

Spettroscopia gamma

Gruppo III:

Erica Brisigotti, Emmanuele Lotano, Ylenia Mascolo

Docenti:

Prof.ssa Michela Prest
Prof. Erik Silvio Vallazza

Assistenti di laboratorio:

Christian Petroselli
Federico Ronchetti
Alessia Selmi



Laboratorio di Fisica III A - Modulo di Fisica Subnucleare

Anno accademico 2020/2021

Università degli Studi dell'Insubria

Dipartimento di Scienza ed Alta Tecnologia

Indice

1	Introduzione	3
2	<i>Voltage scan</i>	5
2.1	Esempio di analisi di un <i>set</i> di dati e calibrazione	5
2.2	<i>Voltage scan</i> per il guadagno	9
2.3	<i>Voltage scan</i> per la risoluzione	10
3	Analisi di spettri e calibrazione	11
3.1	Calibrazione	11
3.2	Analisi degli spettri	13
3.2.1	Fondo ambientale	14
3.2.2	^{60}Co	15
3.2.3	^{57}Co	16
3.2.4	^{109}Cd	16
3.2.5	^{137}Cs	17
3.2.6	^{133}Ba	18
3.2.7	^{54}Mn	19
3.2.8	^{65}Zn	19
3.2.9	^{22}Na	20
3.2.10	^{226}Ra	21
3.2.11	Fertilizzante	22
3.2.12	Fosforite	22
3.2.13	Tufo	23
3.3	Valutazioni finali	24
4	Misura di correlazioni gamma-gamma	26
4.1	^{60}Co	26
4.2	^{22}Na	27
4.3	^{133}Ba	27
4.4	^{137}Cs	28
5	Misura del coefficiente di assorbimento	29
5.1	Esempio di spettro di assorbimento	30
5.2	<i>Rate</i> in funzione dello spessore	33
6	Appendice	35
6.1	Effetto fotoelettrico	35
6.2	<i>Scattering Compton</i>	35
6.3	Produzione di coppie	36
7	Fonti	36

1 Introduzione

La radiazione gamma corrisponde genericamente¹ alla parte a più alta frequenza dello spettro elettromagnetico ed è stata scoperta nel 1900 da Paul Villard, studiando le emissioni di un campione di radio; inizialmente si pensò a particelle molto penetranti e solo nel 1910 grazie al lavoro di Bragg, si dimostrò che si trattava di onde elettromagnetiche.

Questa esperienza di laboratorio prevede la misura della radiazione emessa da diverse sorgenti radioattive le cui caratteristiche sono indicate in tabella (1):

Sorgente	energia della radiazione γ (keV)
^{60}Co	1173; 1333
^{57}Co	122
^{137}Cs	662
^{109}Cd	88
^{133}Ba	80; 302; 356
^{22}Na	511; 1275
^{226}Ra	77; 185; 241; 292; 351; 609; 1120
^{54}Mn	834
^{65}Zn	1116

Tabella 1: Sorgenti utilizzate in laboratorio, con i relativi picchi di emissione di raggi γ .

Tutte le misure sono state effettuate utilizzando uno scintillatore a ioduro di sodio drogato al tallio NaI(Tl) di $2'' \times 2''$, mostrato in figura (1) (Saint Gobain), accoppiato a una base con preamplificatore (Bicron).

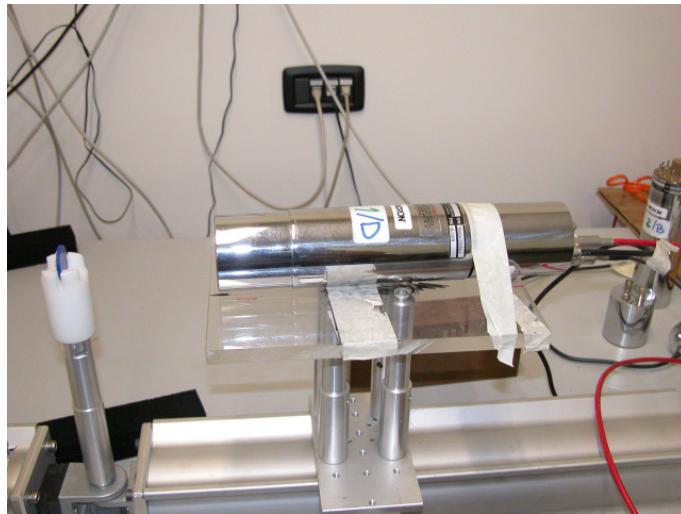


Figura 1: Foto del rivelatore a NaI(Tl) utilizzato per le misure.

¹Non esiste una soglia che distingua tra radiazione gamma e raggi X, cioè la parte dello spettro immediatamente precedente: in radioastronomia convenzionalmente la soglia viene posta a 511 keV; nella fisica nucleare e nella fisica medica, si considera X la radiazione prodotta in decadimenti atomici e gamma quella tipica dei processi nucleari, che, di solito, emettono fotoni più energetici.

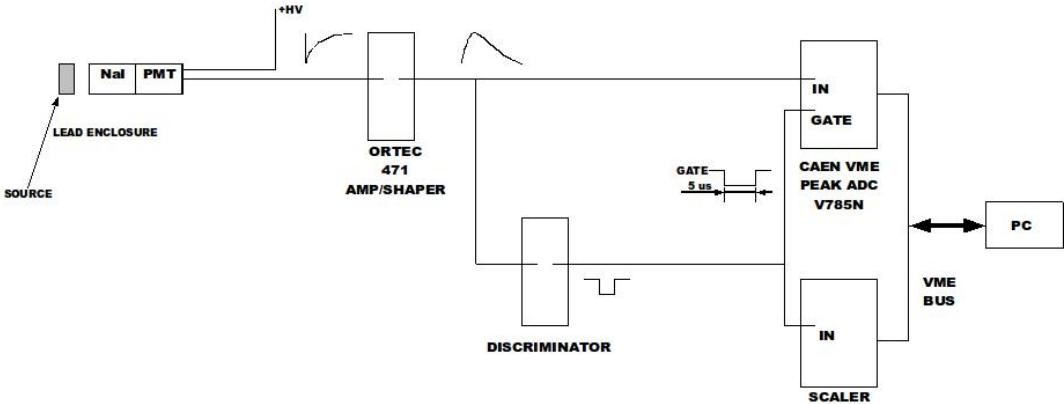


Figura 2: Schematizzazione dell'apparato sperimentale utilizzato per le misure.

La catena di acquisizione per tutte le fasi della misura è rappresentata in figura (2) e consiste di:

- * un *amplifier/shaper* (ORTEC 471) che amplifica e forma il segnale in uscita dalla base del fotomoltiplicatore, segnale campionato successivamente dall'ADC;
- * un discriminatore che genera il *gate* dell'ADC; i segnali discriminati vengono contati da uno *scaler* VME per correggere per il tempo morto del sistema di lettura;
- * un'ADC VME a 12 bit *peak sensing* (V785N della CAEN), per l'acquisizione degli spettri.

La catena è stata duplicata per acquisire due rivelatori contemporaneamente nella fase di misura delle correlazioni gamma-gamma.

L'esperienza prevedeva le seguenti misure:

1. misura della dipendenza del guadagno e della risoluzione energetica dalla tensione di alimentazione del rivelatore, e la calibrazione del sistema con la sorgente di ^{226}Ra assieme alla valutazione della non linearità;
2. acquisizione degli spettri delle sorgenti riportate in tabella (1), assieme ad un campione di fosforite, di fertilizzante e di tufo;
3. misura di correlazioni gamma-gamma;
4. misura del coefficiente di assorbimento del Pb.

2 Voltage scan

Le misure sono state effettuate utilizzando la sorgente di ^{226}Ra posizionata in modo tale che il *rate* di conteggio fosse prossimo a 1 kHz. In particolare, sono stati acquisiti gli spettri a *step* di 50 V, tra 600 e 800 V.

Il segnale elettrico prodotto dal sistema scintillatore+PM e campionato dall'ADC è proporzionale alla carica rilasciata dalla radiazione e quindi all'energia della radiazione stessa. Per trasformare lo spettro in ADC in uno spettro in energia è necessario effettuare una calibrazione, cioè acquisire degli spettri di sorgenti di cui è nota la posizione dei picchi e ottenere un plot “posizione del picco in keV” vs “posizione del picco in ADC” che permetta di ricavare i fattori di conversione. Il valore del picco in ADC è ovviamente quello corrispondente alla posizione del picco dell'effetto fotoelettrico, dato che in questo caso tutta l'energia viene depositata dentro il rivelatore.

I picchi considerati per la calibrazione sono quelli a 77, 185, 241, 295, 351 e 609 keV, che permettono una calibrazione semplificata ADC-energia per calcolare il piedistallo dello spettro, definito come l'intercetta della retta di calibrazione con l'asse y. Tale piedistallo è dovuto sia al rivelatore (corrente di buio del preamplificatore) sia alla catena elettronica (*baseline* di uscita del sistema preamplificatore+*shaper* e 0 dell'ADC).

Inoltre è stato considerato un ulteriore picco a 1120 keV in modo tale da verificare l'eventuale saturazione del rivelatore per valori di energia elevati.

Il primo scopo della misura consiste nel verificare la dipendenza del guadagno del PM dalla tensione di alimentazione secondo la relazione:

$$G = (kV)^{\alpha n} \quad (1)$$

con n numero dei dinodi e α probabilità dell'elettrone di colpire il dinodo (60-70%).

Il secondo obiettivo consiste nella misura dell'andamento della risoluzione energetica, che corrisponde alla minima differenza di energia che un rivelatore può misurare, per il picco a 609 keV in funzione della tensione di alimentazione del PM; essa è definita come:

$$R = \frac{\Delta E}{E} = \frac{2.35 \cdot \delta}{\mu} \quad (2)$$

con E posizione del picco e ΔE larghezza del picco a mezza altezza; tale risoluzione si può ricavare dal *fit* gaussiano del picco a partire dalla deviazione standard $\delta \propto \Delta E$ e dal valore medio $\mu \sim E$ della gaussiana.

2.1 Esempio di analisi di un *set* di dati e calibrazione

Per verificare la dipendenza del guadagno e della risoluzione energetica (per il picco a 609 keV) dalla tensione di alimentazione sono stati forniti 5 *set* di dati formati da migliaia di segnali acquisiti sotto forma di valori di ampiezza (massima del segnale unipolare, siccome è stato impiegato un'ADC in *peak-sensing*) registrati sui canali dello strumento di digitalizzazione. Siccome su ogni *set* di dati è stata eseguita la medesima analisi, si riporta un esempio soltanto.

Per analizzare lo spettro di radiazione è stato necessario realizzare un istogramma di frequenza dei valori di ampiezza forniti, che ha permesso una visualizzazione dei vari picchi di emissione del ^{226}Ra . Poiché il *range* dell'ADC è di 12 bit, si osserva che i possibili valori di ampiezza variano nell'intervallo [1, 4096]. La zona di interesse (contenente i picchi da analizzare) risulta limitata rispetto a tale intervallo: pertanto, nelle figure a seguire si è ristretta la finestra di analisi.

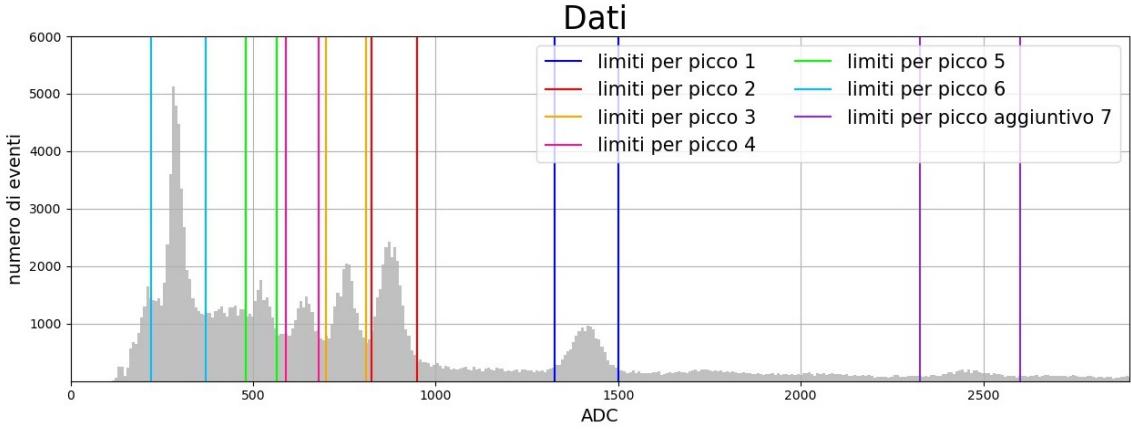


Figura 3: Rappresentazione dello spettro di emissione del ^{226}Ra .

Come è possibile notare dalla figura (3), sono visibili 7 picchi (ciascuno delimitato da due rette) immersi nel fondo ambientale (la cui composizione e forma saranno discusse nella sezione a seguire): quest'ultimo risulta caratterizzato da un punto di inizio giustificabile dall'inserimento di una soglia nel discriminatore, che seleziona la minima energia (e quindi un *trigger*) utile alla misura evitando la registrazione del fondo ambientale a bassa energia, che costituirebbe una parte consistente degli eventi acquisiti inficiando la statistica dei picchi e intansando inutilmente il rivelatore.

Ciascun picco è stato inizialmente identificato utilizzando un *fit* gaussiano, ma la presenza del fondo ha richiesto l'utilizzo di una strategia di *fit* più elaborata: i parametri stimati dal *fit* gaussiano iniziale sono stati utilizzati per guidare a convergenza un *fit* della forma:

$$y(x) = A e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}} + (Bx + C) \quad (3)$$

dove il primo termine gaussiano è volto a descrivere il picco (di cui si vuole stimare la posizione a partire dai parametri), mentre il secondo termine lineare modellizza il fondo.

Di seguito sono riportati i picchi considerati con il *fit* di equazione (3):

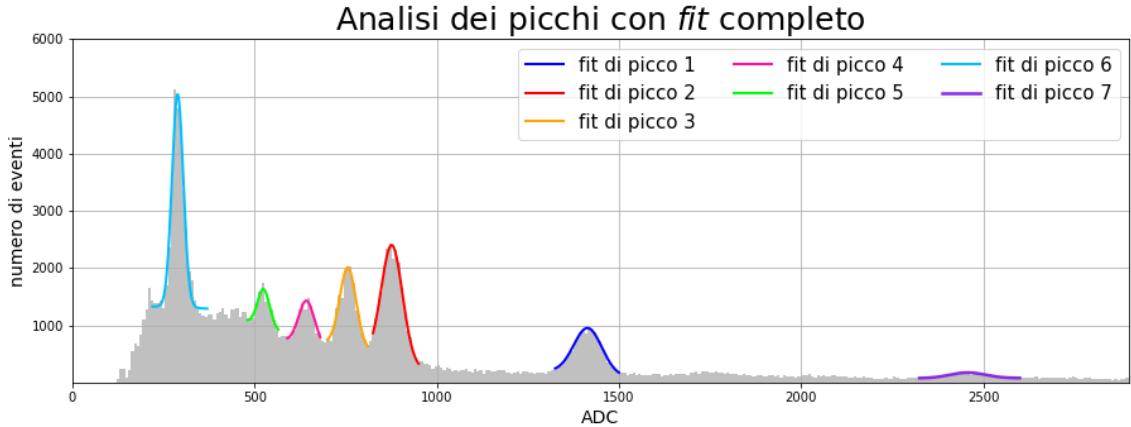


Figura 4: Rappresentazione dello spettro di ^{226}Ra con *fit* della forma (3) dei picchi.

I *fit* eseguiti sono stati utilizzati per stimare la posizione in ADC di ciascun picco, come il valore medio μ del termine gaussiano. Di seguito sono rappresentati in dettaglio i picchi considerati:

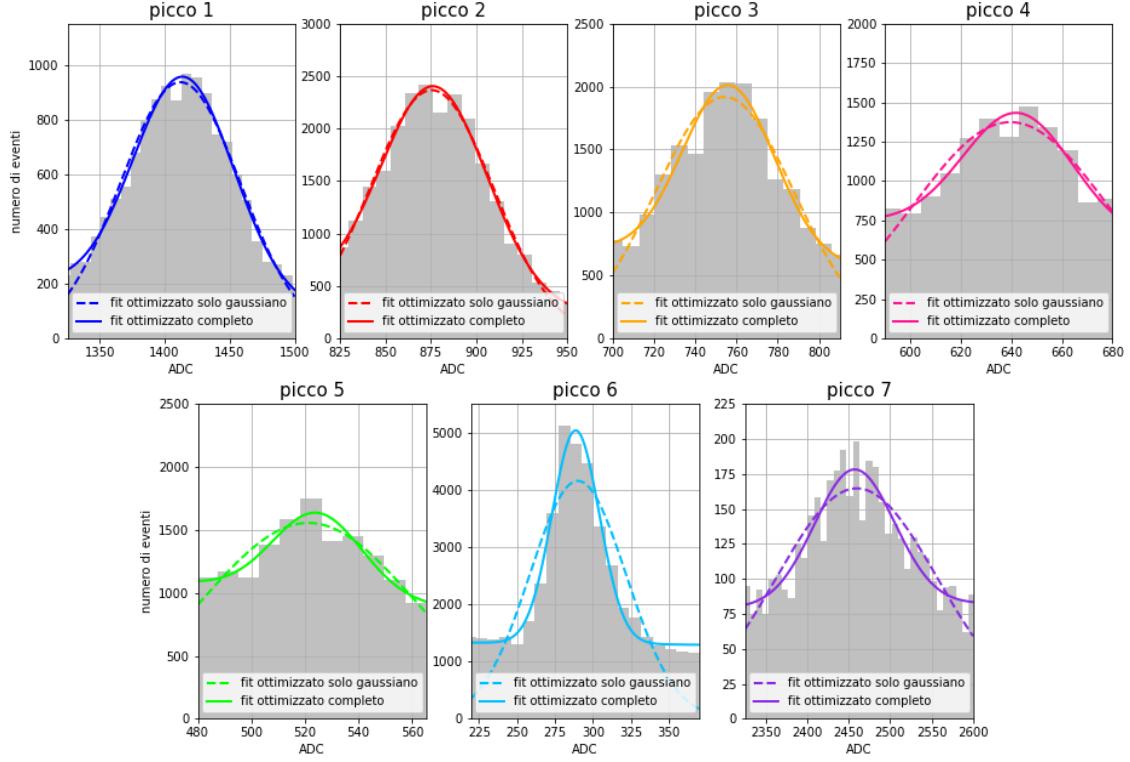


Figura 5: Rappresentazione in dettaglio dei picchi con *fit* della forma (3).

Una volta ottenuta la posizione in ADC di ciascun picco, attraverso una calibrazione (basata su una dipendenza lineare), è stato possibile convertire il valore di energia stimato da ADC in keV.

Di seguito sono riportate le posizioni dei picchi in ADC, stimate dai *fit*:

[ADC]	1414 ± 1	877 ± 2	756 ± 2	643 ± 4	525 ± 3	289 ± 1	2457 ± 4
[keV]	609	351	295	241	185	77	1120

Tabella 2: Posizioni in ADC dei picchi stimate dai *fit* e posizioni in keV.

Per effettuare la calibrazione i valori stimati in ADC sono stati rappresentati in funzione dei rispettivi in keV, in modo tale da poter eseguire un *fit* della forma:

$$ADC = m \cdot keV + q \quad (4)$$

per ricavare l'intercetta q e il coefficiente angolare m che corrisponde al guadagno G in tensione. I valori ricavati sono riportati di seguito:

$m = G$ [ADC/keV]	q [ADC]
2.12 ± 0.01	127 ± 2

Tabella 3: Parametri stimati dal *fit* lineare.

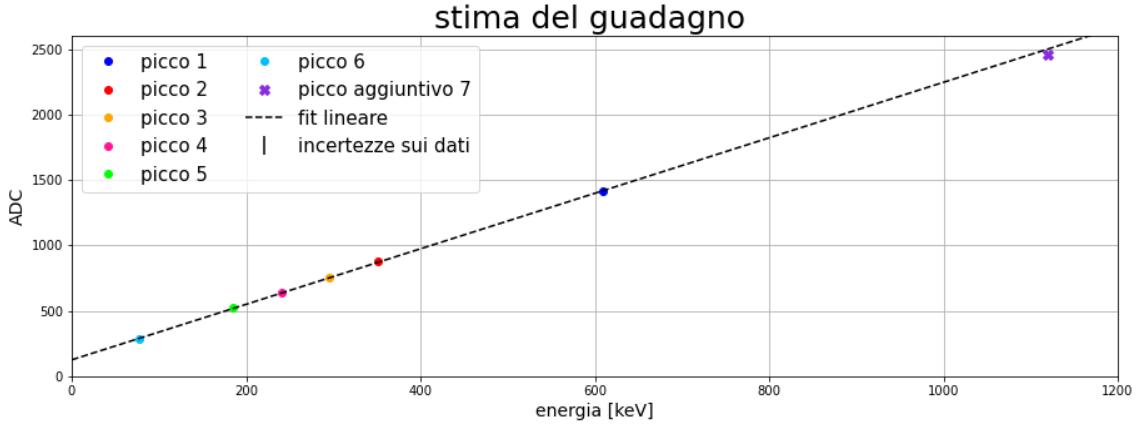


Figura 6: Rappresentazione della retta di calibrazione.

Come si può notare dalla figura (6), la retta di calibrazione ottenuta presenta un’intercetta non nulla: la registrazione in ADC presenta infatti un valore anche per energie in keV nulle dovuto sia al rivelatore che alla catena elettronica.

Inoltre è facile osservare che il guadagno corrispondente al settimo picco, non sfruttato nel *fit* lineare, si discosta leggermente (di 1.81% del valore trovato in ADC) dalla retta di calibrazione: questo è dovuto alla saturazione del rivelatore per valori di energia elevati ed è osservabile anche nello spettro convertito in keV riportato a seguire.

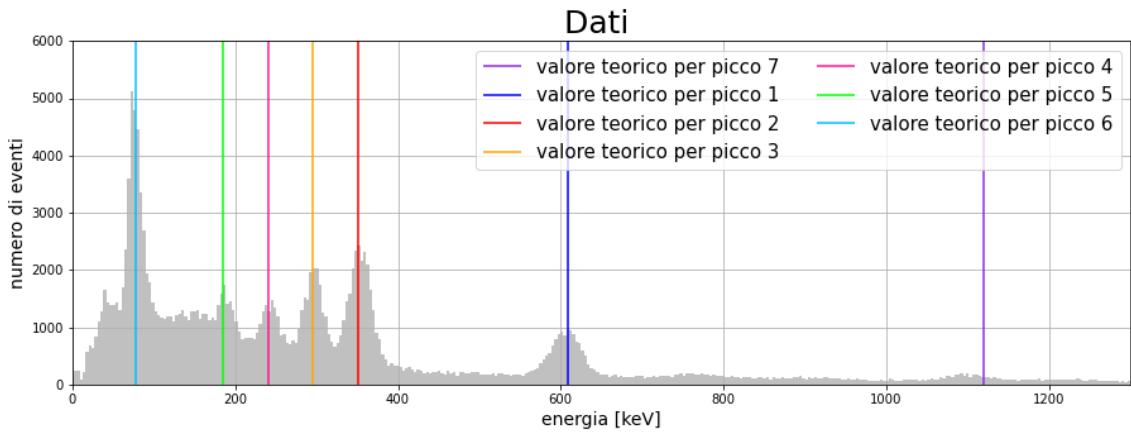


Figura 7: Rappresentazione dello spettro di ^{226}Ra convertito in keV, indicando i valori tabulati di riferimento (ottenuti con un rivelatore al germanio).

I valori di guadagno G stimati per ciascun *set* di dati saranno impiegati nella sezione a seguire per stimare il numero di dinodi presenti nel fotomoltiplicatore.

Infine, dopo aver ricalibrato i valori di energia in keV, è stato possibile stimare la risoluzione energetica R che corrisponde alla minima differenza di energia che un rivelatore può misurare e può essere calcolata come il rapporto tra la larghezza a mezza altezza del picco $\Delta E = 2.35 \sigma$ considerato rispetto alla posizione del picco stesso $E = \mu$.

Tale procedimento è stato effettuato solo per il picco a 609 keV, considerato come riferimento, utilizzando i relativi parametri δ e μ stimati dal *fit* gaussiano:

$$R = \frac{2.35 \cdot \delta}{\mu} = 0.064 \quad \sigma_R = 2.35 \sqrt{\sigma_\delta^2 \frac{1}{\mu^2} + \sigma_\mu^2 \frac{\delta^2}{\mu^4}} = 0.004 \quad (5)$$

I valori di risoluzione energetica R del picco a 609 keV stimati per ciascun *set* di dati saranno impiegati nella sezione a seguire per trovare la dipendenza della risoluzione dalla tensione.

2.2 *Voltage scan* per il guadagno

I cinque *set* di dati forniti sono stati analizzati, come illustrato nella sezione precedente, per ricavare il rispettivo valore di guadagno G , stimato come il coefficiente angolare della retta in formula (4). Di seguito sono riportati i valori trovati per ciascun *set* di dati, che saranno riscalati di un coefficiente $p = P_{0.600}/P_{kV}$ (rispetto al riferimento di 0.600 kV) necessario per compensare le differenti impostazioni di amplificazione utilizzate:

tensione [kV]	P_{kV}	G [ADC/keV]	$y = p \cdot G$ [ADC/keV]
0.600	1000	2.12 ± 0.01	2.12 ± 0.01
0.650	500	1.92 ± 0.01	3.84 ± 0.02
0.700	200	1.36 ± 0.01	6.80 ± 0.05
0.750	200	2.30 ± 0.01	11.50 ± 0.05
0.800	100	1.85 ± 0.01	18.5 ± 0.1

Tabella 4: Valori di tensione e guadagno stimati per ciascun *set* di dati con valori riscalati.

Tali valori sono stati utilizzati per ricavare il numero di dinodi n , presenti all'interno del fotomoltiplicatore, eseguendo un *fit* della forma:

$$y(x) = (kV)^{\alpha n} = C \cdot e^{\gamma x} \quad \text{con} \quad \begin{cases} x = \log(kV) \\ \gamma = \alpha n \end{cases} \quad (6)$$

con $\alpha = 0.65$ probabilità dell'elettrone di colpire il singolo dinodo.

Si riportano a seguire i parametri ottimizzati stimati dal *fit* esponenziale in figura (8):

C [ADC/keV]	γ
100 ± 2	7.56 ± 0.04

Tabella 5: Valori stimati dal *fit* esponenziale.

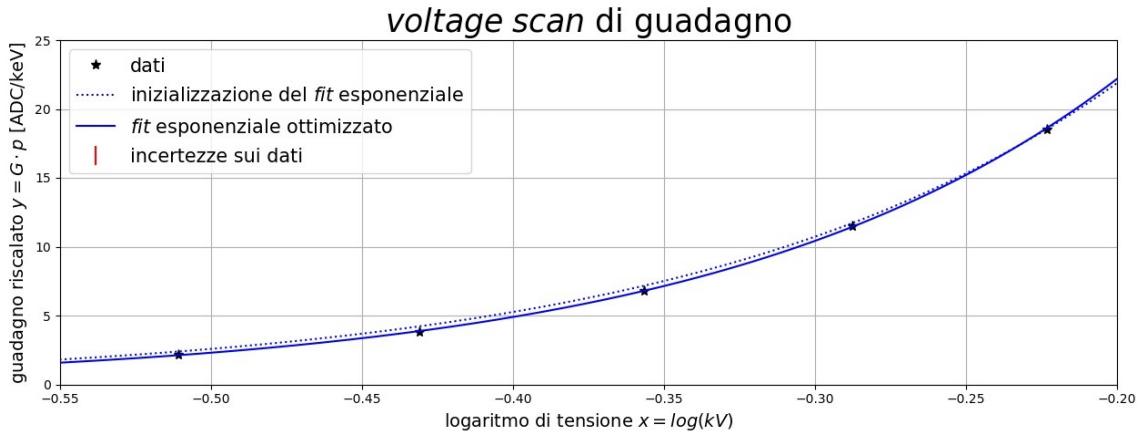


Figura 8: Rappresentazione del guadagno riscalato in funzione del logaritmo della tensione.

Dal grafico in figura (8) è possibile osservare che il *fit* esponenziale aderisce correttamente ai dati considerati. È quindi possibile ritenere accettabile la stima dei parametri riportati in tabella (5), che possono essere utilizzati per ricavare il numero di dinodi n incognito:

$$n = \frac{\gamma}{\alpha} = 11.63 \quad \sigma_n = \frac{\gamma}{\alpha} \cdot \sigma_\gamma = 0.06 \quad (7)$$

Arrotondando (per eccesso) ad un numero naturale si ottiene quindi che il fotomoltiplicatore utilizzato contiene un numero di dinodi pari a $n = 12$.

2.3 Voltage scan per la risoluzione

I cinque *set* di dati forniti sono stati analizzati, come illustrato nella sezione precedente, per ricavare il rispettivo valore di risoluzione energetica R , stimato in ciascun caso per il picco a 609 keV. Di seguito sono riportati i valori trovati per ciascun *set* di dati:

tensione V [V]	R
600	0.064 ± 0.005
650	0.060 ± 0.003
700	0.061 ± 0.005
750	0.060 ± 0.002
800	0.064 ± 0.003

Tabella 6: Valori di tensione e risoluzione energetica stimati per ciascun *set* di dati.

L'andamento della risoluzione R rispetto alla tensione V è risultato compatibile con una funzione costante della forma $R = R_0 = 0.061 \pm 0.001$: infatti è stato possibile ottenere un valore di $\tilde{\chi}^2 = 0.0001$ che permette di accettare la compatibilità essendo molto inferiore alla soglia di 1.

3 Analisi di spettri e calibrazione

La misura è stata effettuata utilizzando tutte le sorgenti riportate in tabella (1): durante l'acquisizione sono stati impiegati entrambi i rivelatori per misurare gli spettri delle sorgenti già menzionate, di alcuni campioni ambientali (di fertilizzante, fosforite, tufo) e del fondo ambientale. Durante l'acquisizione degli spettri, il *rate* è stato mantenuto inferiore a 2 kHz.

Tutti i picchi fotoelettrici noti, riportati sempre in tabella (1), sono stati utilizzati per calcolare la retta di calibrazione: a partire da questa sarà quindi possibile verificare la correttezza dell'ipotesi di linearità della dipendenza tra i valori teorici di energia (in keV) e quelli stimati (in ADC). Inoltre, a partire dal guadagno ottenuto tramite il *fit* lineare sarà possibile convertire i dati da ADC in keV e ri-fittare i picchi degli spettri così ottenuti in modo da confrontare i valori teorici con quelli appena fittati.

3.1 Calibrazione

Il procedimento utilizzato per trovare i valori in ADC dei picchi di ciascuna sorgente risulta identico a quello illustrato nell'esempio della sezione precedente.

Per effettuare la calibrazione di ciascun fotomoltiplicatore, i valori stimati in ADC sono stati rappresentati in funzione dei rispettivi in keV, in modo tale da poter eseguire un *fit* lineare della forma (4). I risultati ottenuti sono riportati nella figura a seguire:

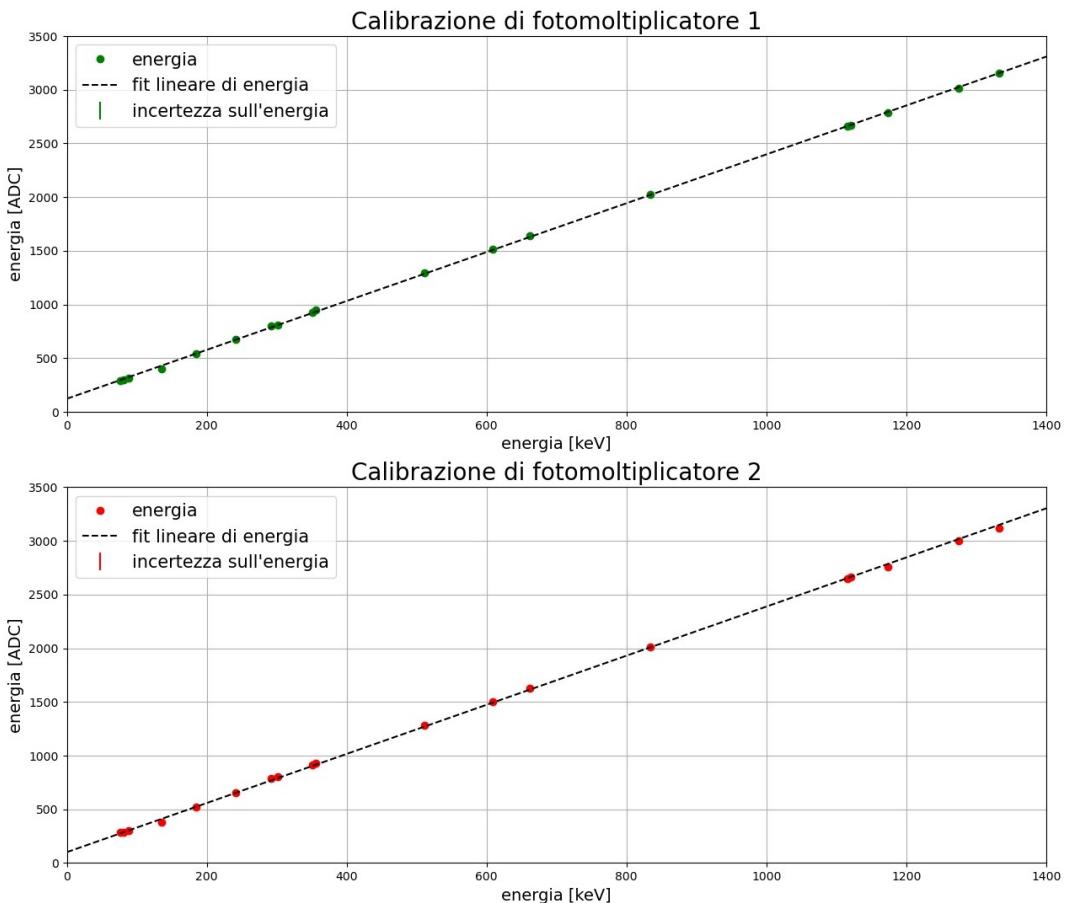


Figura 9: Rappresentazione delle rette di calibrazione dei due fotomoltiplicatori.

Dalla figura (9) è possibile notare che i dati aderiscono correttamente al *fit* e quindi è stato possibile ricavare i parametri q corrispondente all'intercetta della retta e m corrispondente al coefficiente angolare pari al guadagno G :

	$m = G$ [ADC/keV]	q [ADC]	$\tilde{\chi}^2$
PM1	2.28 ± 0.01	123 ± 5	0.20
PM2	2.29 ± 0.01	102 ± 7	0.23

Tabella 7: Valori stimati dal *fit* lineare per i due fotomoltiplicatori con rispettivi estimatori di bontà $\tilde{\chi}^2$.

I valori di $\tilde{\chi}^2$ calcolati risultano accettabili siccome inferiori al valore di aspettazione unitorio: è possibile quindi affermare che l'ipotesi di una dipendenza lineare tra i valori di energia in keV e in ADC è fondata.

Per tale ragione e per le ridotte incertezze, i parametri stimati posso essere considerati corretti: è quindi possibile osservare che l'equalizzazione dei dati raccolti dai due fotomoltiplicatori con un opportuno fattore di amplificazione, settato tramite gli amplificatori ORTEC, si manifesta in valori dei parametri compatibili tra di loro, entro 3σ .

Nella tabella a seguire si riportano, per completezza, i valori utilizzati in ADC e in keV:

Sorgente	energia in keV	energia in ADC (PM1)	energia in ADC (PM2)
^{60}Co	1173	2789 ± 2	2760 ± 2
	1333	3151 ± 1	3117 ± 2
^{57}Co	122	400 ± 1	383 ± 1
^{137}Cs	662	1640 ± 1	1628 ± 1
^{109}Cd	88	311 ± 3	299 ± 4
^{133}Ba	80	302 ± 1	283 ± 2
	302	812 ± 4	804 ± 6
	356	948 ± 3	929 ± 2
^{22}Na	511	1297 ± 1	1284 ± 1
	1275	3013 ± 1	2999 ± 2
^{226}Ra	77	295 ± 3	284 ± 4
	185	540 ± 2	518 ± 1
	241	675 ± 1	654 ± 3
	292	799 ± 1	785 ± 3
	351	930 ± 1	915 ± 1
	609	1517 ± 1	1506 ± 1
	1120	2668 ± 3	2661 ± 8
^{54}Mn	834	2027 ± 2	2016 ± 3
^{65}Zn	1116	2662 ± 5	2649 ± 7

Tabella 8: Picchi noti di energia in keV e in ADC per ciascuna sorgente analizzata e per entrambi i fotomoltiplicatori (PM) utilizzati.

3.2 Analisi degli spettri

Le misure effettuate in laboratorio hanno coinvolto rivelatori di dimensioni intermedie, nei cui spettri è possibile riscontrare la presenza delle seguenti zone:

- un **picco fotoelettrico**², di forma approssimabile ad una gaussiana, centrato in un valore di energia pari a quella dei fotoni emessi dalla sorgente;
- un **continuo Compton** dovuto alla registrazione degli elettroni emessi per effetto Compton³: tale zona è limitata (a destra) dalla spalla Compton, posizionata a circa 200 keV in meno del picco fotoelettrico e corrispondente al caso in cui un fotone è respinto indietro (cioè scatterato di un angolo $\theta = \pi$). Inoltre, il continuo Compton può essere collegato al corrispondente picco fotoelettrico grazie ai **multipli effetti Compton** che si verificano quando i fotoni emessi per effetto Compton (caratterizzati da energia minore rispetto a quelli emessi dalla sorgente) effettuano a loro volta *scattering Compton*;
- nel caso in cui l'energia sia sufficiente per la produzione di coppie⁴, si ottengono anche dei **picchi di doppia fuga** centrati in $E = h\nu' = h\nu - 2 \cdot 511$ keV, che si hanno quando l'annichilazione del positrone della coppia prodotta porta all'emissione di due fotoni da 511 keV. Similmente è possibile osservare la presenza di **picchi di singola fuga** che si ottengono quando solo uno dei fotoni (prodotti dall'annichilazione del positrone della coppia) è emesso con energia $E' = h\nu'' = h\nu - 511$ keV (mentre il secondo fa effetto fotoelettrico): il picco così ottenuto è posizionato a metà tra quello di doppia-fuga e quello fotoelettrico.

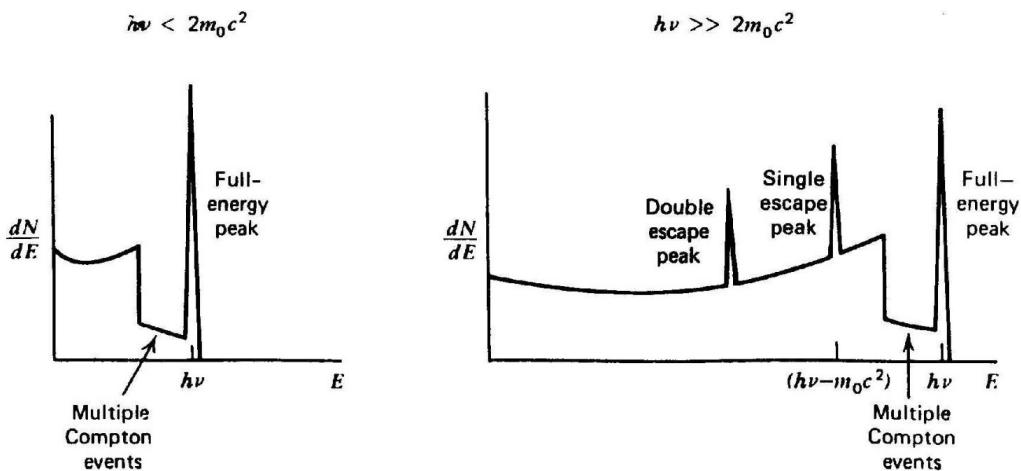


Figura 10: Schematizzazione della forma degli spettri acquisiti da rivelatori di dimensioni intermedie.

²vedi 6.1 Appendice: **Effetto fotoelettrico**.

³vedi 6.2 Appendice: **Scattering Compton**.

⁴vedi 6.3 Appendice: **Produzione di coppie**.

3.2.1 Fondo ambientale

Come prima analisi si è deciso di considerare lo spettro del fondo ambientale (acquisendo dati in assenza di sorgenti e schermature) in modo tale da osservare la presenza di radioattività naturale, che potrebbe inficiare la forma degli spettri ottenuti a seguire. Infatti, conoscere la forma del fondo ambientale renderà possibile distinguere i comportamenti attribuibili alle sorgenti analizzate nelle prossime sezioni.

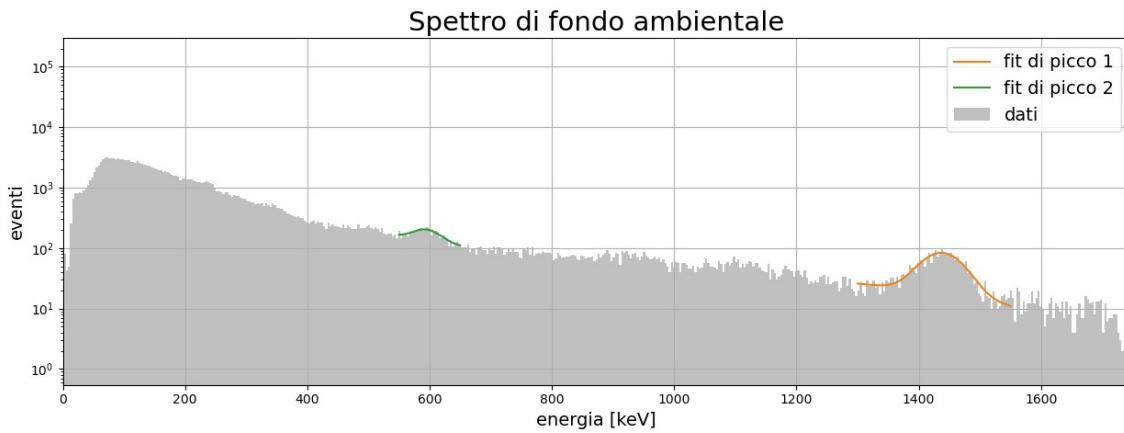


Figura 11: Rappresentazione dello spettro del fondo ambientale.

Nello spettro di radioattività ambientale in figura (11) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 595 ± 3 keV, attribuibile all'emissione di raggi gamma da 583 keV che avviene nel decadimento del torio-228 (^{228}Th) in tallio-208 (^{208}Tl), giustificato dalla presenza di torio nell'ambiente;
- un picco photoelettrico a 1438 ± 1 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1460 keV che avviene successivamente al decadimento β^+ del potassio-40 (^{40}K) in argon-40 (^{40}Ar) instabile, il quale decade a sua volta emettendo fotoni verso il suo stato stabile (dovuto al fatto che il potassio è il settimo elemento per abbondanza nella crosta terrestre);
- una spalla Compton a circa 1200 keV precedente al picco photoelettrico del potassio-40.

Oltre ai picchi identificati, è possibile notare una crescita in corrispondenza di energie ridotte (fino a 400 keV) riconducibile alla somma degli effetti Compton associati ad una ipotetica presenza di minimi picchi photoelettrici, non identificabili in questa analisi.

Inoltre, lo spettro del fondo ambientale (come quelli a seguire) è caratterizzato da un punto di inizio, giustificabile dall'inserimento di una soglia nel discriminatore per evitare di registrare il fondo a bassa energia.

A seguire sarà possibile osservare che, nei casi di sorgenti con bassa intensità, il fondo ambientale appena analizzato sarà particolarmente evidente.

3.2.2 ^{60}Co

L'acquisizione è stata effettuata posizionando i fotomoltiplicatori e la sorgente prima all'interno e poi in assenza della schermatura in piombo.

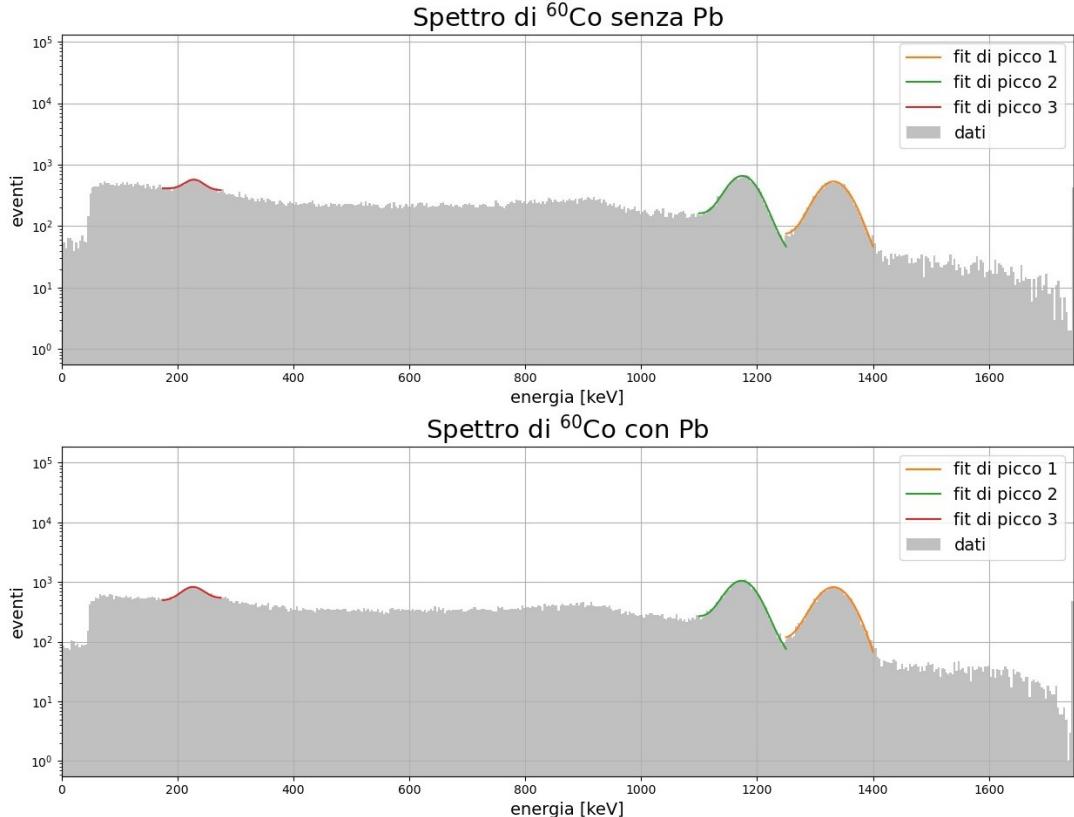


Figura 12: Rappresentazione dello spettro del ^{60}Co con e senza copertura al piombo.

Negli spettri del ^{60}Co in figura (12) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 1174.0 ± 0.5 keV con piombo (e 1175.3 ± 0.5 keV senza piombo), riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1173 keV che avviene successivamente al decadimento β^- del cobalto-60 (^{60}Co) in nichel-60 (^{60}Ni) instabile, il quale decade γ verso uno stato eccitato;
- una spalla Compton a circa 900 keV precedente al picco photoelettrico;
- un picco photoelettrico a 1332.5 ± 0.6 keV con piombo (e 1332.3 ± 0.5 keV senza piombo), attribuibile all'emissione di raggi gamma da 1332 keV che avviene nel decadimento del nichel-60 (^{60}Ni) allo stato eccitato (menzionato in precedenza) in nichel-60 (^{60}Ni) allo stato stabile;
- un picco di *backscatter* a 226 ± 1 keV con piombo (e 229 ± 1 keV senza piombo), dovuto alla registrazione dei fotonii emessi per effetto Compton a $\theta = \pi$: infatti, questa particolare condizione viene registrata dal primo fotomoltiplicatore come spalla Compton, mentre nel secondo si manifesta come picco di *backscatter*.

La presenza di un picco photoelettrico a 1332 keV presuppone l'esistenza di una spalla Compton a circa 1100 keV che però non risulta visibile perché coperta dal picco photoelettrico a 1173 keV. Inoltre, dagli spettri riportati, non si nota una particolare differenza tra l'utilizzo o meno della schermatura in piombo.

3.2.3 ^{57}Co

L'acquisizione è stata effettuata considerando i fotomoltiplicatori con una schermatura in piombo.

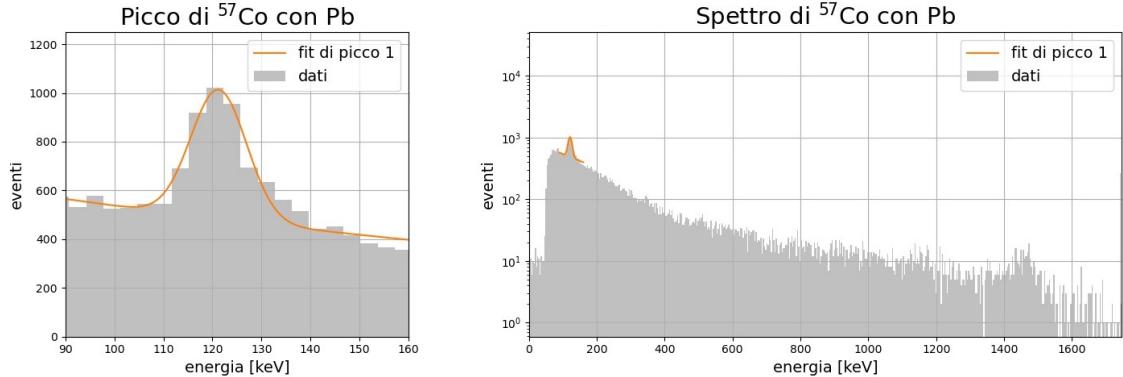


Figura 13: Rappresentazione dello spettro del ^{57}Co .

Nello spettro del ^{57}Co in figura (13) è stato identificato:

- un picco photoelettrico a 121.2 ± 0.4 keV, attribuibile all'emissione di raggi gamma da 122 keV che avviene successivamente al decadimento β^- del cobalto-57 (^{57}Co) in ferro-57 (^{57}Fe) allo stato eccitato, il quale decade γ verso uno stato sempre eccitato ma più stabile.

3.2.4 ^{109}Cd

L'acquisizione è stata effettuata considerando i fotomoltiplicatori con una schermatura in piombo.

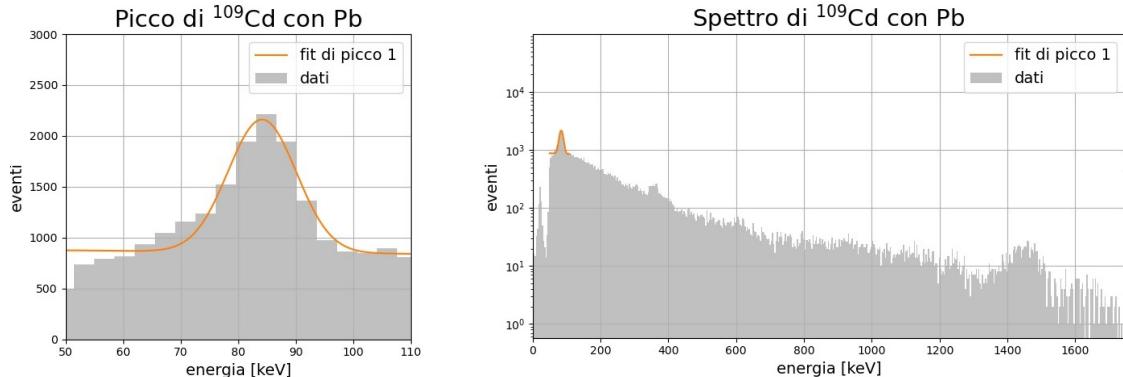


Figura 14: Rappresentazione dello spettro del ^{109}Cd .

Nello spettro del ^{109}Cd in figura (14) è stato identificato:

- un picco photoelettrico a 84.2 ± 0.5 keV, attribuibile all'emissione di raggi gamma da 88 keV che avviene successivamente al decadimento β^+ del cadmio-109 (^{109}Cd) in argento-109 (^{109}Ag) allo stato eccitato, il quale decade γ verso il suo stato stabile.

3.2.5 ^{137}Cs

L'acquisizione è stata effettuata posizionando i fotomoltiplicatori e le sorgenti (con differenti attività) prima all'interno e poi in assenza della schermatura in piombo.

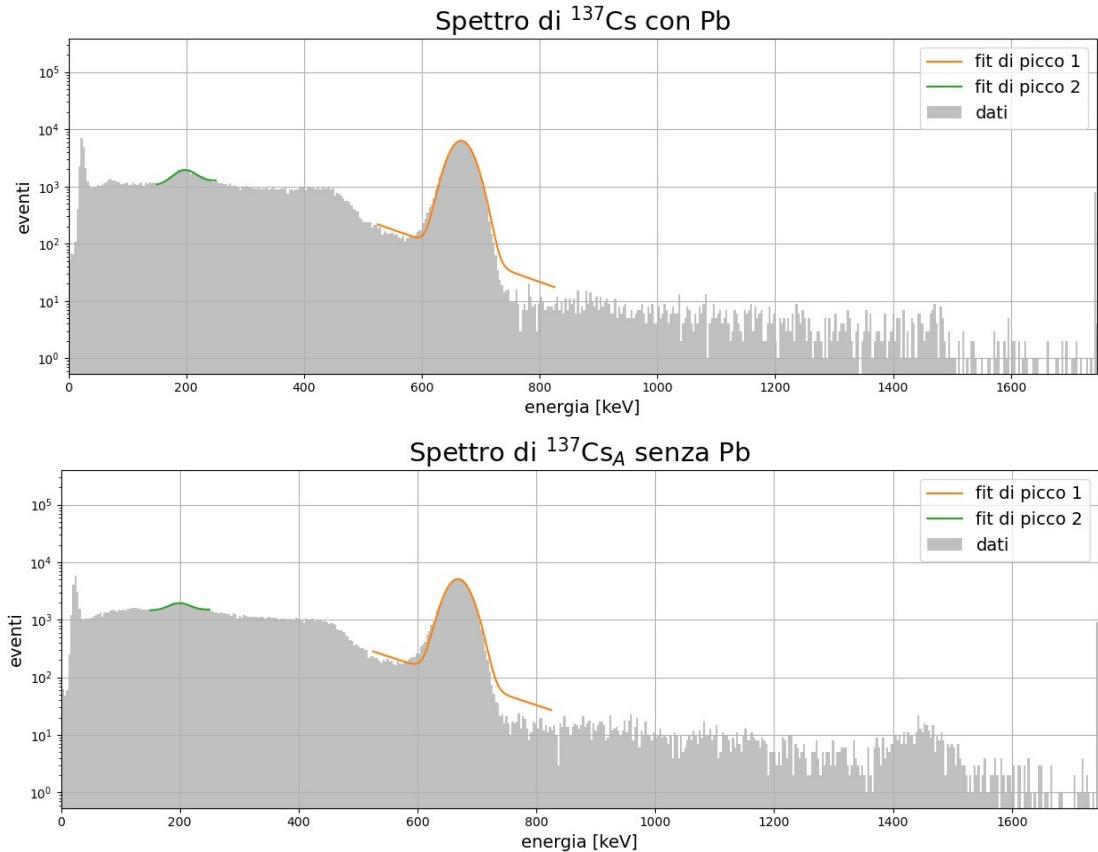


Figura 15: Rappresentazione degli spettri delle sorgenti di ^{137}Cs (con differenti attività) con e senza schermatura in piombo.

Negli spettri del ^{137}Cs in figura (15) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 667.0 ± 0.1 keV con piombo (e 668.4 ± 0.2 keV senza piombo), riconducibile all'emissione di raggi gamma da 661 keV che avviene successivamente al decadimento β^- del cesio-137 (^{137}Cs) in bario-137 (^{137}Ba) allo stato eccitato, il quale decade γ verso il suo stato stabile;
- una spalla Compton a circa 450 keV precedente al picco photoelettrico;
- un picco di *backscatter* a 197 ± 1 keV con piombo (e 199 ± 1 keV senza piombo) dovuto alla registrazione dei fotoni emessi per effetto Compton a $\theta = \pi$: infatti, questa particolare condizione viene registrata dal primo fotomoltiplicatore come spalla Compton, mentre nel secondo si manifesta come picco di *backscatter*.

3.2.6 ^{133}Ba

L'acquisizione è stata effettuata considerando i fotomoltiplicatori senza schermatura.

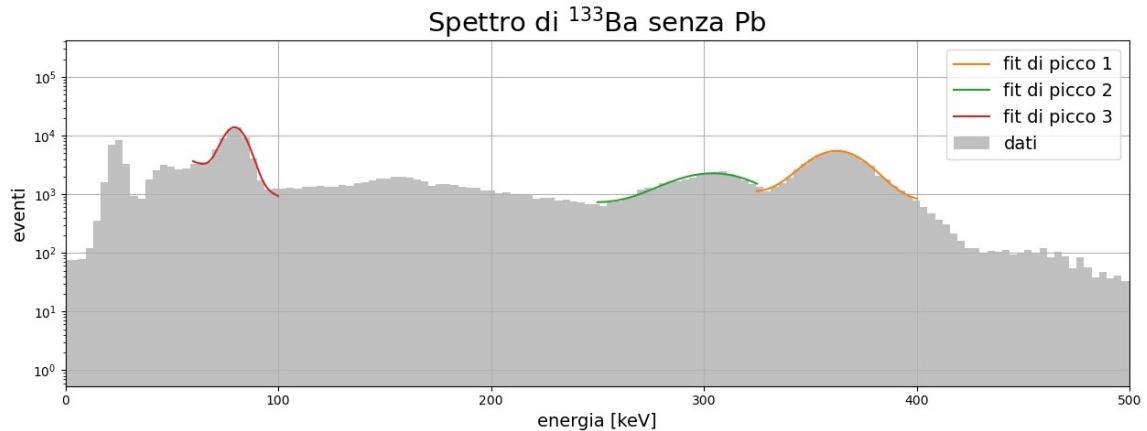


Figura 16: Rappresentazione dello spettro del ^{133}Ba .

Nello spettro del ^{133}Ba in figura (16) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 307.3 ± 0.3 keV attribuibile all'emissione di raggi gamma da 302 keV che avviene successivamente al decadimento β^+ del bario-133 (^{133}Ba) in cesio-133 (^{133}Cs) instabile, il quale decade γ verso uno stato eccitato;
- un picco photoelettrico a 362.6 ± 0.2 keV attribuibile all'emissione di raggi gamma da 356 keV che avviene successivamente al decadimento β^+ del bario-133 (^{133}Ba) in cesio-133 (^{133}Cs) instabile, il quale decade γ verso uno stato (sempre eccitato) ma più stabile;
- una spalla Compton a circa 100-150 keV precedente ai picchi photoelettrici;
- un picco photoelettrico a 79.7 ± 0.2 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 80 keV che avviene nel decadimento del cesio-133 (^{133}Cs) instabile in cesio-133 (^{133}Cs) stabile.

Per gli ultimi due picchi photoelettrici, relativamente asimmetrici rispetto al restante, si è supposto che inglobino altri due picchi, rispettivamente a 276 keV e 383 keV (valori tabulati), particolarmente vicini ai due valori registrati a 302 keV e 356 keV.

3.2.7 ^{54}Mn

L'acquisizione è stata effettuata schermendo i fotomoltiplicatori con piombo.

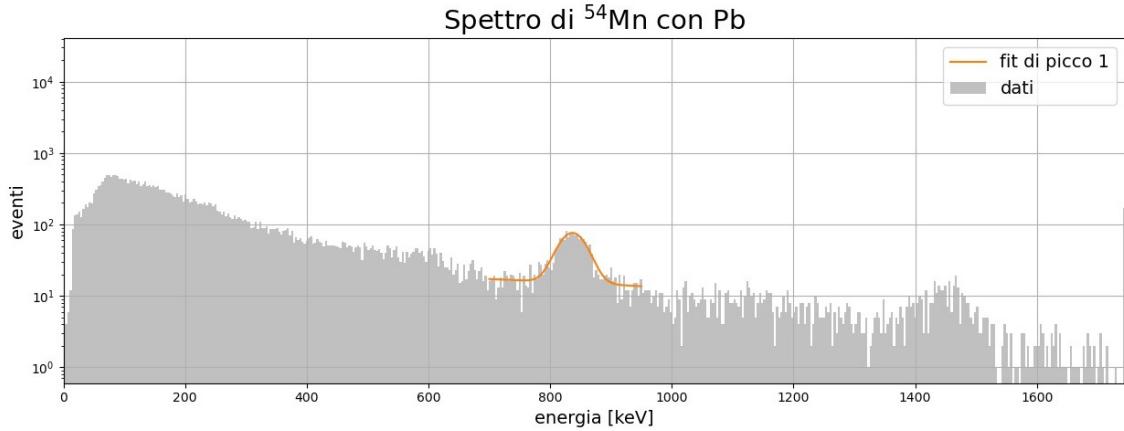


Figura 17: Rappresentazione dello spettro del ^{54}Mn .

Nello spettro del ^{54}Mn in figura (17) è stato identificato:

- un picco photoelettrico a 837 ± 1 keV, attribuibile all'emissione di raggi gamma da 834 keV che avviene successivamente al decadimento β^+ del manganese-54 (^{54}Mn) in cromo-54 (^{54}Cr) allo stato eccitato, il quale decade γ verso il suo stato stabile;
- una spalla Compton a circa 600 keV precedente al picco photoelettrico.

3.2.8 ^{65}Zn

L'acquisizione è stata effettuata considerando i fotomoltiplicatori schermati con piombo.

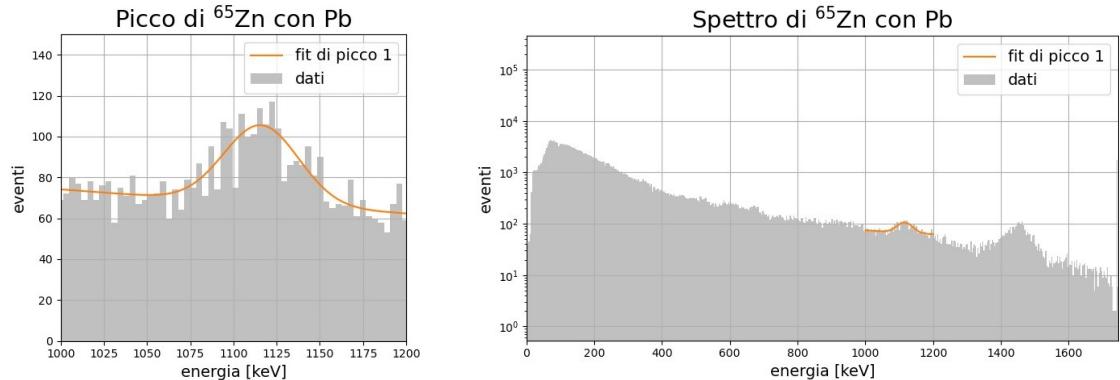


Figura 18: Rappresentazione dello spettro del ^{65}Zn .

Nello spettro del ^{65}Zn in figura (18) è stato identificato:

- un picco photoelettrico a 1116 ± 2 keV, attribuibile all'emissione di raggi gamma da 1115 keV che avviene successivamente al decadimento β^+ dello zinco-65 (^{65}Zn) in rame-65 (^{65}Cu) allo stato eccitato, il quale decade γ verso il suo stato stabile;
- una spalla Compton a circa 900 keV precedente al picco photoelettrico.

3.2.9 ^{22}Na

L'acquisizione è stata effettuata considerando i fotomoltiplicatori senza schermatura.

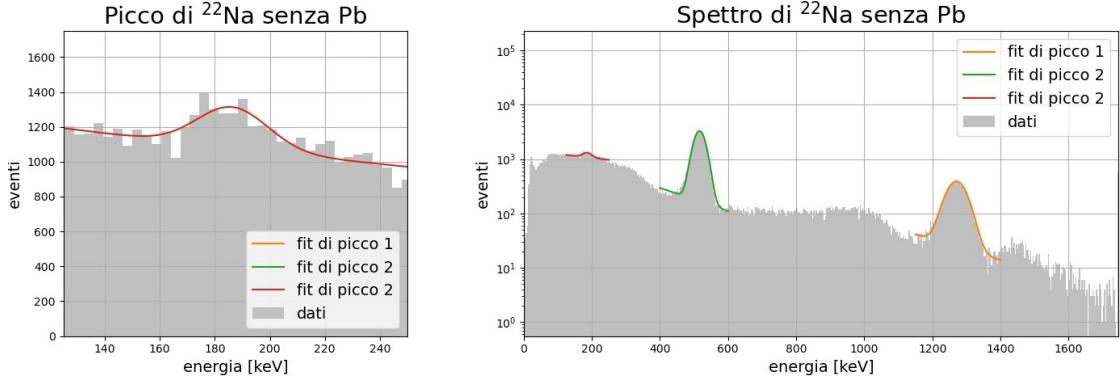


Figura 19: Rappresentazione dello spettro del ^{22}Na .

Nello spettro del ^{22}Na in figura (19) sono stati identificati:

- un picco di annichilazione a 517.1 ± 0.3 keV, attribuibile al processo di annichilazione di un positrone (emesso dal decadimento β^+ del ^{22}Na) con un elettrone che porta all'emissione di due fotoni *back-to-back* da 511 keV;
- una spalla Compton a circa 300 keV precedente al picco di annichilazione;
- un picco photoelettrico a 1270.9 ± 0.4 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1275 keV che avviene nel decadimento del sodio-22 (^{22}Na) in neon-22 (^{22}Ne);
- una spalla Compton a circa 1000 keV precedente al picco photoelettrico del sodio-22;
- un picco di *backscatter* a 184 ± 2 keV dovuto alla registrazione dei fotoni emessi per effetto Compton a $\theta = \pi$: infatti, questa particolare condizione viene registrata dal primo fotomoltiplicatore come spalla Compton, mentre nel secondo si manifesta come picco di *backscatter*.

Considerando il picco photoelettrico e quello di annichilazione è possibile notare che il rapporto in altezza tra i due non corrisponde a 1 : 1 (siccome i due fotoni di annichilazione sono emessi *back-to-back*): questo è spiegato dalla dipendenza della sezione d'urto (ovvero la probabilità di rivelare il fotone) dall'energia stessa del fotone secondo la formula:

$$\sigma(E) \propto E^{-3.5} \quad (8)$$

che privilegia la rivelazione di energie più ridotte.

In particolare, sfruttando la formula appena menzionata è possibile ipotizzare la seguente proporzionalità tra la sezione d'urto $\sigma_a \propto E_a = 511$ keV per annichilazione e la sezione d'urto photoelettrica $\sigma_f \propto E_f = 1275$ keV:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} = \left(\frac{511 \text{ keV}}{1275 \text{ keV}} \right)^{-3.5} \sim 25 \quad (9)$$

Il rapporto così ottenuto è quindi stato confrontato con il rapporto delle aree dei picchi in questione, che è noto essere proporzionale al numero di fotoni:

$$\frac{A_a}{A_f} = \frac{450}{87} \sim 5.2 \pm 0.3 \quad (10)$$

Quest'ultimo è decisamente ridotto rispetto al valore teorico ottenuto nell'equazione (9): questa incongruenza risulta però giustificata dal fatto che la sezione d'urto per le energie interessate non risulta ben approssimata dall'andamento in formula (8).

Utilizzando quindi dei valori tabulati di sezione d'urto (dello iodio, di cui è costituito il rivelatore) per energie prossime a quelle dei picchi, si ottiene un rapporto pari a:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_f} \sim \frac{\sigma(E = 0.5 \text{ MeV})}{\sigma(E = 1.25 \text{ MeV})} = \frac{1.988 \cdot 10^{-2}}{2.645 \cdot 10^{-3}} = 7.516 \quad (11)$$

ottenendo un valore dello stesso ordine di grandezza di quello trovato nell'equazione (10).

3.2.10 ^{226}Ra

L'acquisizione è stata effettuata considerando i fotomoltiplicatori senza schermatura.

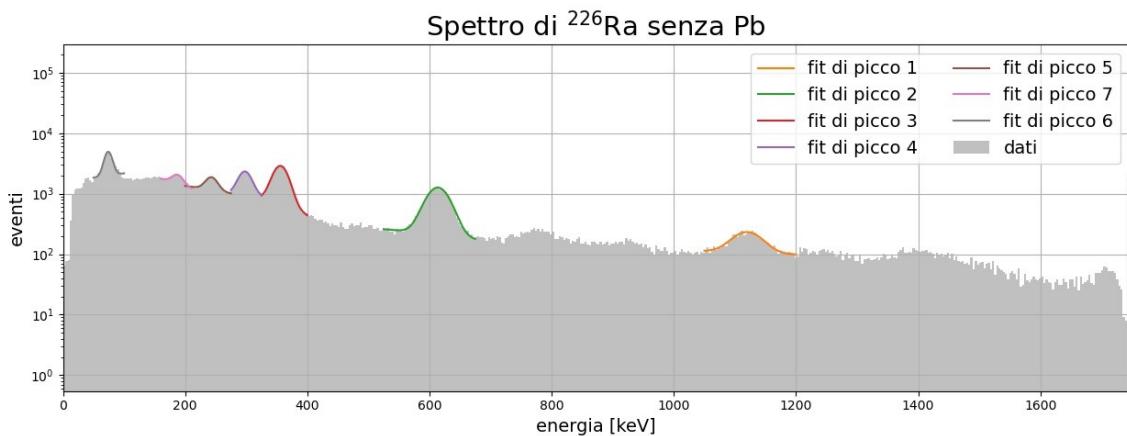


Figura 20: Rappresentazione dello spettro del ^{226}Ra .

Nello spettro del ^{226}Ra in figura (20) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 74.1 ± 0.4 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 77 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra);
- un picco photoelettrico a 187.7 ± 0.6 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 185 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra);
- un picco photoelettrico a 243.1 ± 0.6 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 241 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- un picco photoelettrico a 297.9 ± 0.2 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 292 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- un picco photoelettrico a 356.1 ± 0.2 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 351 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- un picco photoelettrico a 613.6 ± 0.3 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 609 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in bismuto-214 (^{214}Bi);
- un picco photoelettrico a 1120 ± 1 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1120 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in bismuto-214 (^{214}Bi);
- una spalla Compton a circa 900 keV precedente l'ultimo picco photoelettrico di radio-226.

3.2.11 Fertilizzante

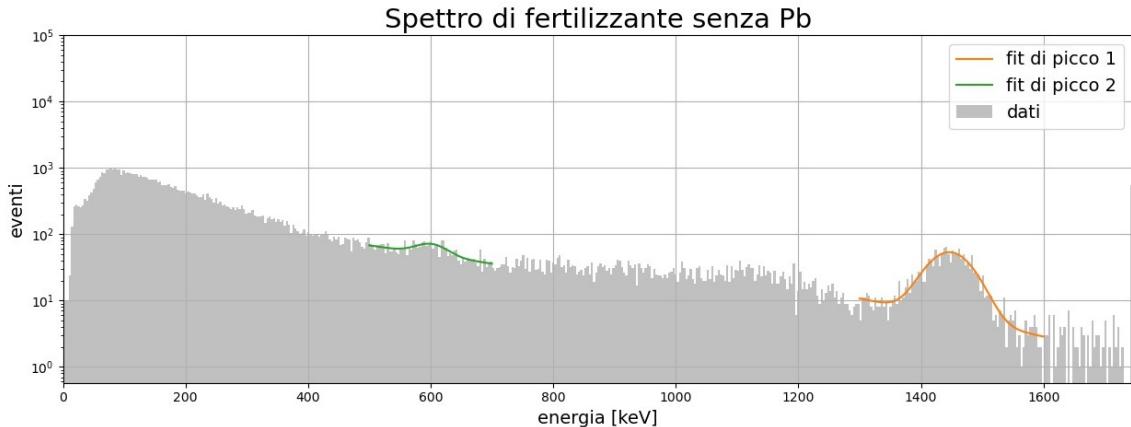


Figura 21: Rappresentazione dello spettro del fertilizzante.

Nello spettro del fertilizzante in figura (21) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 601 ± 4 keV, attribuibile all'emissione di raggi gamma da 609 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in bismuto-214 (^{214}Bi), la cui presenza è giustificata dai materiali utilizzati come materia prima;
- un picco photoelettrico a 1445 ± 1 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1460 keV che avviene nel decadimento del potassio-40 (^{40}K) in argon-40 (^{40}Ar), dato che il potassio è il settimo elemento per abbondanza nella crosta terrestre;
- una spalla Compton a circa 1200 keV precedente al picco photoelettrico del potassio-40.

Oltre ai picchi identificati, è possibile notare una crescita in corrispondenza di energie ridotte (fino a 400 keV) riconducibile al comportamento dello spettro ambientale.

3.2.12 Fosforite

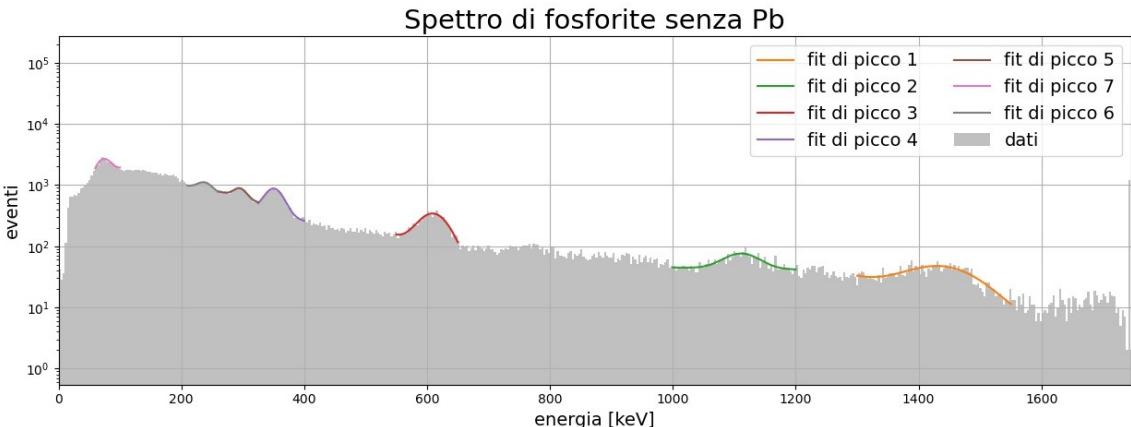


Figura 22: Rappresentazione dello spettro della fosforite.

Nello spettro della fosforite in figura (22) sono stati identificati:

- un picco photoelettrico a 72 ± 7 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 77 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra);
- un picco photoelettrico a 238 ± 2 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 241 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- un picco photoelettrico a 295 ± 1 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 292 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- un picco photoelettrico a 351 ± 1 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 351 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- una spalla Compton a circa 150 keV precedente al picco photoelettrico di radio-226 centrato a 351 keV;
- un picco photoelettrico a 611 ± 2 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 609 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in bismuto-214 (^{214}Bi);
- un picco photoelettrico a 1111 ± 3 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1120 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in bismuto-214 (^{214}Bi);
- un picco photoelettrico a 1438 ± 4 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1460 keV che avviene nel decadimento del potassio-40 (^{40}K) in argon-40 (^{40}Ar), poiché il potassio è il settimo elemento per abbondanza nella crosta terrestre.

L'abbondanza di picchi legati al decadimento del radio-226 è riconducibile al fatto che la fosforite viene spesso estratta da miniere contenenti uranio, tra i cui sottoprodotto radioattivi si trova il radio-226.

3.2.13 Tufo

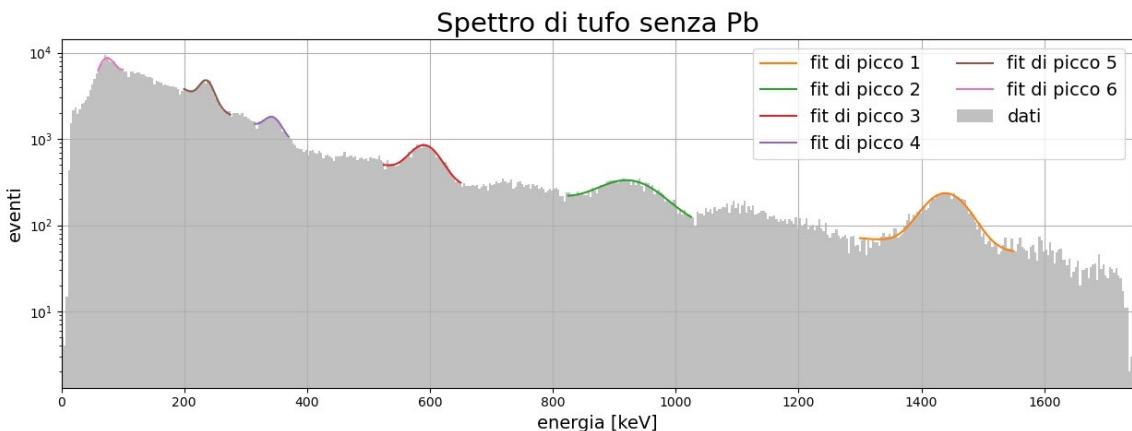


Figura 23: Rappresentazione dello spettro del tufo.

Nello spettro del tufo in figura (23) sono stati identificati:

- un picco fotoelettrico a 72 ± 8 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 77 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra);
- un picco fotoelettrico a 236.5 ± 0.6 keV, attribuibile con l'emissione di raggi gamma da 238 keV che avviene nel decadimento del torio-228 (^{228}Th) in piombo-212 (^{212}Pb);
- un picco fotoelettrico a 344 ± 2 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 351 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in piombo-214 (^{214}Pb);
- un picco fotoelettrico a 592 ± 1 keV, attribuibile con l'emissione di raggi gamma da 593 keV che avviene nel decadimento del torio-228 (^{228}Th) in tallio-208 (^{208}Tl);
- un picco fotoelettrico a 925 ± 2 keV, attribuibile con l'emissione di raggi gamma da 934 keV che avviene nel decadimento del radio-226 (^{226}Ra) in bismuto-214 (^{214}Bi);
- un picco fotoelettrico a 1440 ± 1 keV, riconducibile all'emissione di raggi gamma da 1460 keV che avviene nel decadimento del potassio-40 (^{40}K) in argon-40 (^{40}Ar), dato che il potassio è il settimo elemento per abbondanza nella crosta terrestre;
- una spalla Compton a circa 1200 keV precedente al picco fotoelettrico del potassio-40.

La presenza di radio-226, torio-228 e potassio-40 è giustificata dal fatto che il tufo è una roccia vulcanica ed è pertanto naturalmente radioattivo.

3.3 Valutazioni finali

Infine, nella tabella a seguire, si raccolgono i valori trovati sperimentalmente e i corrispondenti valori teorici (di energia, utilizzati per la calibrazione), da cui sono stati calcolati gli scarti come il modulo della differenza.

Sorgente	Val. teorico [keV]	Val. stimato [keV] (PM1)	scarto
^{60}Co	1173	1174.0 ± 0.5	1.0 ± 0.5
	1333	1332.5 ± 0.6	0.5 ± 0.6
^{57}Co	122	121.2 ± 0.4	0.8 ± 0.4
^{137}Cs	662	667.0 ± 0.1	5.0 ± 0.1
^{109}Cd	88	84.2 ± 0.5	3.8 ± 0.5
^{133}Ba	80	79.7 ± 0.2	1.3 ± 0.2
	302	307.3 ± 0.3	5.3 ± 0.3
	356	362.6 ± 0.2	6.6 ± 0.2
^{22}Na	511	517.1 ± 0.3	5.1 ± 0.3
	1275	1270.9 ± 0.4	4.1 ± 0.4
^{226}Ra	77	74.1 ± 0.4	2.9 ± 0.4
	185	187.7 ± 0.6	2.7 ± 0.6
	241	243.1 ± 0.6	2.1 ± 0.6
	292	297.9 ± 0.2	5.9 ± 0.2
	351	356.1 ± 0.2	5.1 ± 0.2
	609	613.6 ± 0.3	4.6 ± 0.3
	1120	1120 ± 1	0 ± 1
^{54}Mn	834	837 ± 1	3 ± 1
^{65}Zn	1116	1116 ± 2	0 ± 2

Tabella 9: Picchi noti e sperimentali di energia in keV delle sorgenti analizzate e per un solo fotomoltiplicatore (PM1).

È possibile notare la frequente presenza di scarti significativamente maggiori dell'ordine di grandezza del rispettivo errore: pertanto ci si concentrerà non tanto sull'accettabilità dei valori (tramite lo scarto normalizzato) ma sulla possibile presenza di una sistematica, analizzando l'andamento dei valori sperimentali ottenuti rispetto ai valori teorici di energia dei picchi noti.

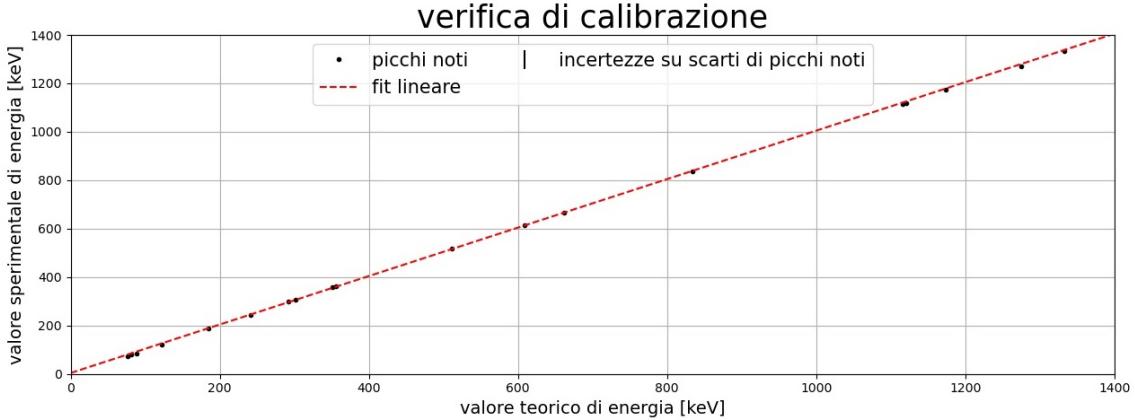


Figura 24: Rappresentazione dei valori sperimentali rispetto ai valori teorici di energia dei picchi noti, utilizzata per verificare la correttezza della calibrazione.

Nella figura (24) è stato effettuato un *fit* lineare (della forma $y = a \cdot x + b$) per valutare la correttezza della procedura di calibrazione effettuata in questa sezione, alla base dei valori sperimentali y ottenuti dall'analisi degli spettri. Infatti, se tali valori sperimentali y avessero aderito correttamente ai dati teorici x , si sarebbero ottenuti valori di parametri $b \sim 0$ e $a \sim 1$. Viceversa, i parametri stimati sono i seguenti:

	a	b [keV]	$\tilde{\chi}^2$
PM1	1.001 ± 0.003	3 ± 1	0.09

Tabella 10: Parametri stimati dal *fit* lineare con estimatore di bontà $\tilde{\chi}^2$.

Sebbene entrambi i parametri stimati ricadano entro 3σ dal valore di aspettazione e risultino quindi accettabili, si è deciso di approfondire ulteriormente le ragioni dello sfasamento b osservato: si è quindi ripercorso il procedimento utilizzato per ottenere gli spettri in keV (e quindi i valori sperimentali y dei picchi) per verificare la presenza di una incertezza caratteristica (inevitabile) σ_{keV} dei valori convertiti da ADC in keV. Questa può essere valutata sfruttando la relazione di conversione lineare ($ADC = m \cdot keV + q$, utilizzata per la calibrazione precedente) e la propagazione degli errori:

$$keV = \frac{ADC - q}{m} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{keV} = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\sigma_q^2 + (keV)^2 \sigma_m^2} \quad (12)$$

Inoltre, per via della dipendenza di σ_{keV} da keV è stato necessario utilizzare, oltre ai parametri riportati in tabella (7), anche gli estremi su keV (derivanti dalla memoria limitata a 12 bit dell'ADC):

$$2 = \frac{\sigma_q}{m} \leq \sigma_{keV} \leq \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\sigma_q^2 + (1746)^2 \cdot \sigma_m^2} = 6 \quad keV \quad (13)$$

Unendo la condizione di accettabilità a 3σ e l'incertezza intrinseca data da σ_{keV} , si ottiene quindi che valori di sfasamento compresi $0 \leq b \leq 6$ risultano accettabili poiché intrinseci alla conversione necessaria per poter utilizzare i valori in keV.

4 Misura di correlazioni gamma-gamma

Per questa analisi sono stati utilizzati i dati acquisiti per la precedente misura degli spettri. Tali dati sono stati impiegati per effettuare delle correlazioni gamma-gamma, ovvero un approccio incrociato che sfrutta contemporaneamente le energie rivelate da entrambi i fotomoltiplicatori (PM1 e PM2): per fare ciò sono state considerate le sorgenti di bario-133, sodio-22, cesio-137 e cobalto-60.

4.1 ^{60}Co

Nelle correlazioni del ^{60}Co in figura (25) è possibile notare le seguenti zone:

- una coppia di punti di coordinate circa (900, 200) e circa (200, 900) che corrispondono alla combinazione della spalla Compton (registrata da uno dei due fotomoltiplicatori) e del picco di *backscatter* a circa 200 keV (registrato dall’altro fotomoltiplicatore), relativa al picco photoelettrico di 1173 keV ($\sim 1100 = 900 + 200$);
- una coppia di punti di coordinate circa (1100, 200) e circa (200, 1100) che corrispondono alla combinazione della spalla Compton (registrata da uno dei due fotomoltiplicatori) e del picco di *backscatter* a circa 200 keV (registrato dall’altro fotomoltiplicatore), relativa al picco photoelettrico di 1332 keV ($\sim 1300 = 1100 + 200$);
- una coppia di punti (di coordinate circa (1300, 1100) e circa (1100, 1300)) che corrispondono al picco photoelettrico di 1173 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e il picco photoelettrico di 1332 keV (registrato dall’altro fotomoltiplicatore).

Inoltre, è possibile notare che l’assenza di schermatura di piombo (a destra in figura (25)) si traduce in una maggiore luminosità diffusa dovuta alla maggiore incidenza della radiazione di fondo.

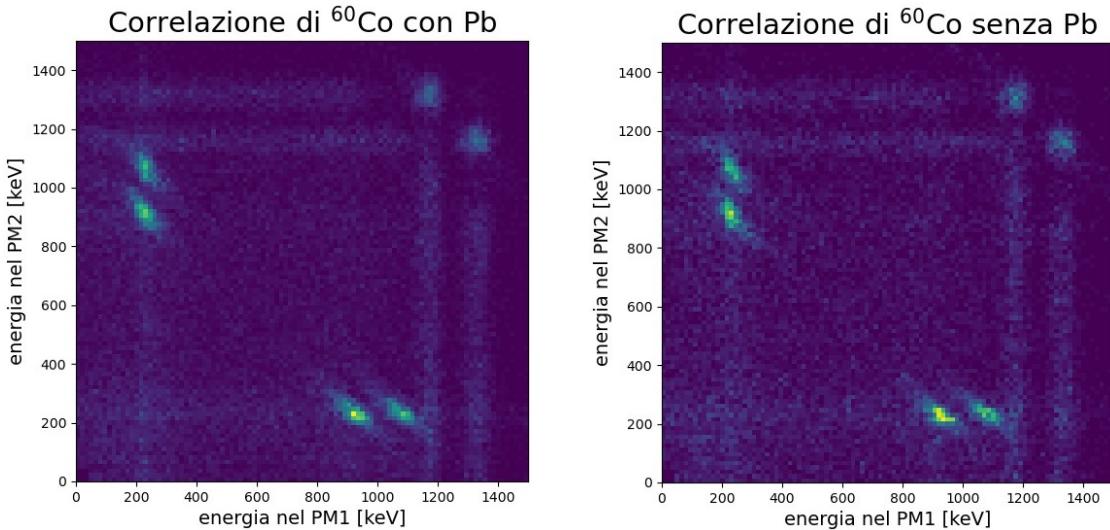


Figura 25: Rappresentazione delle correlazioni del ^{60}Co .

4.2 ^{22}Na

Nelle correlazioni del ^{22}Na in figura (26) è possibile notare le seguenti zone:

- una regione approssimabile a $(200, 300) \times (300, 200)$ corrispondente alla combinazione degli eventi Compton (registrati da uno dei due fotomoltiplicatori, con energia E_1) e dei fotoni ottenuti da tale *scattering* Compton (registrati dall'altro fotomoltiplicatore, con energia E_2), relativa al picco di annichilazione di 511 keV ($\sim E_1 + E_2$);
- due regioni lievemente visibili (approssimabili a $(900, 1000) \times (250, 350)$ e al suo simmetrico $(250, 350) \times (900, 1000)$) corrispondenti alla combinazione degli eventi Compton (registrati da uno dei due fotomoltiplicatori, con energia E_1) e dei fotoni ottenuti da tale *scattering* Compton (registrati dall'altro fotomoltiplicatore, con energia E_2), relativa al picco fotoelettrico di 1275 keV ($\sim E_1 + E_2$);
- una coppia di punti (di coordinate circa $(1300, 500)$ e circa $(500, 1300)$) che corrispondono al picco fotoelettrico di 1275 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e il picco di annichilazione di 511 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore).

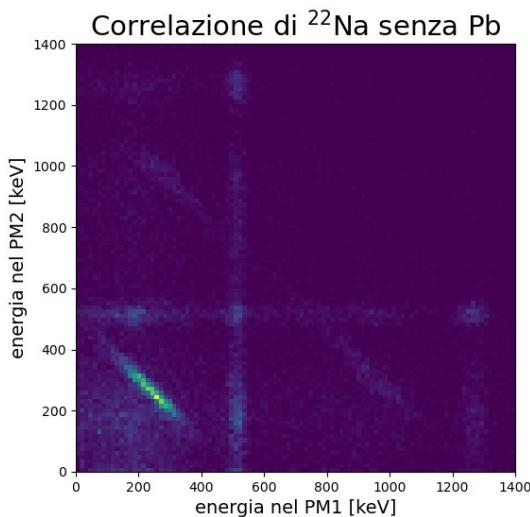


Figura 26: Rappresentazione delle correlazioni del ^{22}Na .

4.3 ^{133}Ba

Nelle correlazioni del ^{133}Ba in figura (27) è possibile notare le seguenti zone:

- una coppia di punti (di coordinate circa $(300, 80)$ e circa $(80, 300)$) che corrispondono alla combinazione del picco fotoelettrico di 302 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e il picco fotoelettrico di 80 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore);
- una coppia di punti (di coordinate circa $(350, 80)$ e circa $(80, 350)$) che corrispondono alla combinazione del picco fotoelettrico di 356 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e il picco fotoelettrico di 80 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore);

- una coppia di punti (di coordinate circa (80, 30) e circa (30, 80)) che corrispondono alla combinazione del picco fotoelettrico di 80 keV con un picco di raggi X caratteristico del ^{133}Cs (isotopo figlio della sorgente di ^{133}Ba), collocato attorno a 30 keV;
- una coppia di punti (di coordinate circa (80, 80)) che corrispondono alla combinazione del picco fotoelettrico di 79 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e del picco fotoelettrico di 80 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore);
- una coppia di punti (di coordinate circa (300, 30) e circa (30, 300)) che corrispondono alla combinazione del picco fotoelettrico di 302 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e il picco di raggi X caratteristici del ^{133}Cs collocato attorno a 30 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore);
- una coppia di punti (di coordinate circa (350, 30) e circa (30, 350)) che corrispondono alla combinazione del picco fotoelettrico di 356 keV (registrato da uno dei due fotomoltiplicatori) e il picco di raggi X caratteristici del ^{133}Cs collocato attorno a 30 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore).

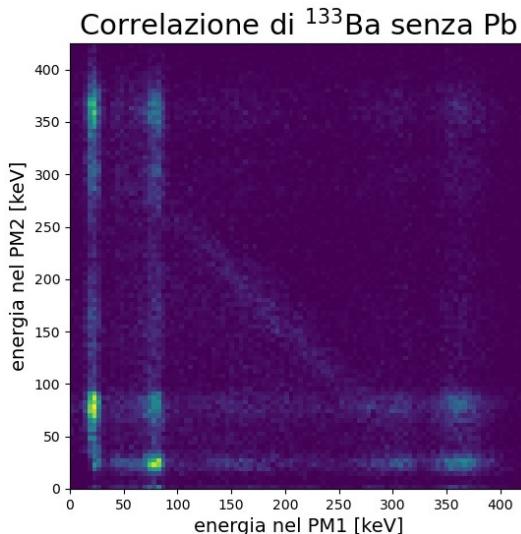


Figura 27: Rappresentazione delle correlazioni del ^{133}Ba .

4.4 ^{137}Cs

Nelle correlazioni del ^{137}Cs in figura (28) è possibile notare le seguenti zone:

- per la sorgente ^{137}Cs meno attiva (posizionata tra i due rivelatori), una coppia di punti di coordinate circa (450, 200) e circa (200, 450) che corrispondono alla combinazione della spalla Compton (registrata da uno dei due fotomoltiplicatori) e del picco di *backscatter* a circa 200 keV (registrato dall'altro fotomoltiplicatore), relativa al picco fotoelettrico di 662 keV ($\sim 650 = 200 + 450$). Inoltre la presenza del piombo permette di distinguere più nettamente i punti considerati rispetto al caso non schermato descritto di seguito;

- nel caso della sorgente ^{137}Cs più attiva, una regione approssimabile a $(450, 200) \times (200, 450)$ corrispondente alla combinazione degli eventi Compton (registrati da uno dei due fotomoltiplicatori, con energia E_1) e dei foton ottenuti da tale *scattering* Compton (registrati dall'altro fotomoltiplicatore, con energia E_2). La presenza di tale zona luminosa estesa (corrispondente al picco fotoelettrico a $662 \text{ KeV} \sim E_1 + E_2$) è giustificata dal posizionamento esterno della sorgente rispetto ai due fotomoltiplicatori: questo ha permesso di registrare *scattering* Compton corrispondenti a più angoli θ (rispetto al solo angolo $\theta = \pi$ che si ottiene posizionando la sorgente tra i due dispositivi).

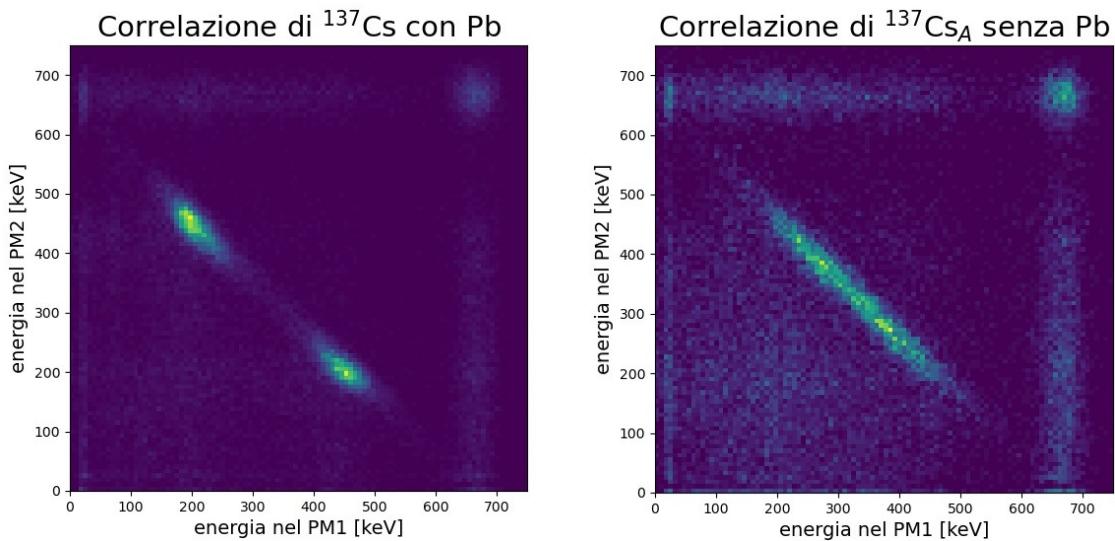


Figura 28: Rappresentazione delle correlazioni del ^{137}Cs .

5 Misura del coefficiente di assorbimento

Una delle caratteristiche fondamentali di un fascio di fotoni è rappresentata dal fatto che, attraversando la materia, la probabilità di interazione è molto più bassa di quella delle particelle cariche: infatti il fascio non degrada in energia, bensì perde in intensità.

La legge secondo cui l'intensità diminuisce è data da:

$$I(x) = I_0 e^{-\gamma x}$$

dove I_0 è l'intensità iniziale del fascio incidente, x è lo spessore del materiale attraversato e γ corrisponde al coefficiente di assorbimento⁵ ed è espresso in cm^{-1} .

Il coefficiente di assorbimento di un dato materiale ha una forte dipendenza dall'energia della radiazione incidente in quanto l'assorbimento avviene secondo interazioni che hanno probabilità che dipendono esse stesse dall'energia (come è visualizzabile in figura (29)).

⁵È possibile definire anche un coefficiente di assorbimento massico dividendo γ per la densità del materiale ed esprimendo quindi il coefficiente in g/cm^2 .

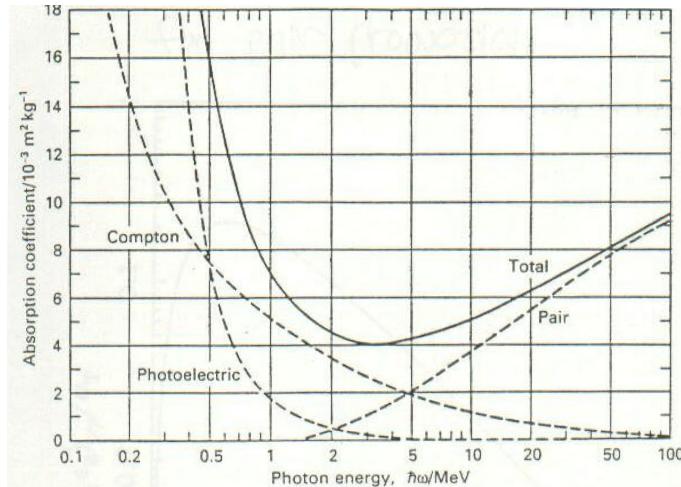


Figura 29: Coefficiente di assorbimento in funzione dell'energia dei fotoni per il piombo.

Le misure sono state realizzate utilizzando la sorgente di ^{137}Cs , posizionata a circa 20 cm dal rivelatore interponendo i seguenti spessori h_i (con $i = 0, 1, 2, 3, 4$) di piombo:

	spessore [cm]
h_0	0
h_1	1
h_2	2
h_3	3
h_4	4

Tabella 11: Spessori di piombo interposti tra sorgente e rivelatore.

Pur avendo analizzato uno spettro per ciascun spessore considerato, di seguito si descrive l'analisi dati effettuata su ciascuno spiegando il procedimento solo nel caso di spessore h_2 .

5.1 Esempio di spettro di assorbimento

Le misure fornite consistono in un *set* di eventi (ciascuno corrispondente ad un fotone rivelato nel contatore) con le corrispondenti registrazioni di valori di ampiezza (in ADC).

Per analizzare lo spettro di assorbimento è stato necessario realizzare un istogramma di frequenza dei valori di ampiezza, che ha permesso una visualizzazione dell'unico picco di emissione del ^{137}Cs . Poiché l'ADC è a 12 bit, si osserva che i possibili valori di ampiezza variano nell'intervallo $[1, 4096]$. La zona di interesse (contenente il picco da analizzare) risulta limitata rispetto a tale intervallo: pertanto, nelle figure a seguire si è ristretta la finestra di analisi.

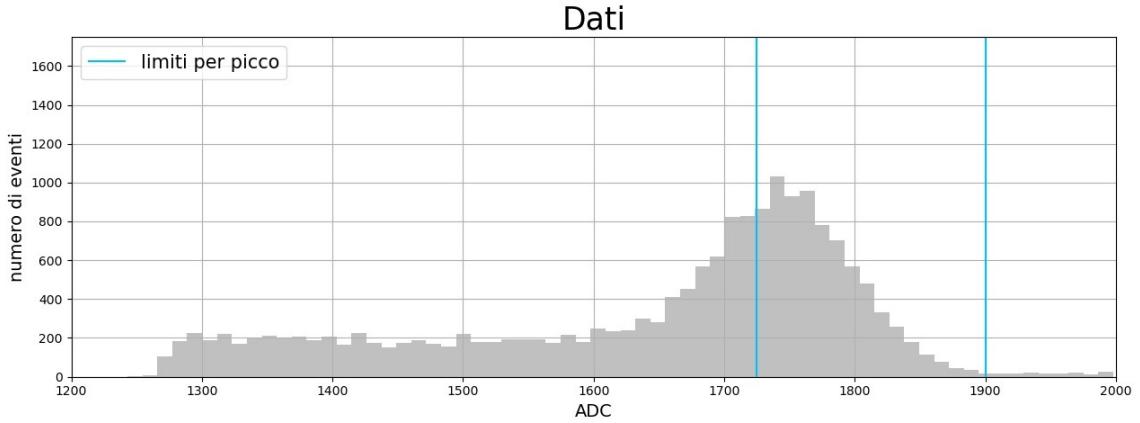


Figura 30: Rappresentazione dello spettro di assorbimento per uno spessore di piombo pari a h_2 .

Come è possibile notare dalla figura (30) più di metà dell’istogramma costituisce un *plateau* dovuto agli eventi Compton: in particolare, questi ultimi aumentano all’aumentare dello spessore del piombo siccome si verificano quando la radiazione γ impatta, prima di raggiungere il rivelatore, con il materiale.

Tale *plateau* è caratterizzato da un punto di inizio, giustificabile dall’inserimento di una soglia nel discriminatore per registrare solo gli eventi di interesse.

La restante porzione di istogramma costituisce invece il picco di emissione del ^{137}Cs : la porzione destra di esso è stata delimitata da due rette e analizzata inizialmente tramite l’utilizzo di un *fit* gaussiano.

La presenza del *plateau* ha richiesto l’utilizzo di una strategia di *fit* più elaborata che parte dai valori stimati dal *fit* precedente per trovare i parametri ottimali di un *fit* della forma:

$$y(x) = C e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}} + A e^{-bx} \quad (14)$$

dove il primo termine gaussiano è volto a descrivere il picco (di cui si vuole stimare l’area a partire dai parametri), mentre il secondo termine esponenziale modellizza il *plateau*.

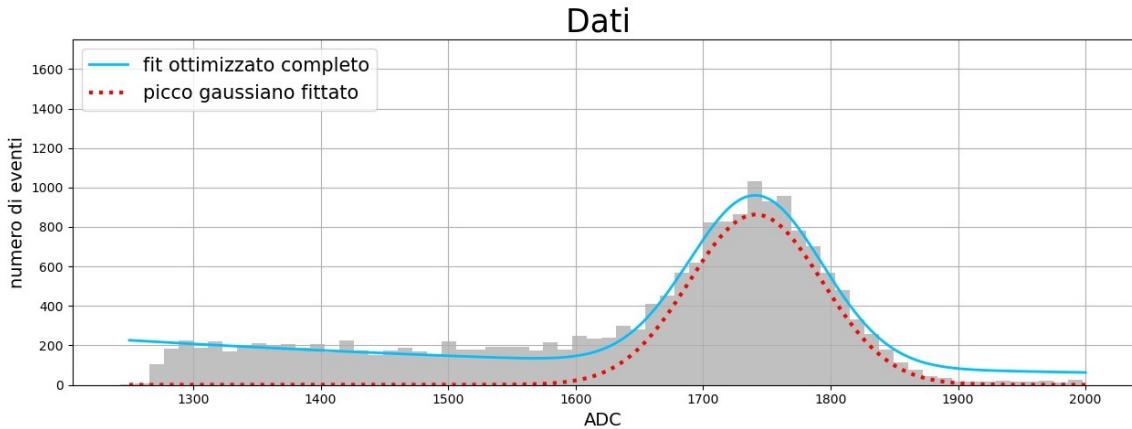


Figura 31: Rappresentazione dello spettro di assorbimento con il *fit* sia gaussiano che esponenziale e dell’area realmente sottesa dal picco.

Nella figura precedente è facile notare come il *fit* sia esponenziale che gaussiano descriva una porzione maggiore di dati; i valori ottimali dei parametri ricavati da tale *fit* sono riportati di seguito:

C	μ [ADC]	δ [ADC]	A	b $[ADC^{-1}]$
700 ± 20	1740 ± 2	52 ± 2	1100 ± 500	0.0015 ± 0.0003

Tabella 12: Valori stimati dal *fit* sia gaussiano che esponenziale.

A partire dai parametri trovati è stato possibile stimare l'area N sottesa dalla gaussiana ed il relativo errore σ_N , tramite le seguenti formule:

$$N = \frac{6.28 C \delta}{l_{bin}} \sim 17900 \quad \sigma_N = \frac{6.28}{l_{bin}} \sqrt{\sigma_C^2 \delta^2 + \sigma_\delta^2 C^2} \sim 800 \quad (15)$$

dove $l_{bin} = 11$ rappresenta la larghezza di bin utilizzata.

Il valore individuato per l'area del picco fotoelettrico corrisponde al numero N di fotoni emessi dalla sorgente di ^{137}Cs che hanno interagito con il rivelatore al NaI(Tl) tramite effetto fotoelettrico.

Il *rate* ν di fotoni acquisiti è stato calcolato a partire dal tempo di acquisizione $\Delta t = t_f - t_i$ (con t_f tempo finale e t_i tempo iniziale della misura):

$$\nu = \frac{N}{\Delta t} \sim 40 \text{ Hz} \quad \sigma_\nu = \frac{\sigma_N}{\Delta t} \sim 5 \text{ Hz} \quad (16)$$

Il valore di *rate* così ottenuto risulta però inficiato dal tempo di reazione del rivelatore: la catena di acquisizione registra infatti tutti i *trigger* generati dal passaggio di un fotone (con sufficiente energia), ma il sistema di lettura non è in grado di processare tutti i segnali generati dal deposito di energia in quanto l'ADC e l'elaborazione necessitano di un tempo, detto **tempo morto**, in cui il rivelatore non processa informazioni perché impegnato con le precedenti.

Operativamente, la correzione per il tempo morto viene effettuata sottraendo il numero di fotoni processati $n_{proc} = 20000$ al numero di conteggi totali $n_{cont} = 21421$ raccolti dallo *scaler*. Il valore così ottenuto, viene quindi rapportato al numero di fotoni processati per trovare la frazione R di fotoni non conteggiati nel primo valore di N :

$$R = \frac{n_{cont} - n_{proc}}{n_{proc}} = 0.0711 \quad (17)$$

La stima del reale numero di fotoni N^* è stata quindi ottenuta correggendo la stima precedente N per il tempo morto:

$$N^* = N(1 + R) = 19200 \quad \sigma_{N^*} = \sigma_N(1 + R) = 900 \quad (18)$$

Il valore appena trovato ha quindi permesso di stimare il reale *rate* di emissione dei fotoni:

$$\nu^* = \frac{N^*}{\Delta t} \sim 41 \text{ Hz} \quad \sigma_{\nu^*} = \frac{\sigma_{N^*}}{\Delta t} \sim 5 \text{ Hz} \quad (19)$$

5.2 Rate in funzione dello spessore

Il procedimento illustrato nell'esempio precedente (per h_2) è stato ripetuto per tutti e cinque i *set* di dati forniti per ricavare il valore di *rate* ν^* corretto per il tempo morto.

	spessore [cm]	rate [Hz]
h_0	0	440 ± 20
h_1	1	140 ± 10
h_2	2	41 ± 5
h_3	3	13 ± 2
h_4	4	4 ± 1

Tabella 13: Valori di *rate* ν^* corretti per il tempo morto, per ciascun *set* di dati.

I valori riportati in tabella precedente sono stati quindi rappresentati per effettuare un *fit* esponenziale riportato in figura (32):

$$y(x) = y_0 e^{-\gamma x} \quad (20)$$

dove y_0 corrisponde al *rate* in assenza di piombo e γ è il coefficiente di assorbimento del materiale. I parametri ottimali stimati dal *fit* sono riportati di seguito:

y_0 [Hz]	γ [cm^{-1}]
438 ± 5	1.18 ± 0.01

Tabella 14: Parametri stimati dal *fit* esponenziale.

La compatibilità del coefficiente di assorbimento γ trovato, con il valore di riferimento atteso $\gamma_{ref} = 1.21584332 \text{ cm}^{-1}$, è stata discussa calcolando lo scarto normalizzato Δ_σ :

$$\Delta_\sigma = \frac{|\gamma - \gamma_{ref}|}{\sigma_\gamma} = \frac{|1.18 - 1.21584332|}{0.01} = 3.58 \quad (21)$$

Siccome il valore ottenuto per lo scarto normalizzato $\Delta_\sigma = 3.58$ risulta maggiore dell'usuale soglia di 3, è possibile rifiutare l'ipotesi nulla di compatibilità con un livello di confidenza superiore a 99.73%.

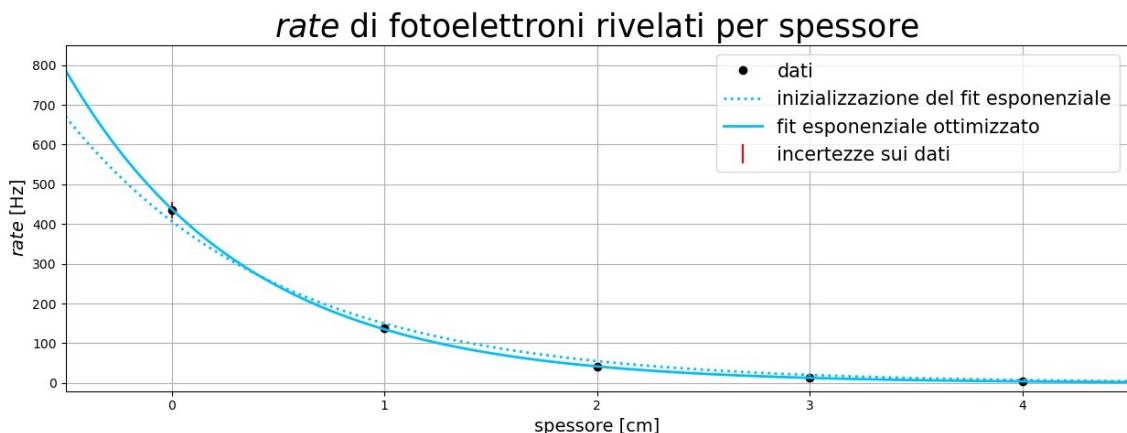


Figura 32: Rappresentazione dell'andamento del *rate* di fotoelettroni in funzione dello spessore di piombo utilizzato, con *fit* esponenziale.

La principale giustificazione trovata per l'incompatibilità accertata risiede nella presenza di una sistematica riduzione del rapporto segnale-rumore che si verifica all'aumentare dello spessore di piombo, per via della riduzione del *rate* (osservabile nella figura precedente). Questo comportamento è riconducibile ad una imprecisa schematizzazione del rumore che cresce all'aumentare dello spessore di piombo e che inficia la capacità del *fit* di riprodurre correttamente l'andamento dei dati (in particolare le porzioni esterne del picco) per spessori consistenti di piombo.

Per visualizzare il problema, di seguito sono riportati i dati con relativi *fit* per gli spessori limite h_0 e h_4 :

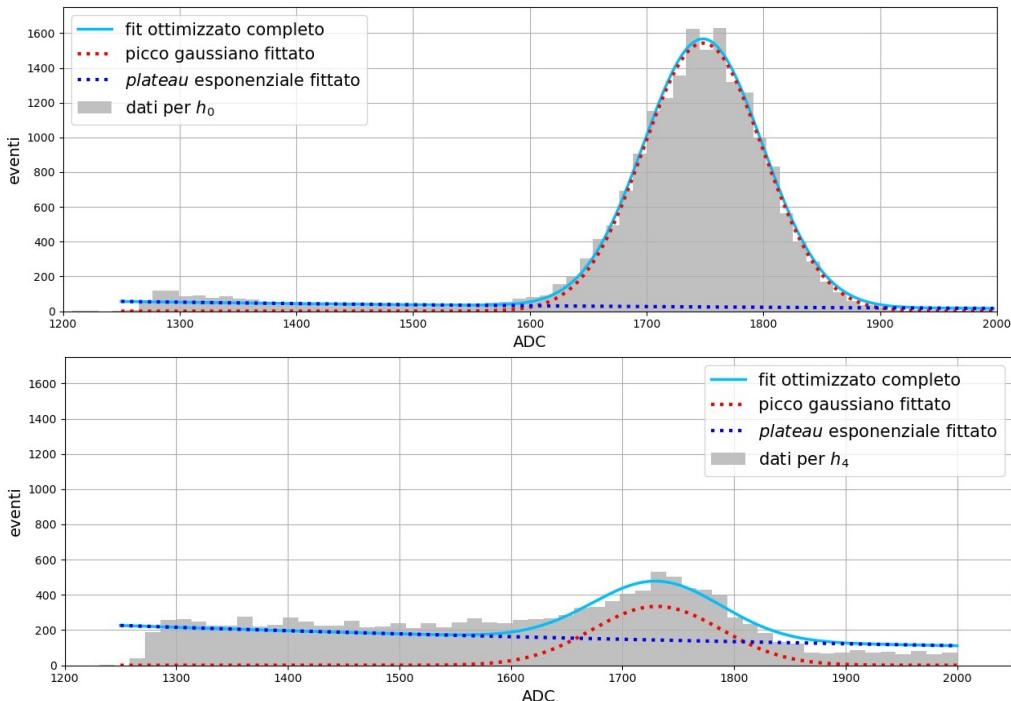


Figura 33: Rappresentazione dello spettro di assorbimento con il *fit* sia gaussiano che esponenziale, per i dati con spessore h_0 e h_4 .

6 Appendice

6.1 Effetto photoelettrico

L'**effetto photoelettrico** consiste nell'assorbimento di un fotone da parte di un elettrone atomico: se l'energia del fotone è superiore all'energia di legame dell'elettrone questo comporta l'emissione dell'elettrone coinvolto a cui è associata un'energia:

$$E = h\nu - E_l \quad (22)$$

pari cioè alla differenza tra l'energia del fotone $h\nu$ e l'energia di legame E_l che legava l'elettrone al nucleo (che assorbe il momento di rinculo, conservando così il momento).

Un grafico caratteristico dell'effetto photoelettrico è l'andamento della sezione d'urto σ al variare dell'energia E del fotone, in cui sono presenti delle zone caratteristiche. In particolare la sezione d'urto photoelettrica domina per energie non troppo elevate (fino a circa $E \sim 100$ keV): in tale zona si ottengono valori elevati di sezione d'urto legati al fatto che si tratta di fenomeni elettromagnetici e non nucleari (molto più ridotti).

Più in generale, la sezione d'urto dell'effetto photoelettrico è proporzionale all'energia secondo la seguente relazione:

$$\sigma(E) \propto E^{-\frac{7}{2}} = \frac{1}{(h\nu)^{\frac{7}{2}}} \quad (23)$$

cioè decresce molto rapidamente (precipita) in funzione dell'energia.

Un'altra dipendenza importante della sezione d'urto è quella dal numero atomico del materiale in analisi, che va come Z^4 o Z^5 : pertanto per fermare i fotoni devono essere impiegati materiali con un numero atomico elevato (come il piombo $Z=82$ Pb).

In particolare, la sezione d'urto photoelettrica presenta un cosiddetto bordo di assorbimento (*absorption edges*) definito come una discontinuità nello spettro di assorbimento di una sostanza. Tali discontinuità si verificano nel caso in cui l'energia di un fotone assorbito corrisponde esattamente a quella necessaria affinché avvenga una transizione elettronica.

6.2 Scattering Compton

Lo **scattering Compton** consiste nello *scattering* di fotoni su elettroni liberi⁶, si ha cioè un fotone di energia $E = h\nu$ che urta contro un elettrone, il quale si mette in moto con un'energia cinetica T :

$$T = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos(\theta))}{1 + \gamma(1 - \cos(\theta))} \quad \left(\text{con } \gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2} \right) \quad (24)$$

sottendendo con la direzione di propagazione del fotone originario un angolo ϕ . Il fotone primario ha quindi ceduto parte della sua energia all'elettrone e dopo l'urto esso possiede quindi un'energia:

$$E' = h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos(\theta))} \quad (25)$$

e risulta deviato rispetto alla sua direzione di propagazione iniziale di un angolo θ .

⁶In realtà gli elettroni nella materia non sono liberi, ma l'energia dei fotoni è sufficientemente elevata per poter trascurare l'energia di legame degli elettroni.

Gli elettroni emessi per effetto Compton sono normalmente ionizzanti nella materia, cioè si fermano nel materiale depositando in esso tutta la relativa energia, mentre il fotone scatterato rimane comunque altamente penetrante e con piccola sezione d'urto σ : si ottiene quindi che non necessariamente si osserva la registrazione di tutta l'energia in gioco siccome il fotone oltrepassa il rivelatore (portando con sè anche quantità sostanziose di energia). Si deduce quindi che la situazione migliore da osservare è quella che massimizza l'energia che deposita l'elettrone (*recoil energy*):

$$T_{max} = h\nu \frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \quad (26)$$

condizione che si ottiene per $\theta = \pi$, cioè quando il fotone viene respinto nella stessa direzione del fotone in arrivo.

Per quanto riguarda la sezione d'urto per lo *scattering* di Compton, questa è data in forma differenziale dalla formula di Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos(\theta))]^2} \left[1 + \cos^2(\theta) + \frac{\gamma^2(1 - \cos(\theta))^2}{1 + \gamma(1 - \cos(\theta))} \right] \quad (27)$$

da cui è possibile ricavare la sezione d'urto vera e propria integrando.

La sezione d'urto Compton domina da $E \sim 100$ keV fino a $E \sim 1$ MeV, cioè nella fascia centrale degli spettri energetici.

6.3 Produzione di coppie

Per **produzione di coppie** si intende il processo di trasformazione di un protone in una coppia di particelle: in questo caso si tratta di 1 elettrone e^- e di 1 positrone e^+ . Questo fenomeno coinvolge però anche il nucleo di un atomo (che subisce un effetto tale da garantire la conservazione del momento) e richiede un'energia minima pari a 1022 MeV (pari cioè alla somma delle masse a riposo, ciascuna di 511 MeV, delle due particelle in questione).

La sezione d'urto legata alla produzione di coppie domina nella parte più a destra degli spettri energetici, per energie maggiori di $E \sim 1$ MeV.

7 Fonti

1. R.L. Heath, *Gamma-ray Spectrum Catalogue - Ge and Si Detector Spectra (4th edition)*, Settembre 1998
2. Christian Petroselli, *Misure di radioattività ambientale con spettroscopia gamma*, 2020
3. Radiation Products Design Inc (esempi di specifiche di sorgenti radioattive)
<https://www.rpdinc.com/>
4. NIST XCOM: Element/Compound/Mixture
<https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>