Chapitre 23

Cycles à vapeur - solutions

Séance 10 - Cycles à vapeur

Exercice 1

Afin de produire une puissance nette de 125 MW à la turbine, on envisage un cyle de Rankine-Hirn. Etant donné la source froide disponible, la température minimale atteignable au condenseur est de 33 ^oC. Les caractéristiques de la vapeur surchauffée à l'entrée de la turbine sont $p = 30$ bar et $t = 540\,^oC$. On suppose que la détente dans la turbine est caractérisée par un rendement isentropique $\eta_{si} = 0.88$.

On demande de déterminer les caractéristiques (p, T, h, x, s) aux divers états, et de calculer le travail moteur et le rendement thermique du cycle, ainsi que le débit massique nécessaire pour produire la puissance requise. Le rendement mécanique (η_{mec}) vaut 0.998 et la compression est supposée isentropique.

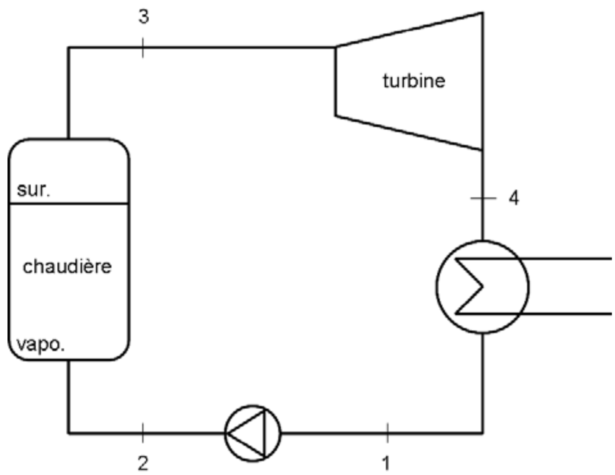

Figure 23.1 – Cycle de Rankine-Hirn

Solution de l'exercice 1

Dans un cycle à vapeur, certaines caractéristiques du cycle sont fixées par des limites technologiques. D'autres sont fixées par l'environnement de la centrale.

- La température de condensation est fixée par la température des réfrigérants (générallement de l'eau de rivière aux alentours de 15 ^oC) et le ΔT dû à l'imperfection des échangeurs (au mieux seulement une dizaine de degrés).

– La température de sortie des chaudières est limitée aux alentours de [540^oC - 560^oC]. Cette limite n'est pas fixée par la tenue des turbines de détente mais par le matériau des canalisations de la chaudière : de l'acier ferritique (fond à 565^oC). Etant donné la longueur cumulée de ces canalisations, il est beaucoup trop couteux de réaliser une chaudière dans des matériaux (comme l'acier austénitique) susceptibles d'accepter des températures supérieures comme c'est le cas des turbines à gaz.

– Découlant du fonctionnement d'un condenseur, le fluide extrait du condenseur est forcément à l'état de liquide saturé (x=0).

– La pompe placée en sortie du condenseur doit être placée quelques mètres sous celui-ci pour assurer une pression supérieure au NPSH de la pompe à son entrée.

– Le titre de sortie d'une turbine doit être au supérieur à 0.88 pour éviter que trop de goutelettes ne se forment, introduisant des phénomènes destructifs d'érosion des aubages.

Dans ce genre d'exercice, la première étape consiste à trouver le point de départ de la résolution. Générallement, l'un des états du cycle a déja deux caractéristiques connues, ce qui permet de le déterminer complètement, soit à l'aide d'une équation d'état, soit à l'aide d'une des tables de la thermodynamique. Dans le cadre de cet exercice, deux données sont fournies pour caractériser l'état 3 en sortie de chaudière.

Détermination des caractéristiques du point 3

Pour déterminer les caractéristiques de ce point, il est important de connaître la phase dans laquelle le fluide s'y trouve. A une pression de 30 bar, la température de changement d'état (dite température de saturation à 30 bar) est de 234^oC. Comme le fluide est plus chaud que sa température de saturation, cela signifie qu'il a été entièrement vaporisé dans la chaudière puis surchauffé. Le fluide à l'état 3 est donc à l'état de vapeur surchauffée.

En sortie de chaudière, le fluide se trouve donc à l'état de vapeur surchauffée. Pour déterminer ses caractéristiques, soit on se base sur l'équation d'état de la vapeur d'eau (inconnue), soit on utilise le diagramme de l'eau (peu précis), soit on se réfère à une table de thermodynamique. La table XI permet, sur base de la pression p_3 et de la température T_3, la détermination de l'enthalpie h_3 et de l'entropie s_3.

$$h_3 = 3546 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_3 = 7.3464 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

L'état 3 est ainsi complètement défini. Connaissant complètement un point, on peut parcourir le cycle pour les calculs soit dans le sens horloger, soit dans le sens anti-horloger. Dans le sens horloger, le fluide est détendu dans la turbine jusqu'à une pression de condensation. Les changements d'état (vaporisation ou condensation) étant à la fois isobare **et** isotherme, à une pression de condensation correspond une seule température de condensation, et réciproquement. Or, celle dernière est connue.

Détermination des caractéristiques du point 4

Pour la température de 33^oC régnant dans le condenseur, la pression correspondante est de 0.05 bar, information que l'on trouve dans la table X.

TABLE 23.1 – Tableau des points de l'exercice 1

Etat	Pression $[bar]$	Température $[^oC]$	Titre $[-]$	Enthalpie $[kJ/kg]$	Entropie $[kJ/kg\,K]$
1		**33**			
2					
3	**30**	**540**	/	3546	7.3464
4s		**33**			
4		**33**			

TABLE 23.2 – Caractéristiques de la condensation

t $[^oC]$	p $[bar]$	v' $[m^3/kg]$	v" $[m^3/kg]$	h' $[kJ/kg]$	h" $[kJ/kg]$	s $[kJ/kg\,K]$	s" $[kJ/kg\,K]$
33	0.05	0.001	28.006	138.23	2560.1	0.4778	8.3885

La détermination des caractéristiques de l'état 4 requièrent soit la connaissance initiale de deux caractérisistiques en ce point (différentes du couple (p,T) qui est le seul couple insuffisant dans la cloche de saturation), soit la connaissance d'une loi de transformation ayant amené à ce point et des caractéristiques de l'état précédant la transformation. La loi de transformation est identifiable grâce au rendement isentropique de la turbine. Celui-ci compare le travail moteur effectué durant la détente réelle à celui effectué durant une détente isentropique. A la base, aucun des deux n'est connu mais avec les données du problème, rien n'empêche de déterminer le travail effectué durant une détente isentropique.

La détente isentropique du point 3 au point 4_s nous fournit l'entropie de ce point :

$$s_{4_s} = 7.3464 \, \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

La détente isentropique réalise le même effet que la détente réelle. En conséquence, leurs pressions finales sont identiques et fournies dans le tableau (23.2).

$$p_4 = p_{4_s} = 0.05 \, [bar]$$

Pour savoir si ce point 4_s se situe dans la cloche de saturation ou en vapeur surchauffée, il suffit de vérifier si l'entropie est plus grande que l'entropie de saturation vapeur à cette pression ou si elle est comprise entre les entropies de saturation liquide et vapeur :

$$\begin{aligned} \text{si } \; s_{4,s} > s''(p_{4,s}) \quad &\rightarrow \quad 4_s \text{ est en vapeur surchauffée.} \\ \text{si } s''(p_{4,s}) > s_{4,s} > s'(p_{4,s}) \quad &\rightarrow \quad 4_s \text{ est dans la cloche de saturation.} \end{aligned}$$

Les calcules montrent donc que l'on se trouve dans la cloche de saturation. La connaissance des entropies aux états liquide et vapeur saturés permet alors de calculer le titre de détente isentropique :

$$s_{4_s} = x_{4_s}\, s''_4 + (1 - x_{4_s})\, s'_4 \quad \Rightarrow \quad x_{4_s} = 0.868$$

Ce titre permet de calculer l'enthalpie qu'aurait le fluide en sortie de la détente isentropique :

$$h_{4_s} = x_{4_s}\, h''_4 + (1 - x_{4_s})\, h'_4 = 2240 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Ce qui permet de calculer l'enthalpie réelle du fluide après détente via la définition du rendement isentropique de détente et en supposant que les variations d'énergie cinétique et potentielles sont nulles et que la turbine est bien isolée et donc adiabatique (trois hypothèses réalistes) :

$$\begin{aligned}
\eta_{si_T} &= \frac{w_m}{w_{m,s}} \\
&= \frac{(h_4 - h_3) + \cancel{\Delta K} + \cancel{g\Delta z} - \cancel{q}}{(h_{4,s} - h_3) + \cancel{\Delta K} + \cancel{g\Delta z} - \cancel{q}} \\
&= \frac{h_4 - h_3}{h_{4_s} - h_3} \quad < 1
\end{aligned}$$

$$h_4 = h_3 - \eta_{si_T}\,(h_3 - h_{4,s}) = 2396 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

De même que pour le point 4_s, il faut vérifier la position de ce point. Or comme l'enthalpie augmente continument avec le titre x, on peut écrire une équation semblable à celle du point 4_s :

$$\begin{aligned}
&\text{si } \ h_4 > h''(p_4) &&\rightarrow \quad \text{4 est en vapeur surchauffée.} \\
&\text{si } h''(p_4) > h_4 > h'(p_4) &&\rightarrow \quad \text{4 est dans la cloche de saturation.}
\end{aligned}$$

D'où le calcul du titre de fin de détente réelle :

$$h_4 = x_4\, h''_4 + (1 - x_4)\, h'_4 \qquad x_4 = 0.932$$

D'où on caractérise complètement cet état par le calcul de s_4 :

$$s_4 = x_4\, s''_4 + (1 - x_4)\, s'_4 \qquad s_4 = 7.847 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

L'entropie en sortie de la détente réelle est donc plus importante qu'en sortie de la détente isentropique. La transformation est donc bien clairement irréversible.

TABLE 23.3 – Tableau des points de l'exercice 1

Etat	Pression [bar]	Température [^oC]	Titre [$-$]	Enthalpie [kJ/kg]	Entropie [$kJ/kg\,K$]
1	0.05	**33**	0		
2	30				
3	**30**	**540**	/	3546	7.3464
4s	0.05	**33**	0.868	2240	7.3464
4	0.05	**33**	0.932	2396	7.847

Détermination des caractéristiques du point 1

Par hypothèse du fonctionnement du cycle de Rankine-Hirn, le fluide est à l'état de liquide saturé en sortie du condenseur ($x_1 = 0$). Sa température et sa pression sont donc identiques à celles de sortie de la détente. Les caractéristiques du point 1 se trouvent donc directement dans les tables thermodynamiques :

$$h_1 = h'(0.05) = 138 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_1 = s'(0.05) = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Détermination des caractéristiques du point 2

De l'état 2 de sortie de pompe, on ne connait à priori aucune caractéristique. Pour déterminer son état, il faut donc connaître les deux lois de transformations, celle qui permet d'arriver à cet état et celle empruntée pour rejoindre l'état suivant. La transformation $2 \to 3$ est un apport de chaleur dans une chaudière, en système ouvert donc. Aux pertes de charge près, le comportement est donc isobare. La pression au point 2 est donc de 30 bar.

La transformation $1 \to 2$ est une compression d'un liquide. Sans autre information sur la pompe, celle-ci est considérée comme isentropique. Puisque la pompe sert à augmenter la pression du fluide de façon isentropique, le fluide reste constamment à l'état de liquide durant cette transformation.

$$s_2 = s_1 = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Pour trouver les caractéristiques manquantes, il faut trouver une relation entre la variation de pression (connue) et la variation des autres caractéristiques. Les expressions du travail moteur vont nous aider dans ce sens :

Le travail de compression s'établit ainsi, en rappelant que l'isentropique adiabatique est réversible ($q = 0$, $w_f = 0$) :

$$\begin{aligned} w_m &= \int_1^2 v dp + \cancel{\Delta K} + \cancel{g \Delta z} = v\,(p_2 - p_1) \\ &= \Delta h + \cancel{\Delta K} + \cancel{g \Delta z} = (h_2 - h_1) \\ \rightarrow \quad h_2 &= h_1 + v\,(p_2 - p_1) = 141 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \end{aligned}$$

Pour calculer l'élévation exacte de la température, on doit se référer à la définition de la différentielle exacte de l'enthalpie en toutes conditions :

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp = c_p\, dT + \mu_T\, dp$$

Pour l'eau liquide, le terme $\mu_T\, dp$ est le terme principal d'augmentation de l'enthalpie. Pour en tenir compte pour calculer la variation de température dans la pompe (cela implique bien sûr de ne pas négliger la variation minime de volume massique de l'eau), on se réfère à la table (tab. 23.13). Pour une température de 33^oC, le coefficient μ_T vaut 0.09 et le coefficient c_p de l'eau vaut 4.18 ; ainsi :

$$\Delta T = \frac{\Delta h - \mu_T \, \Delta_p}{c_p} = \frac{(v - \mu_T) \, \Delta_p}{c_p}$$
$$= \frac{0.001005 \times \frac{10^5}{10^3} - 0.09 \times (30 - 0.05)}{4.18} = 0.0728 \quad \rightarrow \quad t_2 = 33.0728$$

Pour information, la valeur réelle de la température en fin de compression (sans aide des tables) est de :

$$t_{2_r} = 33.073 \; [^oC]$$

Il apparaît donc clairement que l'élévation de température dans une pompe est totalement négligeable. [1]

Table 23.4 – Tableau des points de l'exercice 1

Etat	Pression $[bar]$	Température $[^oC]$	Titre $[-]$	Enthalpie $[kJ/kg]$	Entropie $[kJ/kg\,K]$
1	0.05	**33**	0	138	0.4778
2	30	33.07	/	141	0.4778
3	**30**	**540**	/	3546	7.3464
4s	0.05	**33**	0.868	2240	7.3464
4	0.05	**33**	0.932	2396	7.847

Calcul des rendements thermiques

Par définition, le rendement thermique s'exprime comme ce qu'on a voulu produire sur ce qui a été donné pour le produire. Dans le cadre de l'exercice, un apport de chaleur est fourni dans la chaudière (sous forme d'une combustion) et un travail est produit dans la turbine (mais un travail est consommé à la pompe) :

$$\eta_{th} = \frac{|w_m|}{q}$$

$$\eta_{th} = \frac{|w_{m,turb} + w_{m,pomp}|}{q_{chaud.}} = \frac{|(h_4 - h_3) + (h_2 - h_1)|}{(h_3 - h_2)} = 0.337$$

1. Une méthode différente et plus approximative permet de calculer la température en fin de compression : Les courbes isobares étant très proches les unes des autres dans le domaine liquide, on assimilera l'état au point 2 à l'état le plus proche sur la courbe des liquides saturés, c'est-à-dire l'état de liquide saturé à la même température. En cherchant dans la table de la vapeur d'eau saturé la température à laquelle l'enthalpie h' vaut $141 kJ/kg$, on pourra déterminer la température correspondante, et donc la température supposée de l'état 2

$$t_2 = 33.66 \; [^oC]$$

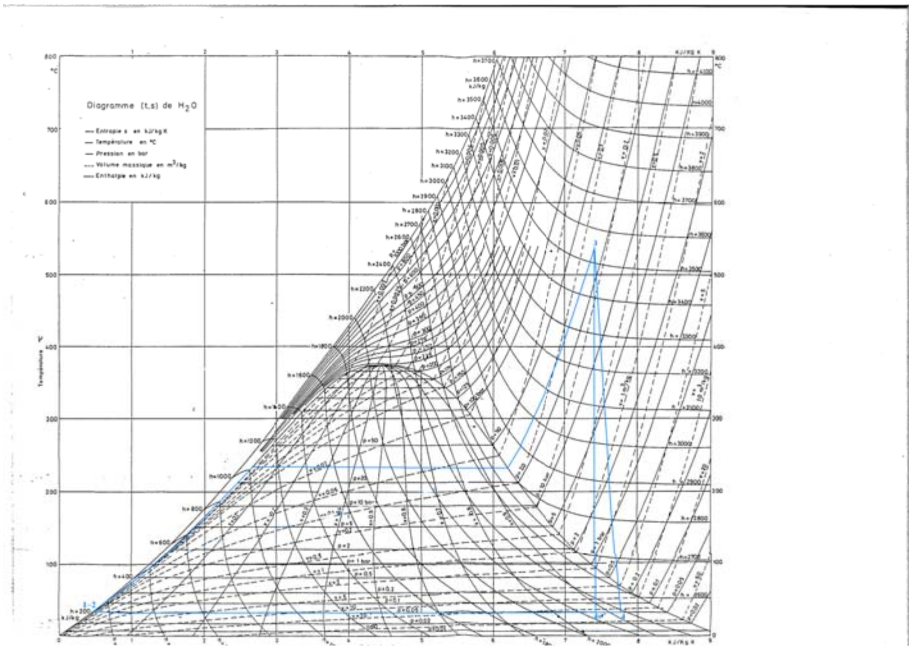

FIGURE 23.2 – Exo 1 - Cycle de Rankine-Hirn

Calcul des débits massiques

Par définition :

$$\dot{m} = \frac{P_{mot}}{w_{m,turb} + w_{m,pomp}} = \frac{P_{eff}}{\eta_{mec.}\, w_{m,turb} + \frac{w_{m,pomp}}{\eta_{mec.}}}$$

$$\dot{m} = \frac{125000}{0.998 \times w_{m,turb} + \frac{w_{m,pomp}}{0.998}} = 109 \left[\frac{kg}{s}\right]$$

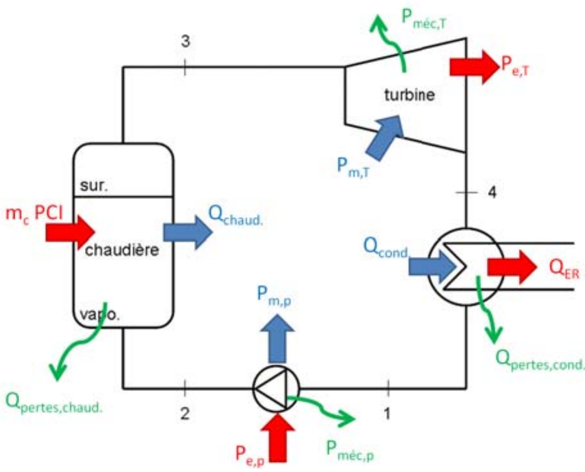

FIGURE 23.3 – Cycle de Rankine-Hirn

Exercice 2

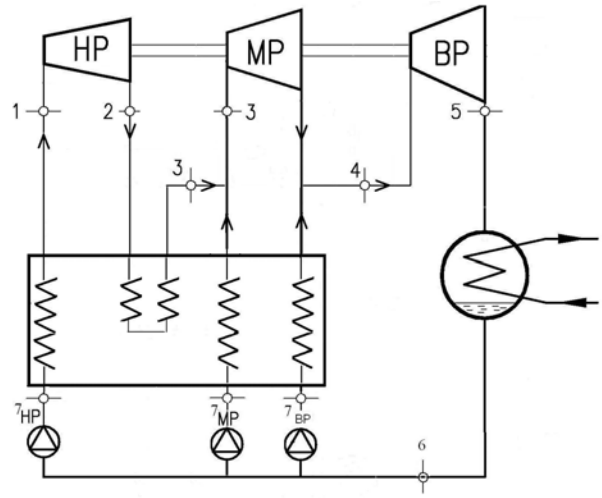

FIGURE 23.4 – Cycle à vapeur dans une installation TGV

Dans un cycle TGV, les fumées chaudes sortant de la turbine à gaz sont récupérées pour remplacer l'action calorifique de combustion dans un cycle à vapeur. Le concept de TGV combine ainsi un cycle à vapeur et un cycle à gaz. La turbine à gaz délivre à la chaudière de récupération à trois niveaux de pression un débit de $690\,kg/s$ de fumées à une température de $650\,^oC$ (point 4_g de la TG). La turbine à vapeur associée est composée de trois corps : haute pression (HP $= 120\,bar$), moyenne pression (MP $= 30\,bar$) et basse pression (BP $= 2\,bar$). Les rendements isentropiques des corps MP et BP sont égaux ($\eta_{si} = 0.92$). La pression au condenseur est de $50\,mbar$.

1. La vapeur HP surchauffée (120 bars) est produite par la chaudière de récupération à la température de $565\,^oC$ (état 1). Cette vapeur quitte le corps HP à la pression MP (30 bars), et à une température de $350\,^oC$ (état 2). Calculez le rendement isentropique du corps HP, et le débit de vapeur HP nécessaire pour que ce corps délivre une puissance motrice de $32.5\,MW$.

2. La vapeur quittant le corps HP est ensuite resurchauffée dans la chaudière de récupération, pour retrouver la même température qu'après la première surchauffe (état 3 à même température que l'état 1). Ce débit de vapeur resurchauffée est mélangé au débit de vapeur de la boucle MP ($16\,kg/s$) issus de la chaudière, à la même température. Calculez la température de la vapeur à la sortie du corps MP (état 4), la pression atteinte en sortie de corps étant bien entendu la pression BP. Quelle est la puissance produite par le corps MP ?

3. Un débit de $9\,kg/s$ de vapeur BP est produit par la chaudière de récupération et est détendu dans le corps BP avec le débit issu du corps MP. Calculez le titre de la vapeur qui entre au condenseur (état 5), et la puissance produite par le corps BP.

4. Représentez tous les états particuliers du cycle dans un diagramme (T, s).

5. Quelle est la puissance totale produite par la turbine ?

6. Quelle est la puissance thermique échangée entre les fumées de la turbine à gaz et les circuits eau/vapeur dans la chaudière de récupération ? On négligera l'échauffement de l'eau alimentaire lors de son passage dans les pompes.

7. Quel est le rendement thermique du cycle à vapeur ?

8. En assimilant les gaz de fumées à de l'air (chaleur massique de 1.05 $kJ/kg/K$), quelle sera leur température à la sortie de la chaudière de récupération ?

Solution de l'exercice 2

Le cycle à vapeur présenté ici est un cycle un peu particulier, utilisé dans les centrales de type TGV. L'apport calorifique est fourni par les gaz d'échappements d'une turbine à gaz. Comme ceux-ci vont se refroidir au fur et à mesure qu'ils cédèront de la chaleur à la vapeur, les ingénieurs ont imaginé de vaporiser cette vapeur à trois températures différentes afin d'utiliser au mieux le potentiel énergétique des fumées. Il en ressort un cycle composé de trois sous-cycles à température de vaporisation différentes mais de même température de condensation.

Le schéma donné dans la résolution est bien sûr extrêmement simplifié puisque l'arrangement interne des échangeurs dans la chaudière n'est pas mis en évidence. Pour votre information, le schéma réel de l'installation vapeur d'une TGV à trois niveaux de pression est représenté à la figure (fig. 23.5).

Le tableau (tab. 23.5) reprend l'ensemble des points du cycle calculés par le logiciel REFPROP. Celui-ci étant beaucoup plus précis que les tables et les diagrammes, et son étallonage plus récent, les valeurs peuvent être légèrement différentes de celles que vous obtiendrez par vos calculs.

TABLE 23.5 – Exercice 2 - Tableau final des caractéristiques

Etat	Pression $[bar]$	Température $[^oC]$	Titre $[-]$	Enthalpie $[kJ/kg]$	Entropie $[kJ/kg\,K]$
1	**120**	**565**	/	3520	6.7
2s	**30**	340	/	3090	6.7
2	**30**	**350**	/	3114	6.74
3	**30**	**565**	/	3603	7.41
4s	**2**	180	/	2829	7.41
4	**2**	211	/	2891	7.55
5s	**0.05**	**33**	0.89	2303	7.55
5	**0.05**	**33**	0.91	2350	7.70

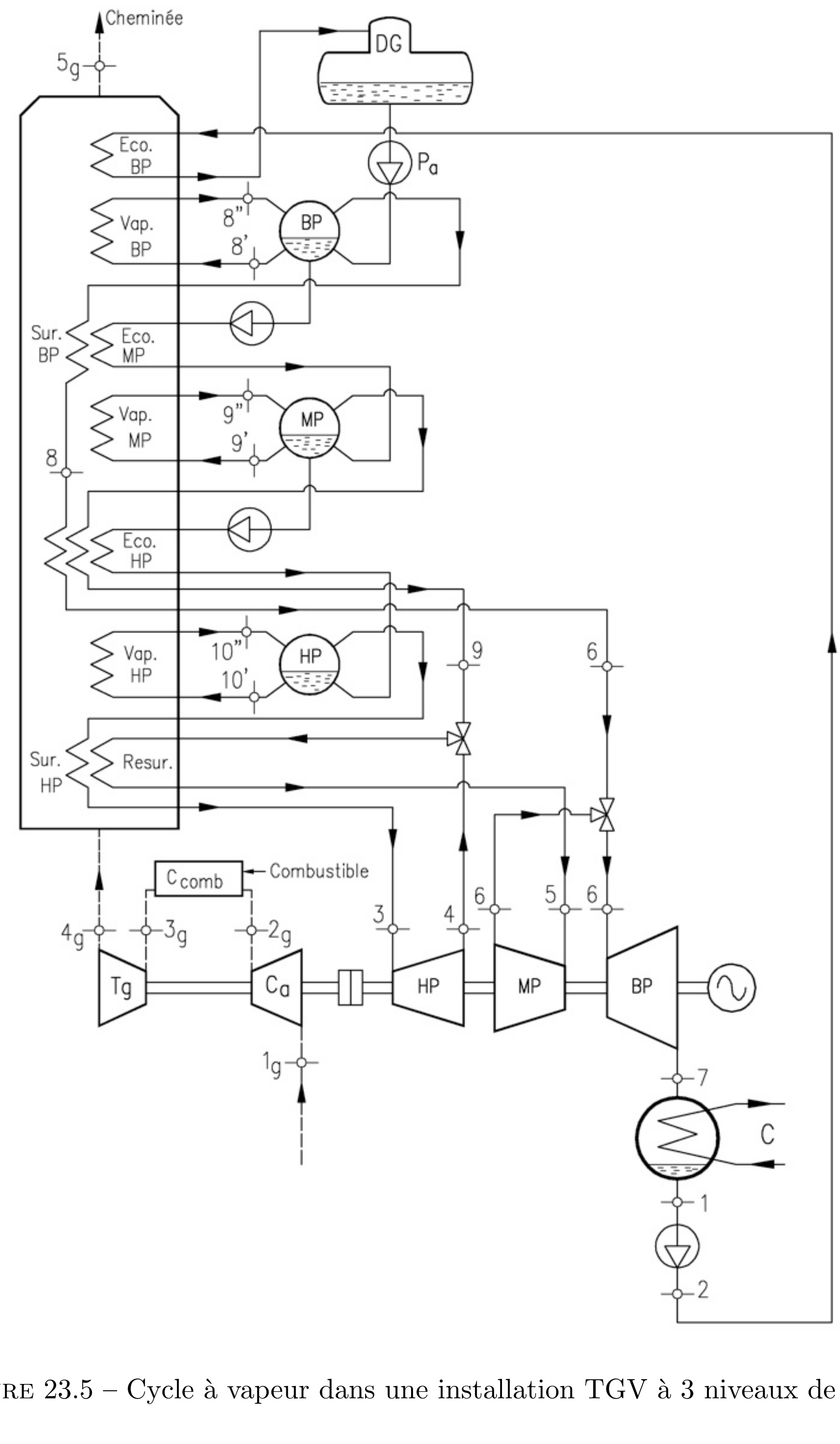

FIGURE 23.5 – Cycle à vapeur dans une installation TGV à 3 niveaux de pression

1. Corps HP

Pour débuter le calcul des caractéristiques de la turbine HP, on nous fournit les conditions de température et de pression initiales et finales. Les deux points peuvent être entièrement déterminés pour peu qu'ils soient tous deux en état de vapeur surchauffée. Ce qui se vérifie puisqu'à ces pressions, les températures de saturation sont de 234^oC et 325^oC.

Table 23.6 – Exercice 2 - Tableau initial des caractéristiques HP

Etat	Pression $[bar]$	Température $[^oC]$	Titre $[-]$	Enthalpie $[kJ/kg]$	Entropie $[kJ/kg\,K]$
1	**120**	**565**			
2s	**30**				
2	**30**	**350**			

On détermine donc par les tables de thermodynamique les valeurs d'enthalpie et d'entropie aux états d'entrée et de sortie de la turbine :

$$h_1 = 3520 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_1 = 6.702 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$
$$h_2 = 3114 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_2 = 6.739 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Les valeurs obtenues dans vos tables, sur base d'une interpolation linéaire :

$$h_1 = 3544 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_1 = 6.703 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$
$$h_2 = 3090 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_2 = 6.734 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

On peut aussi déduire la température T_{2s} à laquelle on aboutirait pour une détente isentropique, ainsi que l'enthalpie h_{2s} correspondante, puisqu'on connait la pression et l'entropie de fin de détente isentropique :

$$s_{2s} = s_1 = 6.701 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad T_{2s} = 339\ [^oC] \qquad h_{2s} = 3090.01 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Et via les tables :

$$s_{2s} = s_1 = 6.703 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad T_{2s} = 340\ [^oC] \qquad h_{2s} = 3089.92 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

La différence entre les deux méthodes est donc quasi négligeable.

Par définition, le rendement isentropique de la détente vaut donc :

$$\eta_{si,HP} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = 0.94$$

On obtient ensuite la valeur du travail moteur :

$$w_m = h_2 - h_1 = -406.31 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Et on en déduit le débit nécessaire au corps HP :

$$\dot{m} = \frac{P_m}{w_m} = 80 \ \left[\frac{kg}{s}\right]$$

2. Corps MP

TABLE 23.7 – Exercice 2 - Tableau initial des caractéristiques MP

Etat	Pression $[bar]$	Température $[^oC]$	Titre $[-]$	Enthalpie $[kJ/kg]$	Entropie $[kJ/kg\,K]$
3	**30**	**565**	/		
4s	**2**				
4	**2**				

La vapeur extraite de la turbine HP rentre dans la chaudière afin d'être réchauffée jusqu'à la température de 565^oC avant d'être détendu dans la turbine MP. L'état 3 est donc un état de vapeur surchauffée, entièrement défini par sa température et sa pression ($30\,bar$ et $565\,^oC$). Les caractéristiques manquantes sont déterminées à l'aide des tables de thermodynamique :

$$h_3 = 3602.76 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_3 = 7.4147 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

De l'état de sortie de la turbine MP, seule la pression est initialement connue. L'étude de la transformation indique le chemin suivi lors de la détente. Il s'agit d'une détente adiabatique de rendement isentropique connu. Il est donc nécessaire de déterminer le point de sortie que l'on aurait atteint par une détente isentropique. Or cet état de sortie est entièrement défini par son entropie et sa pression, qu'il soit à l'état de vapeur surchauffée ou dans la cloche de saturation. Les grandeurs relatives à l'état 4s (à la pression MP = $2\,bar$) s'obtiennent donc dans les tables :

$$s_{4s} = s_3 = 7.4147 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad T_{4s} = 180 \ [^oC] \qquad h_{4s} = 2829.16 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Etant donné le rendement isentropique du corps MP ($\eta_{si} = 0,92$), on en déduit les caractéristiques du fluide en fin de détente réelle MP :

$$h_4 = h_3 - 0.92 \times (h_3 - h_{4s}) = 2891.05 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Et donc, grâce aux tables de la vapeur surchauffée :

$$s_4 = 7.5491 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad T_4 = 210.7 \ [^oC]$$

Le travail moteur effectué vaut donc :

$$w_m = (h_4 - h_3) = -711.7 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Le débit total dans ce corps MP est égal à la somme du débit passant dans le corps HP et de celui vaporisé à $30\ bar$. Pour ce débit total de $96\,kg/s$, la puissance motrice vaut donc :

$$P_m = 96 \times (h_3 - h_4) = 68324 \ [kW]$$

3. Corps BP

TABLE 23.8 – Exercice 2 - Tableau inital des caractéristiques BP

Etat	Pression $[bar]$	Température $[^oC]$	Titre $[-]$	Enthalpie $[kJ/kg]$	Entropie $[kJ/kg\,K]$
4	**2**	211	/	2891	7.55
5s	**0.05**				
5	**0.05**				

En sortie de la turbine MP, on ajoute un débit de vapeur vaporisé à 2 bar. Les grandeurs calculées au point précédent étant toutes massiques, l'ajout de débit ne modifie en rien leurs valeurs. L'état 4 n'est donc pas modifié. La sortie de la turbine BP correspond à l'entrée dans le condenseur à 0.05 bar. La température de saturation s'obtient dans les tables et vaut 33^oC. La température et la pression en fin de détente sont donc connues mais, dans la cloche de saturation, ce couple ne suffit pas à caractériser un point. Il faut donc passer par l'étude de la transformation. Cette détente étant caractérisée par un rendement isentropique, il est nécessaire de déterminer les caractéristiques que l'aon aurait obtenues en réalisant une détente isentropique.

Cet état 5s est caractérisé par une entropie conservée lors de la détente :

$$s_{5s} = s_4 = 7.5491 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Il est donc entièrement défini, puisque le couple (p,s) est connu. A la pression de $50\,mbar$, cette entropie est obtenue pour un mélange eau-vapeur de titre $x_{5s} = 0,894$.

$$s_{5s} = x_{5s}\,s'' + (1 - x_{5s})\,s'$$

Ceci nous permet de calculer l'enthalpie au point 5s, et ensuite l'enthalpie au point 5 à l'aide du rendement isentropique :

$$h_{5s} = 2303.12 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad h_5 = h_4 - 0.92 \times (h_4 - h_{5s}) = 2350.15 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

De l'enthalpie au point 5, on déduit le titre : $x_5 = 0.913$. Le travail moteur dans ce corps vaut :

$$w_{m,BP} = h_5 - h_4 = -541 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Puisque le débit dans le corps BP vaut $96 + 9 = 105\,kg/s$, la puissance produite dans cette partie de la turbine vaut :

$$P_m = 105 \times (h_4 - h_5) = 56795 \ [kW]$$

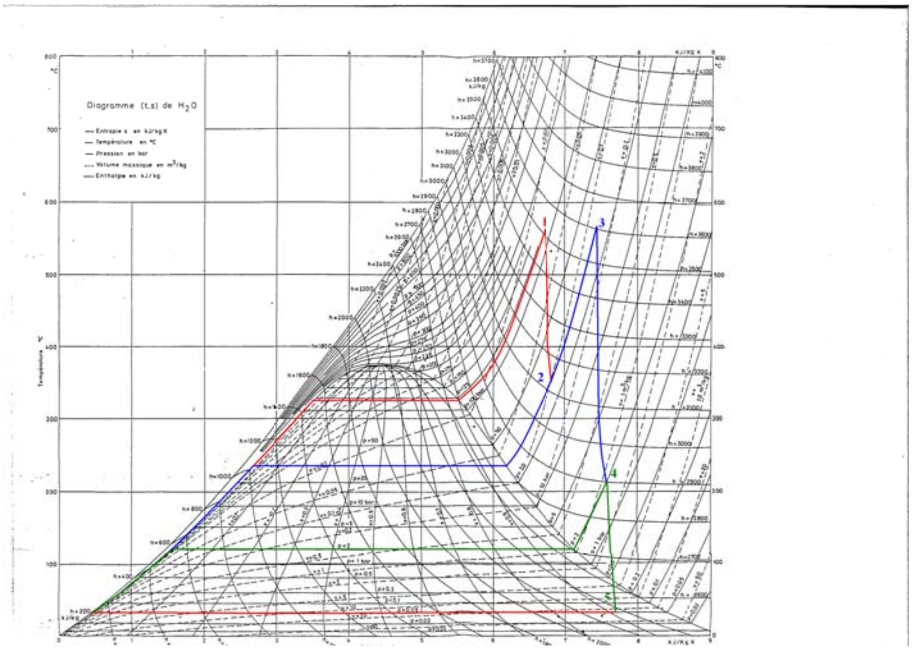

FIGURE 23.6 – Exo 1 - Cycle de Rankine-Hirn

4. Diagramme T-s

5. Puissances produite et échangée

La puissance totale produite par la turbine vaut donc la somme des puissances produites dans chaque corps : 157 MW.

$$P_{m,tot} = P_{m,HP} + P_{m,MP} + P_{m,BP} = 32.5 + 68.3 + 56.8 = 157\ MW$$

6. Puissance échangée à la chaudière

La température initiale de l'eau qui entre dans la chaudière de récupération est égale à 33 ^oC (température de saturation à la pression de 50 $mbar$). L'enthalpie de l'eau aux trois pressions BP, MP et HP et à cette température est assimilée à celle de l'eau saturée à 33 ^oC, puisque les courbes isobares dans la zone liquide du diagramme (T, s) sont très proches les unes des autres. L'enthalpie de l'eau alimentaire vaut donc 138.23 kJ/kg. La puissance fournie par les fumées de la turbine à gaz est utilisée aux étapes suivantes :

1. Production de vapeur surchauffée à 2 bar :

$$P_{th} = 9\ \times\ (h_4 - 138.23) = 24775\ [kW]$$

2. Production de vapeur surchauffée à 30 bar :

$$P_{th} = 16\ \times\ (h_3 - 138.23) = 55432\ [kW]$$

3. Resuchauffe de la vapeur HP :

$$P_{th} = 80\ \times\ (h_3 - h_2) = 39134\ [kW]$$

4. Production de vapeur surchauffée à 120 bar :

$$P_{th} = 80 \times (h_1 - 138.23) = 270533 \; [kW]$$

La puissance totale transmise est donc de $389874\, kW = 390\, MW$.

7. Rendement du cycle à vapeur

Le rendement du cycle thermique vaut donc $\eta_{th} = 0.398$.

$$\eta_{th} = \frac{157}{390} = 0.398$$

8. Température à la cheminée

En appliquant un bilan d'énergie sur la chaudière de récupération du point de vue des fumées d'échappement, on voit que la perte de chaleur (cédée à la vapeur) se traduit simplement par une chute d'enthalpie :

$$\begin{aligned} w_m &= \int v\, dp + w_f = 0 \\ &= \Delta h - q \end{aligned}$$

Le bilan d'énergie sur l'échange entre les fumées et le circuit eau-vapeur nous donne :

$$-389874 = (t_{out} - 650) \times 1.05 \times 690 \quad [kW]$$

On obtient donc :

$$t_{out} = 112\, [^oC]$$

9. Travail moteur des pompes

Exercice 3

Afin de produire une puissance nette de 125 MW, on envisage différents types de cycles. Pour ceux-ci, la pression au condenseur supposée invariable est de 0.05 bar. Les caractéristiques de la vapeur surchauffée à l'entrée de la turbine basse pression sont $p = 30$ bar et $t = 540°C$. Le rendement mécanique (η_{mec}) vaut 0.998. Les différents cycles envisagés sont :

- un cycle de Rankine-Hirn où l'on suppose que la détente dans la turbine est caractérisée par un rendement isentropique $\eta_{si} = 0.88$;
- un cycle à resurchauffe (greffé sur le précédent) pour lequel la pression à l'entrée de la turbine haute pression vaut 140 bar. Les valeurs des rendements isentropiques pour la turbine haute pression et basse pression sont $\eta_{si,HP} = 0.92$ et $\eta_{si,BP} = 0.88$, respectivement ;
- un cycle à soutirage (greffé sur R-H), placé de façon optimale ;
- un cycle à resurchauffe et soutirage (greffé sur R-H).

On demande, pour chaque cycle :

- de déterminer le travail moteur, le rendement thermique (η_t) et les caractéristiques (p,t,h,x,s) aux divers états,
- de représenter ces différents états dans un diagramme (h,s),
- de calculer les valeurs du débit-masse d'eau.

Solution de l'exercice 3

Dans un cycle à vapeur réaliste, certaines caractéristiques du cycle sont fixées par des limites technologiques.

- La température de condensation est fixée par la température des réfrigérants (générallement de l'eau de rivière aux alentours de $15\,^oC$) et le ΔT dû à l'imperfection des échangeurs (au mieux seulement une dizaine de degrés).

- La température de sortie des chaudières est limitée aux alentours de [540^oC - 560^oC]. Cette limite n'est pas fixée par la tenue des turbines de détente mais par le matériau des canalisations de la chaudière : de l'acier ferritique (fond à 565^oC). Etant donné la longueur cumulée de ces canalisations, il est beaucoup trop couteux de réaliser une chaudière dans des matériaux (comme l'acier austénitique) susceptibles d'accepter des températures supérieures comme c'est le cas des turbines à gaz.

- Découlant du fonctionnement d'un condenseur, le fluide en sortie est à l'état de liquide saturé.

- Le titre de sortie d'une turbine doit être au supérieur à 0.88 pour éviter que trop de goutelettes ne se forment, introduisant des phénomènes destructifs d'érosion des aubages.

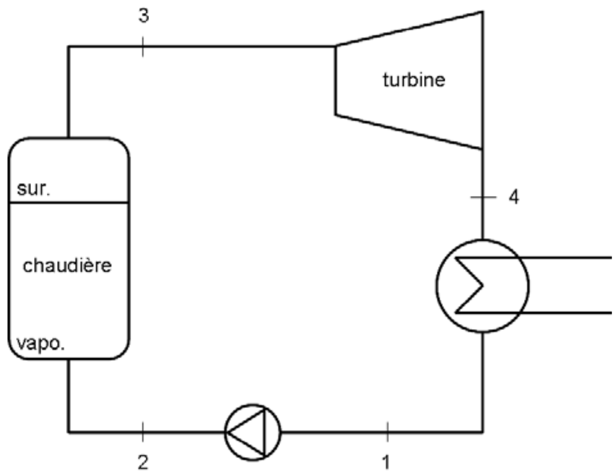

Figure 23.7 – Cycle de Rankine-Hirn

1. Cycle simple

Détermination des caractéristiques de l'état 3

En sortie de chaudière, le fluide se trouve à l'état de vapeur surchauffée. La connaissance de la pression p_3 et de la température T_3 suffit au calcul de h_3 et s_3 (Table XI).

$$h_3 = 3546 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_3 = 7.3464 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

L'état 3 est ainsi complètement défini.

Détermination des caractéristiques de l'état 4

La détente isentropique du point 3 au point 4_s nous fournit l'entropie de ce point :

$$s_{4_s} = 7.3464 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Les données de l'exercice fournissent la pression de condensation :

$$p_4 = p_{4_s} = 0.05 \; [bar]$$

A partir de la pression de condensation et via les tables de la vapeur d'eau saturée, on obtient les données suivantes :

$$t_4 = t_{4_s} = 33 \; [^oC] \qquad s'_4 = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad s''_4 = 8.3885 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Ce qui permet de calculer le titre de détente isentropique :

$$s_{4_s} = x_{4_s}\, s''_4 + (1 - x_{4_s})\, s'_4 \quad \Rightarrow \quad x_{4_s} = 0.868$$

La connaissance du titre nous permet de calculer l'enthalpie qu'aurait le fluide en sortie d'une détente isentropique :

$$h_{4_s} = x_{4_s}\, h''_4 + (1 - x_{4_s})\, h'_4 = 2240 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Ce qui nous permet de calculer l'enthalpie réelle du fluide après détente via la définition du rendement isentropique de détente :

$$\eta_{si_T} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4_s}} < 1 \qquad h_4 = 2396 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

On calcule le titre de fin de détente réelle :

$$h_4 = x_4\, h''_4 + (1 - x_4)\, h'_4 \qquad x_4 = 0.932$$

D'où on caractérise complètement cet état par le calcul de s_4 :

$$s_4 = x_4\, s''_4 + (1 - x_4)\, s'_4 \qquad s_4 = 7.847 \left[\frac{kJ}{kg\, K}\right]$$

Détermination des caractéristiques de l'état 1

Par hypothèse du fonctionnement du cycle de Rankine-Hirn, le fluide est à l'état de liquide saturé en sortie du condenseur ($x_1 = 0$). Sa température et sa pression sont donc identiques à celles de sortie de la détente. Les caractéristiques du point 1 se trouvent donc directement dans les tables thermodynamiques :

$$h_1 = h'(0.05) = 137.7 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_1 = s'(0.05) = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\, K}\right]$$

Détermination des caractéristiques de l'état 2

N'ayant aucune information sur le comportement de la pompe, nous supposerons son évolution isentropique. Puisque la pompe sert à augmenter la pression du fluide et que son comportement est isentropique, le fluide y reste constamment à l'état de liquide. Le titre 2 est donc non défini.

$$s_2 = s_1 = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\, K}\right]$$

Le travail de compression s'établit ainsi, en rappelant que l'eau liquide est un fluide incompressible (le volume massique v est une constante) et que la transformation isentropique adiabatique (q=0) est réversible ($w_f = 0$) :

$$\begin{aligned} w_m &= \int_1^2 v\, dp + w_f = \int_1^2 v\, dp = v\,(p_2 - p_1) \\ &= \Delta h - q = \Delta h = h_2 - h_1 \\ \rightarrow \quad h_2 &= h_1 + v\,(p_2 - p_1) = 140.8 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \end{aligned}$$

A cette température initiale, le coefficient μ_T vaut 0.09 et le coefficient c_p vaut 4.18. L'écriture de la différentielle totale de l'enthalpie :

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp = c_p\, dT + \mu_T\, dp$$

donne donc :

$$\Delta T = \frac{(v - \mu_T)}{c_p}\,\Delta p = \frac{(0.001005 \times \frac{10^5}{10^3} - 0.09)(30 - 0.05))}{4.18} = 0.0752$$

La température à l'état 2 vaut donc : $t_2 = 32.975^oC$

TABLE 23.9 – Tableau initial des caractéristiques des états

états	pression $[bar]$	température $[^oC]$	enthalpie $[kJ/kg]$	titre $[-]$	entropie $[kJ/kgK]$
1	0.05	32.975	138	0	0.4763
2	30	33.065	140.8	-	0.4763
3	30	540	3546	-	7.3464
4_s	0.05	32.9	2242	0.868	7.3464
4	0.05	32.9	2398	0.933	7.847

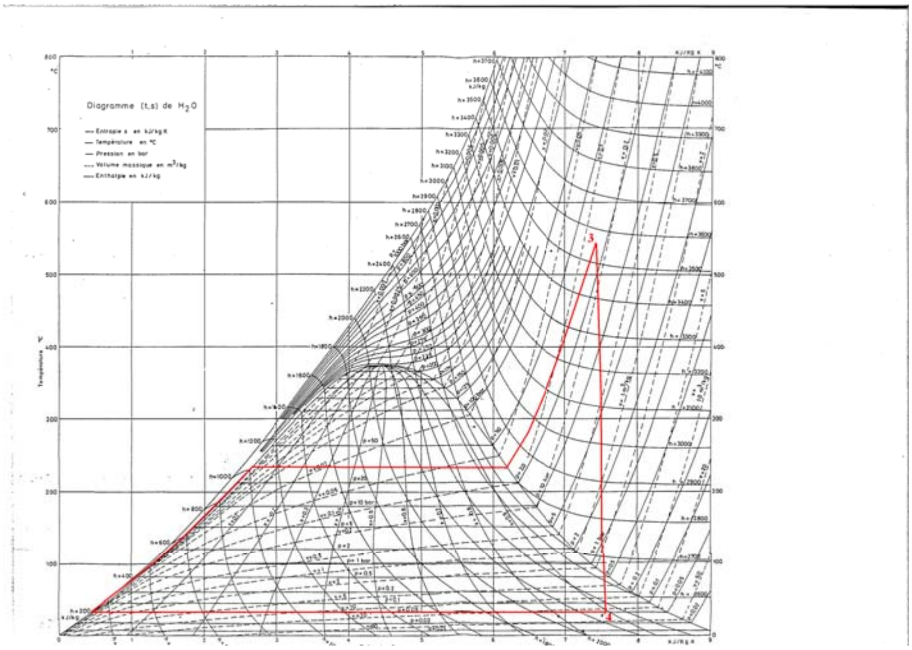

FIGURE 23.8 – Exo 3 - Cycle de Rankine-Hirn

2. Cycle à ressurchauffe

Lorsqu'on ajoute une ressurchauffe, on réchauffe le fluide dans la chaudière après une première détente à haute pression. En conséquence, les états 1, 3 et 4 ne seront pas influencés par cette modification. Donc, du cycle initial, seul l'état 2 doit être recalculé :

$$h_{2,res} = h_1 + v\,(p_2 - p_1) = 138000 + 0.001005\,(140 - 0.05) \times 10^5 = 152000\ \left[\frac{J}{kg}\right]$$

$$\Delta h = c_p\,\Delta T + \mu_T\,dp \quad \Rightarrow \quad t_{2,res} - t_1 = \frac{(v - \mu_T)\,\Delta p}{c_p} = 0.351\ [^oC]$$

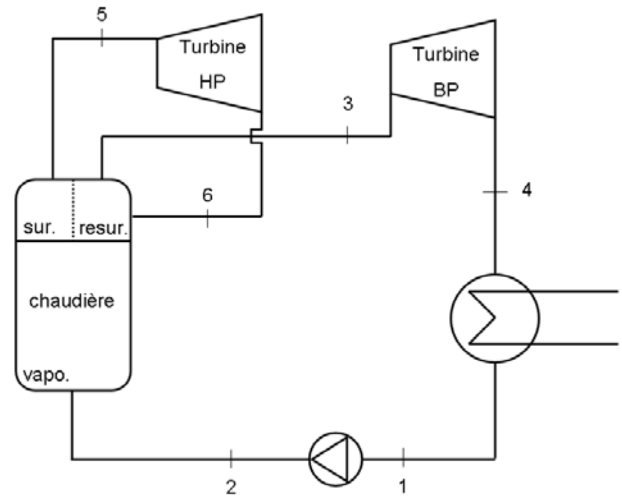

FIGURE 23.9 – Cycle à ressurchauffe

La valeur de t_2 vaut donc 33.25 $[^oC]$.[2]

Caractéristiques de l'état 5

La température limitant le fluide en sortie de chaudière est fixée par des critères technologiques. Pour cette raison, la température en sortie de ressurchauffe est égal à la température en sortie de chaudière :

$$t_5 = t_3 = 540\ [^oC]$$

Les tables de vapeur surchauffée à $p_4 = 140\ [bar]$ nous donnent les caractéristiques de ce point :

$$h_5 = 3433\ \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_5 = 6.5301\ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Caractéristiques de l'état 6

Le passage de la ressurchauffe dans la chaudière se réalise à pression constante. Donc :

$$p_{6_s} = p_6 = p_3 = 30\ [bar]$$

Par définition d'une détente isentropique :

$$s_{6_s} = s_5 = 6.5301\ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

La connaissance de p_{6_s} et s_{6_s} permet le calcul des caractéristiques complètes du point 6_s via les tables de la vapeur surchauffée :

$$h_{6_s} = 2985\ \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad T_{6_s} = 297\ [^oC]$$

Ce qui permet finalement le calcul des caractéristiques du point 6 via le rendement isentropique de détente :

2. NB : La valeur réelle est de $t_2 = 33.22^oC$.

$$\eta_{si} = \frac{h_6 - h_5}{h_{6_s} - h_5} < 1 \quad \Rightarrow \quad h_6 = 3020 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

et donc, via les tables de vapeur surchauffée :

$$s_6 = 6.59 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad T_6 = 310\ [^oC]$$

Table 23.10 – Tableau des caractéristiques avec resurchauffe

états	pression $[bar]$	température $[^oC]$	enthalpie $[kJ/kg]$	titre $[-]$	entropie $[kJ/kgK]$
1	0.05	32.9	138	0	0.4763
2	30	33.25	152	-	0.4763
3	30	540	3546	-	7.3474
4_s	0.05	32.9	2242	0.868	7.3474
4	0.05	32.9	2398	0.933	7.847
5	140	540	3432	-	6.5307
6_s	30	$\sim$ 297	2985	-	6.5307
6	30	$\sim$ 310	3021	-	6.59

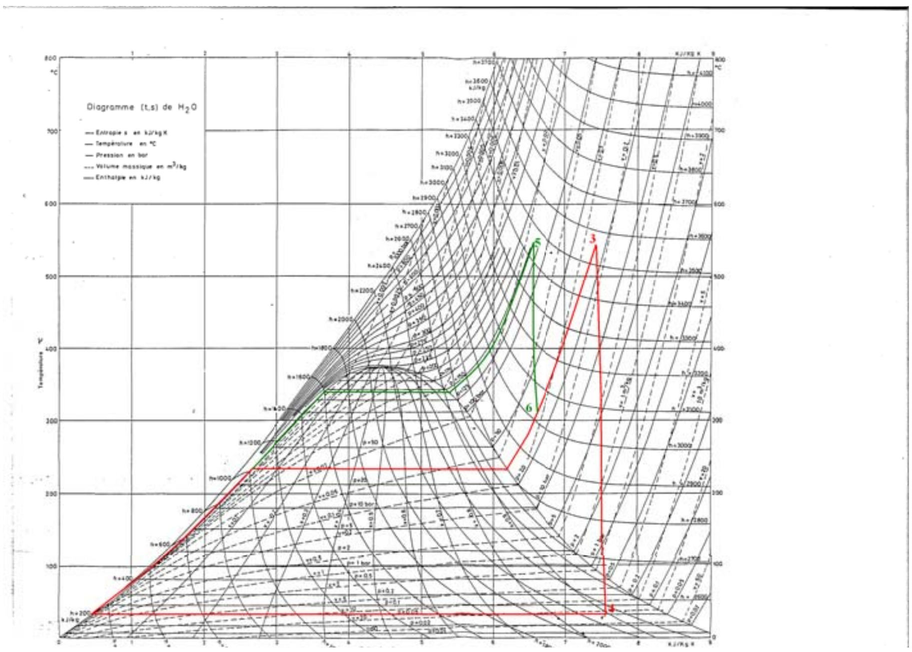

Figure 23.10 – Exo 3 - Cycle à resurchauffe

3. Cycle à soutirage

Le principe du soutirage est de prélever une certaine partie débit (X_i) de vapeur durant la détente. Ce fluide chaud est utilisé pour préchauffer l'eau à l'état liquide avant son entrée dans la chaudière, ce qui permet de diminuer l'apport calorifique à apporter et, en conséquence, de réduire la quantité de combustible nécessaire au fonctionnement du cycle. Le cycle de soutirage est un cycle complexe comme on le voit sur la figure 23.11. Certaines simplifications développées par la suite sont néanmoins habituelles.

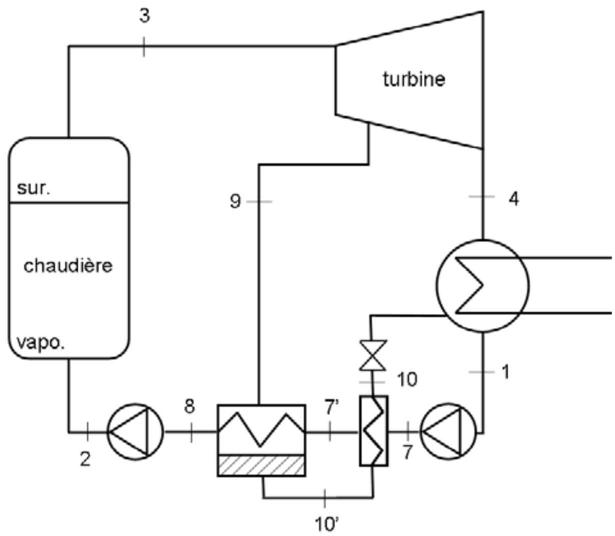

FIGURE 23.11 – Cycle à soutirage

Sur cette figure 23.11, on a représenté un condenseur (9-10') qui amène le fluide chaud de manière isobare jusqu'à son état de liquide saturé. Le fluide passe ensuite dans un désurchauffeur (10'-10) qui le sous-refroidit quasiment jusqu'à température de condensation (léger ΔT dû à l'imperfection d'échange de chaleur). Il est ensuite détendu via une vanne et mélangé au condenseur. L'apport calorifique $\dot{m}\, X_i\, (h_9 - h_{10})$ permet de préchauffer le fluide du point 7 au point 8.

Par optimisation du calcul des soutirages, on place son entrée 9, équidistant en enthalpie, de l'entrée et de la sortie de la turbine de détente (Ce calcul est démontré dans la suite de ce cours : MECA2150 - Cycles thermiques). On trouve donc :

$$h_9 = h_4 + \frac{h_3 - h_4}{2} = \frac{h_3 + h_4}{2} = 2972 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

En sortie du condenseur du soutirage, en 10, le fluide est donc à l'état de liquide saturé comme on peut le voir sur le détail du diagramme T-s 23.12 : $x_{10} = 0$. En considérant le soutirage comme un échangeur parfait, on peut supposer que la température d'entrée du fluide froid et de sortie du fluide chaud sont égales : $T_7 = T_{10}$. En raison de la faible influence de la pression sur les états liquides, on suppose donc les états 7 et 10 confondus. Le relevèment de pression dans la pompe crée une augmentation de température tellement négligeable que l'entrée et la sortie de la pompe peuvent être confondus. Ainsi, les points 1, 7, $10'$ et 10 sont identiques. Et donc,

$$x_1 = 0 \qquad x_7 = 0$$

Détermination des caractéristiques du point 9

Déterminer les caractéristiques du point 9 nécessite la connaissance du point 9_s. Par définition de détentes dans la turbine, ces deux points se situent forcément à même pression

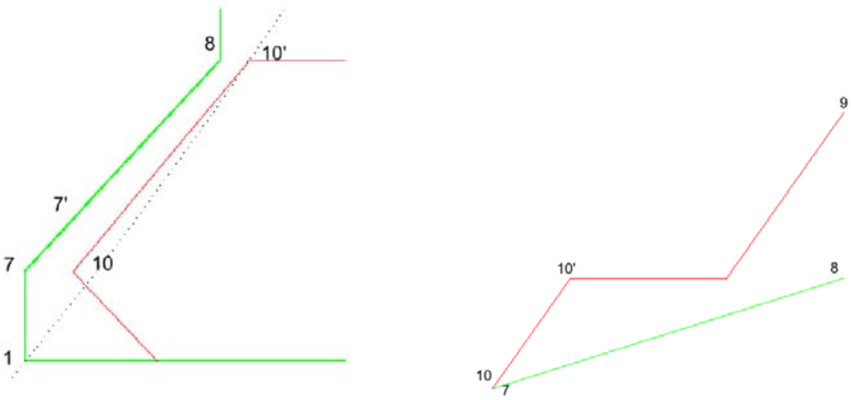

FIGURE 23.12 – Détails T-s et T-x d'un soutirage

(sinon les deux machines réelles et isentropiques ne réaliseraient plus le même objectif de détente). La connaissance de l'entropie et de l'enthalpie du point 9_s va permettre le calcul de cette pression.

$$s_{9,s} = s_3 = 7.3744 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

Et par définition du rendement isentropique de détente, supposé constant tout au long de la détente :

$$\eta_{si} = \frac{h_9 - h_3}{h_{9,s} - h_3} = 0.88 \qquad h_{9,s} = 2894 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Ce qui permet de calculer la pression du soutirage. Celle-ci ne peut s'obtenir que graphiquement, on l'estime à :

$$p_{9,s} = p_9 = 3.1 \ \ [bar]$$

Par extrapolation dans les tables, on peut déterminer les dernières caractéristiques :

$$s_9 = 7.5 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad T_9 = 250 \ \ [^oC]$$

Un soutirage étant avant tout un échangeur de chaleur, son fonctionnement est isobare. Ce qui fournit la pression du point 8 de sortie du soutirage.

$$p_8 = 3.1 \ \ [bar]$$

Détermination des caractéristiques du point 8

Par hypothèse, on suppose le point 8 à l'état de liquide saturé.

La connaissance de la pression et du titre du point 8 permet de déterminer complètement cet état :

$$h_8 = 568.9 \ \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_8 = 1.683 \ \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad t_8 = 134.6 \ \ [^oC]$$

Le bilan d'échange d'énergie lors du soutirage permet de déterminer la fraction soutirée :

$$\dot{m} \times x \times (h_9 - h_8) = \dot{m} \times (h_8 - h_1) \quad \Rightarrow \quad x = 0.179$$

Détermination des caractéristiques d'entrée et de sortie des pompes

L'application du premier principe sur la pompe 1 $\rightarrow$ 7 via les équations du travail moteur informe que :

$$h_7 = h_1 + v\,(p_7 - p_1) = 138.3 \;\left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

$$t_7 = t_1 + \frac{(v - \mu_T)}{c_p}\Delta p = 32.907 \;\; [^oC]$$

$$s_7 = s_1 = 0.4763 \;\left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

L'application du premier principe sur la pompe 8 $\rightarrow$ 2 via les équations du travail moteur informe que :

$$h_2 = h_8 + v\,(p_2 - p_8) = 570.7 \;\left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

$$t_2 = t_8 + \frac{(v - \mu_T)}{c_p}\Delta p = 134.82 \;\; [^oC]$$

Avec μ_T valant environ 0.065 et c_p valant environ 4.3 à cestempérature t_1 et pressions, la température t_2 vaut donc 134.82 $[^oC]$ (Valeur réelle : 134.9$[^oC]$).

$$s_2 = s_8 = 1.683 \;\left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

4. Tableau complet

Table 23.11 – Tableau final des caractéristiques des états

états	pression $[bar]$	température $[^oC]$	enthalpie $[kJ/kg]$	titre $[-]$	entropie $[kJ/kgK]$
1	0.05	32.9	138	0	0.4763
2	30	135.22	570.7	-	1.683
3	30	540	3546	-	7.3474
4_s	0.05	32.9	2242	0.868	7.3474
4	0.05	32.9	2398	0.933	~ 7.86
$10 \equiv 1$	0.05	32.9	138	0	0.4736
7	~ 3.1	32.907	138.3	0	0.4763
8	~ 3.1	134.6	568.9	0	1.683
9_s	~ 3.1	215	2894	-	~ 7.34
9	~ 3.1	~ 250	2972	-	~ 7.50

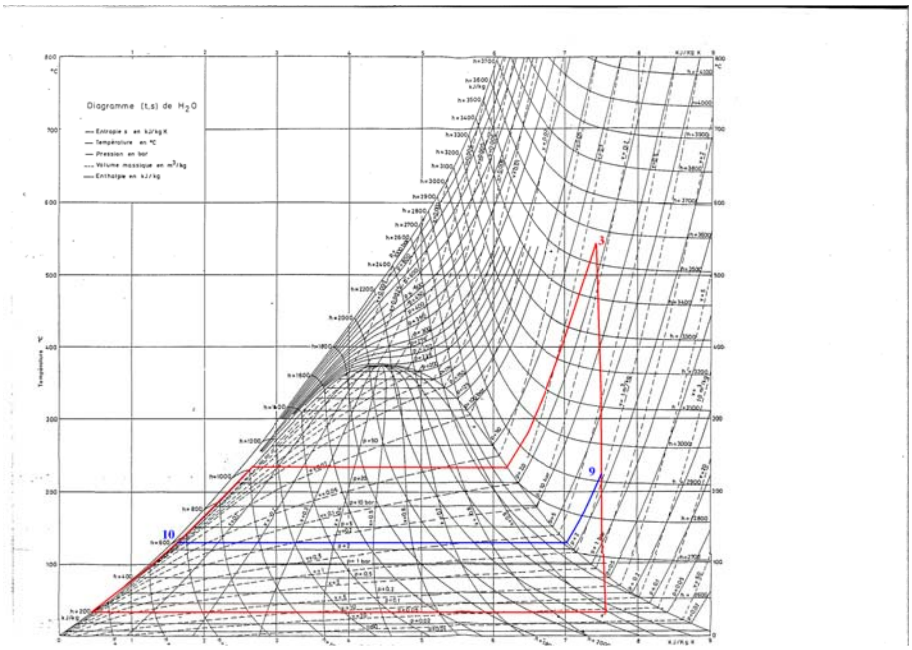

FIGURE 23.13 – Exo 3 - Cycle à soutirage

5. Calcul des rendements thermiques

Par définition, le rendement thermique se calcule :

$$\eta_{th} = \frac{W_m}{Q_{chaud.}}$$

Dans la suite de cette exercices, on se réfère à $R - H$ pour le cycle de Rankine-Hirn simple, $R - H + res$ pour le cycle à ressurchauffe, $R - H + sout$ pour le cycle à soutirage.

$$\begin{aligned}
\eta_{th,R-H} &= \frac{W_{m,turb} - W_{m,pomp}}{Q_{chaud}} \\
&= \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_2)} \\
&= 0.337
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta_{th,R-H+res} &= \frac{W_{m,turb_{HP}} + W_{m,turb_{BP}} - W_{m,pomp}}{Q_{chaud.} + Q_{res.}} \\
&= \frac{(h_3 - h_4) + (h_5 - h_6) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_6) + (h_5 - h_2)} \\
&= 0.408
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta_{th,R-H+sout} &= \frac{W_{m,turb_{3-9}} \times (1 + x) + W_{m,turb_{9-4}} - W_{m,pomp} \times (1 + x)}{Q_{8-3} \times (1 + x)} \\
&= 0.356
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\eta_{th,R-H+sout+res} &= \frac{(W_{m,turb_{HP}} + W_{m,turb_{3-9}}) \times (1+x) + W_{m,turb_{9-4}} - W_{m,pomp} \times (1+x)}{((h_5 - h_8) + (h_3 - h_6)) \times (1+x)} \\
&= 0.434
\end{aligned}
$$

6. Calcul des débits massiques

Par définition :

$$
\dot{m} = \frac{P_{mot}}{w_m} = \frac{P_{eff}/\eta_{mec.}}{w_m} = \frac{125}{0.998 \times w_m}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{m}_{R-H} &= \frac{125}{0.998 \times w_m} = 109 \left[\frac{kg}{s}\right] \\
\dot{m}_{R-H+res} &= \frac{125}{0.998 \times (w_{m,turb_{HP}} + w_{m,turb_{BP}} - w_{m,pomp})} = 80 \left[\frac{kg}{s}\right] \\
\dot{m}_{R-H+sout} &= \frac{125}{0.998 \times (w_{m,turb_{3-9}} \times (1+x) + w_{m,turb_{9-4}} - w_{m,pomp} \times (1+x))} = 100.2 \left[\frac{kg}{s}\right] \\
\dot{m}_{R-H+sout} &= \frac{125}{0.998 \times \left[(w_{m,turb_{HP}} + w_{m,turb_{3-9}}) \times (1+x) + w_{m,turb_{9-4}} - w_{m,pomp} \times (1+x)\right]} = 72.3 \left[\frac{kg}{s}\right]
\end{aligned}
$$

TABLE 23.12 – Récapitulatif

	Rankine-Hirn	R-H + res	R-H + sout	R-H + res + sout
η_t	0.337	0.408	0.356	0.434
$\dot{m}$ [kg/s]	109.1	80.3	100.2	72.3
			x=0.179	x=0.179

On voit que l'utilisation de ces artifices que sont la resurchauffe et le soutirage sont bénéfiques pour le rendement du cycle. Dans une centrale électrique à vapeur moderne, le cycle contient une à deux resurchauffes et jusqu'à 8 ou 10 soutirages. En ajouter plus n'est plus très intéressants car le gain de rendement ne compense par le surcout d'installation.

Exercice 4 - Centrale à laminage

Un débit masse d'eau de 75 [kg/s] subit une série d'évolutions :

- 1-2 : un relèvement de pression adiabatique avec des travaux de frottement caractéris és par un rendement interne égal à 0.8 ; ceci a lieu dans une pompe.
- 2-3 : un relèvement isobare d'enthalpie dans une chaudière ;
- 3-4 : une détente dans une vanne ;
- 4-5 : une détente dans une turbine à vapeur caractérisée par un rendement isentropique interne égal à 0.86 ;
- 5-1 : une condensation isobare de la vapeur d'eau jusqu'à un état de liquide saturé.

L'état 1 est caractérisé par une pression de 0.05 bar. La pression en 2 vaut 80 bar. Dans la chaudière, l'eau est soumise à un flux calorifique de 225 MW ; le rendement de la chaudière est supposé unitaire et les pertes de charge y sont négligées. A l'état 4, la pression vaut 28 bar. La pression en 5 vaut 0.05 bar. On demande :

- de représenter qualitativement les différentes évolutions dans un diagramme (h, s) ;
- de déterminer les caractéristiques (p, t, h, s, x) de l'eau aux divers états ;
- de calculer la puissance motrice de la pompe ($P_{m,P}$) et la puissance de la turbine ($P_{m,T}$).

Solution de l'exercice 4

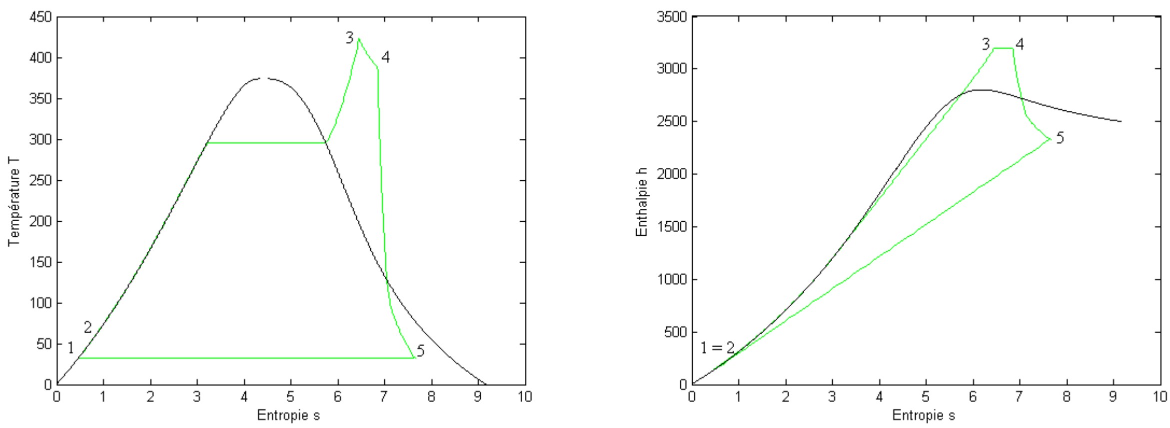

Figure 23.14 – Diagramme T-s et h-s du cycle à laminage.

Le cycle en question est équipé d'une vanne de réglage permettant de laminer[3] le fluide en sortie de chaudière. La vanne de détente est commandée en fréquence par l'axe moteur du cycle. Elle permet de modifier la puissance de la centrale en fonction des variations de fréquence sur le réseau, c'est-à-dire en fonction du rapport entre production et consommation d'énergie électrique sur le réseau, afin de maintenir la fréquence autour des 50 [Hz].

3. Laminer un fluide consiste à le faire passer à travers une obstruction dans une conduite afin d'en diminuer la pression. Les pertes d'énergie potentielle et d'énergie cinétique étant négligeables la transformation se réalise de manière isenthalpique

Voici les données fournies dans l'énoncé de l'exercice :

états	pression $[bar]$	température $[^oC]$	enthalpie $[kJ/kg]$	titre $[-]$	entropie $[kJ/kgK]$
1	0.05			0	
2	80				
2_s	80				
3	80				
4	28				
5_s	0.05				
5	0.05				

Détermination des caractéristiques du point 1

En sortie de condenseur et en entrée de pompe, au point 1, le fluide est à l'état de liquide saturé. Les tables de thermodynamique fournissent les caractéristiques suivantes :

$$h_1 = 138 \left[\frac{kJ}{kg}\right] \qquad s_1 = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad t_1 = 33\ [^oC]$$

Détermination des caractéristiques du point 2

L'écriture énergétique du travail moteur nous informe que, pour une transformation polytropique (adiabatique) :

$$\begin{aligned} w_m &= \int v dp + w_f \quad \Rightarrow \quad w_m = v\,\Delta p + w_f \\ &= \Delta h - q = \Delta h \end{aligned}$$

L'énoncé de l'exercice nous fournit le rendement interne de la pompe : η_i

$$\eta_i = \frac{w_u}{w_m} = \frac{v\,\Delta p}{w_m}$$

$$w_m = \frac{w_u}{\eta_i} = \frac{v\,\Delta p}{\eta_i} = \Delta h \quad \Rightarrow \quad h_2 = h_1 + \frac{v\,(p_2 - p_1)}{0.8} = 146 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Le calcul de la température au point 2 se réalise via la chaleur spécifique à pression constante ($c_p = 4.186 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$) et le coefficient μ_T ($\mu_T = 0.09 \left[\frac{kJ}{kg\,bar}\right]$) :

$$\Delta h = c_p \Delta T + \mu_T\,\Delta p \quad \Rightarrow \quad t_2 = t_1 + \frac{(\frac{v}{\eta_{pi}} - \mu_T)\,\Delta p}{c_p} = 33.68\ [^oC]$$

Détermination des caractéristiques du point 3

La chaudière est caractérisée par un fonctionnement isobare, un rendement unitaire et des travaux de frottement négligeables. En conséquence, le flux de chaleur se traduit simplement par une variation d'enthalpie (pas de travail moteur et pas de pertes vers le milieu extérieur : $\Delta h = q$) :

$$\Delta h = \frac{Q}{\dot{m}} \quad \Rightarrow \quad h_3 = h_2 + \frac{225 \times 10^3}{75} = 3146 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Via les tables de vapeur surchauffée, on détermine les autres caractéristiques de cet état :

$$s_3 = 6.3756 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad t_3 = 402.4\ [^oC]$$

Détermination des caractéristiques du point 4

Par définition, une vanne est isenthalpique. On peut le démontrer par l'équation du travail moteur, en supposant que le diaphragme de la vanne est suffisamment petit pour que les transferts de chaleur soit négligeable [4] :

$$\cancel{w_m} = \cancel{q} - \Delta h - \cancel{\Delta K} - \cancel{g\Delta z} \quad \Rightarrow \quad h_2 = h_1$$

Ainsi $h_4 = 3146 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$. Les tables de vapeur surchauffée nous fournissent les autres caractéristiques du fluide à cet état :

$$s_4 = 6.8227 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad t_4 = 361\ [^oC]$$

Détermination des caractéristiques du point 5

Pour caractériser cet état, il faut d'abord connaitre les caractéristiques de sortie d'une détente isentropique. Sur base de l'entropie et de la pression au point 5_s, on peut facilement calculer le titre en ce point :

$$s'_5 = 0.4778 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right] \qquad s''_5 = 8.3885 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

$$x_5 = \frac{s_{5_s} - s'_5}{s''_5 - s'_5} = 0.8021$$

Ce titre permet le calcul de l'enthalpie qu'aurait le fluide en sortie d'une détente isentropique.

$$h_{5_s} = x_5\, h''_5 + (1 - x_5) h'_5 = 2089 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

Le fluide subit en réalité une détente réelle. Le calcul de cet état 5 est possible puisque le rendement isentropique interne de détente est connu :

$$\eta_{si_{turb.}} = \frac{h_4 - h_5}{h_4 - h_{5_s}} = 0.86 \quad \Rightarrow \quad h_5 = h_4 - \eta_{si_{turb.}} \times (h_4 - h_{5_s}) = 2237 \left[\frac{kJ}{kg}\right]$$

De là, le calcul du titre réel en fin de détente est immédiat :

$$x_5 = \frac{h_5 - h'_5}{h''_5 - h'_5} = 0.866$$

$$s_5 = x_5\, s''_5 + (1 - x_5) s'_5 = 7.328 \left[\frac{kJ}{kg\,K}\right]$$

4. La variation de volume massique entraine une variation d'énergie cinétique mais elle est suffisamment négligeable pour assimiler le comportement de la vanne à une isenthalpique

états	pression $[bar]$	température $[^oC]$	enthalpie $[kJ/kg]$	titre $[-]$	entropie $[kJ/kgK]$
1	0.05	33	138	0	0.4778
2	80	33.68	146	/	0.7178
3	80	402.4	3146	/	6.376
4	28	361	3146	/	6.82
5_s	0.05	33	2089	0.8055	6.82
5	0.05	33	2237	0.866	7.328

Calcul des puissances

$$P_{m,p} = \dot{m} \times (h_2 - h_1) = 75 \times (140 - 138) = 0.75\ [MW]$$

$$P_{m,T} = \dot{m} \times (h_4 - h_5) = 75 \times (3148 - 2237) = 68.325\ [MW]$$

Evolution de $\mu_T = \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T$

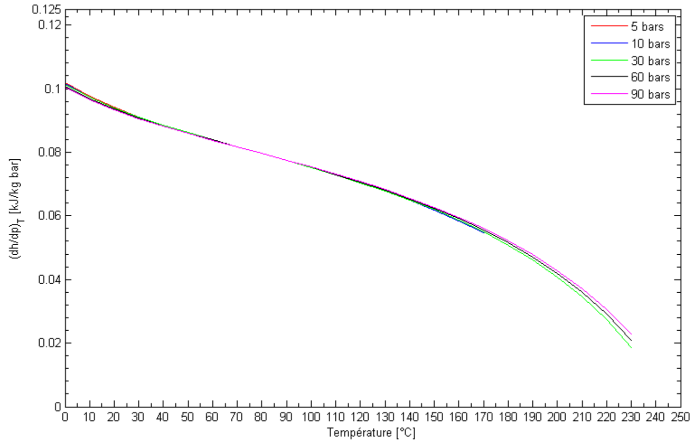

TABLE 23.13 – Evolution de μ_T en fonction de la température

Température $[^oC]$	$\mu_T(30bars)$ $\left[\frac{kJ}{kg\,bar}\right]$
0.02	0.1014
10	0.09720
20	0.09385
30	0.09101
40	0.08847
50	0.08614
60	0.08392
70	0.08175
80	0.07960
90	0.07743
100	0.07520
110	0.07288
120	0.07044
130	0.06784
140	0.06504
150	0.06200
160	0.05865
170	0.05494
180	0.05079
190	0.04610
200	0.04073
210	0.03454
220	0.02730
230	0.01871

Chapitre 24

Air Humide - solutions

Séance 11 - Air Humide

Exercice 1

Dans un local à la pression atmosphérique, l'air est caractérisé par une température de 22°C et par une humidité relative $\phi = 0.6$.

Déterminer les caractéristiques (p, T, v, x, ϕ, h) de l'air dans ce local, d'une part graphiquement et d'autre part par une solution analytique.

Solution de l'exercice 1

Méthode graphique

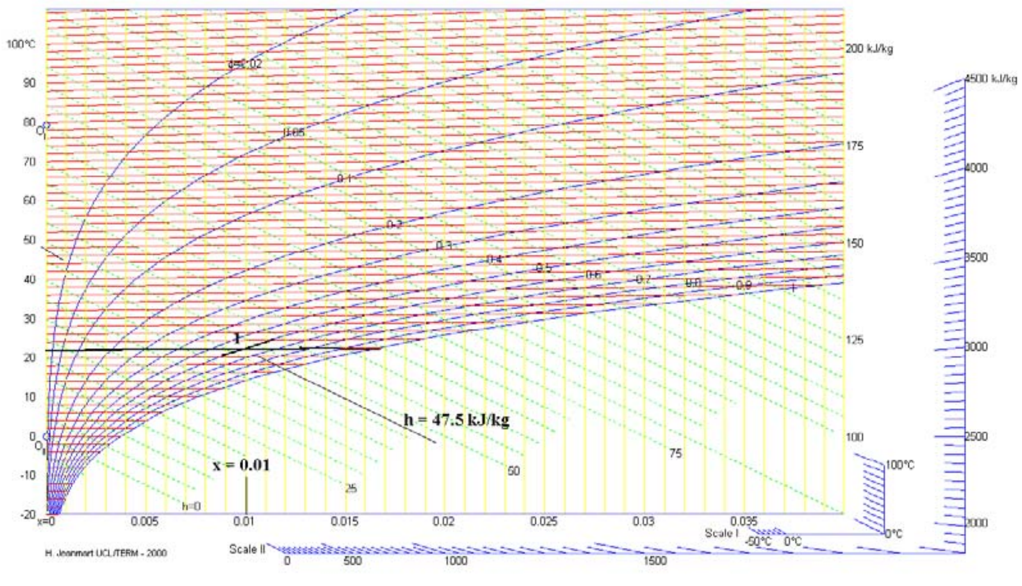

Figure 24.1 – Diagrammme h-x de l'exercice 1

A l'aide du diagramme de l'air humide, on trouve, par intersection de la quasi-horizontale isotherme de 295 K avec la courbe $\phi = 0.6$, les caractéristiques suivantes :
Il reste à déterminer le volume massique v_1. L'air étant composé essentiellement de deux gaz diatomiques, on peut l'assimiler à un gaz parfait. Cependant, la constante massique des gaz parfaits R^* de l'air humide doit encore être calculée pour résoudre le problème.