

Diodi

Gruppo II:

Erica Brisigotti, Emmanuele Lotano, Ylenia Mascolo

Docenti:

Prof. Valerio Mascagna
Prof.ssa Michela Prest
Prof. Erik Silvio Vallazza

Assistenti di laboratorio:

Martin Metzger
Alessia Selmi



Laboratorio di Fisica III A - Modulo di Fisica Moderna

Anno accademico 2020/2021

Università degli Studi dell'Insubria

Dipartimento di Scienza ed Alta Tecnologia

Indice

1	I diodi	3
2	Curve caratteristiche $I(V)$	6
3	Circuiti rettificatori	9
3.1	Circuito rettificatore a semionda	9
3.2	Circuito rettificatore a onda completa	11
4	Il ripple	12
4.1	Circuito rettificatore a semionda con condensatore	12
4.2	Circuito rettificatore a onda completa con condensatore	14
5	La misura della costante di Planck	16
5.1	Descrizione teorica del fenomeno	16
5.2	Misure ed analisi dei dati	17
6	Appendice	19
6.1	Coefficiente di Determinazione	19

1 I diodi

I diodi sono elementi passivi (nel senso che non generano potenza) a due terminali e non lineari. Sono costituiti da giunzioni p-n realizzate tramite semiconduttori o tramite semiconduttori e metalli; il funzionamento di una giunzione p-n è presentato in fig. 1.

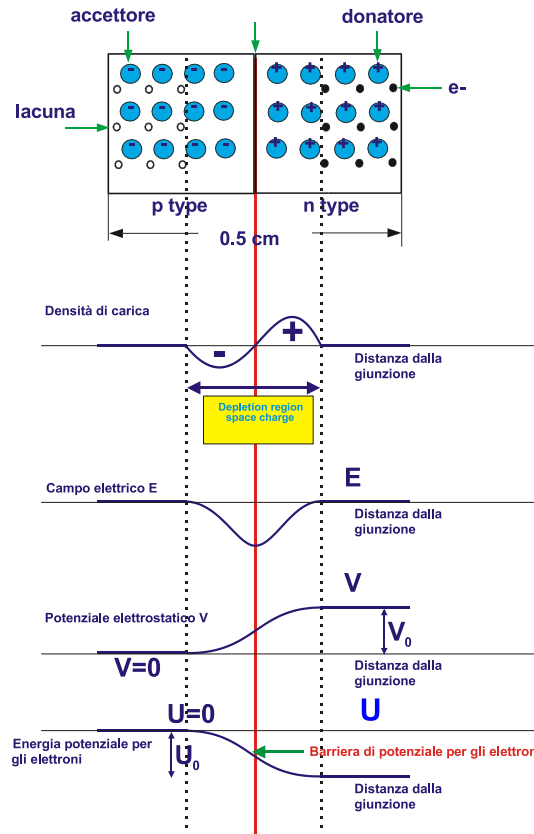


Figura 1: Giunzione p-n: schema di funzionamento.

Il contatto tra un semiconduttore drogato di tipo p (cioè di un materiale in cui alcuni atomi sono stati sostituiti con accettori; nel caso del silicio, che ha 4 elettroni di valenza, si tratta di un materiale con 3 elettroni di valenza quale il boro) e uno di tipo n (drogato con atomi donatori, cioè con 5 elettroni di valenza, quali il fosforo) provoca una densità di carica nella zona di giunzione dovuta alla ricombinazione di elettroni e lacune libere, densità che a sua volta genera un campo elettrico e quindi una barriera di potenziale al successivo passaggio di portatori di carica liberi. La zona priva di portatori liberi è nota come *depletion region* o zona di svuotamento.

L'applicazione di una differenza di potenziale ai due lati della giunzione provoca due effetti diversi a seconda del segno di tale potenziale:

- polarizzando il diodo in modo inverso, cioè connettendo il terminale negativo al lato p e quello positivo al lato n, le lacune e gli elettroni vengono attratti dai rispettivi terminali e quindi la zona di svuotamento si allarga (fig. 2). Una volta tolti i portatori liberi, nel diodo non circola corrente tranne quella dovuta alla formazione di ulteriori

coppie a causa dell'agitazione termica (corrente inversa, con valori tipici nel range pA-μA);

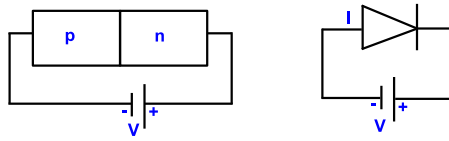


Figura 2: Polarizzazione inversa: schema elettrico e circuitale.

- polarizzando il diodo in modo diretto (fig. 3) la barriera di potenziale viene abbattuta e nel diodo può circolare corrente. L'altezza della barriera dipende dal tipo di diodo e varia dagli 0.25 V del diodo Schottky agli 0.6 V dei diodi più comuni e a valori superiori a 1 V per i LED.

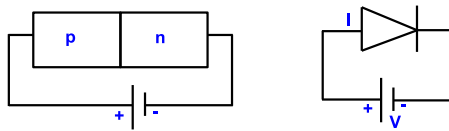


Figura 3: Polarizzazione diretta: schema elettrico e circuitale.

La curva $I(V)$ di un diodo è rappresentabile con l'espressione:

$$I = I_0 \left(e^{\frac{V}{\eta V_T}} - 1 \right) \quad (1)$$

dove I_0 rappresenta la corrente inversa, η è un parametro che dipende dal tipo di diodo (per i diodi al silicio vale ≈ 2), $V_T = \frac{kT}{q} = 25.3 \text{ mV}$ a $T=300 \text{ K}$. Un esempio di curva $I(V)$ è presentato in fig. 4.

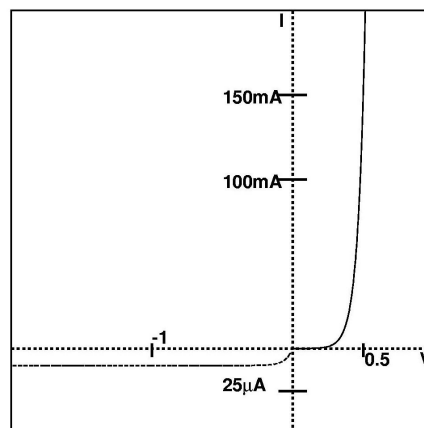


Figura 4: Curva corrente-tensione di un diodo; la scala verticale positiva è diversa da quella negativa; nel plot inoltre non appare il breakdown per tensioni sufficientemente negative.

La prova in laboratorio ha richiesto l'esecuzione delle seguenti misure:

- misura delle curve caratteristiche di una serie di diodi: 1N4007, 1N914 (diodo di segnale), Zener, LED, Schottky;
- fit della curva di Shockley per 3 diodi: 1N914, 1N4007, diodo Schottky;
- realizzazione di un circuito rettificatore a semionda e onda completa;
- misura del ripple in funzione del carico con un circuito rettificatore a semionda e uno a onda completa;
- misura della costante di Planck utilizzando un set di LED.

2 Curve caratteristiche $I(V)$

In primo luogo, si è voluto analizzare il comportamento tipico di vari diodi tramite l'osservazione delle relative curve caratteristiche $I(V)$, che nella maggior parte dei casi possono essere ricondotte all'equazione (1).

Tali curve sono state misurate utilizzando il circuito in fig. 5 in cui il segnale in ingresso è stato generato tramite un trasformatore.

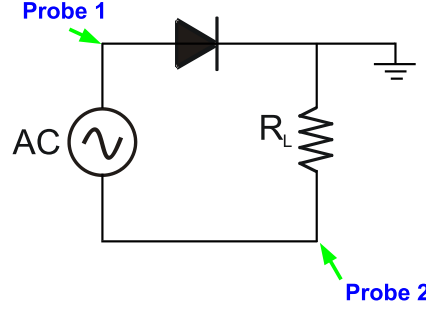


Figura 5: Circuito per la misura delle curve $I(V)$.

Le curve caratteristiche analizzate riguardano quattro diversi diodi (1N914, 1N4007, Schottky, Zener) e due LED (verde e rosso): per i diodi 1N914, 1N4007 e Schottky, è stato possibile effettuare un *fit* con la funzione (1) ricavando come parametri la corrente inversa di saturazione I_0 e il parametro adimensionale costruttivo del cristallo η .

Questi sono stati confrontati con i valori teorici relativi al cristallo in silicio (Si), riportati di seguito.

	Valore teorico
I_0	$< 10 \text{ nA}$
η	~ 2

Tabella 1: Valori teorici relativi alle quantità presenti in formula (1) per diodi al silicio.

Tale *fit* è stato limitato ai dati caratterizzati da un valore di corrente superiore a $10 \mu\text{A}$, in modo da analizzare il comportamento del diodo esclusivamente in polarizzazione diretta.

In figura (6) è possibile osservare che i *fit* aderiscono correttamente alle curve caratteristiche dei tre diodi considerati.

Nella seguente tabella sono inseriti i parametri ricavati:

	Diodo 1N914	Diodo 1N4007	Diodo Schottky
$I_0 \text{ [nA]}$	11	57	81000
η	2.1	2.3	2.5

Tabella 2: Valori stimati relativi alle quantità presenti in formula (1) per diodi al silicio.

E' possibile fare alcune considerazioni sui parametri appena stimati:

- i valori relativi alla corrente inversa di saturazione risultano particolarmente diversi tra loro:
 - i primi due (1N914 e 1N4007) sono compatibili tra loro e con il valore teorico, poiché dello stesso ordine di grandezza. Questo è dovuto al fatto che il loro comportamento può essere descritto in termini di giunzione p-n come nei diodi convenzionali;
 - per quanto riguarda il diodo Schottky, invece, si è stimato un valore molto più elevato rispetto a quello teorico atteso. Una giustificazione può essere trovata nel fatto che il suo comportamento è descritto in termini di una giunzione metallo-semiconduttore (chiamata barriera Schottky). Questa implica una regione di svuotamento molto più ridotta rispetto ad una giunzione p-n canonica e quindi la corrente inversa I_0 è maggiore.
- i valori del parametro adimensionale costruttivo del cristallo η sono compatibili tra loro e con il valore teorico riportato in tabella (1).

Inoltre, dalla figura (6) è possibile osservare qualitativamente che i diodi sono caratterizzati da una zona di polarizzazione inversa, in cui i valori di intensità di corrente misurati sono pressoché nulli siccome la corrente cerca di scorrere nella direzione inversa rispetto a quella privilegiata nel diodo.

Per potenziali ancora più negativi, si presenta la zona di *breakdown* in corrispondenza della quale si ha un aumento di corrente più significativo rispetto alla regione di polarizzazione inversa.

Nella maggior parte dei diodi analizzati il potenziale corrispondente all'inizio del *breakdown* si colloca intorno a -5 V; viceversa nel caso del diodo Zener, si ha una regione di polarizzazione inversa molto ridotta dato che l'effetto di *breakdown* è significativo già attorno a -1.5 V. Questo comportamento particolare è dovuto alle caratteristiche specifiche del diodo in questione (interviene infatti l'effetto Zener che si ottiene drogando fortemente le due zone p ed n) e può essere sfruttata per far funzionare il diodo in polarizzazione inversa a partire già da potenziali poco negativi.

Possiamo, infine, osservare che nella zona di polarizzazione diretta, l'intensità di corrente inizia ad assumere valori non nulli a partire da un valore V_{on} tipico per ogni diodo. In figura (6) sono infatti rappresentati dei valori teorici indicativi per tale potenziale di inizio, già menzionati in precedenza (parlando dell'altezza della barriera in polarizzazione diretta).

In generale, si è osservato che la crescita esponenziale si verifica prima dei valori rappresentati, differenziando il comportamento reale di un diodo rispetto alla sua modellizzazione teorica. In particolare, per il diodo Schottky, è stata confermata la presenza di una regione di svuotamento minore rispetto agli altri diodi considerati.

Di seguito riportiamo le varie curve caratteristiche $I(V)$ tipiche di ciascun diodo:

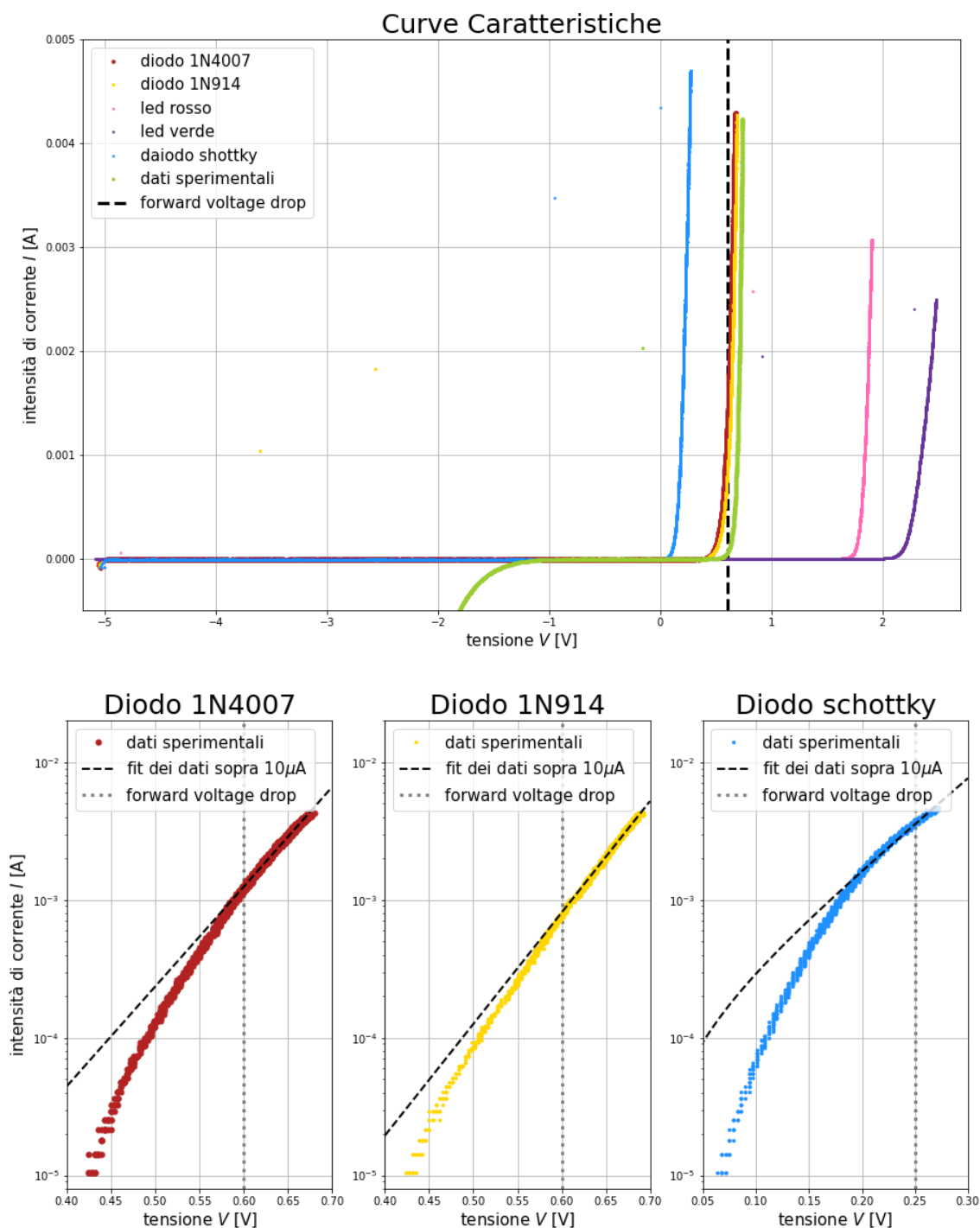


Figura 6: Curve caratteristiche $I(V)$ tipiche di ciascun diodo e zoom delle curve con *fit* (dei dati superiori a $10\ \mu\text{A}$) in scala logaritmica.

3 Circuiti rettificatori

I diodi lasciano passare corrente solo se polarizzati direttamente per cui sono la base della trasformazione di un segnale da AC a DC.

I circuiti rettificatori eliminano la parte negativa di un segnale (rettificatore a semionda) o la ribaltano (rettificatore a onda completa). Nel primo caso, il circuito è rappresentato a sinistra in fig. 7, mentre nel secondo è stato usato un ponte di diodi come mostrato a destra in fig. 7.

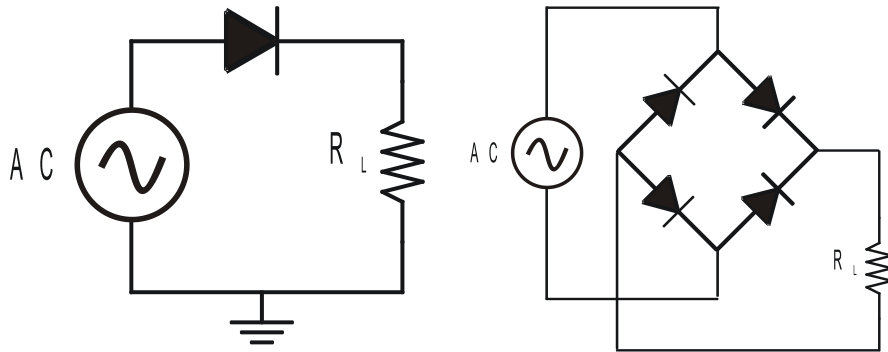


Figura 7: Da sinistra: circuito rettificatore a semionda e circuito rettificatore a onda completa.

3.1 Circuito rettificatore a semionda

Il circuito rettificatore a semionda ha la proprietà di trasformare un segnale alternato in uno unidirezionale. Il segnale d'ingresso sinusoidale viene, infatti, fatto passare attraverso un diodo (in serie rispetto ad una resistenza di carico R_L) che consente il passaggio delle sole semionde positive, annullando la tensione uscente in corrispondenza delle semionde negative.

Sono stati utilizzati due diversi diodi (1N914 ed 1N4007) e per ciascuno sono state analizzate le corrispondenti tensioni in entrata ed uscita per alte (50 kHz) e basse (50 Hz) frequenze.

Come si può vedere dalla figura (8) i due diodi a basse frequenze si comportano coerentemente al modello teorico di rettificatore a semionda. In particolare, per tensioni positive si osserva una riduzione in ampiezza del segnale rispetto a quello in entrata, dovuta alla combinazione della polarità del diodo e della traslazione verso il basso causata dalla caduta di potenziale, di 0.7 V, nella giunzione del diodo.

Nel caso di frequenza più elevate, invece, i diodi hanno un comportamento diverso.

- Il diodo 1N914 rispecchia l'andamento tipico del modello di rettificatore a semionda: questo è dovuto al fatto che si tratta di un diodo di segnale, capace di rispondere molto velocemente alle variazioni di tensione che caratterizzano il segnale;
- Il diodo 1N4007, invece, presenta un andamento particolare per tensioni negative: questo è dovuto al fatto che si tratta di un diodo di potenza (o di corrente), ovvero capace di trasportare grandi quantità di corrente; pertanto, ad alte frequenze, si osserva uno stato transiente in cui il diodo continua a condurre siccome la formazione di una barriera di potenziale, nella giunzione p-n, non è istantanea.

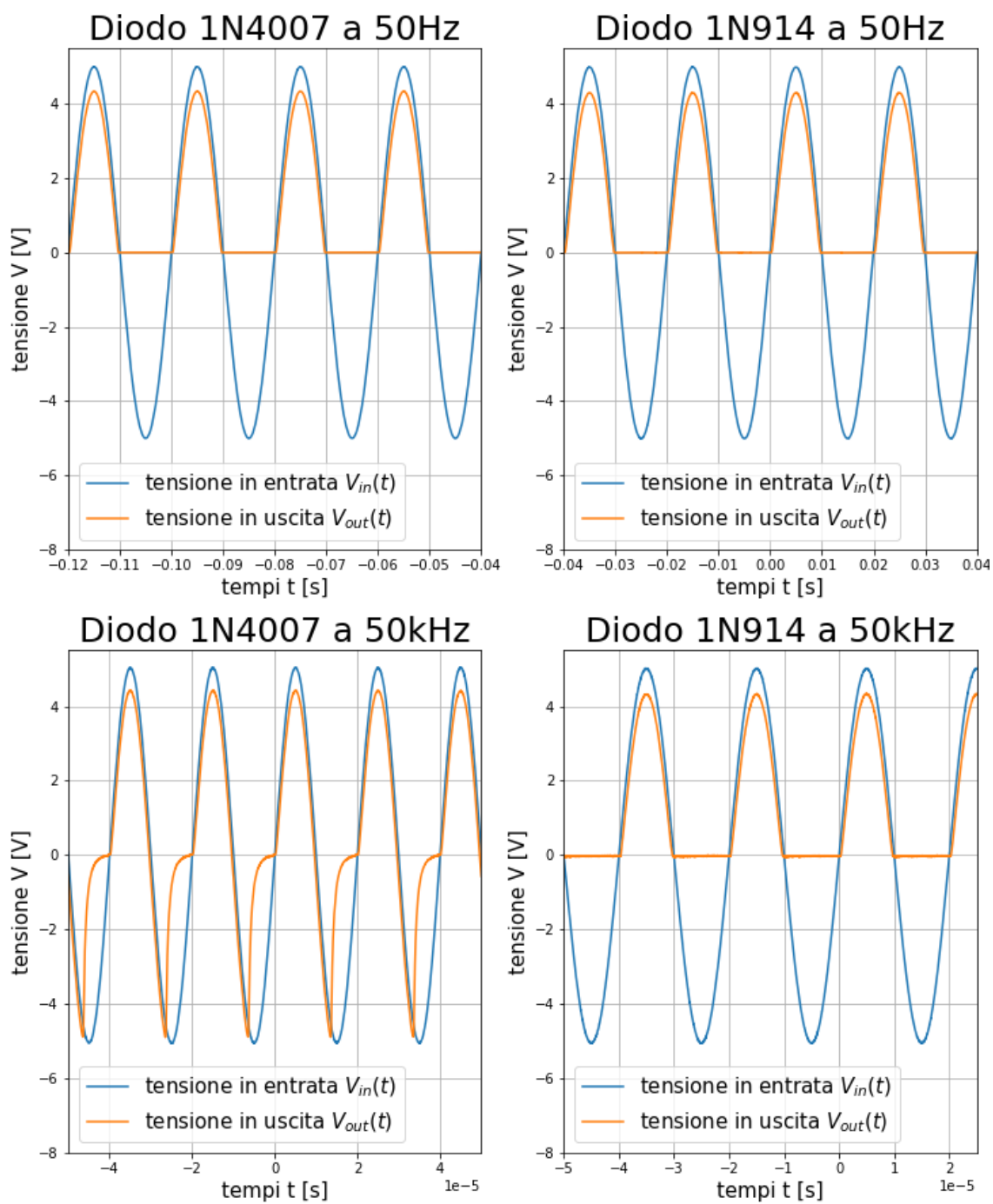


Figura 8: Rappresentazione delle tensioni analizzate in funzione del tempo per due diversi diodi (1N914 ed 1N4007) e frequenze.

3.2 Circuito rettificatore a onda completa

Il circuito in esame viene detto rettificatore ad onda completa, in quanto trasforma un'onda alternata in una sempre positiva, "capovolgendo" la semionda negativa, in modo da ottenere un segnale unidirezionale.

Adottando quattro diodi disposti in configurazione a ponte è possibile ottenere un segnale in uscita V_{out} che corrisponde al modulo della tensione in entrata V_{in} . Questa soluzione è necessaria per trasformare la corrente alternata in entrata in corrente continua in uscita.

La presa dati relativa a questo circuito è stata effettuata mediante l'utilizzo di un simulatore¹. La componente fondamentale per questo circuito è un ponte di diodi, a cui è stata fornita una tensione in entrata V_{in} di frequenza pari a 50 Hz e la cui tensione in uscita V_{out} è stata analizzata considerando due diverse resistenze di 1 k Ω e 10 k Ω .

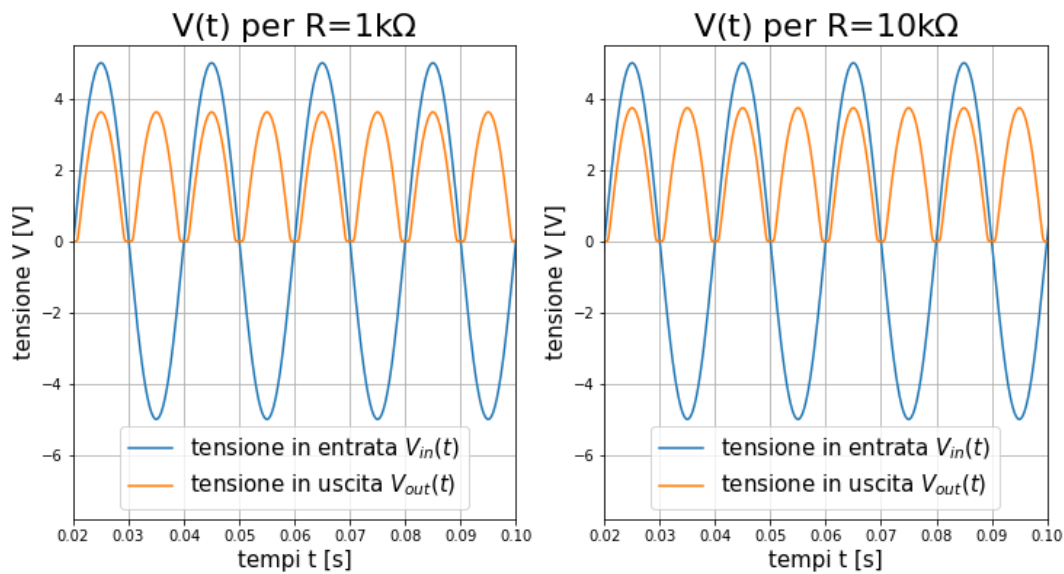


Figura 9: Rappresentazione delle tensioni analizzate in funzione del tempo per due diverse resistenze.

Come si osserva in figura (9), il circuito analizzato ha un buon comportamento come rettificatore ad onda completa.

Inoltre, si nota che:

- il valore massimo dell'onda raddrizzata è inferiore alla massima tensione dell'onda sinusoidale di ingresso V_{in} indipendentemente dal valore di resistenza utilizzata. Questa riduzione di tensione è dovuta alla caduta di potenziale di 0.7 V che avviene in corrispondenza della giunzione di ciascun diodo;
- sono presenti delle regioni di potenziale nullo in corrispondenza dei minimi della tensione in uscita V_{out} . Ciò è dovuto al fatto che i diodi iniziano a condurre solamente quando la tensione in ingresso supera un certo valore di soglia (dato dalla somma delle tensioni di soglia dei vari diodi utilizzati nel ponte).

¹Nello specifico, è stato impiegato *LTspice* di *Analog Devices*, un software per computer utilizzato per la simulazione di circuiti elettronici analogici basato su SPICE.

4 Il ripple

Il *ripple* è definito come la variazione di tensione residua dopo la rettificazione. Per ridurre questa quantità, si può costruire un circuito come quelli in fig. 10, in modo tale da ottenere un generatore di tensione continua da una tensione alternata in ingresso. Durante la fase di salita dell'onda, il condensatore si carica, mentre durante la fase di discesa si scarica con una costante temporale che dipende dal carico.

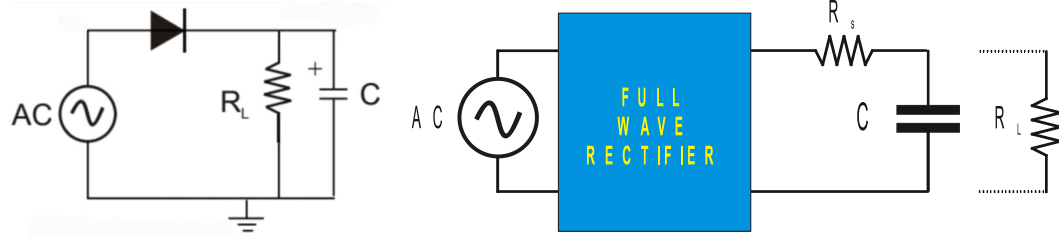


Figura 10: Da sinistra: circuito rettificatore a semionda con condensatore e circuito rettificatore a onda completa con condensatore (senza l'utilizzo di R_s).

4.1 Circuito rettificatore a semionda con condensatore

Il circuito descritto in sezione 3.1 è stato modificato introducendo una capacità C in parallelo rispetto alla resistenza di carico R_L .

Nello specifico è stato utilizzato il diodo 1N4007, il cui comportamento è stato analizzato a parità di frequenza $f = 50$ Hz per differenti valori di capacità C e resistenza R_L .

Di seguito sono riportati i valori delle quantità impiegate:

	Valore 1	Valore 2
Capacità C	2.2 nF	22000 nF
Resistenza R_L	1 k Ω	10 k Ω

Tabella 3: Valori di resistenza R_L e capacità C utilizzati.

Operativamente, per quantificare il *ripple* V_{RPP} , è stata impiegata la seguente formula:

$$V_{RPP} = \max(V_{out}) - \min(V_{out}) \quad (2)$$

dove V_{out} corrisponde alla tensione in uscita dal circuito (misurata ai capi della resistenza di carico R_L).

I valori di *ripple* così ottenuti sono riportati nella tabella seguente in funzione delle diverse combinazioni di componenti nel circuito:

	$C = 2.2$ nF	$C = 22000$ nF
$R_L = 1$ k Ω	$V_{RPP} = 4.3$ V	$V_{RPP} = 2.2$ V
$R_L = 10$ k Ω	$V_{RPP} = 4.5$ V	$V_{RPP} = 1.1$ V

Tabella 4: Valori di *ripple* in funzione delle resistenze R_L e capacità C utilizzate.

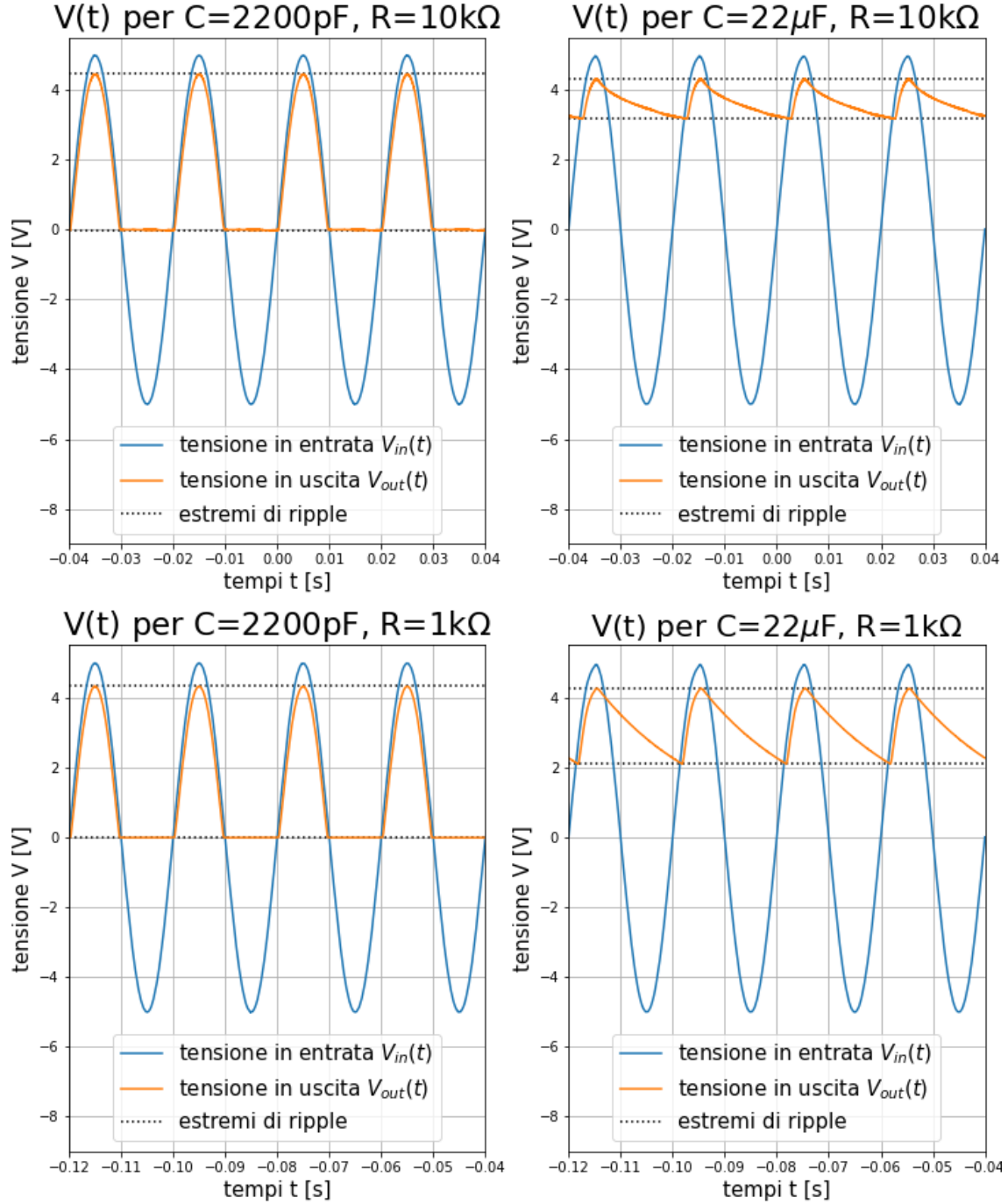


Figura 11: Rappresentazione delle tensioni analizzate in funzione del tempo per il diodo 1N4007 per diverse resistenze R_L e capacità C , evidenziandone il *ripple*.

Osserviamo dalla tabella (4) e dai grafici in figura (11) che il valore di *ripple* diminuisce all'aumentare della capacità C . Analogamente V_{RPP} decresce all'aumentare della resistenza di carico R_L utilizzata.

Pertanto si deduce che, per valori ridotti del prodotto $C \cdot R_L$, il *ripple* tende ad approssimare il comportamento di rettificatore a semionda analizzato nella sezione 3.1. Viceversa, nel caso in cui $C \cdot R_L$ risulti elevato, il *ripple* V_{RPP} è minimo e si ottengono risultati più prossimi ad una tensione continua in uscita.

4.2 Circuito rettificatore a onda completa con condensatore

Anche in questo caso, si è voluto analizzare un circuito rettificatore ad onda completa con condensatore, a partire dal circuito analizzato in sezione 3.2.

Nello specifico è stato utilizzato un ponte di diodi, il cui comportamento è stato analizzato, per una frequenza di 50 Hz e per differenti valori di capacità C e resistenz R_L .

Di seguito sono riportati i valori delle quantità impiegate:

	Valore 1	Valore 2	Valore 3
Capacità C	2.2 nF	2000 nF	22000 nF
Resistenza R_L	1 k Ω	10 k Ω	/

Tabella 5: Valori di resistenza R_L e capacità C utilizzati.

Operativamente, per quantificare il *ripple* V_{RPP} , è stata impiegata la seguente formula:

$$V_{RPP} = \max(V_{out}) - \min(V_{out}) \quad (3)$$

dove V_{out} corrisponde alla tensione in uscita dal circuito (misurata ai capi della resistenza di carico R_L).

I valori di *ripple* così ottenuti sono riportati nella tabella seguente in funzione delle diverse combinazioni di componenti nel circuito:

	$C = 2.2 \text{ nF}$	$C = 2000 \text{ nF}$	$C = 22000 \text{ nF}$
$R_L = 1 \text{ k}\Omega$	$V_{RPP} = 3.9 \text{ V}$	$V_{RPP} = 2.5 \text{ V}$	$V_{RPP} = 1.1 \text{ V}$
$R_L = 10 \text{ k}\Omega$	$V_{RPP} = 2.4 \text{ V}$	$V_{RPP} = 0.6 \text{ V}$	$V_{RPP} = 0.5 \text{ V}$

Tabella 6: Valori di *ripple* in funzione delle resistenze R_L e capacità C utilizzate.

Osserviamo dalla tabella (6) e dai grafici in figura (12) che il valore di *ripple* tende a diminuire all'aumentare della capacità C . Analogamente V_{RPP} decresce all'aumentare della resistenza di carico R_L utilizzata.

Pertanto si deduce che:

- per valori ridotti del prodotto $C \cdot R_L$ (e.g. $R_L = 1 \text{ k}\Omega$ e $C = 2.2 \text{ nF}$) il *ripple* tende ad approssimare il comportamento di rettificatore ad onda completa analizzato nella sezione 3.2;
- viceversa, nel caso in cui $C \cdot R_L$ risulti elevato (e.g. $R_L = 10 \text{ k}\Omega$ e $C = 22000 \text{ nF}$), il *ripple* V_{RPP} è minimo e si ottengono risultati più prossimi ad una tensione continua in uscita.

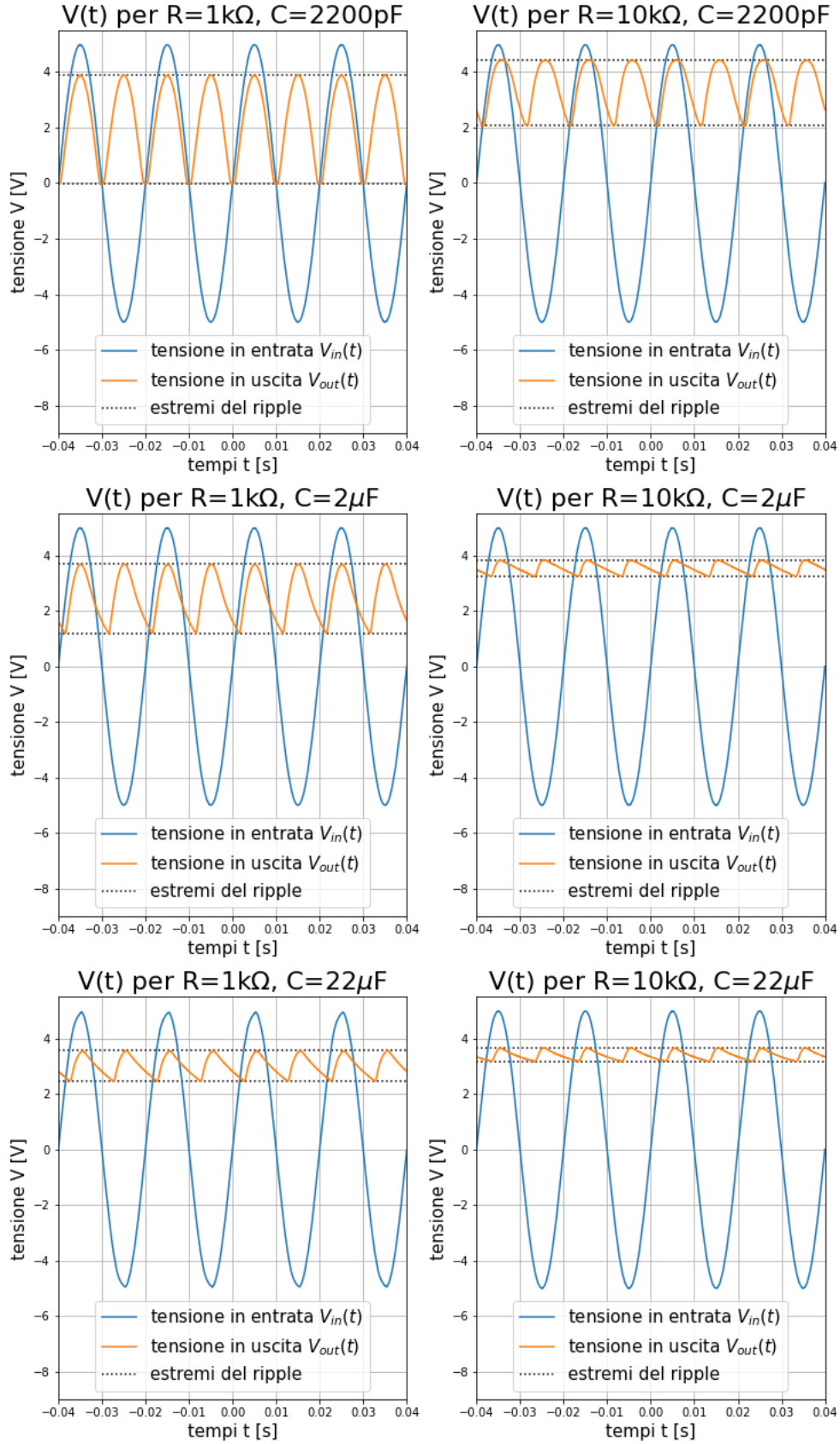


Figura 12: Rappresentazione delle tensioni analizzate in funzione del tempo per il ponte di diodi, per diverse resistenze R_L e capacit  C , evidenziandone il *ripple*.

5 La misura della costante di Planck

5.1 Descrizione teorica del fenomeno

Tre sono stati gli esperimenti importanti che hanno segnato il passaggio dalla meccanica classica a quella quantistica:

- l'esperimento di Millikan che ha misurato la carica di gocce d'olio individuali trovando che la carica è un multiplo intero della carica dell'elettrone;
- l'esperimento di Franck-Hertz che, tramite l'eccitazione di vapori atomici con bombardamento elettronico, dimostrarono che tale eccitazione è possibile solo per energie di bombardamento discrete, misurando il primo stato eccitato del mercurio;
- l'effetto fotoelettrico, che è l'esperimento di interesse di questa misura.

Già nel 1891 si era osservato come molti metalli sotto l'influenza della luce, in particolar modo ultravioletta, emettono elettroni. Si era inoltre osservato che tale emissione dipende dalla frequenza della luce incidente e che per ogni metallo esiste una frequenza critica al di sotto della quale l'emissione non avviene.

Einstein dimostrò come questo significasse che il campo elettromagnetico è quantizzato, cioè costituito da fotoni con energia $E = h\nu$, con $h = 6.61 \times 10^{-34}$ Js costante di Planck.

L'esperimento ha permesso di misurare la costante di Planck in un modo diverso dal solito, cioè utilizzando i LED.

I LED sono diodi costituiti da semiconduttori quali GaAs e GaP con una composizione del tipo $\text{GaAs}_{1-x}\text{P}_x$ con x nel range 0-1, che emettono luce quando sono polarizzati direttamente. Il colore della luce emessa varia a seconda di x , andando dall'infrarosso ($\lambda = 950$ nm) per $x=0$, al verde ($\lambda = 560$ nm) per $x=1$.

Quando passa corrente attraverso un diodo, gli elettroni passano dalla zona drogata di tipo n a quella di tipo p, dove cadono dalla banda di conduzione a quella di valenza. Nei diodi normali, la differenza in energia tra le due bande (*energy gap*) viene emessa sotto forma di calore mentre nel caso dei LED appare come luce di lunghezza d'onda diversa a seconda del gap:

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (4)$$

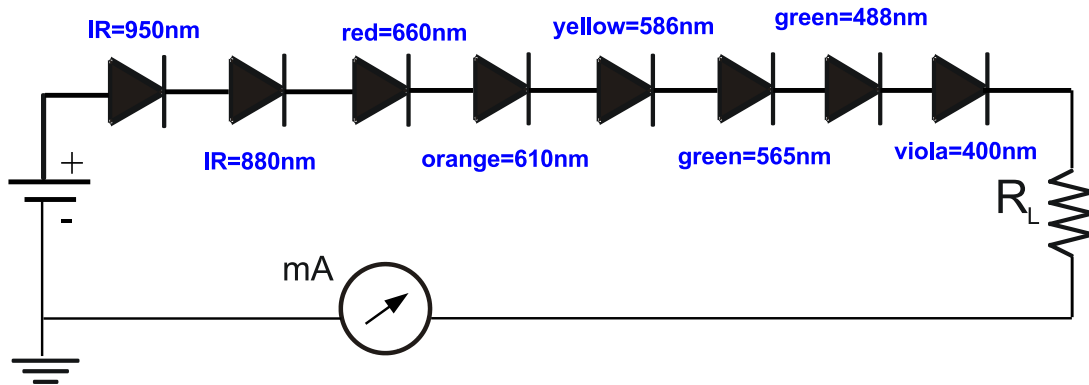


Figura 13: Setup per la misura della costante di Planck con i LED.

La corrente che attraversa il diodo è data dalla relazione:

$$I = I_0 \left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1 \right) \quad (5)$$

con

$$V_T = \frac{\eta k T}{e} \quad , \quad I_0 = K e^{-\frac{V_g}{V_T}} \quad (6)$$

dove V_g è il potenziale di gap.

Se la corrente è sufficientemente elevata, il -1 può essere trascurato:

$$I = K e^{\frac{V-V_g}{V_T}} \quad (7)$$

La fig. 13 mostra il setup sperimentale; i LED sono collegati in serie e quindi sono attraversati dalla stessa corrente, il cui valore va scelto in modo che il -1 nell'eq. 5 possa essere trascurato; in questo modo, $V - V_g$ è costante.

La tensione ai capi di ogni giunzione non coincide con quella ai capi del diodo a causa della resistenza del package del LED; le due tensioni sono legate dalla relazione:

$$V = V_m - IR \quad (8)$$

con R resistenza interna del diodo. Se la corrente è sufficientemente bassa, la caduta su R può essere trascurata. In queste condizioni,

$$V - V_g = V - \frac{hc}{e\lambda} = cost \quad (9)$$

da cui

$$V = cost + \frac{hc}{e\lambda} \quad (10)$$

Il *fit* lineare di V rispetto a $\frac{c}{e\lambda}$ fornisce il valore della costante di Planck.

5.2 Misure ed analisi dei dati

Come anticipato, sono state raccolte le differenze di potenziale $\Delta V(I)$ ai capi di ciascun LED in corrispondenza di tre diversi valori di corrente I nel circuito:

Lunghezza d'onda λ [nm]	370	405	488	565	585	610	660	880	950
$\Delta V(I)$ per $I \sim 20\mu A$	2.74	2.63	2.26	1.69	1.62	1.50	1.47	1.04	0.89
$\Delta V(I)$ per $I \sim 50\mu A$	2.82	2.68	2.30	1.73	1.66	1.54	1.52	1.10	0.93
$\Delta V(I)$ per $I \sim 100\mu A$	2.89	2.73	2.34	1.76	1.69	1.57	1.55	1.12	0.96

Tabella 7: Valori misurati delle lunghezze d'onda λ dei diversi LED utilizzati, affiancate dalle rispettive differenze di potenziale $\Delta V(I)$ per diversi valori di corrente I .

Avendo diversi set di misure è stato possibile effettuare una media ed una deviazione standard, in modo tale da ottenere un'unica differenza di potenziale $\overline{\Delta V}$ per ciascun LED ed il suo corrispettivo errore $\sigma_{\overline{\Delta V}}$.

$\overline{\Delta V}$ [A]	2.82	2.68	2.30	1.73	1.66	1.54	1.51	1.09	0.93
$\sigma_{\overline{\Delta V}}$	0.08	0.05	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04

Tabella 8: Valori medi di differenza di potenziale $\overline{\Delta V}$ e relativa incertezza $\sigma_{\overline{\Delta V}}$, calcolata come deviazione standard tra i diversi set di misure.

Di seguito rappresentiamo la differenza di potenziale per ogni corrente utilizzata ($20\text{ }\mu\text{A}$, $50\text{ }\mu\text{A}$ e $100\text{ }\mu\text{A}$) in funzione del reciproco della lunghezza d'onda $\frac{1}{\lambda}$.

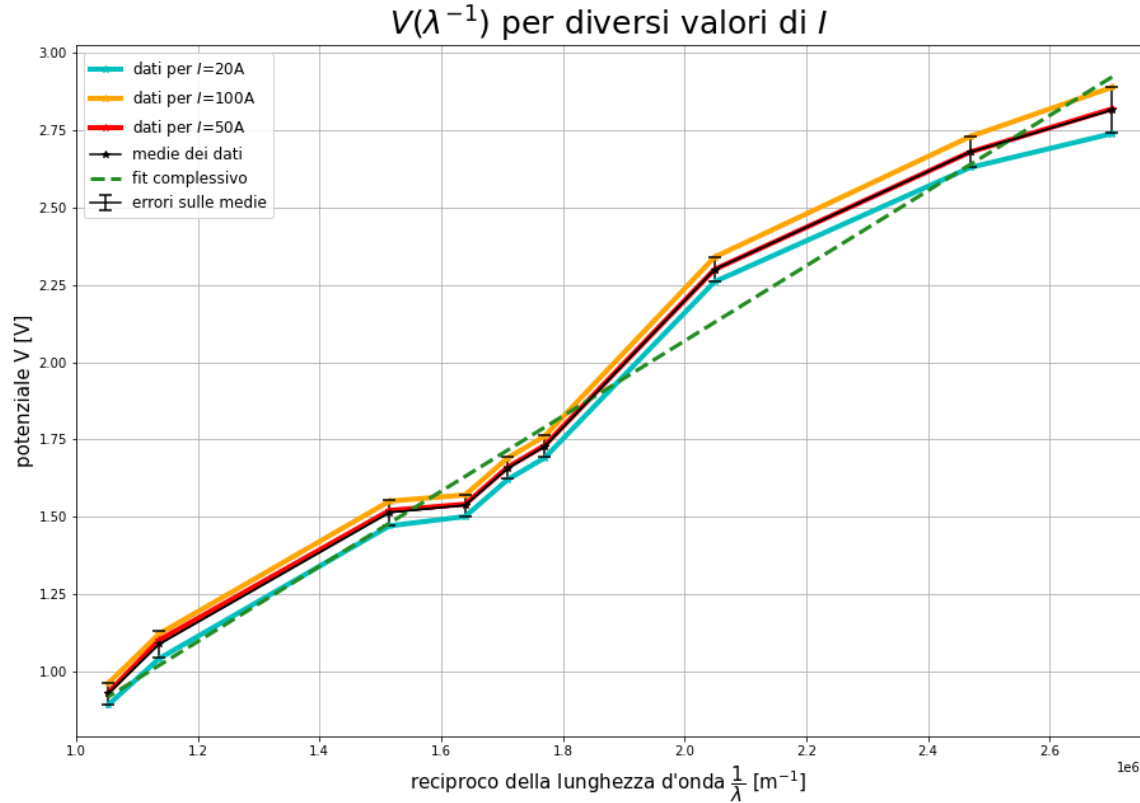


Figura 14: Rappresentazione della differenza di potenziale ΔV per ogni corrente analizzata, in funzione del reciproco della lunghezza d'onda $\frac{1}{\lambda}$.

E' stato possibile tenere conto (contemporaneamente) di tutti i set di dati eseguendo un unico *fit* (della forma (10)) dei valori mediati $\overline{\Delta V}$ rispetto al reciproco della lunghezza d'onda $\frac{1}{\lambda}$, con l'obiettivo di stimare la costante di Planck h .

In particolare, in questo caso, è stato possibile valutare la bontà del *fit* ed estrarre un errore sul parametro stimato grazie all'utilizzo delle incertezze $\sigma_{\overline{\Delta V}}$ nell'algoritmo di *fit*.

Il valore stimato per la costante di Planck vale:

$$h = (6.6 \pm 0.4) \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad (11)$$

ed è ritenuto attendibile per via del buon coefficiente di determinazione² $R^2 = 0.98 \sim 1$.

Inoltre, questo risultato è compatibile con il valore atteso $h=6.61 \times 10^{-34} \text{ Js}$: per tanto concludiamo che l'esperienza di laboratorio sia andata a buon fine.

²Vedi **Appendice: coefficiente di determinazione**.

6 Appendice

6.1 Coefficiente di Determinazione

Il *coefficiente di determinazione* è una proporzione tra la variabilità dei dati e la correttezza del modello statistico utilizzato.

Di seguito spiegheremo nel caso più semplice (*regressione lineare*) come sia definito e come siano intuitivamente ottenuti i suoi valori di aspettazione.

Siano un set di variabili indipendenti (nel nostro caso sono le x_i) e un set di variabili dipendenti (nel nostro caso sono le y_i) che ipotizziamo di poter assimilare ad una retta ($y_r(x) = mx + q$).

Definiamo *devianza totale* TSS come lo scarto quadratico medio dei dati rispetto alla media (\bar{y}):

$$\text{TSS} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (12)$$

Introduciamo, inoltre, il concetto di *devianza residua* RSS come lo scarto quadratico delle variabili dipendenti y_i rispetto ai corrispettivi punti del modello lineare $y_r(x_i)$:

$$\text{RSS} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_r(x_i))^2 \quad (13)$$

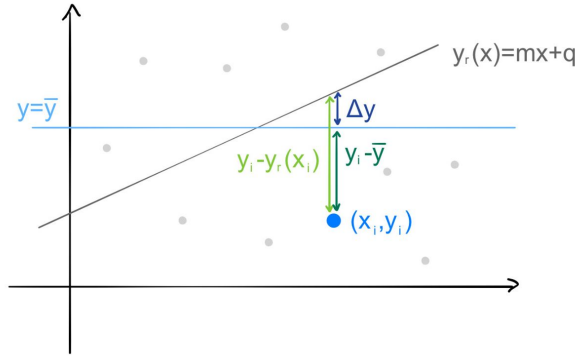


Figura 15: Esempio delle quantità in questione: si noti che $(y_i - \bar{y}) + \Delta y = (y_i - y_r(x_i))$, dove Δy è la porzione di devianza descritta dal modello (descritta da R^2).

Con queste premesse, si definisce *coefficiente di determinazione* il seguente rapporto:

$$R^2 = 1 - \frac{\text{RSS}}{\text{TSS}} \quad (14)$$

Siccome la quantità $\frac{\text{RSS}}{\text{TSS}}$ rappresenta la frazione di variazione che dipende dal modello lineare della retta, se tale modello rappresenta correttamente i dati allora il rapporto appena menzionato sarà prossimo a zero ($R^2 \sim 1$).

Possiamo, quindi, concludere che: tanto più il valore si avvicinerà a 0, sempre meno il modello utilizzato spiegherà i dati in esame; quando, invece, il valore sarà prossimo ad 1, il modello risulterà coerente con i dati analizzati.