenant exprimer le PCI dans les unités appropriées. Si on assimile le méthane à un gaz parfait, le nombre de mole de méthane que contient un mètre cube normalisé vaut

$$n_N = \frac{1}{v_{N,m}} = \frac{p_N}{RT_N} = \frac{101325}{8.3145 \times 273} = 44.64 [mole/m_N^3]$$

Le pouvoir calorifique par mole de méthane s'exprime de la manière suivante :

$$PCI = \frac{34 \times 10^6}{44.64} = 761.6 \text{ kJ/mole}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{n}_{CH_4} &= \frac{17.34 (31.86 \times 1100 - 29.63 \times 340)}{761.6 \times 10^3 + 35.26 \times 25 - (50.1 + 2 \times 39.05 - 2 \times 33.39) \times 1100} \\
&= 0.6231 [kmol_{CH_4}/s]
\end{aligned}$$

$$\dot{V}_{NCH_4} = \frac{\dot{n}_{CH_4}}{n_N} = \frac{623.1}{44.64} = 13.96 [m_N^3/s]$$

On voit que la quantité d'air disponible en entrée de la chambre de combustion est largement supérieur à la quantité d'air nécessaire pour assurer une combustion stoechiométrique ( $2 \times 1.17 = 3.34 [kmol/s]$ ). Pour la suite des calculs, comme le débit de méthane est suffisamment petit par rapport au débit d'air, on peut le négliger dans le calcul de la turbine à gaz.

## Calcul de l'excès d'air

Comme le débit de  $CH_4$  peut être exprimé en nombre de mole d'air par seconde via :

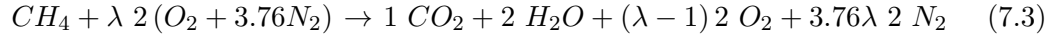
$$\dot{n}_{air, reac.} = \dot{n}_{CH_4} \times \frac{n_{air, reac.}}{n_{CH_4}} = \dot{n}_{CH_4} \times \frac{n_{O_2, reac.}}{0.21} = \dot{n}_{CH_4} \times \frac{w}{0.21}$$

$$w = \frac{0.21 \dot{n}_{air, reac.}}{\dot{n}_{CH_4}} = 5.8422$$

$$\lambda = \frac{w}{1 + \frac{y}{4}} = 2.93$$

## Solution alternative

En partant de la relation de combustion, nous pouvons écrire :



Le bilan d'enthalpie s'écrit

$$\sum_R n_R \ C_{pR} \ \Delta T_R + PCI = \sum_P n_P \ C_{pP} \ \Delta T_P \quad (7.4)$$

Dès lors, sur base de l'équation (7.3), nous pouvons réécrire la relation (7.4) comme :

$$\begin{aligned} & C_{pCH_4} \ (T_{CH_4} - 0) + \lambda \ 2 \ (C_{pO_2} \ (T_2 - 0) + 3.76C_{pN_2} \ (T_2 - 0)) + PCI \\ &= 1 \ C_{pCO_2} \ (T_3 - 0) + 2 \ C_{pH_2O} \ (T_3 - 0) + (\lambda - 1) \ 2 \ C_{pO_2} \ (T_3 - 0) + 3.76\lambda \ 2 \ C_{pN_2} \ (T_3 - 0) \end{aligned} \quad (7.5)$$

Les différents  $C_p$  sont moyennés entre  $0^\circ C$  et la température finales. Le PCI exprimé en  $[kJ \ kmol^{-1}]$  vaut  $(34 \times 10^3) \left( \frac{8.3145 \times 273.15}{10^5} \right) (10^3)$ . Dans l'équation précédente,  $10^3$  entre les dernières parenthèses représente le rapport  $mol/kmol$ . L'équation (7.5) nous permet de trouver une valeur de  $\lambda = 2.93$ . Ainsi, il faut  $(2\lambda(1 + 3.76)) \ mol$ . d'air par  $mol$ . de  $CH_4$  brûlé. Par conséquent,  $\dot{m}_{CH_4} = \dot{m}_{air} \frac{M_{mCH_4}}{M_{mair}} \frac{1}{2\lambda 4.76} = 9.9 \ [kg \ s^{-1}]$ . La masse volumique du méthane dans les CNTP est de  $10^5 \times \left( \frac{8.3145}{16} \times 273.15 \right)^{-1} \times 10^{-3} = 0.705 \ [kg \ m_N^{-3}]$ . Le débit volumique de méthane nécessaire est donc de  $14.05 \ [m_N^3 \ s^{-1}]$ .

## Solution de l'exercice 3

Pour poser un diagnostic sur la combustion, il faut la situer dans le diagramme d'Oswald ( $[CO_2]'$ ,  $[O_2]'$ ) par rapport aux lieux particuliers  $\lambda = 1$ ,  $k = 1$  et  $k = 0$ . Ici, on peut situer facilement la combustion mais pas ces trois droites. Quelques calculs sont nécessaires pour cela :

On rappelle ici les définitions du coefficient d'imbrulés et du coefficient d'excès d'air. Le coefficient d'excès d'air  $\lambda$  est le rapport entre la quantité d'air réellement utilisée dans la réaction et la quantité d'air nécessaire à assurer une combustion stoechiométrique. Le coefficient d'imbrulés  $k$  est le rapport entre la quantité de carbone oxydé sous forme de  $CO$  et la quantité totale de carbone disponible dans les produits de combustion.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{w}{1 + \frac{y-2x}{4}} \\ k &= \frac{[CO]'}{[CO_2]' + [CO]'} \end{aligned}$$

Pour déterminer l'emplacement de ces droites dans le diagramme ( $[CO_2]'$ ,  $[O_2]'$ ) , il est nécessaire d'avoir recours à l'équation de compatibilité définie dans le cours :

$$\begin{aligned} & 4.76 \ [O_2]' + \\ & \left( 2.88 + 3.76 \frac{y-2x}{4} - 0.88 \frac{y}{4} \right) [CO]' + \\ & \left( 4.76 + 3.76 \frac{y-2x}{4} \right) [CO_2]' = 1 \end{aligned}$$

**Droite  $k = 0$**

Pour un combustible  $CH_yO_x$ , la droite correspondant aux combustions complètes se caractérise par :

$$k = 0 \rightarrow [CO]' = 0$$

et passe par les points P et Q. L'un, P, situé à abscisse nulle :  $[O_2]' = 0$  et l'autre à ordonnée nulle :  $[CO_2]' = 0$ . A partir de l'équation de compatibilité retravaillée en ces deux points :

$$4.76 [O_2]' + \left( 4.76 + 3.76 \frac{y-2x}{4} \right) [CO_2]' = 1$$

on trouve la coordonnée manquante en P et Q pour les situer sur le graphe :

$$\begin{aligned} P : [CO_2]' &= \frac{1}{4.76 + 3.76 \frac{y-2x}{4}} \\ [O_2]' &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q : [CO_2]' &= 0 \\ [O_2]' &= \frac{1}{4.76} \end{aligned}$$

**Droite  $\lambda = 1$**

La seconde droite, celle des combustions sans excès d'air ( $\lambda = 1$ ) passe aussi en P

$$\begin{aligned} P : [CO_2]' &= \frac{1}{4.76 + 3.76 \frac{y-2x}{4}} \\ [O_2]' &= 0 \end{aligned}$$

et par le point S, d'ordonnée nulle ( $[CO_2] = 0$ '), où  $[O_2]'$  s'obtient par l'équation de compatibilité et la définition d'une combustion sans excès d'air.

$$\begin{aligned} S : [CO_2]' &= 0 \\ [O_2]' &= ? \end{aligned}$$

L'équation de compatibilité en S devient :

$$4.76 [O_2]' + \left( 2.88 + 3.76 \frac{y-2x}{4} - 0.88 \frac{y}{4} \right) [CO]' = 1$$

que l'on couple à l'équation d'une combustion sans excès d'air (formule 8.21 du syllabus) :

$$0.5 \left( 1 + \frac{y}{4} \right) [CO]' = [O_2]'$$

De telle sorte que :

$$\begin{aligned} S : [CO_2]' &= 0 \\ [O_2]' &= \frac{1}{10.52 - 3.76 \frac{x}{1+y/4}} \end{aligned}$$



### Diagramme d'Oswald

Le diagramme triangulaire est tracé pour le bois ( $CH_{1.44}O_{0.66}$ ) à la figure 7.1. Si on place le point  $X$  correspondant à la combustion de l'énoncé ( $[CO_2]' = 0.12$ ,  $[O_2]' = 0.085$ ), on constate que celui-ci se trouve sur la droite  $k = 0$ . Il s'agit donc d'une combustion sans imbrûlé mais avec un excès d'air relativement important.

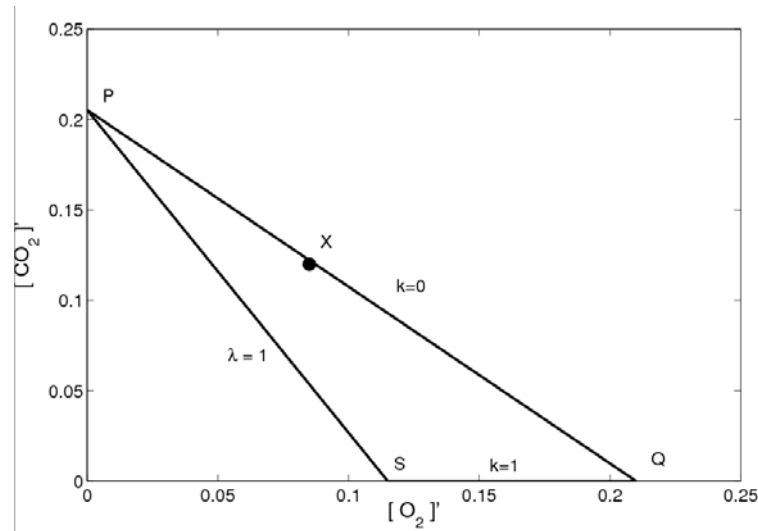


FIGURE 7.1 – Diagramme d'Oswald de l'exercice 3

Il est important de remarquer que la présence d'humidité dans le bois n'influence pas la solution de l'exercice. En effet, l'eau du bois ne participe pas à la réaction de combustion et se retrouve intégralement dans les fumées. Et comme le diagnostic se base sur l'analyse des fumées sèches, la qualité de la combustion n'est pas influencé par l'humidité du bois.

## Solution de l'exercice 4 - Chaudière bi-carburant

### Etape I : détermination de la formule du fuel-oil

On brûle dans la chaudière du gaz naturel assimilé à du méthane ( $CH_4$ ) et du fuel-oil ( $CH_y$ ). La première étape consiste à déterminer la formule générale de ce fuel oil. La composition de celui-ci peut être calculée sur base des fractions massiques fournies dans l'énoncé :

$$(C) = \frac{12}{12 + y} = 0.8816$$

et donc

$$y = \frac{12 - 12(C)}{(C)} = 1.6$$

Le fuel-oil est donc de composition  $CH_{1.6}$ .

## Etape II : détermination des caractéristiques du mélange méthane/fuel-oil

D'un point de vue stoechiométrique, brûler  $\dot{n}_{CH_4}$  moles de méthane et  $\dot{n}_{fuel}$  moles de fuel-oil revient à brûler  $\dot{n}_{CH_4} + \dot{n}_{fuel}$  moles d'un combustible équivalent  $CH_a$ . La valeur de ce coefficient se calcule directement des bilans sur le nombre de Carbone et d'Hydrogène puisqu'il faut que :

$$\dot{n}_{CH_4} \text{ moles de } CH_4 + \dot{n}_{CH_y} \text{ moles de } CH_4 = (\dot{n}_{CH_4} + \dot{n}_{CH_y}) \text{ moles de } CH_a$$

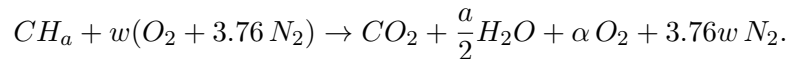
Le bilan sur H donne :

$$4\dot{n}_{CH_4} + y\dot{n}_{CH_y} = a\dot{n}_{CH_a} = a(\dot{n}_{CH_4} + \dot{n}_{CH_y})$$

Et finalement :

$$a = \frac{4\dot{n}_{CH_4} + y\dot{n}_{fuel}}{\dot{n}_{CH_4} + \dot{n}_{fuel}}.$$

La valeur de ce coefficient peut se déduire de l'analyse de la composition des fumées. Dans cette équation de combustion complète (sans imbrûlé car  $[CO]' = 0$  dans les fumées), on retrouve du  $CO_2$ , de l' $H_2O$ , de l' $O_2$  et du  $N_2$  dans les produits de combustion :



Par un raisonnement identique à celui de l'exercice 1 en utilisant la composition des fumées, on trouve que :

$$[CO_2]' = \frac{1}{1 + \alpha + w} = 0.1322$$
$$[O_2]' = \frac{\alpha}{1 + \alpha + w} = 0.0205$$

$$\text{D'où } \alpha = \frac{[O_2]'}{[CO_2]'} = \frac{0.0205}{0.1322} = 0.155$$

$$w = 1.705$$

$$\alpha = 0.155$$

$$a = 2.2$$

L'équation générale du mélange de  $CH_4$  et de  $CH_{1.6}$  est donc du  $CH_{2.2}$

## Etape III : Calcul du coefficient d'excès d'air $\lambda$

Le coefficient d'excès d'air global se calcule immédiatement, une fois que la composition du gaz est connue :

$$\lambda = \frac{w}{1 + \frac{a}{4}} = 1.1.$$

#### Etape IV : Calcul du débit massique de fuel-oil

Pour déterminer le débit massique de fuel-oil, il faut d'abord déterminer son débit molaire en sortant de la conservation de l'hydrogène que

$$\dot{n}_{fuel} = \left( \frac{4-a}{a-y} \right) \dot{n}_{CH_4} = \left( \frac{4-2.2}{2.2-1.6} \right) \dot{n}_{CH_4} = 3 \dot{n}_{CH_4}$$

A partir du débit volumique normal de gaz naturel (méthane), on calcul le débit molaire puisque :

$$\dot{n}_{CH_4} = \frac{\dot{V}_{N,CH_4}}{v_N} = \frac{\dot{V}_{N,CH_4}}{\frac{RT_N}{p_N}} = \frac{125}{\frac{8.3145 \times 273.15}{100000}} = 5.5 \cdot 10^3 \left[ \frac{kmole}{h} \right]$$

Par conséquent, le débit de fuel-oil vaut :

$$\dot{n}_{fuel} = 3 \times 5.5 = 16.5 \left[ \frac{kmole}{h} \right]$$

et, vu que  $M_{m,fuel} = 12 + 1.6 = 13.6 \text{ kg/kmole}$ ,

$$\dot{m}_{fuel} = 16.5 \times 13.6 = 224.4 \left[ \frac{kg}{h} \right]$$

#### Etape V : Calcul des débit massique d'air et de fumées

Pour calculer les débits d'air et de fumée, il est plus facile de considérer le combustible équivalent  $CH_{2.2}$  dont le débit est  $\dot{n}_{comb.} = \dot{n}_{CH_4} + \dot{n}_{fuel} = 22 \left[ \frac{kg}{h} \right]$ . Le débit molaire d'air vaut donc :

$$\dot{n}_{air} = (1 + 3.76) w \dot{n}_{comb.} = 4.76 w \dot{n}_{comb.} = 178.55 \left[ \frac{kmole}{h} \right]$$

soit :

$$\dot{V}_{air,N} = \dot{n}_{air} v_N = \dot{n}_{air} \frac{RT_N}{p_N} = 178.55 \times \frac{8.3145 \times 273.15}{100000} = 4055 \left[ \frac{m_N^3}{h} \right]$$

De façon similaire,

$$\dot{n}_f = \left( 1 + \frac{a}{2} + \alpha + 3.76w \right) \dot{n}_{comb} = 190.65 \left[ \frac{kmole}{h} \right]$$

ou encore

$$\dot{V}_{f,\lambda} = 4329 \left[ \frac{m_N^3}{h} \right]$$

#### Etape VI : Calcul du rendement de la chaudière

Le rendement de la chaudière est défini comme

$$\eta = \frac{P_u}{P_{comb}}$$

où  $P_u$  est la puissance utile, c'est-à-dire la puissance thermique fournie à la vapeur, et  $P_{comb} = \dot{m} PCI$ . La puissance utile vaut

$$P_u = \dot{m}_{vap} \Delta h$$

avec  $\dot{m}_{vap} = 4500 \text{ kg/h}$  et  $\Delta h = 2863 \text{ kJ/kg}$  (attention : la différence d'enthalpie donnée dans l'énoncé n'est pas réellement l'enthalpie de vaporisation  $h_{lv}$ , mais bien la différence d'enthalpie entre l'eau liquide à  $110^\circ\text{C}$  et la vapeur surchauffée à  $450^\circ\text{C}$ . Cette valeur peut donc bien être utilisée telle quelle ici). Pour le fuel, on sait que  $PCI_{fuel} = 43000 \text{ kJ/kg}$  et pour le méthane,  $PCI_{CH_4} = 35800 \text{ kJ/m}_N^3$ . Dès lors,

$$\eta = \frac{\dot{m}_{vap} \Delta h}{\dot{V}_{CH_4} PCI_{CH_4} + \dot{m}_{fuel} PCI_{fuel}} = 0.9$$

## Etape VII : Calcul de la puissance du ventilateur

Enfin, le travail moteur du ventilateur vaut

$$w_m = \int v dp + \Delta k + g\Delta z + w_f.$$

Classiquement, on peut négliger les trois derniers termes du membre de droite. L'équation devient alors

$$w_m = \int v dp.$$

Dans un ventilateur, la variation de pression est faible par rapport à la pression absolue. On peut donc considérer que le volume massique varie peu. Dès lors,

$$w_m = v \Delta p$$

et la puissance motrice vaut

$$P_m = \dot{m} w_m = \frac{\dot{V}_f}{v} v \Delta p = \dot{V}_f \Delta p$$

où  $\dot{V}_f$  est le débit volumique des fumées aux conditions de pression et de température au niveau du ventilateur ( $t = 150^\circ\text{C}$  et  $p = 100 \text{ kPa}$ )

$$\dot{V}_f = \dot{n}_f \frac{RT}{p}$$

Finalement, on trouve

$$P_m = 937 \text{ [W]}$$