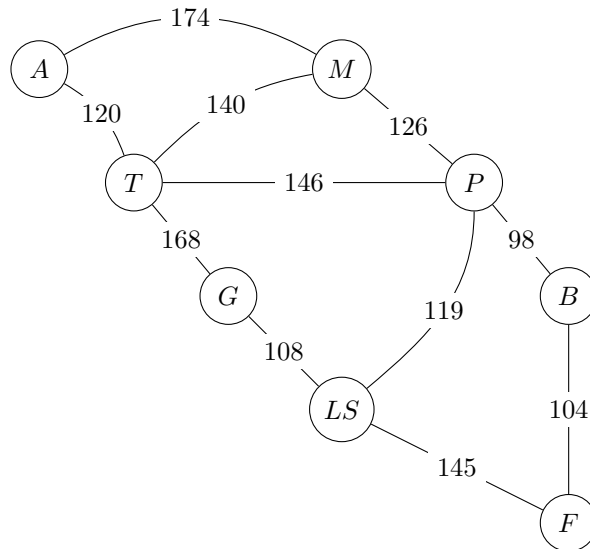
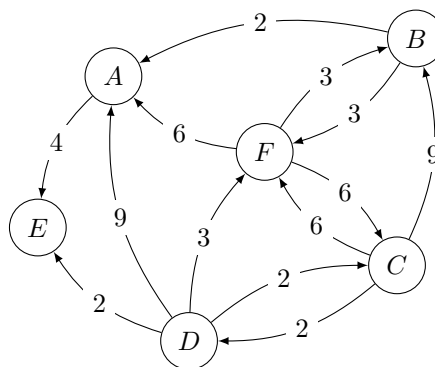


Exercice 1 (Voyage en Italie) On désire se rendre de la ville d'Aoste à la ville de Florence. Pour cela, on consulte une carte routière afin d'optimiser le trajet. Le graphe suivant indique les distances entre différentes villes d'Italie : Aoste (A), Milan (M), Parme (P), Turin (T), Gênes (G), La Spézia (LS), Bologne (B) et Florence (F).



Déterminer le trajet le plus court entre Aoste et Florence. On indiquera les villes parcourues et l'ordre de parcours.

Exercice 2 (Optimisation de parcours) On considère le graphe orienté suivant :



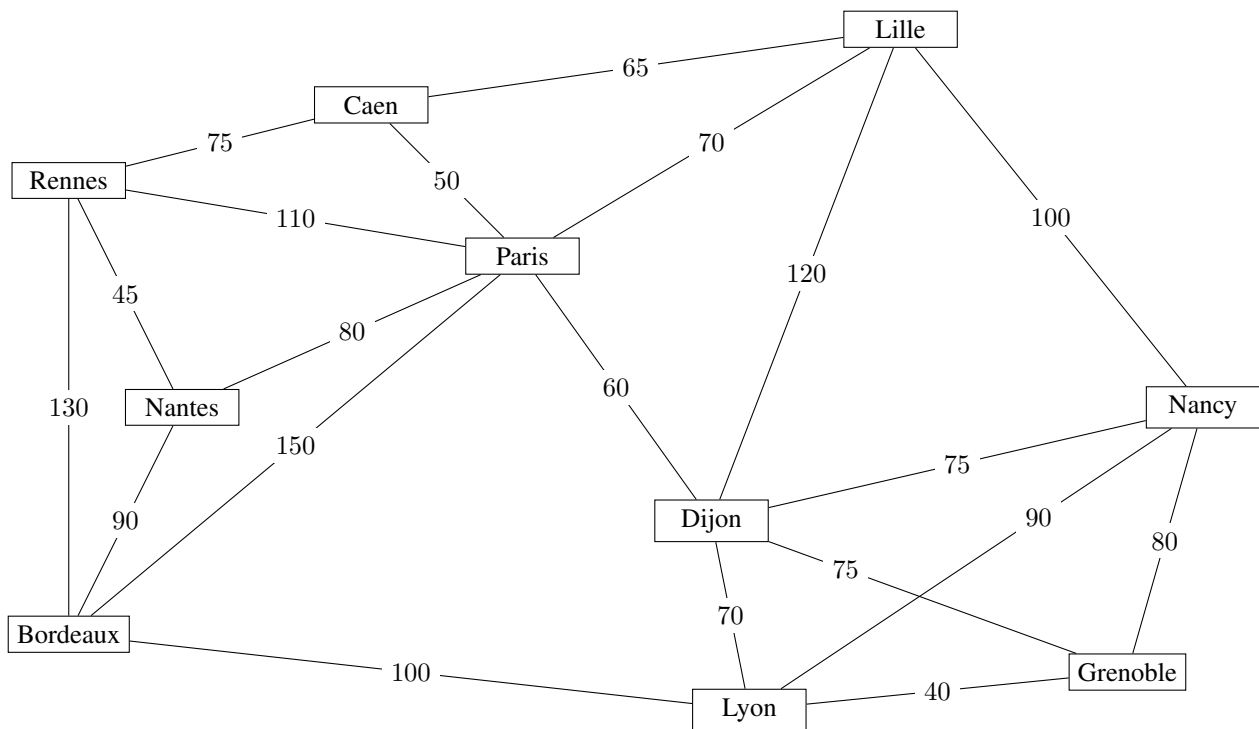
Déterminer le plus court chemin entre le sommet C et le sommet A .

Exercice 3 (Sous-arbre couvrant minimal) Soit T un arbre couvrant minimal d'un graphe $G = (V, E, w)$ connexe, non orienté et valué. On considère

- ★ V' un sous-ensemble de V ,
- ★ T' le sous-graphe de T induit par V' (c'est donc une forêt),
- ★ G' le sous-graphe de G induit par V' .

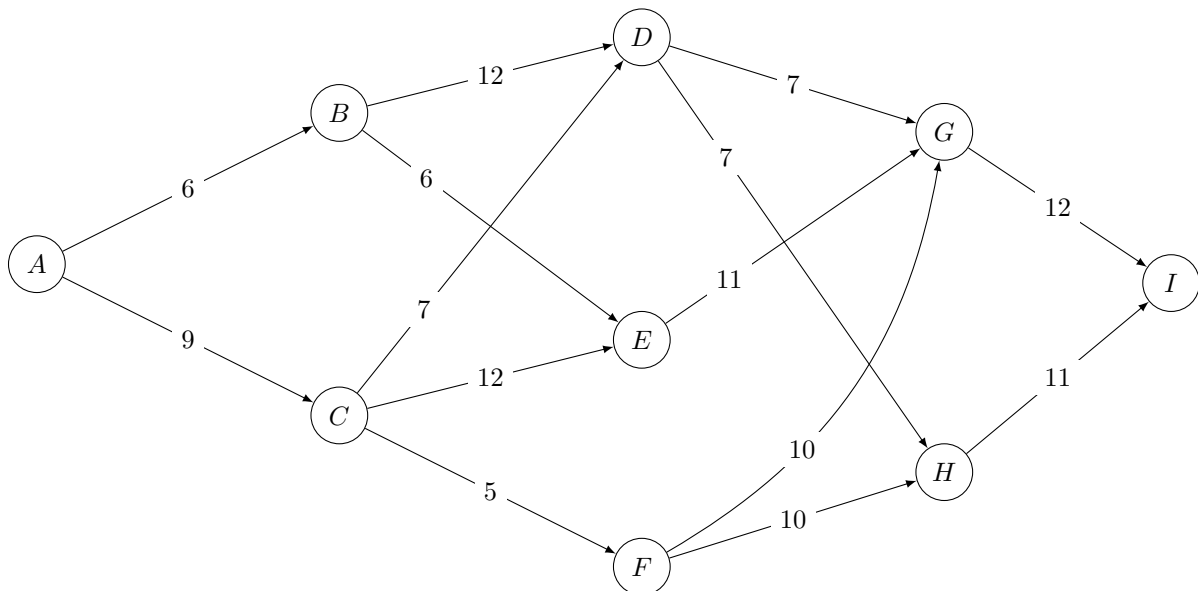
Montrer que si T' est connexe, alors T' est un arbre couvrant minimal de G' .

Exercice 4 (Réseau privé) Une entreprise souhaite mettre en place un réseau privé reliant à moindre coût ses dix agences situées un peu partout en France. Le graphe ci-dessous indique les dix agences en question et les coûts d'installation des liaisons possibles en milliers d'euros.



1. Appliquer l'algorithme de Kruskal pour trouver la solution de ce problème.
2. Appliquer l'algorithme de Prim en prenant Paris comme sommet de départ pour résoudre le problème.

Exercice 5 (Réseau routier) Neuf villes désignées par des lettres de *A* à *I* sont actuellement reliées entre elles par le réseau routier ci-dessous :



Afin d'accroître le trafic possible entre *A* et *I*, un projet de doublement de voies est à l'étude. Le coût, en millions d'euros, des travaux nécessaires pour l'amélioration de chaque tronçon est indiqué sur l'arc correspondant. Déterminer le tracé et la valeur du coût le plus économique.