

Linee di Trasmissione

Gruppo II:

Erica Brisigotti, Emmanuele Lotano, Ylenia Mascolo

Docenti:

Prof. Valerio Mascagna
Prof.ssa Michela Prest
Prof. Erik Silvio Vallazza

Assistenti di laboratorio:

Martin Metzger
Alessia Selmi



Laboratorio di Fisica III A - Modulo di Fisica Moderna

Anno accademico 2020/2021

Università degli Studi dell'Insubria

Dipartimento di Scienza ed Alta Tecnologia

Indice

1	Introduzione	3
2	Analisi dati:	6
2.1	Velocità di trasmissione	6
2.2	Impedenza caratteristica	7
2.3	Capacità e induttanza per unità di lunghezza	8
2.4	Attenuazione del segnale	10

1 Introduzione

Quando si costruisce un esperimento, è necessario far viaggiare segnali elettrici anche su distanze molto lunghe. I segnali possono essere di due tipi, analogici (ad es., la televisione a cavo) o digitali.

Due sono le situazioni tipiche:

- nel caso di applicazioni a bassa velocità e su distanze corte, si può considerare la trasmissione istantanea e quindi la tensione a un capo del cavo è identica a quella all'altro capo;
- tenendo conto che i segnali non possono propagarsi a velocità superiori a quella della luce, a frequenze di GHz anche gli esperimenti di laboratorio possono avere problemi. Il segnale richiede tempo per propagarsi e le tensioni ai due capi del cavo non sono uguali.

La linea di trasmissione più comune è il cavo coassiale rappresentato in fig. 1 che dal punto di vista circuitale equivale alla configurazione mostrata in fig. 2 dove R è la resistenza in serie, C la capacità, G la conduttanza parallela e L l'induttanza (tutte espresse per unità di lunghezza).

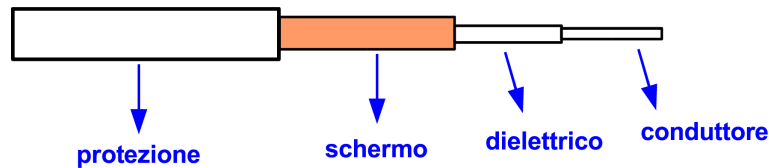


Figura 1: Il cavo coassiale.

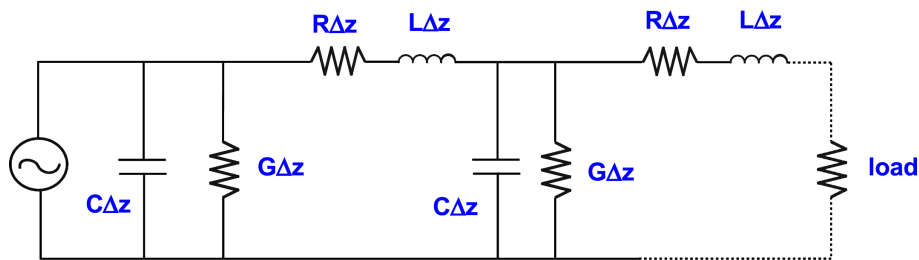


Figura 2: Il cavo coassiale: circuito

A basse frequenze la corrente fluisce nel conduttore centrale e ritorna attraverso il conduttore esterno, per cui gli unici parametri da considerare sono resistenza e capacità. Ad alte frequenze, diventa importante anche l'induttanza.

Per un cavo coassiale ideale, R e G sono trascurabili (cioè la resistenza in serie è piccola e la resistenza tra il cavo in ingresso e in uscita dal carico è infinita).

Considerando quindi una sezione piccola di un cavo infinitamente esteso, si ha che:

$$V = \frac{q\Delta z}{C\Delta z} = \frac{q}{C}$$

con V tensione fra i due conduttori, q carica per unità di lunghezza e C capacità per unità di lunghezza. Da cui, per la conservazione della carica:

$$\Delta I = -\frac{\partial(q\Delta z)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{\partial q}{\partial t} = -C\frac{\partial V}{\partial t}$$

con ΔI differenza di corrente ai capi di una sezione Δz di filo.

La presenza di L provoca una caduta di tensione pari a:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -L\frac{\partial I}{\partial t}$$

da cui:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

che è l'equazione delle onde.

In un cavo coassiale ideale i segnali si propagano sottoforma di onde con velocità:

$$v_{pr} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Per i cavi reali, in cui R e G non sono trascurabili, la trasmissione del segnale è descritta dalla seguente equazione:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = \frac{1}{LC} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + (LG + RC)\frac{\partial V}{\partial t} + RGV$$

con soluzione generale:

$$V(z, t) = V_1 e^{\alpha z} e^{i(\omega t + kz)} + V_2 e^{\alpha z} e^{i(\omega t - kz)}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)}$$

$$\alpha = \text{Re}(\gamma)$$

$$k = \text{Im}(\gamma)$$

Da questa soluzione si evince come il segnale venga attenuato esponenzialmente percorrendo il cavo, con un coefficiente α di attenuazione che dipende dalla frequenza.

A differenza di un cavo ideale, un cavo reale presenta delle perdite di segnale dovute a diversi motivi:

- *skin effect*: la corrente si confina in strati sempre più sottili alla superficie del conduttore all'aumentare della frequenza riducendo la sezione attiva del cavo e aumentandone come conseguenza la sua resistenza;

- il *leakage* attraverso il dielettrico: è il fenomeno dominante ad alte frequenze, quando G non è più trascurabile e dipende dalla frequenza stessa.

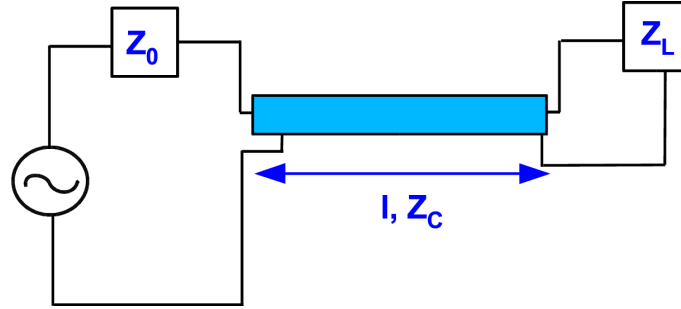


Figura 3: Circuito per lo studio della riflessione.

Un ulteriore problema dei cavi reali è il fenomeno della riflessione (fig. 3). Quando il cavo non è infinito, alla sua estremità si generano onde riflesse, cioè una parte del segnale viene riflessa e ritorna indietro sul cavo stesso combinandosi con il segnale di ingresso. Le riflessioni avvengono ogni volta che c'è un cambio di impedenza del cavo.

Alla fine del cavo, cioè sul carico, si ha:

$$Z_L = \frac{V(l, t)}{I(l, t)} = Z_c \frac{V_1 e^{\alpha z} e^{i(\omega t + kl)} + V_2 e^{\alpha z} e^{i(\omega t - kl)}}{V_1 e^{\alpha z} e^{i(\omega t + kl)} - V_2 e^{\alpha z} e^{i(\omega t - kl)}}$$

da cui si ricava il coefficiente di riflessione:

$$\rho = \frac{V_{riflesso}(l, t)}{V_{incidente}(l, t)} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

Tre sono i casi che si possono presentare:

- per $Z_L = Z_c$ (terminazione corretta), $\rho = 0$
- per $Z_L = \infty$ (cavo aperto all'estremità), $\rho = 1$
- per $Z_L = 0$ (cavo in corto all'estremità), $\rho = -1$

Le misure in laboratorio sono state le seguenti:

1. misura della velocità di propagazione di un segnale sinusoidale attraverso cavi di lunghezza crescente a diverse frequenze;
2. misura dell'impedenza caratteristica del cavo;
3. misura della capacità per unità di lunghezza e, utilizzando le informazioni ottenute sulla velocità di propagazione e sull'impedenza caratteristica, ricavare l'induttanza per unità di lunghezza;
4. misura dell'attenuazione del segnale.

In tutte le analisi eseguite, per simulare il comportamento di un reale generatore di tensione, è stata posta una resistenza di 50Ω in serie rispetto al generatore, il cui effetto si osserva in una lieve riduzione di ampiezza del segnale in ingresso V_{in} .

2 Analisi dati:

2.1 Velocità di trasmissione

Per misurare la velocità di trasmissione, sono stati utilizzati un oscilloscopio e un generatore di tensione continua con un segnale sinusoidale di ampiezza picco-picco di 1 V e frequenza variabile (10 MHz e 20 MHz). Per ogni frequenza analizzata è stata variata anche la lunghezza di cavo in un intervallo da 10 m a 100 m con step di circa 25 m.

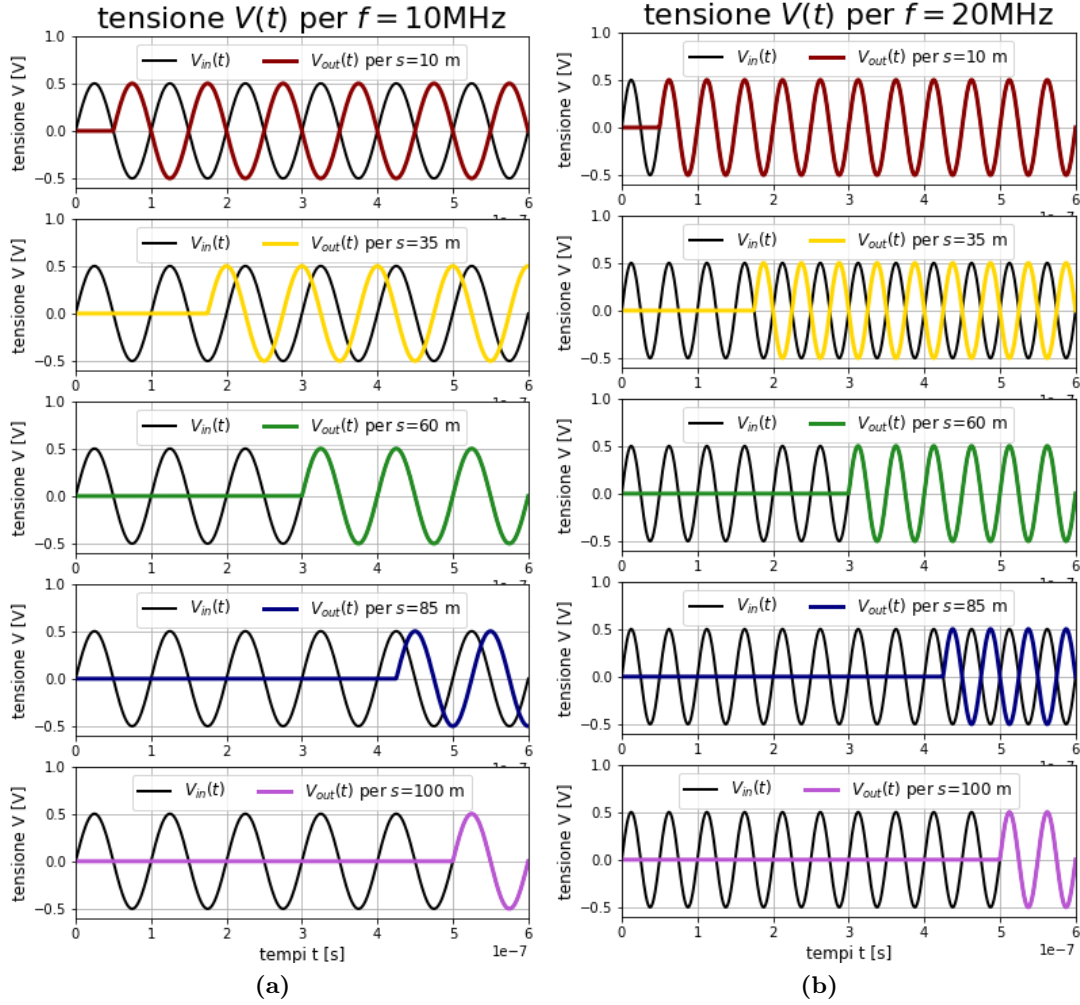


Figura 4: Da sinistra: tensioni $V(t)$ al variare della lunghezza s del filo per le due frequenze f pari a 10 MHz e 20 MHz.

Dalla figura (4) è possibile osservare che indipendentemente dalla frequenza non varia l'istante di inizio di propagazione dell'onda V_{out} . Inoltre si può notare che, aumentando la lunghezza del filo, l'inizio t_0 di propagazione di V_{out} è sempre più ritardato rispetto all'inizio del segnale in ingresso V_{in} .

Per ogni lunghezza del cavo utilizzata è stato possibile considerare il tempo iniziale t_0 di propagazione della tensione V_{out} e utilizzare questi punti per estrapolare la velocità di propagazione del segnale come il coefficiente angolare m del *fit* lineare della forma $y = mx$.

Si rappresentano di seguito i risultati ottenuti:

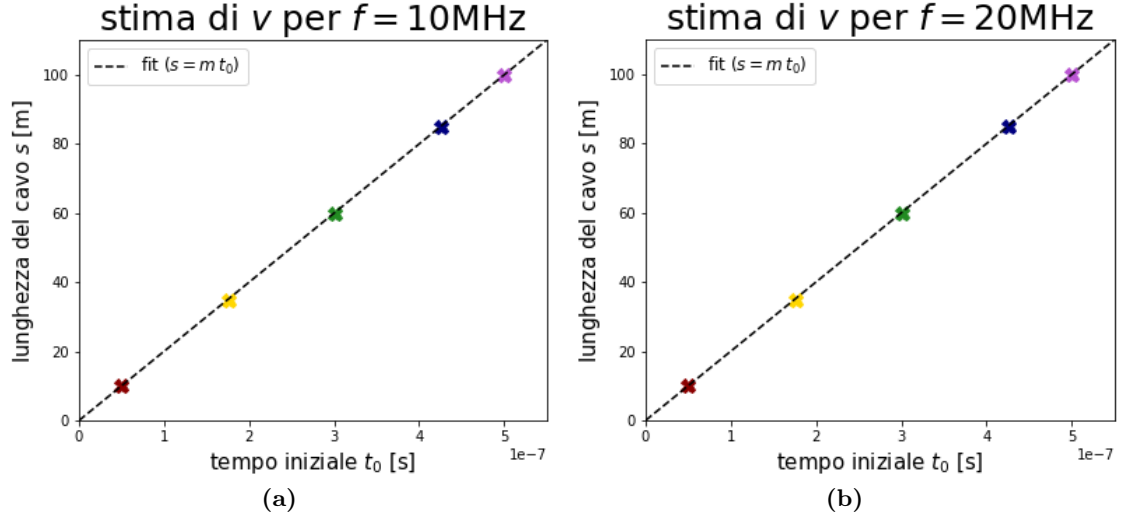


Figura 5: Stima della velocità v a partire da un *fit* lineare delle lunghezze s dei cavi utilizzati, per le due frequenze f .

Nella tabella seguente si riportano i valori di coefficiente angolare m della retta per le due frequenze utilizzate, corrispondenti alle velocità v di propagazione del segnale:

Frequenza f [MHz]	10	20
Velocità v [km/s]	200000.00	200000.00

Tabella 1: Stime delle velocità v di propagazione attraverso i *fit* lineari in figura (5).

I valori di velocità v ottenuti per le due diverse frequenze f risultano uguali per via del fatto che sono state utilizzate, oltre che le medesime distanze s , anche tempi t_0 identici (come già osservato in precedenza).

Inoltre, tali stime risultano molto prossime al valore teorico dato da:

$$v = \frac{2}{3} c \sim 199861.64 \text{ km/s} \quad (1)$$

dove $c = 299792.46 \text{ km/s}$ corrisponde alla velocità della luce nel vuoto.

2.2 Impedenza caratteristica

L'impedenza caratteristica corrisponde alla resistenza R_L capace di annullare gli effetti di riflessione che si hanno quando le onde incontrano discontinuità, come ad esempio la fine (o l'inizio) del cavo esaminato.

Per individuare il valore di impedenza caratteristica, è stata impiegata una tensione in ingresso rappresentata da un'onda quadra di ampiezza 0.5 V e frequenza 10 MHz. Sono stati utilizzati tre diversi valori di resistenza R_L pari a 10 Ω , 50 Ω e 100 Ω .

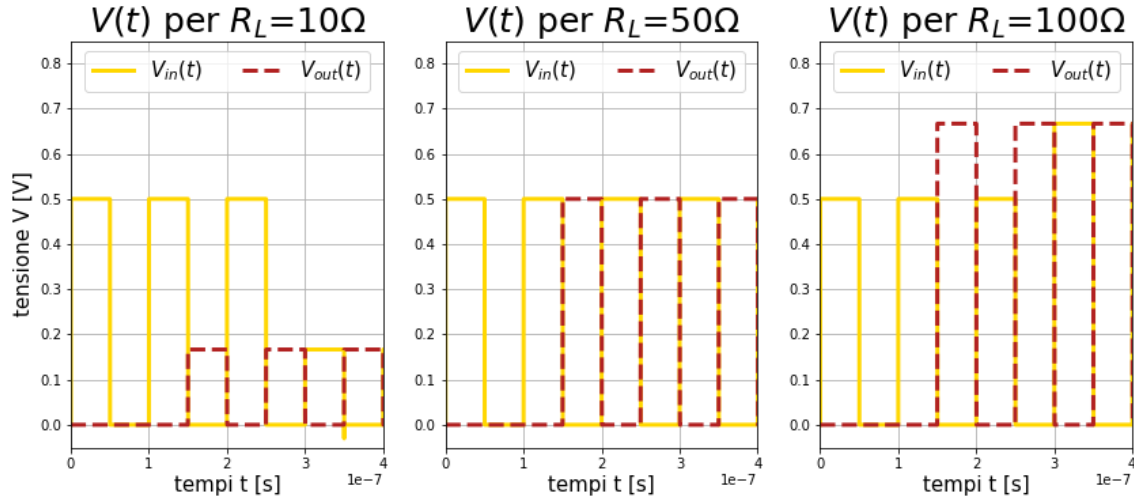


Figura 6: Analisi delle diverse tensioni in uscita per R_L inferiore, uguale e superiore a 50Ω .

Dal grafico in figura (6) è possibile osservare che le tensioni in uscita non sono sovrapposte a quelle in entrata per via di un ritardo nella trasmissione del segnale dovuta al fatto che è stato utilizzato un cavo lungo 30 m.

Inoltre per $R_L < 50 \Omega$ l'impedenza restituisce un segnale in uscita V_{out} minore del segnale in entrata V_{in} , mentre per $R_L > 50 \Omega$ si ottiene un segnale in uscita V_{out} maggiore: in entrambi i casi, quindi, il segnale in ingresso viene disturbato da quello riflesso.

Infatti, il valore $R_L = 50 \Omega$ corrisponde all'impedenza caratteristica propria del cavo analizzato, che coincide con il valore teorico calcolato tramite la seguente formula:

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{250 \text{ nH/m}}{100 \text{ pF/m}}} = 50 \Omega \quad (2)$$

2.3 Capacità e induttanza per unità di lunghezza

In questa analisi è stata considerata una configurazione in corto circuito, ovvero è stata eliminata la resistenza di carico R_L , lasciando il cavo aperto all'estremità opposta al generatore di tensione. L'altra estremità del cavo è stata collegata al generatore tramite una resistenza in serie $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ dove $R_1 \gg Z_0$, con Z_0 impedenza in entrata del cavo.

Si è verificata così la presenza di un transiente giustificabile con il fatto che l'estremità aperta del cavo si comporta come un condensatore e l'intera configurazione è approssimabile ad un circuito RC in fase di carica: è infatti possibile ricavare il valore di capacità C per unità di lunghezza.

Per verificare questo effetto è stata impiegata una tensione in ingresso rappresentata da un'onda quadra di ampiezza 0.5 V e frequenza 10 KHz. Inoltre, la lunghezza s del cavo utilizzato è pari a 30 m.

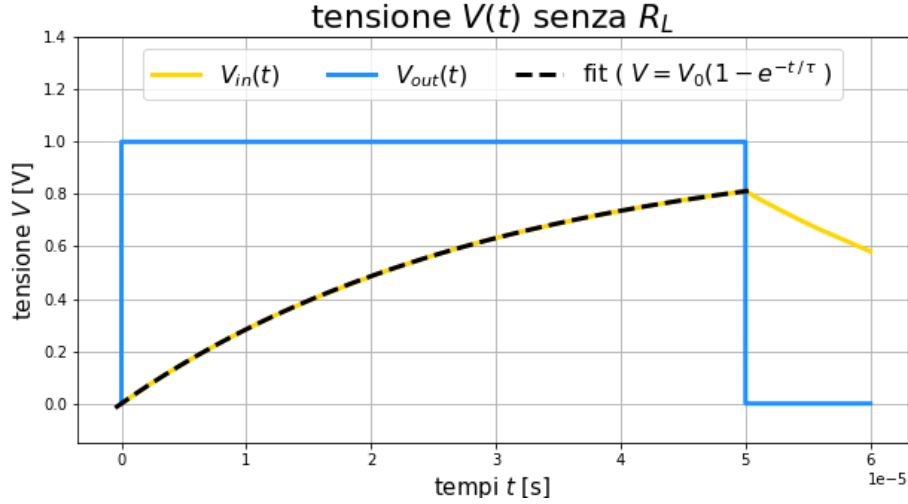


Figura 7: Visualizzazione del transiente in esame e *fit* esponenziale per il calcolo della capacità C .

Dal grafico in figura (7) è possibile notare, oltre alla presenza del transiente, che la tensione in uscita V_{out} non raggiunge il massimo valore a regime corrispondente a 1 V: questo accade poichè il filo si comporta come un circuito RC, la cui fase di carica necessita di un tempo troppo ampio (rispetto al semi-periodo dell'onda quadra in ingresso) per raggiungere la tensione massima prima che avvenga la scarica, ovvero la caduta di potenziale che si osserva in figura.

Tramite un *fit* della forma:

$$V_{out}(t) = V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (3)$$

dove V_0 corrisponde alla tensione a regime, è stato possibile estrapolare il valore di $\tau = R_1 C$ e, in particolare, la stima della capacità per unità di lunghezza $C = 101$ pF/m. Inoltre, tale risultato è prossimo al valore teorico di capacità per unità di lunghezza, che infatti vale $C = 100$ pF/m.

Tramite questa analisi e quella effettuata precedentemente per ricavare la velocità di propagazione del segnale $v = 200000.00$ km/s, è stato possibile stimare il valore di induttanza L per la configurazione cortocircuitata considerata. Infatti tramite la formula:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4)$$

si ottiene che l'induttanza L per unità di lunghezza vale:

$$L = \frac{1}{v^2 C} \sim 250 \text{ nH/m} \quad (5)$$

Sono state così trovate le caratteristiche esatte del cavo RG174 utilizzato¹.

¹Tali caratteristiche possono essere consultate dall'apposito *data-sheet* fornito dal costruttore.

2.4 Attenuazione del segnale

Utilizzando un cavo reale è possibile ottenere segnali in uscita V_{out} ridotti rispetto alla tensione in entrata V_{in} . È possibile verificare che tale riduzione avviene esponenzialmente, in funzione della lunghezza del cavo utilizzato.

Per verificare questo effetto è stata impiegata una tensione sinusoidale in ingresso di ampiezza picco-picco 1 V e frequenza 10 MHz. La lunghezza del cavo è stata variata in un intervallo da 10 m a 500 m con step di 50 m.

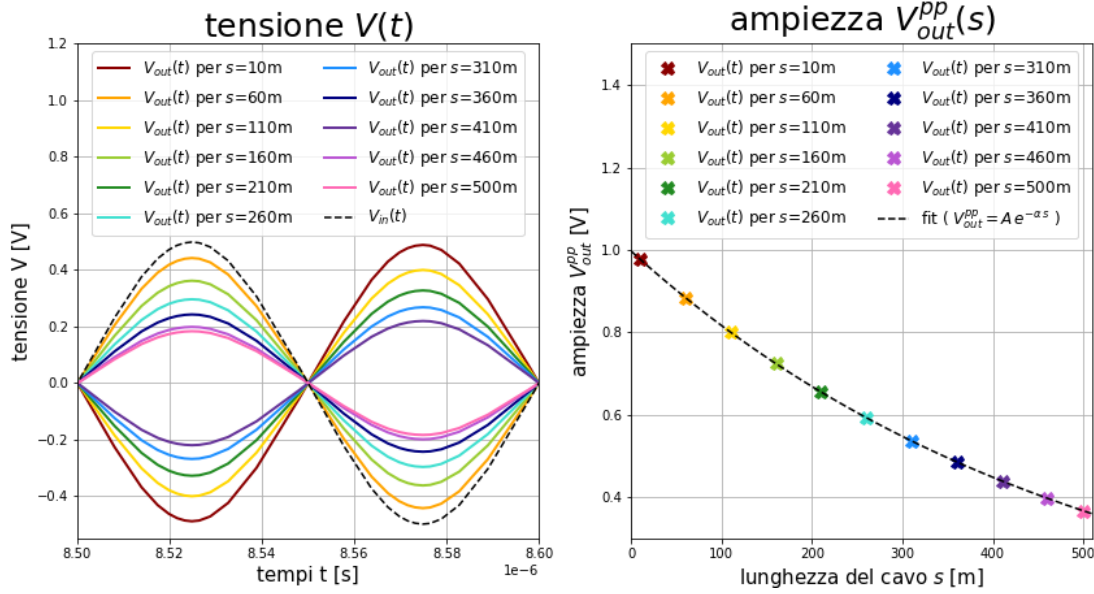


Figura 8: Rappresentazione dell'attenuazione della tensione in uscita V_{out} rispetto alla tensione in entrata V_{in} , con *fit* esponenziale.

Dal grafico in figura (8) è possibile notare che per cavi di lunghezza maggiore si ottengono maggiori attenuazioni del segnale. Inoltre, la lunghezza del cavo influisce ritardando i segnali di quantità differenti che, in questo caso specifico, risultano multipli di un semi-periodo dell'onda in ingresso V_{in} .

È stato possibile visualizzare questo comportamento estraendo le ampiezze picco-picco dei segnali analizzati tramite l'oscilloscopio e rappresentandole in funzione della lunghezza s del cavo utilizzato.

Tale andamento è stato quindi analizzato tramite un *fit* della forma:

$$V_{out}^{pp}(s) = A e^{-\alpha s} \quad (6)$$

dove $A \sim 1$ V corrisponde all'ampiezza del segnale trasmesso nel caso (ideale) di un cavo di lunghezza nulla, mentre il coefficiente α , che regola tale diminuzione esponenziale, è stato stimato essere pari a $\alpha = 0.002 \text{ m}^{-1}$.