

Filtri

Gruppo II:

Erica Brisigotti, Emmanuele Lotano, Ylenia Mascolo

Docenti:

Prof. Valerio Mascagna
Prof.ssa Michela Prest
Prof. Erik Silvio Vallazza

Assistenti di laboratorio:

Martin Metzger
Alessia Selmi



Laboratorio di Fisica III A - Modulo di Fisica Moderna

Anno accademico 2020/2021

Università degli Studi dell'Insubria

Dipartimento di Scienza ed Alta Tecnologia

Indice

1	I filtri	3
2	Filtro passa-alto	4
2.1	Calcolo e verifica di f_{3dB}	5
2.2	Scan di frequenza	7
2.3	Derivatore (per $f \ll f_{3dB}$)	9
3	Filtro passa-basso	12
3.1	Calcolo e verifica di f_{3dB}	13
3.2	Scan di frequenza	15
3.3	Integratore (per $f \gg f_{3dB}$)	17
4	Filtro passa-banda serie	20
4.1	Calcolo di f_0	21
4.2	Scan di frequenza $G(f)$	23
4.3	Scan di frequenza $\varphi(f)$	29
5	Filtro passa-banda parallelo	31
5.1	Calcolo di f_0	32
5.2	Scan di frequenza $G(f)$	33
5.3	Scan di frequenza $\varphi(f)$	39
6	Filtro elimina-banda serie	41
6.1	Calcolo di f_0	42
6.2	Scan di frequenza $G(f)$	43
6.3	Scan di frequenza $\varphi(f)$	48

1 I filtri

I filtri considerati durante il corso sono stati realizzati utilizzando resistenze e capacità (RC) e induttanze (RLC). Lo scopo del filtro è quello di limitare (o di consentire) il passaggio di alcune frequenze. Ogni filtro è caratterizzato da parametri caratteristici quali il guadagno (rapporto tensione in uscita / tensione in ingresso), la differenza di fase tra le onde in uscita e in ingresso e altri (quali la ω_{3dB} o il fattore di qualità Q) che verranno descritti di caso in caso.

La sequenza di attività è stata la seguente:

- calcolo della risposta teorica del filtro in termini di guadagno e risposta in fase;
- misura per un dato set di frequenze;
- fit dei dati sperimentali con la curva teorica.

Per i filtri passa alto e passa basso, si è verificato anche il comportamento come derivatori e integratori e per quelli RLC si è considerata la complessità dell'induttanza che presenta anche una piccola resistenza in serie con una capacità in parallelo all'induttanza stessa e alla sua resistenza.

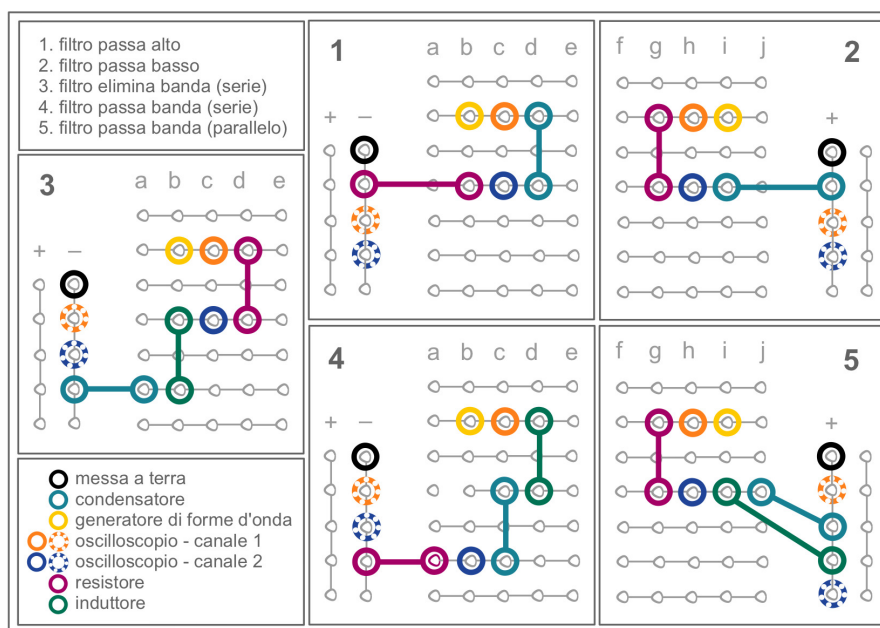


Figura 1: Schematizzazione dei circuiti utilizzati per riprodurre i filtri.

2 Filtro passa-alto

Permette il passaggio delle frequenze alte ed è rappresentato dal punto di vista circuitale in fig. 2.

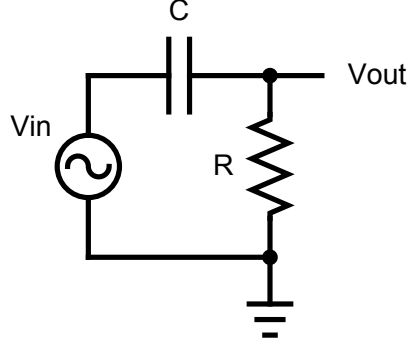


Figura 2: Filtro passa-alto: schema del circuito.

Il filtro passa-alto è caratterizzato dai seguenti parametri:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{\left(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (1)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega CR}\right) \quad (2)$$

- una **frequenza di taglio** f_{3dB} data da:

$$f_{3dB} = \frac{\omega_{3dB}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (3)$$

dove la frequenza angolare di taglio ω_{3dB} è uguale a:

$$\omega_{3dB} = \frac{1}{RC} \quad (4)$$

A questo particolare valore di frequenza angolare corrisponde infatti un preciso guadagno, pari a:

$$G(f_{3dB}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (5)$$

In condizioni di RC piccolo, cioè, nel dominio della frequenza, ben al di sotto del limite a 3dB, il filtro passa alto funziona da derivatore:

$$V(t) = RC \frac{dV_{in}(t)}{dt} \quad (6)$$

cioè l'output è proporzionale al rate di cambiamento dell'input.

Per questa tipologia di filtro è stata eseguita l'analisi su due set di dati diversi: i primi sono stati acquisiti in laboratorio costruendo con mano i circuiti corrispondenti, mentre i restanti sono stati ottenuti tramite l'utilizzo di un programma di simulazione¹.

2.1 Calcolo e verifica di f_{3dB}

Per la presa dati in laboratorio, prima di montare il circuito sono stati misurati i valori di resistenza R e capacità C relativi al resistore e al condensatore utilizzati, grazie ad un multimetro.

	Valore misurato
Resistenza R	1000 Ω
Capacità C	100 nF

Tabella 1: Valori misurati con il multimetro per le componenti del circuito passa alto.

Tramite la formula (3) è stato calcolata la frequenza caratteristica del filtro passa alto:

$$f_{3dB} \sim 1592 \text{ Hz} \quad (7)$$

in corrispondenza della quale è stato analizzato il comportamento del filtro, tramite l'utilizzo di un oscilloscopio. Inoltre, questa stessa frequenza, è stata introdotta manualmente come parametro di partenza per la simulazione dei dati.

L'oscilloscopio è stato utilizzato per misurare l'andamento temporale delle tensioni in entrata V_{in} (ovvero ai capi del generatore) ed in uscita V_{out} dal filtro, ciascuna delle quali è stata registrata su uno dei due canali dello strumento.

Anche nel caso della simulazione è stato esportato l'andamento temporale delle due tensioni citate sopra.

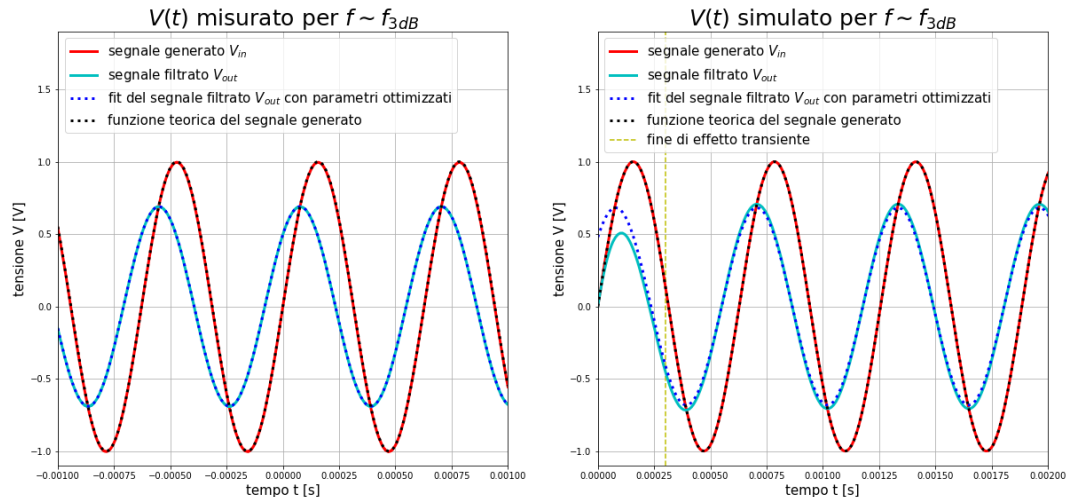


Figura 3: Rappresentazione dell'andamento temporale delle tensioni registrate per $f \sim f_{3dB}$ accompagnate dal *fit* della tensione V_{out} in uscita e dalla curva teorica per il segnale V_{in} in entrata. A destra sono raffigurati i dati simulati, mentre a sinistra i dati ottenuti in laboratorio.

¹Nello specifico, è stato impiegato *LTspice* di *Analog Devices*, un software per computer utilizzato per la simulazione di circuiti elettronici analogici basato su SPICE.

Nel grafico di destra è possibile notare un'anomalia nell'andamento periodico della tensione V_{out} nella regione prossima all'istante di accensione del generatore simulato. Affinché si possa raggiungere la condizione di regime all'interno del circuito, è necessario un intervallo di tempo caratterizzato da un transiente. La presenza di quest'ultimo, infatti, si traduce nella sovrapposizione delle due curve, nell'assenza di sfasamento e nella scarsa aderenza del segnale filtrato V_{out} al fit che si osservano nella fase iniziale.

Quanto appena descritto per il circuito simulato non è stato registrato nella presa dati in laboratorio per via del fatto che la registrazione dei dati (tramite l'oscilloscopio) non è stata avviata simultaneamente all'accensione del generatore.

Come si vede in figura (3), sia per i dati in laboratorio che per i dati simulati, l'andamento della tensione V_{in} in entrata è stato confrontato qualitativamente con una funzione teorica del tipo:

$$V(t) = A \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (8)$$

ottenuta sostituendo ai parametri quelli forniti al generatore di tensione.

	Valore inserito
Frequenza f	1592 Hz
Sfasamento φ	0 °
Ampiezza A	1 V

Tabella 2: Valori inseriti nel generatore di tensione per ottenere la tensione in entrata V_{in} . Come precisato la frequenza è stata scelta prossima a $f_{3\text{dB}}$.

L'andamento temporale della tensione V_{out} in uscita è stato invece analizzato, mediante un fit , in modo tale da verificare la condizione di definizione della frequenza di taglio siccome $f \sim f_{3\text{dB}}$. Il modello di fit utilizzato corrisponde all'equazione (8), la quale è stata utilizzata sia per i dati presi in laboratorio che per i dati simulati.

I parametri stimati risultano:

	Valore di laboratorio	Valore da simulazione
Frequenza f	1592 Hz	1593 Hz
Sfasamento φ	45.86 °	44.46 °
Ampiezza A	0.69 V	0.68 V

Tabella 3: Valori stimati dal fit della tensione in uscita V_{out} .

Confrontando le due colonne di valori si può notare una leggera differenza: una giustificazione per questo comportamento può essere data considerando che nei dati simulati entra inizialmente in gioco il transiente. I valori sono, però, simili tra loro poiché sono stati estrapolati da un fit eseguito su diversi periodi evitando quindi un'eccessiva influenza del fenomeno iniziale.

In particolare, si è osservato che l'ampiezza A della tensione in uscita è prossima a:

$$V_{\text{out}} = G(f_{3\text{dB}}) \cdot V_{\text{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1[\text{V}] \sim 0.70 [\text{V}] \quad (9)$$

Inoltre, una conferma della buona riuscita deriva anche dal valore di sfasamento φ ottenuto, che è simile a:

$$\varphi = \text{atan} \left(\frac{1}{2\pi f_{3\text{dB}} RC} \right) = \text{atan}(1) = 45^\circ \quad (10)$$

2.2 Scan di frequenza

Ci occupiamo ora di analizzare il comportamento del filtro (a parità di resistenza e di capacità) al variare della frequenza della tensione in *input*.

La proprietà caratteristica di questo tipo di filtro è il lasciare invariate le tensioni associate ad alte frequenze (molto superiori alla frequenza di taglio $f_{3\text{dB}}$) riducendo progressivamente l'ampiezza delle tensioni inferiori a quella di taglio. Per fare ciò, si è analizzato il guadagno al variare della frequenza, che è definito dall'equazione (1).

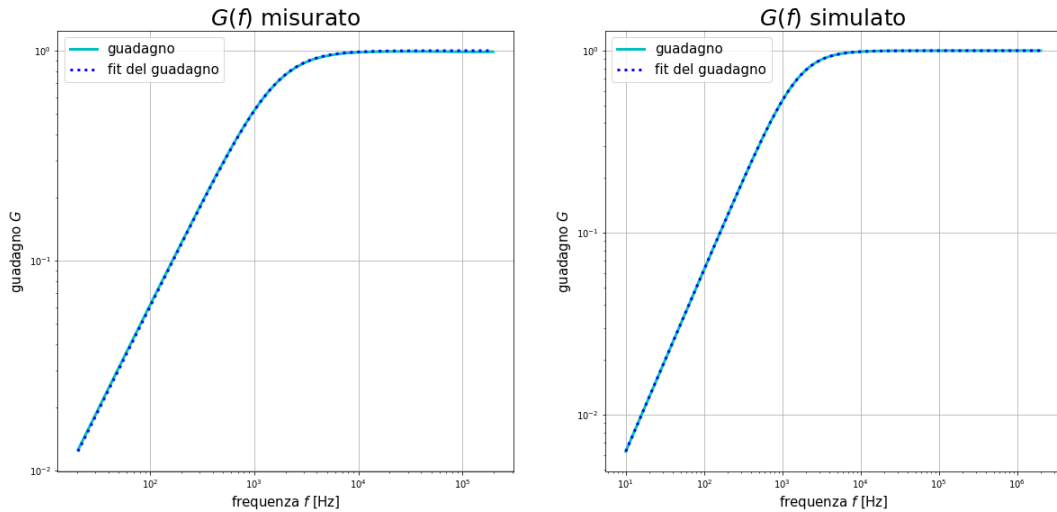


Figura 4: Rappresentazione del guadagno al variare della frequenza, affiancato dal relativo *fit*. A destra sono raffigurati i dati simulati, mentre a sinistra i dati ottenuti in laboratorio.

Sempre a partire dall'equazione (1) è stato modellizzato il *fit* riportato in figura (4), il quale ha permesso di ricavare una stima del prodotto RC :

	Valore stimato RC
Laboratorio	0.000096 s
Simulazione	0.0001 s

Tabella 4: Valori stimati con le due tipologie di analisi.

Confrontando i dati così ottenuti con il prodotto dei due valori (R e C) riportati in tabella (1) si ottiene una conferma della correttezza dei parametri utilizzati e una compatibilità tra le due tipologie di presa dati.

Nella sezione 2.1 sono stati confrontati i segnali in ingresso V_{in} ed in uscita V_{out} ed è stato notato uno sfasamento tra le due curve. Per questo motivo è stato analizzato anche l'andamento dell'angolo di sfasamento φ al variare della frequenza.

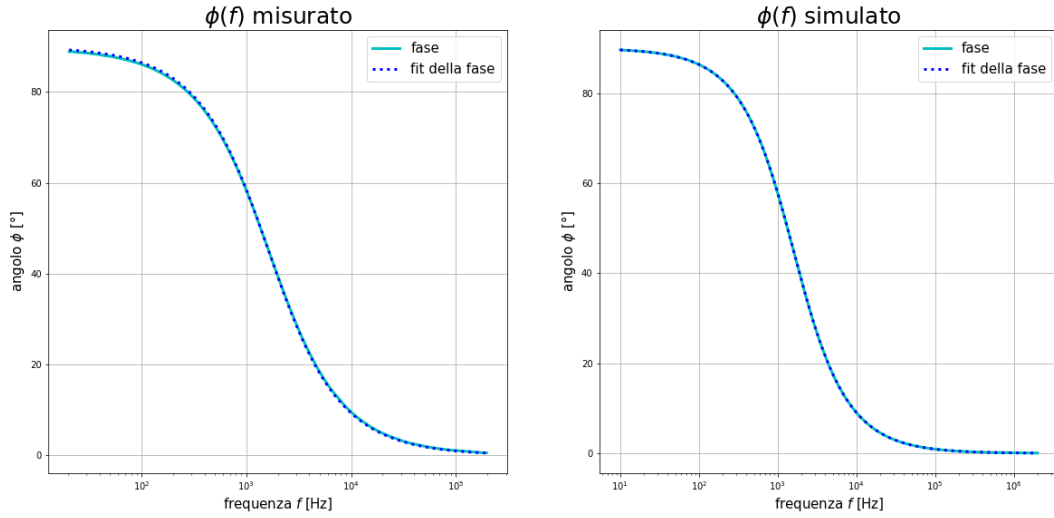


Figura 5: Rappresentazione dell'angolo di sfasamento φ al variare della frequenza, affiancato dal relativo *fit*. A destra sono raffigurati i dati simulati, mentre a sinistra i dati ottenuti in laboratorio.

I grafici così ottenuti sono stati corredati dal *fit* della forma:

$$\varphi = \text{atan}\left(\frac{1}{2\pi fCR}\right) \quad (11)$$

dal quale è stata ricavata un'ulteriore stima del prodotto RC .

I valori ottenuti attraverso le due tipologie di analisi sono state riportate nella tabella seguente:

	Valore stimato RC
Laboratorio	0.000097 s
Simulazione	0.0001 s

Tabella 5: Valori stimati con le due tipologie di analisi.

I due risultati sono compatibili tra loro e risultano simili ai valori corrispondenti al prodotto RC visti in precedenza.

2.3 Derivatore (per $f \ll f_{3dB}$)

Un'ulteriore proprietà del filtro passa alto riguarda il suo comportamento come derivatore: per frequenza molto più piccole della frequenza f_{3dB} si ottiene che la tensione in uscita V_{out} corrisponde alla derivata (riscalata di un fattore RC) della tensione in entrata V_{in} .

Per l'analisi sono state utilizzate diverse frequenze:

Frequenze utilizzate	10 Hz	50 Hz	100 Hz
----------------------	-------	-------	--------

Tabella 6: Valori di frequenze analizzate per visualizzare il comportamento di derivatore.

Anche in questo caso sono stati analizzati sia i dati di laboratorio che i dati ricavati dalla simulazione.

La tensione in entrata corrisponde ad un segnale di forma triangolare, il quale è stato fittato considerando una retta passante per i punti di massimo e di minimo di un semi-periodo. Per quanto riguarda la tensione in uscita, invece, poiché è derivata del segnale in entrata, ci aspettiamo un segnale di forma rettangolare.

Per verificare il corretto comportamento, è stato necessario confrontare il coefficiente della retta del segnale di entrata con l'ordinata del plateau, i quali sono legati dalla seguente formula:

$$\frac{dV_{in}}{dt} = \frac{V_{out}}{RC} \quad (12)$$

Riportiamo i valori ricavati dai *fit* lineari (visualizzati in figura (6) e (7)):

	Frequenza [Hz]	$\frac{dV_{in}}{dt}$ [V/s]	V_{out} [V]	$\frac{V_{out}}{RC}$ [V/s]
Laboratorio	10	39.973	0.0031	31.009
	50	199.876	0.0184	184.510
	100	399.400	0.0381	380.613
Simulazione	10	40.000	0.0038	37.833
	50	199.999	0.0193	192.768
	100	400.000	0.0388	387.708

Tabella 7: Valori ricavati con le due tipologie di analisi.

I dati così ottenuti, in particolare $\frac{dV_{in}}{dt}$ e $\frac{V_{out}}{RC}$, sono caratterizzate dallo stesso ordine di grandezza: questo è sintomo di una buona riuscita dell'esperienza che però potrebbe essere migliorata considerando un prodotto RC minore di quello utilizzato.

Visualizziamo di seguito i grafici dei dati in laboratorio:

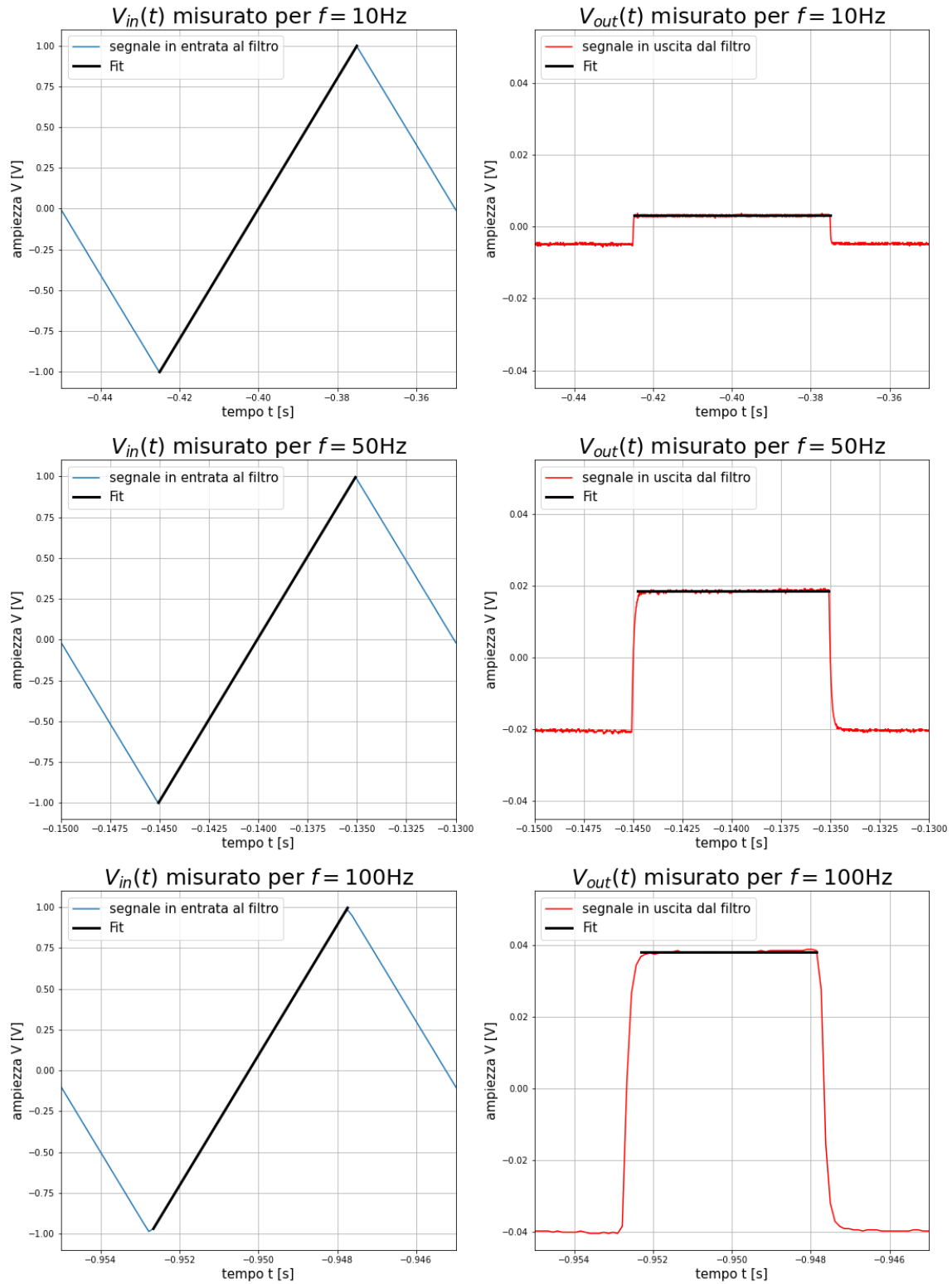


Figura 6: A sinistra la tensione in entrata V_{in} per le tre frequenze considerate, mentre a destra la rispettiva tensione in uscita V_{out} ottenuta come derivata.

Visualizziamo di seguito i grafici dei dati della simulazione:

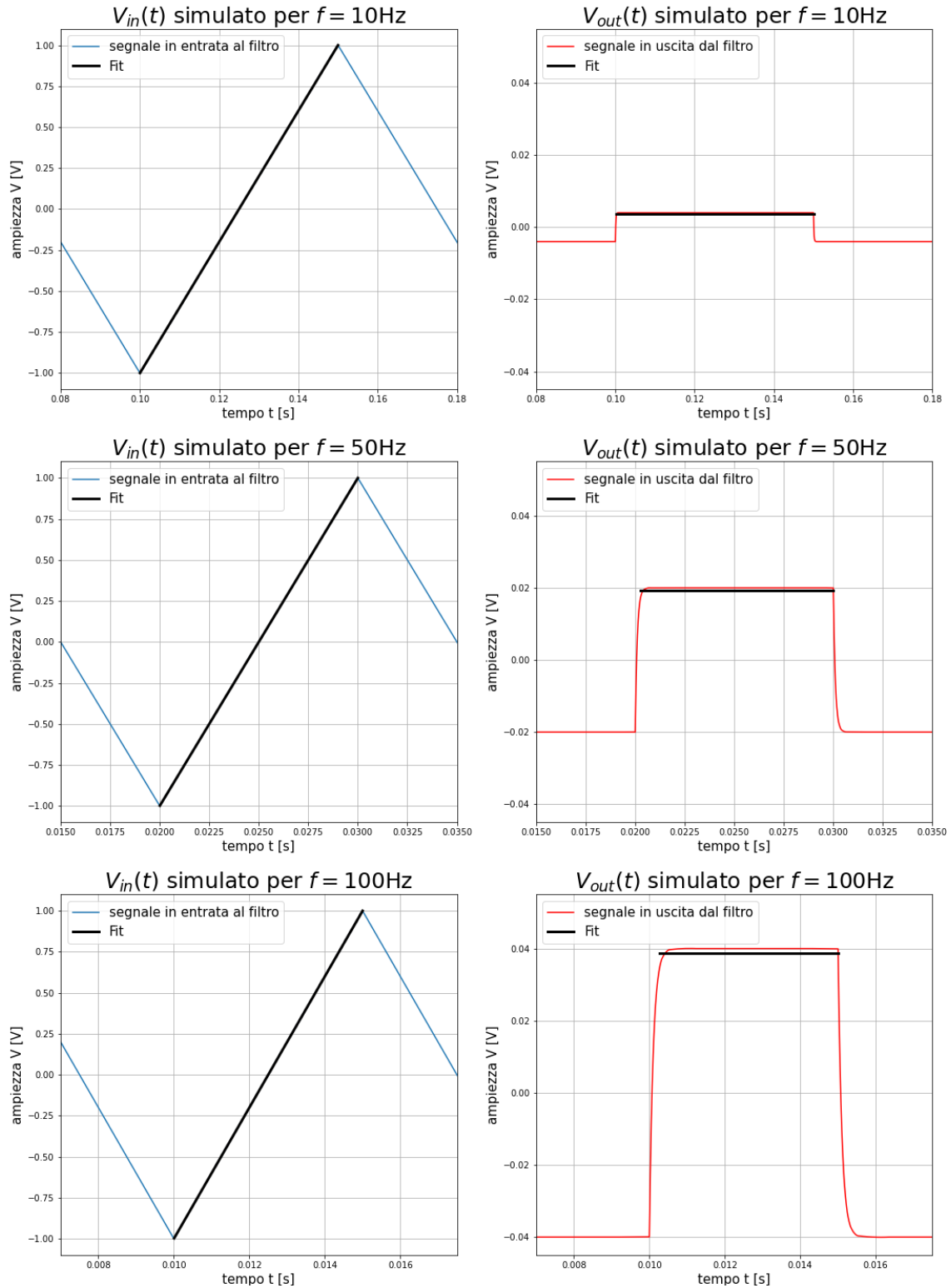


Figura 7: A sinistra la tensione in entrata V_{in} per le tre frequenze considerate, mentre a destra la rispettiva tensione in uscita V_{out} ottenuta come derivata.

3 Filtro passa-basso

Permette il passaggio delle frequenze basse ed è rappresentato dal punto di vista circuitale in fig. 8.

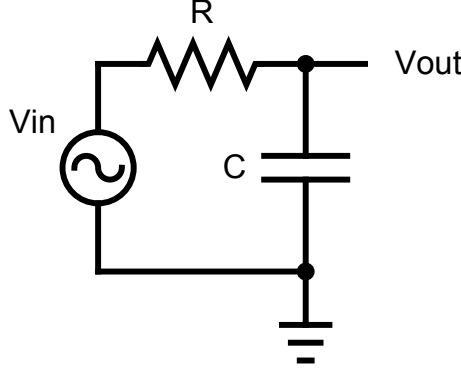


Figura 8: Filtro passa-basso: schema del circuito.

Il filtro passa-basso è caratterizzato dai seguenti parametri:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{(1 + 4\pi^2 f^2 (RC)^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(1 + \omega^2 (RC)^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan(-2\pi f RC) = \arctan(-\omega RC) \quad (14)$$

- una **frequenza di taglio** f_{3dB} data da:

$$f_{3dB} = \frac{\omega_{3dB}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (15)$$

dove la frequenza angolare di taglio ω_{3dB} è uguale a:

$$\omega_{3dB} = \frac{1}{RC} \quad (16)$$

A questo particolare valore di frequenza angolare corrisponde infatti un preciso guadagno, pari a:

$$G(f_{3dB}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

In condizioni di tensione in uscita molto minore della tensione in ingresso, cioè, nel dominio della frequenza, ben al di sopra del limite a 3dB, il filtro passa-basso funziona da integratore:

$$V(t) = \frac{1}{RC} \int V_{in}(t) dt + cost \quad (18)$$

ovvero la tensione in uscita è l'integrale di quella in entrata moltiplicata per $\frac{1}{RC}$.

Anche per questa tipologia di filtro è stata eseguita l'analisi su due set di dati diversi: i primi sono stati acquisiti in laboratorio, mentre i restanti sono stati ottenuti tramite l'utilizzo di un programma di simulazione.

3.1 Calcolo e verifica di f_{3dB}

Per la presa dati in laboratorio, prima di montare il circuito sono stati misurati i valori di resistenza R e capacità C relativi al resistore e al condensatore utilizzati grazie ad un multimetro.

	Valore misurato
Resistenza R	1000 Ω
Capacità C	100 nF

Tabella 8: Valori misurati con il multimetro per le componenti del circuito passa basso.

Tramite la formula (15) è stato quindi calcolata la frequenza caratteristica del filtro passa basso:

$$f_{3dB} \sim 1592 \text{ Hz} \quad (19)$$

in corrispondenza della quale è stato analizzato il comportamento del filtro, tramite l'utilizzo di un oscilloscopio. Inoltre, questa stessa frequenza è stata introdotta manualmente come parametro di partenza per la simulazione dei dati.

L'oscilloscopio è stato utilizzato per misurare l'andamento temporale delle tensioni in entrata V_{in} (ovvero ai capi del generatore) ed in uscita V_{out} dal filtro, ciascuna delle quali è stata registrata su uno dei due canali dello strumento.

Anche nel caso della simulazione è stato esportato l'andamento temporale delle due tensioni citate sopra.

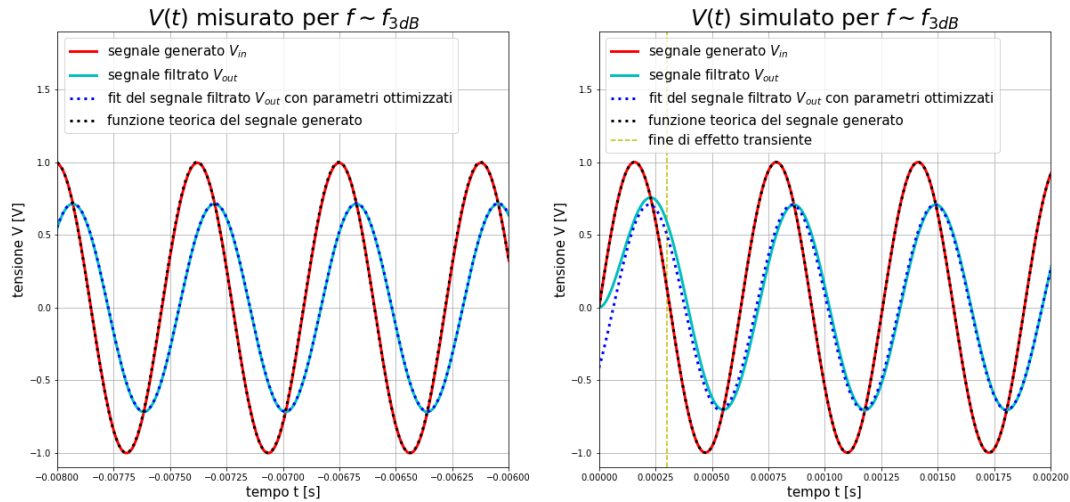


Figura 9: Rappresentazione dell'andamento temporale delle tensioni registrate per $f \sim f_{3dB}$ accompagnate dal *fit* della tensione V_{out} in uscita e dalla curva teorica per il segnale V_{in} in entrata. A destra sono raffigurati i dati simulati, mentre a sinistra i dati ottenuti in laboratorio.

Nel grafico di destra, come nel filtro passa alto, è possibile notare un'anomalia nell'andamento periodico della tensione V_{out} nella regione prossima all'istante di accensione del generatore simulato. Affinché si possa raggiungere la condizione di regime all'interno del circuito, è necessario un intervallo di tempo caratterizzato da un transiente. La presenza di quest'ultimo, infatti, si traduce nella sovrapposizione delle due curve, nell'assenza di sfasamento e nella scarsa aderenza del segnale filtrato V_{out} al fit che si osservano nella fase iniziale.

Quanto appena descritto per il circuito simulato non è stato registrato nella presa dati in laboratorio per via del fatto che la registrazione dei dati (tramite l'oscilloscopio) non è stata avviata simultaneamente all'accensione del generatore.

Come si vede in figura (9), sia per i dati in laboratorio che per i dati simulati, l'andamento della tensione V_{in} in entrata è stato confrontato qualitativamente con una funzione teorica del tipo:

$$V(t) = A \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (20)$$

ottenuta sostituendo ai parametri quelli forniti al generatore di tensione.

	Valore inserito
Frequenza f	1592 Hz
Sfasamento φ	0 °
Ampiezza A	1 V

Tabella 9: Valori inseriti nel generatore di tensione per ottenere la tensione in entrata V_{in} . Come precisato la frequenza è stata scelta prossima a $f_{3\text{dB}}$.

L'andamento temporale della tensione V_{out} in uscita è stato invece analizzato, mediante un fit , in modo tale da verificare la condizione di definizione della frequenza di taglio siccome $f \sim f_{3\text{dB}}$. Il modello di fit utilizzato corrisponde all'equazione (20), la quale è stata utilizzata sia per i dati presi in laboratorio che per i dati simulati.

I parametri stimati risultano:

	Valore di laboratorio	Valore da simulazione
Frequenza f	1592 Hz	1580 Hz
Sfasamento φ	-44.12 °	-36.10 °
Ampiezza A	0.72 V	0.71 V

Tabella 10: Valori stimati dal fit della tensione in uscita V_{out} .

Confrontando le due colonne di valori si può notare una leggera differenza: una giustificazione per questo comportamento può essere data considerando che nei dati simulati entra inizialmente in gioco il transiente. I valori sono, però, simili tra loro poiché sono stati estrapolati da un fit eseguito su diversi periodi evitando quindi un'eccessiva influenza del fenomeno iniziale.

In particolare, si è osservato che l'ampiezza A della tensione in uscita è prossima a:

$$V_{\text{out}} = G(f_{3\text{dB}}) \cdot V_{\text{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1[\text{V}] \sim 0.70 [\text{V}] \quad (21)$$

Inoltre, una conferma della buona riuscita deriva anche dal valore di sfasamento φ ottenuto, che è simile a:

$$\varphi = \text{atan}(-2\pi f_{3\text{dB}} RC) = \text{atan}(-1) = -45^\circ \quad (22)$$

I valori della frequenza f e dello sfasamento φ ottenute tramite le due tipologie di analisi sono particolarmente differenti tra loro, ma accettabili poiché hanno stesso ordine di grandezza dei valori teorici.

3.2 Scan di frequenza

Ci occupiamo ora di analizzare il comportamento del filtro (a parità di resistenza e di capacità) al variare della frequenza della tensione in *input*.

La proprietà caratteristica di questo tipo di filtro è il lasciare invariate le tensioni associate alle basse frequenze (molto inferiori alla frequenza di taglio $f_{3\text{dB}}$) riducendo progressivamente l'ampiezza delle tensioni superiori a quella di taglio. Per fare ciò, si è analizzato il guadagno al variare della frequenza, che è definito dall'equazione (13).

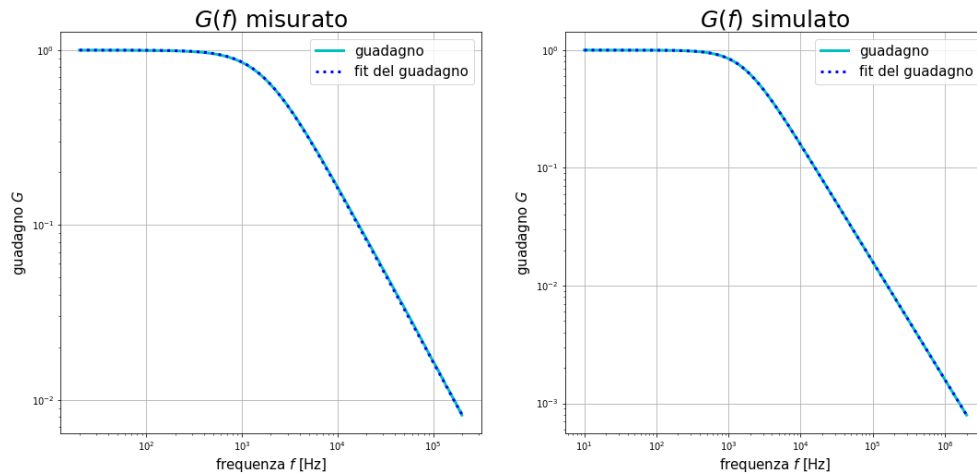


Figura 10: Rappresentazione del guadagno al variare della frequenza, affiancato dal relativo *fit*. A destra sono raffigurati i dati simulati, mentre a sinistra i dati ottenuti in laboratorio.

Sempre a partire dall'equazione (13) è stato modellizzato il *fit* riportato in figura (10), il quale ha permesso di ricavare una stima del prodotto RC :

	Valore stimato RC
Laboratorio	0.000096 s
Simulazione	0.0001 s

Tabella 11: Valori stimati con le due tipologie di analisi.

Confrontando i dati così ottenuti con il prodotto dei due valori (R e C) riportati in tabella (8) si ottiene una conferma della correttezza dei parametri utilizzati e una compatibilità tra le due tipologie di presa dati.

Nella sezione 3.1 sono stati confrontati i segnali in ingresso V_{in} ed in uscita V_{out} ed è stato notato uno sfasamento tra le due curve. Per questo motivo è stato analizzato anche l'andamento dell'angolo di sfasamento φ al variare della frequenza.

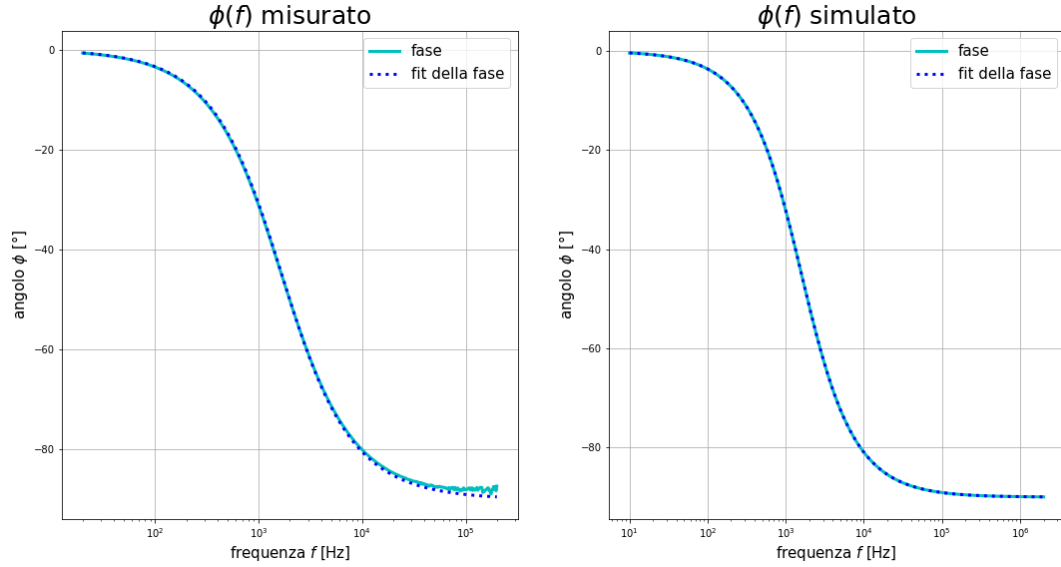


Figura 11: Rappresentazione dell'angolo di sfasamento φ al variare della frequenza, affiancato dal relativo *fit*. A destra sono raffigurati i dati simulati, mentre a sinistra i dati ottenuti in laboratorio.

I grafici così ottenuti sono stati corretti dal *fit* della forma:

$$\varphi = \arctan(-2\pi fCR) \quad (23)$$

dal quale è stata ricavata un'ulteriore stima del prodotto RC .

I valori ottenuti attraverso le due tipologie di analisi sono stati riportati nella tabella seguente:

	Valore stimato RC
Laboratorio	0.000095 s
Simulazione	0.0001 s

Tabella 12: Valori stimati con le due tipologie di analisi.

I due risultati sono compatibili tra loro e risultano simili ai valori corrispondenti del prodotto RC visti in precedenza.

3.3 Integratore (per $f \gg f_{3dB}$)

Un'ulteriore proprietà del filtro passa basso riguarda il suo comportamento come integratore: per frequenze molto più grandi della frequenza f_{3dB} si ottiene che la tensione in uscita V_{out} corrisponde all'integrale (riscalato di un fattore $\frac{1}{RC}$) della tensione in entrata V_{in} .

Per l'analisi sono state utilizzate diverse frequenze:

Frequenze utilizzate	30 kHz	100 kHz	150 kHz
----------------------	--------	---------	---------

Tabella 13: Frequenze analizzate per visualizzare il comportamento di integratore.

Anche in questo caso sono stati analizzati sia i dati di laboratorio che i dati ricavati dalla simulazione.

La tensione in entrata corrisponde ad un segnale di forma rettangolare, parte del quale è stato fittato considerando il segmento orizzontale passante per un unico semi-periodo. Per quanto riguarda la tensione in uscita, invece, poiché è integrale del segnale in entrata, ci aspettiamo un segnale di forma triangolare.

Per verificare il corretto comportamento, è stato necessario confrontare l'ordinata del plateau con il coefficiente della retta del segnale di uscita, i quali sono legati dalla seguente formula:

$$\int V_{in} dt + c = (V_{out} RC) \Rightarrow V_{in} = RC \frac{d(V_{out})}{dt} \quad (24)$$

Riportiamo i valori ricavati dai *fit* lineari (visualizzati nelle figure (12) e (13)):

	Frequenza [kHz]	V_{in} [V]	$\frac{dV_{out}}{dt}$ [V/s]	$RC \frac{dV_{out}}{dt}$ [V]
Laboratorio	30	1.0017	10677	1.0677
	100	1.0055	10800	1.0800
	150	1.0060	10600	1.0600
Simulazione	30	1.0000	8911	0.8911
	100	1.0000	8957	0.8957
	150	1.0000	8755	0.8755

Tabella 14: Valori ricavati con le due tipologie di analisi.

I dati così ottenuti, in particolare V_{in} ed $RC \frac{dV_{out}}{dt}$, sono simili tra loro: questo è sintomo di una buona riuscita dell'esperienza, che però potrebbe essere migliorata considerando un prodotto RC maggiore di quello utilizzato.

Visualizziamo di seguito i grafici dei dati in laboratorio:

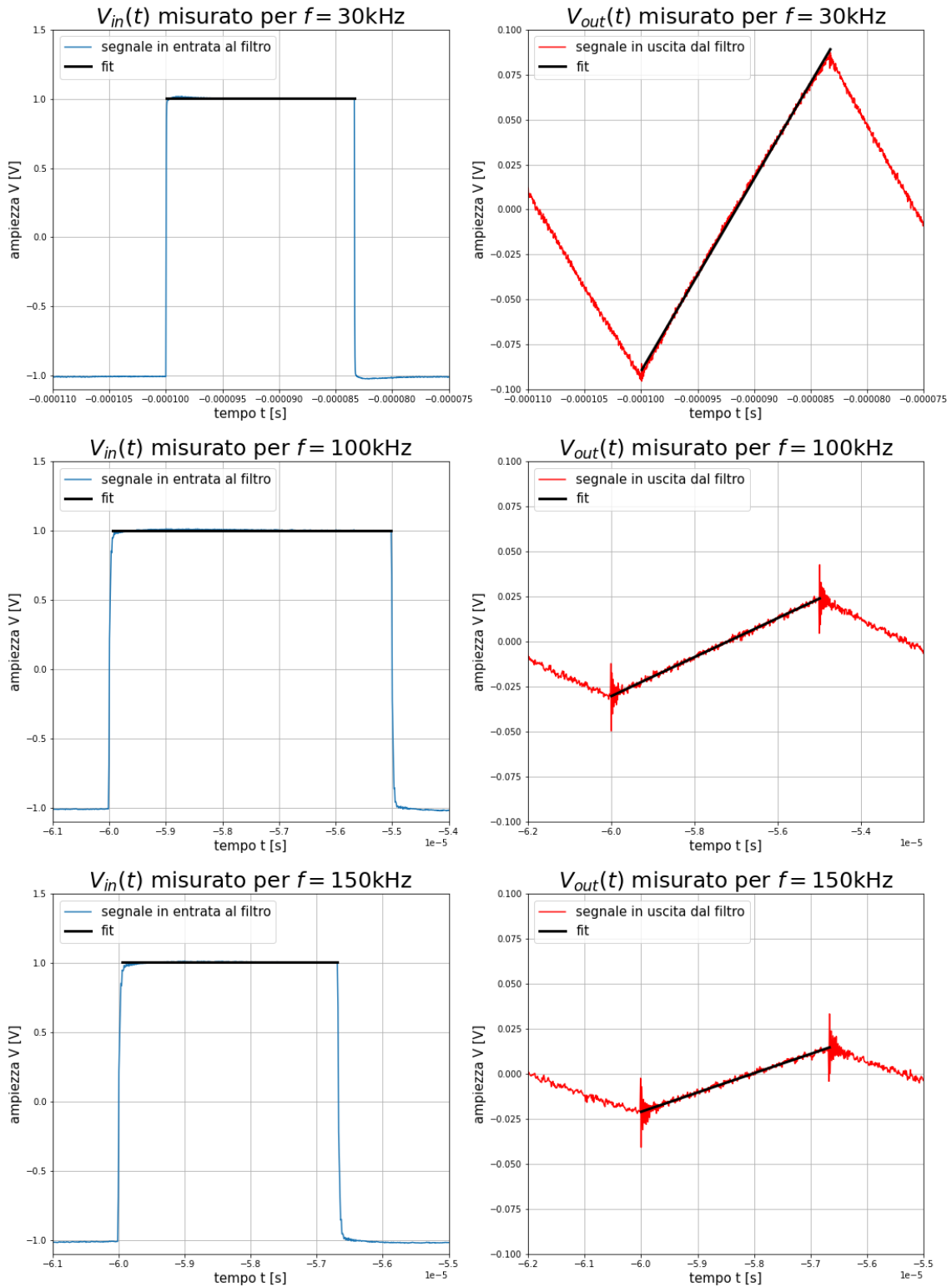


Figura 12: A sinistra la tensione in entrata V_{in} per le tre frequenze considerate, mentre a destra la rispettiva tensione in uscita V_{out} ottenuta come integrale.

Visualizziamo di seguito i grafici dei dati della simulazione:

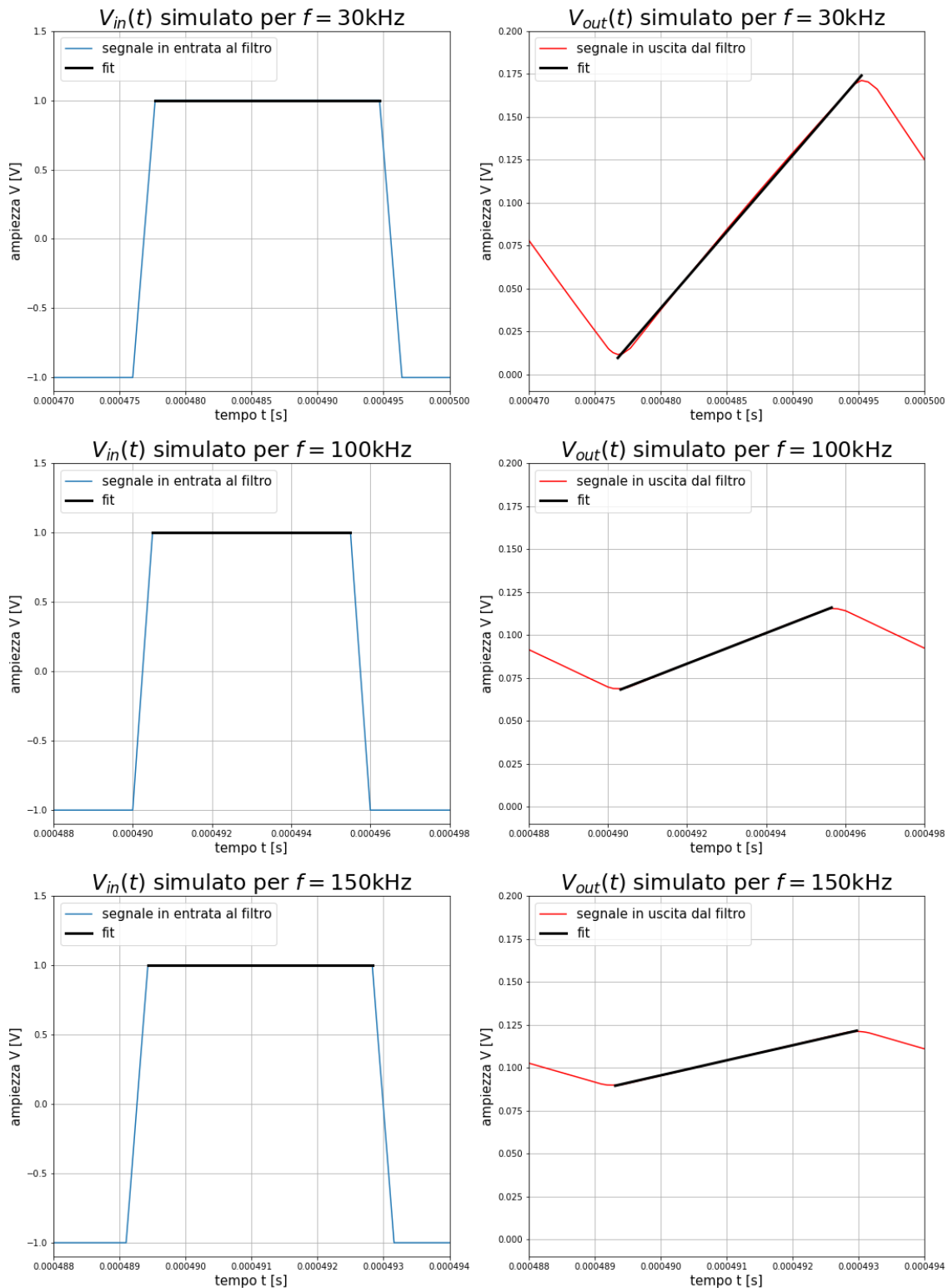


Figura 13: A sinistra la tensione in entrata V_{in} per le tre frequenze considerate, mentre a destra la rispettiva tensione in uscita V_{out} ottenuta come integrale.

4 Filtro passa-banda serie

Permette il passaggio di una banda di frequenze ed è rappresentato dal punto di vista circuitale in fig. 14.

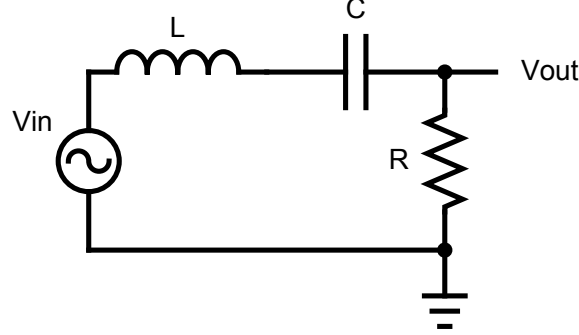


Figura 14: Filtro passa-banda serie: schema del circuito.

Il filtro passa-banda in serie è caratterizzato dai seguenti parametri:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ||X|| = \frac{R}{(R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2)^{\frac{1}{2}}} \leq 1 \quad (25)$$

dove G non supera mai 1 poichè il circuito è formato da sole componenti passive, ed X è definito a partire dai valori complessi di impedenza Z_{after} e Z_{totale} come:

$$X = \frac{Z_{after}}{Z_{totale}} = \frac{R}{i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + R} \quad (26)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Im(X)}{\Re(X)}\right) \quad (27)$$

- **frequenza di risonanza**, definita come la frequenza a cui l'impedenza reattiva si annulla, data da:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (28)$$

- **fattore di qualità**, che misura la *sharpness* del picco, dato da:

$$Q_{serie} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{3dB}} = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad \text{dove} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (29)$$

Come sarà possibile osservare nella fase d'analisi, il modello appena mostrato non risulta sufficiente per descrivere il comportamento del filtro.

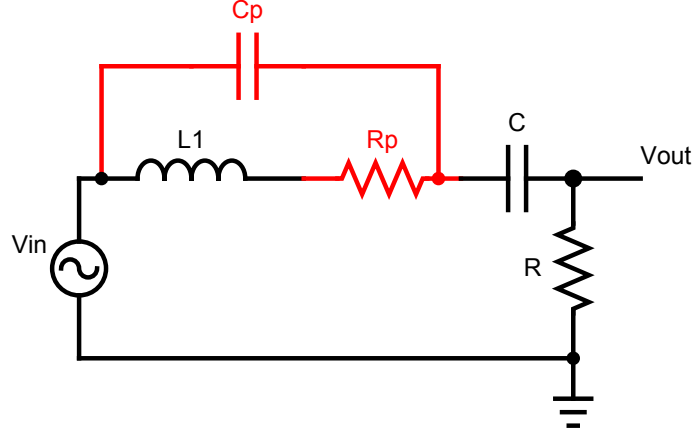


Figura 15: Filtro passa-banda serie con componenti parassita: schema del circuito.

Si introducono quindi due ulteriori parametri dovuti alla struttura interna dell'induttanza: una resistenza parassita R_p in serie rispetto ad L e una capacità parassita C_p in parallelo rispetto alle altre due componenti.

Questa aggiunta implica una variazione di alcune formule appena menzionate:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ||X'|| \quad (30)$$

dove X' è definito a partire dai valori complessi di impedenza Z_{after} e Z_{totale} come:

$$X' = \frac{Z_{after}}{Z_{totale}} = \frac{R}{\left(i\omega C_p + \frac{1}{R_p + i\omega L}\right)^{-1} + \frac{1}{i\omega C} + R} \quad (31)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\Im(X')}{\Re(X')} \right) \quad (32)$$

4.1 Calcolo di f_0

Prima di montare il circuito sono stati misurati i valori di resistenze R , capacità C ed induttanze L relativi ai componenti del circuito, grazie ad un multimetro.

Sono state utilizzate tre diverse resistenze (R_1 , R_2 , R_3) combinate con due induttori di dimensioni diverse ($L_S = L_B = L$, dove L_S si riferisce all'induttore piccolo e L_B all'induttore più grande) aventi però uguale induttanza, mentre la capacità C è stata tenuta invariata.

	Nomi utilizzati	Valori misurati
Resistenza	R_1	100 Ω
	R_2	1 k Ω
	R_3	10 k Ω
Induttanza	L	4.7 mH
Capacità	C	100 nF

Tabella 15: Valori misurati con il multimetro per le componenti del circuito.

Tramite la formula (28) è stata quindi calcolata la frequenza caratteristica f_0 del filtro passa banda in serie:

$$f_0 \sim 7341 \text{ Hz} \quad (33)$$

in corrispondenza della quale è stato analizzato il comportamento del filtro, tramite l'utilizzo di un oscilloscopio.

Riportiamo di seguito i grafici del segnale in entrata V_{in} ed in uscita V_{out} dal filtro, ottenuti variando le tre resistenze per ciascuno dei due induttori.

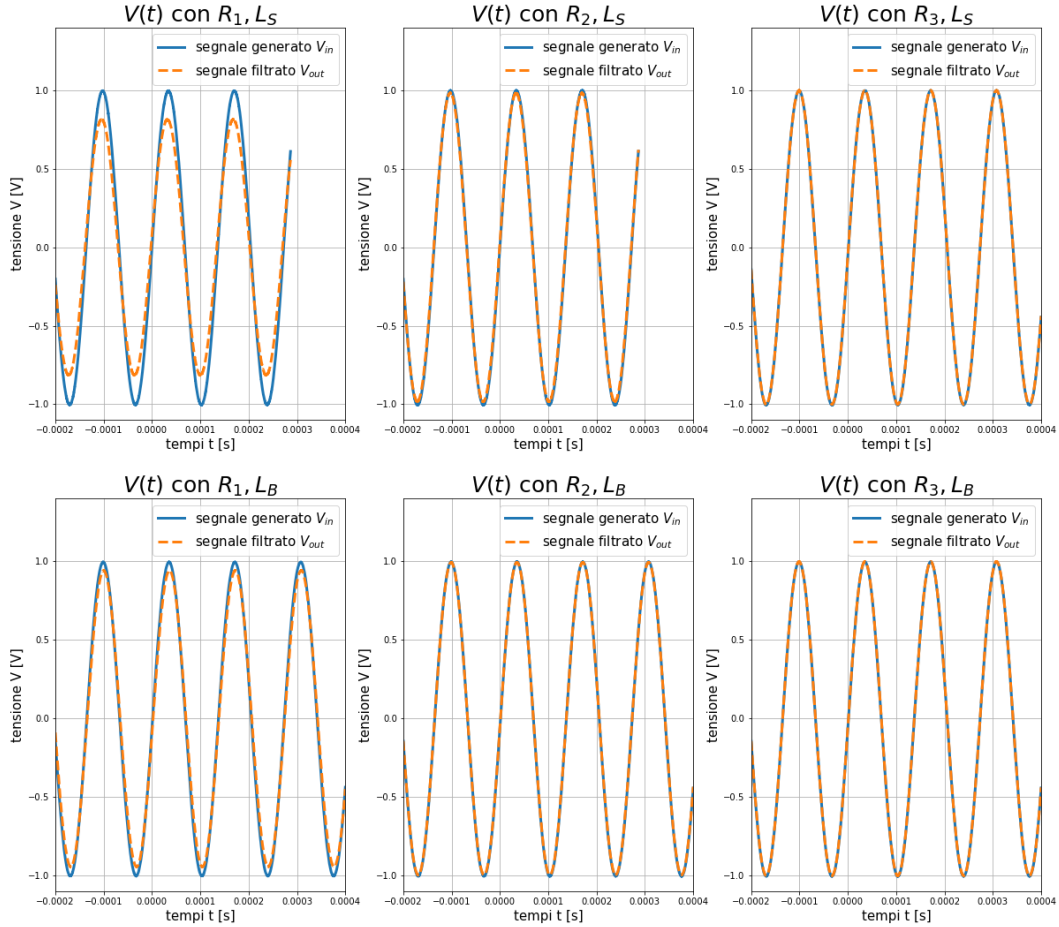


Figura 16: La prima riga di grafici si riferisce alle tensioni (V_{in} e V_{out}) misurate in funzione delle tre diverse resistenze considerando l'induttore più piccolo. Nella seconda riga sono riportate le tensioni (V_{in} e V_{out}) misurate in funzione delle tre diverse resistenze considerando l'induttore più grande.

Dai grafici si osserva che considerando le resistenze più grandi (in particolare R_3) il filtro permette il passaggio pressoché completo di tutto il segnale in entrata V_{in} .

Ci aspettiamo quindi, una volta che analizzeremo l'andamento del guadagno, di osservare un valore massimo prossimo ad 1 in particolare per resistenze elevate.

Inoltre, è possibile notare una marcata differenza tra i grafici relativi alla resistenza R_1 : l'induttore L_S permette un minore passaggio di segnale rispetto all'induttore L_B .

Infine, confrontando i grafici di questo filtro con i grafici del filtro passa alto e passa basso, è possibile notare l'assenza di sfasamento φ tra la tensione di entrata ed uscita.

Questo deriva dal fatto che:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Im(X)}{\Re(X)}\right) = 0 \quad (34)$$

ma ciò si verifica se e solo se $\Im(X) = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$, ovvero per:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad (35)$$

4.2 Scan di frequenza $G(f)$

Ci occupiamo ora di analizzare il comportamento del filtro al variare della frequenza della tensione in *input*, tramite il guadagno che quantifica (per definizione) la porzione dell'ampiezza del segnale in entrata rispetto a quello in uscita dal filtro.

La proprietà caratteristica di questo tipo di filtro è il lasciare pressoché invariate le tensioni associate ad una determinata banda centrale compresa tra i due valori f_{3dB}^{\pm} , definiti come:

$$f_{3dB}^{\pm} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pm RC + \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC} \quad (36)$$

	Valore di f_{3dB}^{-}	Valore di f_{3dB}^{+}
$R_1 L$	5841 Hz	9227 Hz
$R_2 L$	1523 Hz	35386 Hz
$R_3 L$	159 Hz	338787 Hz

Tabella 16: Valori teorici di f_{3dB}^{\pm} per le tre combinazioni possibili. L'induttanza risulta uguale così come la capacità; viene variata solo la resistenza.

La stima dei questi due valori è stata ottenuta tramite la seguente relazione:

$$G(f_{3dB}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0.70 \quad (37)$$

Operativamente sono stati individuati i due dati caratterizzati dal guadagno più prossimo a $G(f_{3dB})$, collocati uno a destra ed uno sinistra rispetto ad f_0 .

Si potrà, infatti, trovare un'ulteriore stima della frequenza di risonanza f_0 , come punto di massimo dell'andamento del guadagno.

Legate alle differenti resistenze e al valore di f_0 si ha il fattore di qualità Q , indice della *sharpness* del picco del guadagno e della bontà del filtro.

I valori teorici del fattore di qualità Q ottenuti mediante la formula (29) sono i seguenti:

Diverse resistenze utilizzate	R_1	R_2	R_3
Fattore di qualità Q	2.2	0.22	0.022

Tabella 17: Valori teorici del fattore di qualità Q per i diversi casi analizzati.

Riportiamo ora i dati ottenuti a partire dall'analisi appena spiegata:

	Stima di f_0	Stima di $G(f_0)$	Stima f_{3dB}^-	Stima f_{3dB}^+
$R_1 L_S$	7503 Hz	0.82	6411 Hz	8781 Hz
$R_2 L_S$	7503 Hz	0.98	1556 Hz	36187 Hz
$R_3 L_S$	6900 Hz	0.99	172 Hz	383300 Hz
$R_1 L_B$	7213 Hz	0.94	5926 Hz	8781 Hz
$R_2 L_B$	7213 Hz	0.99	1556 Hz	33449 Hz
$R_3 L_B$	6900 Hz	0.99	172 Hz	279817 Hz

Tabella 18: Valori stimati corrispondenti ad ogni caso analizzato.

Osservando la precedente tabella:

- nella prima colonna, si può affermare che la stima di f_0 risulti prossima al valore teorico (33) precedentemente trovato.

I valori che si discostano di più sono quelli relativi alla resistenza R_3 più grande. Dai grafici di figura (17), inoltre, si può notare un'ampia banda ed un'anomalia per alte frequenze ($\sim 10^5 - 10^6$ Hz): ovvero il guadagno supera il valore soglia 1.

Per questo motivo f_0 , essendo il punto di massimo del guadagno, è stata operativamente stimata escludendo la parte di dati inficiata e quindi calcolata sui restanti dati. Questa operazione ha comunque restituito un valore di f_0 piuttosto impreciso, ma dello stesso ordine di grandezza di quello teorico.

Per quanto riguarda l'anomalia, il guadagno risulta maggiore di 1 solo per alte frequenza, per le quali l'oscilloscopio digitale registra in modo errato il potenziale V_{out} in uscita che risulta paradossalmente superiore al potenziale V_{in} di entrata.

- nella seconda colonna, i dati riportati corrispondono al guadagno massimo $G(f_0)$ che dovrebbe valere:

$$G(f_0) = \frac{R}{(R^2 + (2\pi f_0 L - \frac{1}{2\pi f_0 C})^2)^{\frac{1}{2}}} = 1 \quad (38)$$

Si nota, però, che i valori (specialmente nel caso di R_1) si discostano sensibilmente dal valore atteso: potrebbe quindi essere necessario ricorrere ad una modellizzazione più approfondita per descrivere questo fenomeno, che possa anche spiegare il differente andamento dei dati ottenuti rispetto alla curva teorica (visibile in figura (17) in particolare per alte frequenze).

- Nelle ultime due colonne sono riportati i valori stimati per f_{3dB}^\pm . Confrontando questi con i risultati teorici in tabella (16) si deduce una compatibilità nonostante delle lievi differenze (che si osservano specialmente per f_{3dB}^+): attribuiamo ciò alla modalità di registrazione dei dati eseguita in scala logaritmica che ha comportato una minore densità di punti per alte frequenze.

Considerando, inoltre, la differenza tra f_{3dB}^- e f_{3dB}^+ è possibile stabilire una correlazione con il fattore di qualità Q , basata sull'unicità del valore teorico f_0 : infatti i grafici che presentano una maggiore differenza tra i due valori sopra citati sono caratterizzati da una *sharpness* meno evidente. Questo avviene in corrispondenza del valore più elevato di resistenza R_3 , il quale è giustamente caratterizzato dal minor fattore di qualità Q , come è possibile verificare in tabella (17).

Il miglior fattore di qualità Q è stato, invece, ottenuto in corrispondenza della *sharpness* più accentuata (cioè per la resistenza minore R_1), per via di una ridotta differenza tra f_{3dB}^- e f_{3dB}^+ . Questo risultato permette di affermare la precisione del filtro nell'isolare una determinata frequenza f_0 .

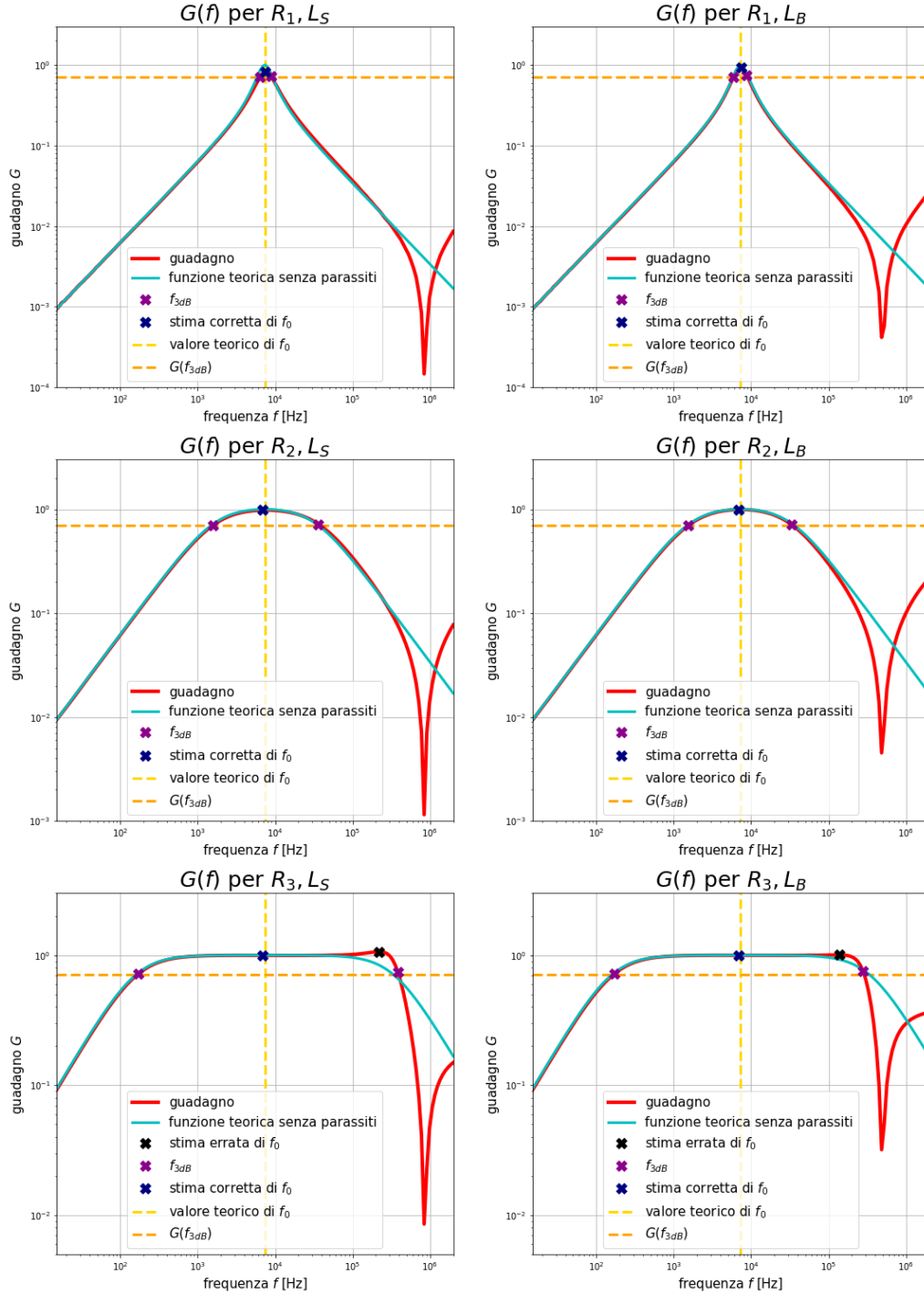


Figura 17: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute e dei valori chiave rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori.

Come anticipato ci occuperemo ora di introdurre dei parametri correttivi per spiegare le incongruenze trovate fino ad ora: la discrepanza tra la curva teorica e i dati per alte frequenze, e i valori massimi di guadagno inferiori ad 1.

Nella teoria dei circuiti l'utilizzo di induttori comporta la presenza non solo di una induttanza L , ma anche di quantità parassite come una resistenza parassita R_p ed una capacità parassita C_p .

In laboratorio è stato possibile misurare con le apposite funzionalità di un multimetro dei valori indicativi per i due induttori (L_S e L_B) utilizzati nei circuiti:

	R_p misurata	C_p misurata
L_S	12 Ω	~ 10 pF
L_B	2 Ω	~ 10 pF

Tabella 19: Valori misurati, con il multimetro, per le quantità parassite.

Operativamente questi valori sono stati stimati tramite il *fit* del guadagno secondo la formula (30), il quale si è rivelato soddisfacente aderendo alla maggior parte dei dati, anche per alte frequenze, come è possibile osservare in figura (18).

I risultati ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

		R_p stimata [Ω]	C_p stimata [pF]
L_S	R_1	21	7
	R_2	15	7
	R_3	39	5
L_B	R_1	6	22
	R_2	13	21
	R_3	8	10

Tabella 20: Quantità parassite stimate con *fit* di soli parametri liberi R_p e C_p da $G(f)$.

I valori appena riportati sono compatibili tra di loro, ma non con quelli in tabella (19). Questo fatto può essere giustificato tenendo conto che il multimetro è specializzato per misurare resistenze molto più grandi dei valori in esame; inoltre, più in generale, i valori misurati non sono da considerarsi del tutto attendibili per via della difficile presa dati manuale che coinvolge due puntali non facilmente connettabili con le estremità dell'induttore.

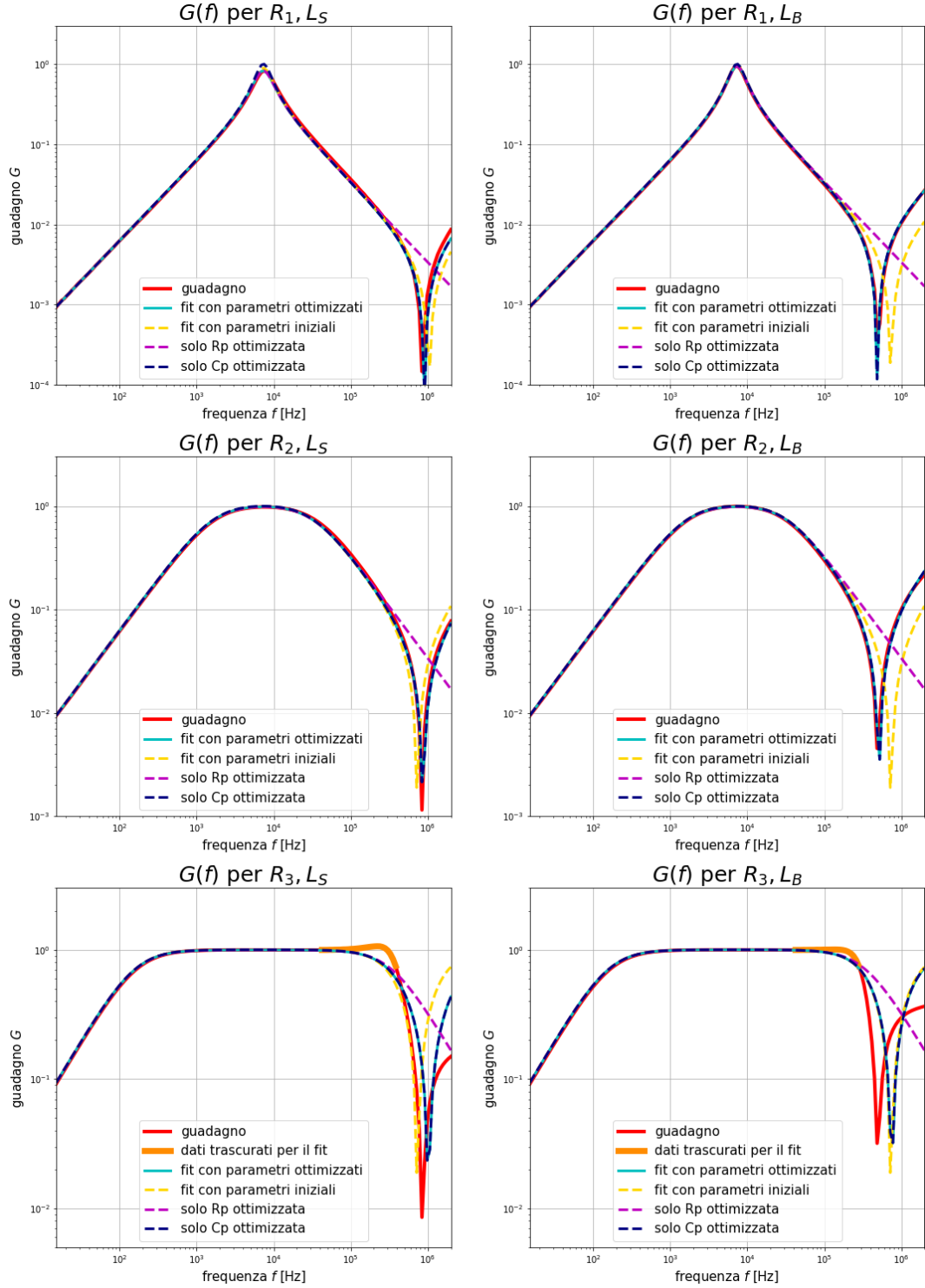


Figura 18: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori. Si può notare che per la resistenza R_3 si è deciso di escludere nuovamente parte dei dati corrispondenti all'anomalia dovuta alla registrazione della tensione generata per un corretto esito del *fit*. Viene inoltre rappresentata la funzione (in giallo) utilizzata per fittare con i valori R_p e C_p misurati inizialmente.

Nei grafici sono state rappresentate anche le funzioni ottenute modificando la formula (31) in modo tale da raffigurare l'andamento del guadagno tenendo conto di uno solo dei due parametri parassiti alla volta.

Si è osservato che:

- il comportamento particolare dei dati (rappresentati in rosso in figura (18)) ad alte frequenze viene approssimato bene dalla funzione ottenuta considerando esclusivamente la capacità parassita C_p (come in tabella (20)). Si può quindi concludere che questa quantità parassita sia responsabile di questa particolare deflessione.

Una giustificazione teorica di questo discorso si trova nella struttura dell'induttore, in cui la capacità parassita C_p si colloca in parallelo rispetto all'induttanza L ; infatti, per alte frequenze $f \gg f_{3dB}$ si suppone che l'induttanza si comporti da barriera di potenziale e che pertanto il valore del potenziale in uscita V_{out} (e quindi il guadagno) risulti dipendente esclusivamente da C_p .

Infine, a livello grafico il picco di guadagno verso il basso e la conseguente risalita possono essere spiegate tenendo conto che la quantità parassita responsabile è una capacità: aumentando le frequenze, l'induttanza L permette il passaggio di sempre meno potenziale in uscita. Di conseguenza le cariche sono costrette a depositarsi sulle due piastre del condensatore parassita C_p il quale ne permetterà il passaggio solo dopo il totale blocco dell'induttanza L , ovvero dopo aver raggiunto graficamente il punto minimo del picco. In seguito a questo le cariche sulle piastre tornano a circolare aumentando nuovamente il potenziale in uscita V_{out} e quindi il guadagno.

- per quanto riguarda l'andamento della funzione che tiene conto solo della resistenza parassita R_p si può notare una buona aderenza nella regione iniziale e centrale del grafico. Questo risultato può essere ritenuto responsabile dei valori stimati in tabella (18) relativi a $G(f_0) < 1$: considerando infatti una tensione alternata caratterizzata da frequenze f non particolarmente elevate è possibile approssimare la capacità C e l'induttanza L del circuito ad un filo conduttore.

In questo modo, per quanto riguarda la tensione in uscita V_{out} , tutto si riduce alle sole resistenze che poste in serie si sommano:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R_p + R} < 1 \quad (39)$$

Dalla formula è facile notare che tanto maggiore sarà R_p , tanto minore risulterà il valore massimo del guadagno $G(f_0)$.

Questo conferma l'andamento osservato nei casi analizzati in figura (16) dove per L_S (in cui $R_p = 12 \Omega$) si era già notata una minore ampiezza in uscita V_{out} , rispetto a quanto ottenuto per L_B (in cui $R_p = 2 \Omega$).

4.3 Scan di frequenza $\varphi(f)$

Un modo alternativo di analizzare il comportamento del filtro prevede lo studio dell'angolo di sfasamento φ in funzione della frequenza f .

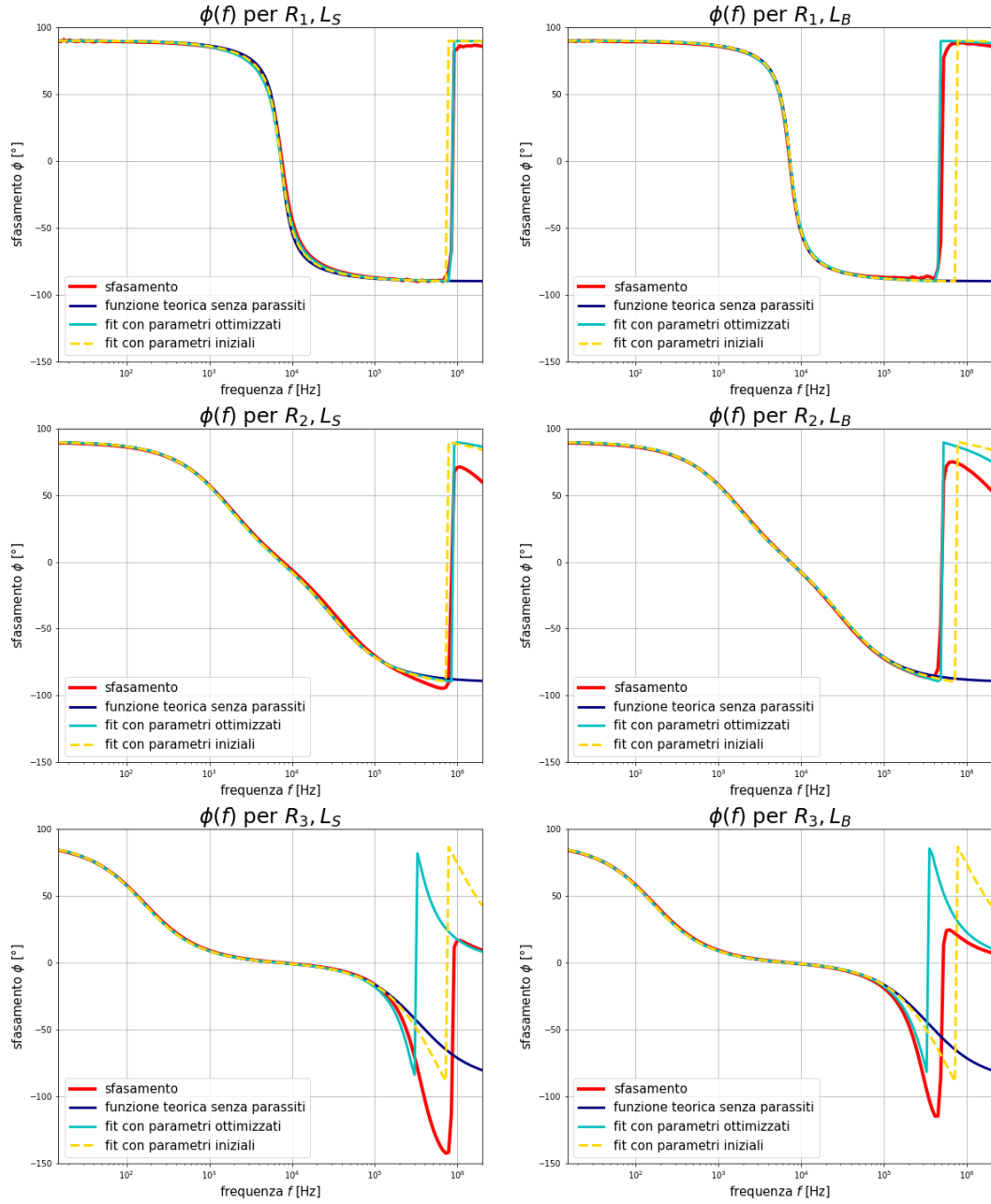


Figura 19: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori.

Per determinare se i circuiti utilizzati hanno riprodotto un buon filtro, si può fare qualche osservazione qualitativa sulla base delle equazioni (34) e (35).

Ci aspettiamo che un buon filtro passa banda, per definizione, isoli un range di frequenze prossime a f_0 . Questa proprietà si concretizza nell'assenza di uno sfasamento φ in un intorno della frequenza f_0 : fissato un intorno di $\varphi = 0$ è possibile notare come questo contenga una porzione maggiore di funzione all'aumentare della resistenza. Pertanto, un maggior numero di frequenza che verificano questa condizione, comporta una maggiore imprecisione del filtro passa banda.

Otteniamo quindi che i filtri migliori sono stati quelli con resistenza R_1 mentre i peggiori avevano resistenza R_3 , in accordo con le considerazioni fatte sul fattore di qualità Q .

Come nella sezione precedente, i grafici in figura (19) sono stati prima confrontati con le corrispettive funzioni teoriche ottenute dall'equazione (27). Sono state, però, riscontrate delle discrepanze tra i dati e tali funzioni teoriche per alte frequenze ($\sim 10^5 - 10^6$ Hz).

E' stato così necessario introdurre le quantità parassite R_p e C_p , che sono state stimate tramite un *fit* dello sfasamento φ secondo l'equazione (32).

		R_p stimata [Ω]	C_p stimata [pF]
L_S	R_1	26	8
	R_2	19	7
	R_3	24	6
L_B	R_1	9	27
	R_2	4	23
	R_3	4	43

Tabella 21: Quantità parassite stimate con *fit* di soli parametri liberi R_p e C_p da $\varphi(f)$.

La loro introduzione ha permesso di giustificare la risalita che si osserva nel tratto irregolare già menzionato.

Non si è riusciti però a spiegare, nei limiti di questa modellizzazione, la riduzione del segnale per frequenza superiori a 1 MHz: supponiamo quindi che per frequenze così elevate lo strumento incorra in errori di registrazione del potenziale in uscita V_{out} come già rilevato in precedenza.

5 Filtro passa-banda parallelo

Permette il passaggio di una banda di frequenze ed è rappresentato dal punto di vista circuitale in fig. 20.

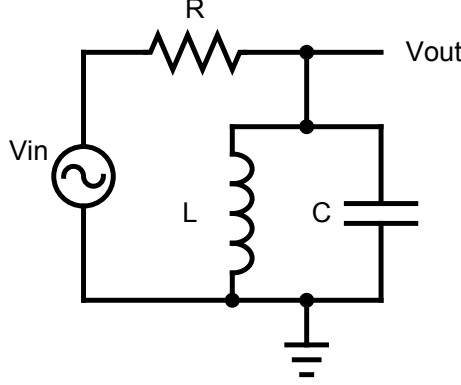


Figura 20: Filtro passa-banda in parallelo: schema del circuito.

Il filtro passa-banda in parallelo è caratterizzato dai seguenti parametri:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \|X\| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 L^2}} \leq 1 \quad (40)$$

dove G non supera mai 1 poichè il circuito è formato da sole componenti passive, ed X è definito a partire dai valori complessi di impedenza Z_{after} e Z_{totale} come:

$$X = \frac{Z_{after}}{Z_{totale}} = \frac{(i\omega C + \frac{1}{i\omega L})^{-1}}{(i\omega C + \frac{1}{i\omega L})^{-1} + R} \quad (41)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Im(X)}{\Re(X)}\right) \quad (42)$$

- **frequenza di risonanza**, definita come la frequenza a cui l'impedenza reattiva si annulla, data da:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (43)$$

- **fattore di qualità**, che misura la *sharpness* del picco, dato da:

$$Q_{parallelo} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{3dB}} = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad \text{dove} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (44)$$

Come per il filtro passa-banda in serie, anche in questo caso sarà necessario introdurre una modifica nel modello appena descritto.

Si introducono quindi due ulteriori parametri dovuti alla struttura interna dell'induttanza: una resistenza parassita R_p in serie rispetto ad L e una capacità parassita C_p in parallelo rispetto ad L ed R_p .

Questa aggiunta implica una variazione di alcune formule appena menzionate:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ||X'|| \quad (45)$$

dove X' è definito a partire dai valori complessi di impedenza Z_{after} e Z_{totale} come:

$$X' = \frac{Z_{after}}{Z_{totale}} = \frac{(i\omega C_p + \frac{1}{i\omega L + R_p} + i\omega C)^{-1}}{(i\omega C_p + \frac{1}{i\omega L + R_p} + i\omega C)^{-1} + R} \quad (46)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\Im(X')}{\Re(X')} \right) \quad (47)$$

5.1 Calcolo di f_0

Prima di montare il circuito sono stati misurati i valori di resistenze R , capacità C ed induttanze L relativi ai componenti dei circuiti, grazie ad un multimetro.

Sono state utilizzate tre diverse resistenze (R_1, R_2, R_3) combinate con due induttori di dimensioni diverse ($L_S = L_B = L$, dove L_S si riferisce all'induttore piccolo e L_B all'induttore più grande) aventi però uguale induttanza, mentre la capacità C è stata tenuta invariata. Sono state utilizzate le stesse quantità impiegate per l'analisi del filtro passa banda in serie.

	Nomi utilizzati	Valori misurati
Resistenza	R_1	100 Ω
	R_2	1 k Ω
	R_3	10 k Ω
Induttanza	L	4.7 mH
Capacità	C	100 nF

Tabella 22: Valori misurati con il multimetro per le componenti del circuito.

Tramite la formula (43) è stata quindi calcolata la frequenza caratteristica f_0 del filtro passa banda in parallelo:

$$f_0 \sim 7341 \text{ Hz} \quad (48)$$

in corrispondenza della quale è stato analizzato il comportamento del filtro, tramite l'utilizzo di un oscilloscopio.

Riportiamo di seguito i grafici del segnale in entrata V_{in} ed in uscita V_{out} dal filtro, ottenuti variando le tre resistenze per ciascuno dei due induttori.

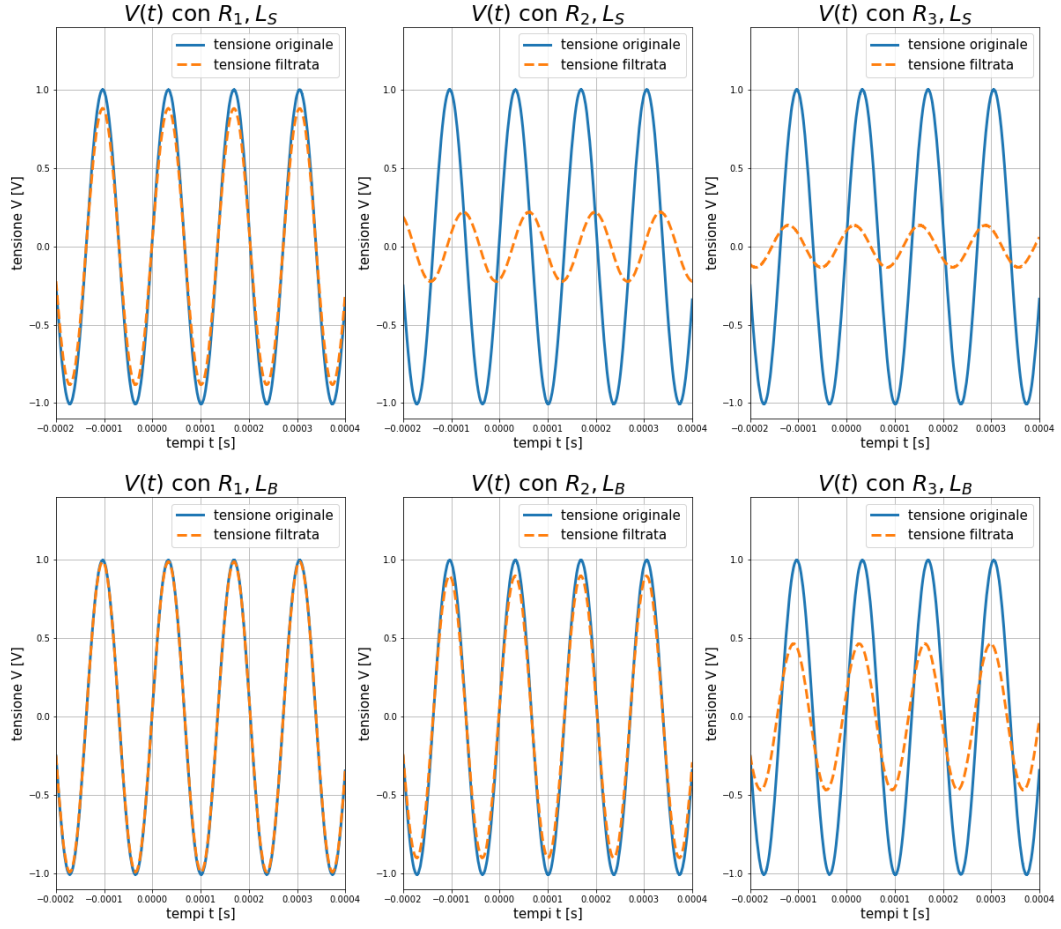


Figura 21: La prima riga di grafici si riferisce alle tensioni (V_{in} e V_{out}) misurate in funzione delle tre diverse resistenze considerando l'induttore L_S più piccolo. Nella seconda riga sono riportate le tensioni (V_{in} e V_{out}) misurate in funzione delle tre diverse resistenze considerando l'induttore L_B più grande.

Dai grafici si osserva che, considerando le resistenze più grandi (in particolare R_3), il filtro riduce notevolmente il passaggio del segnale in entrata V_{in} .

Ci aspettiamo quindi, una volta che analizzeremo l'andamento del guadagno, di osservare un valore massimo inferiore ad 1, in particolare per resistenze elevate. Inoltre, è possibile notare una marcata differenza tra i grafici relativi alla resistenza R_2 : l'induttore L_S permette un minore passaggio di segnale rispetto all'induttore L_B .

Infine, osservando le tensioni in entrata V_{in} rispetto alle tensioni in uscita V_{out} , è facile notare un certo sfasamento, soprattutto per grandi resistenze legate all'induttore L_S (che analizzeremo in seguito).

5.2 Scan di frequenza $G(f)$

Ci occupiamo ora di analizzare il comportamento del filtro al variare della frequenza della tensione in *input*, tramite il guadagno che quantifica (per definizione) la porzione dell'ampiezza del segnale in entrata rispetto a quello in uscita dal filtro.

La proprietà caratteristica di questo tipo di filtro è il lasciare pressoché invariate le tensioni associate ad una determinata banda centrale compresa tra i due valori f_{3dB}^{\pm} , definiti come:

$$f_{3dB}^{\pm} = \frac{1}{2\pi} \frac{\pm RC + \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2CL} \quad (49)$$

	Valore di f_{3dB}^{-}	Valore di f_{3dB}^{+}
$R_1 L$	5841 Hz	9227 Hz
$R_2 L$	1523 Hz	35386 Hz
$R_3 L$	159 Hz	338787 Hz

Tabella 23: Valori teorici di f_{3dB}^{\pm} per le tre combinazioni possibili. L'induttanza risulta uguale così come la capacità; viene variata solo la resistenza.

La stima dei questi due valori è stata ottenuta tramite la seguente relazione:

$$G(f_{3dB}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0.70 \quad (50)$$

Operativamente sono stati individuati i due dati caratterizzati dal guadagno più prossimo a $G(f_{3dB})$, collocati uno a destra ed uno sinistra rispetto ad f_0 .

Si potrà, infatti, trovare un'ulteriore stima della frequenza di risonanza f_0 , come punto di massimo dell'andamento del guadagno.

Legate alle differenti resistenze e al valore di f_0 si ha il fattore di qualità Q , indice della *sharpness* del picco del guadagno e della bontà del filtro.

I valori teorici del fattore di qualità Q ottenuti mediante la formula (44) sono i seguenti:

Diverse resistenze utilizzate	R_1	R_2	R_3
Fattore di qualità Q	2.2	0.22	0.022

Tabella 24: Valori teorici del fattore di qualità Q per i diversi casi analizzati.

Riportiamo ora i dati ottenuti a partire dall'analisi appena spiegata:

	Stima di f_0	Stima di $G(f_0)$	Stima f_{3dB}^{-}	Stima f_{3dB}^{+}
$R_1 L_S$	8781 Hz	0.91	3998 Hz	19285 Hz
$R_2 L_S$	7213 Hz	0.68	-	-
$R_3 L_S$	7803 Hz	0.16	-	-
$R_1 L_B$	7502 Hz	0.99	2919 Hz	19285 Hz
$R_2 L_B$	7502 Hz	0.89	6935 Hz	8117 Hz
$R_3 L_B$	7213 Hz	0.42	-	-

Tabella 25: Valori stimati corrispondenti ad ogni caso analizzato.

Osservando la precedente tabella:

- nella prima colonna, si può affermare che la maggior parte dei valori stimati per f_0 risulti prossima al valore teorico (48) precedentemente trovato.
Il valore che si discosta di più è quello relativo alla resistenza R_1 per l'induttore L_S , che è caratterizzato, in figura (22), da un andamento sperimentale, più distante rispetto alla curva teorica. Pertanto, questo comportamento potrebbe necessitare di un nuovo modello per essere giustificato. Dai grafici di figura (22), inoltre, si possono notare delle anomalie nei dati per alte frequenze ($\sim 10^5$ - 10^6 Hz), la cui causa può essere ricondotta ad un malfunzionamento nella registrazione dei dati, in particolare per frequenze oltre 1 MHz
- nella seconda colonna, i dati riportati corrispondono al guadagno massimo $G(f_0)$ che dovrebbe valere:

$$G(f_0) = \frac{2\pi f_0 L}{\sqrt{R^2(1 - (2\pi f_0)^2 LC)^2 + (2\pi f_0)^2 L^2}} = 1 \quad (51)$$

Si nota, però, che i valori (specialmente nel caso di R_3) si discostano sensibilmente dal valore atteso: potrebbe quindi essere necessario ricorrere ad una modellizzazione più approfondita per descrivere questo fenomeno, che possa anche spiegare il differente andamento dei dati ottenuti rispetto alla curva teorica (visibile in figura (22) in particolare per basse frequenze).

- Nelle ultime due colonne sono riportati solo alcuni valori stimati per f_{3dB}^\pm . Nei casi analizzati aventi una stima di $G(f_0)$ inferiore a 0.70, non è stato possibile stimare dei valori adeguati per queste quantità.

Confrontando invece i valori stimati di f_{3dB}^\pm con quelli teorici riportati in tabella (23) è possibile notare una sostanziale differenza, che si manifesta soprattutto nell'esempio di R_1, L_S , il quale presenta un'aderenza particolarmente imprecisa tra la curva teorica e quella sperimentale (nel ramo sinistro). Questo inficia il meccanismo di identificazione applicato per trovare i punti, in particolare per f_{3dB}^- . La correlazione tra la differenza dei rispettivi valori di f_{3dB}^\pm e il fattore di qualità Q in tabella (24), (basata sull'unicità del valore teorico f_0) non può essere analizzata poichè il filtro riduce eccessivamente anche le ampiezze prossime a f_0 (in modo tale che persino $G(f_0)$ risulti inferiore a 0.70).

Qualitativamente si può però pensare che il fattore di qualità maggiore sia riscontrato in corrispondenza del caso caratterizzato dal massimo valore di $G(f_0)$, ovvero per R_1 .

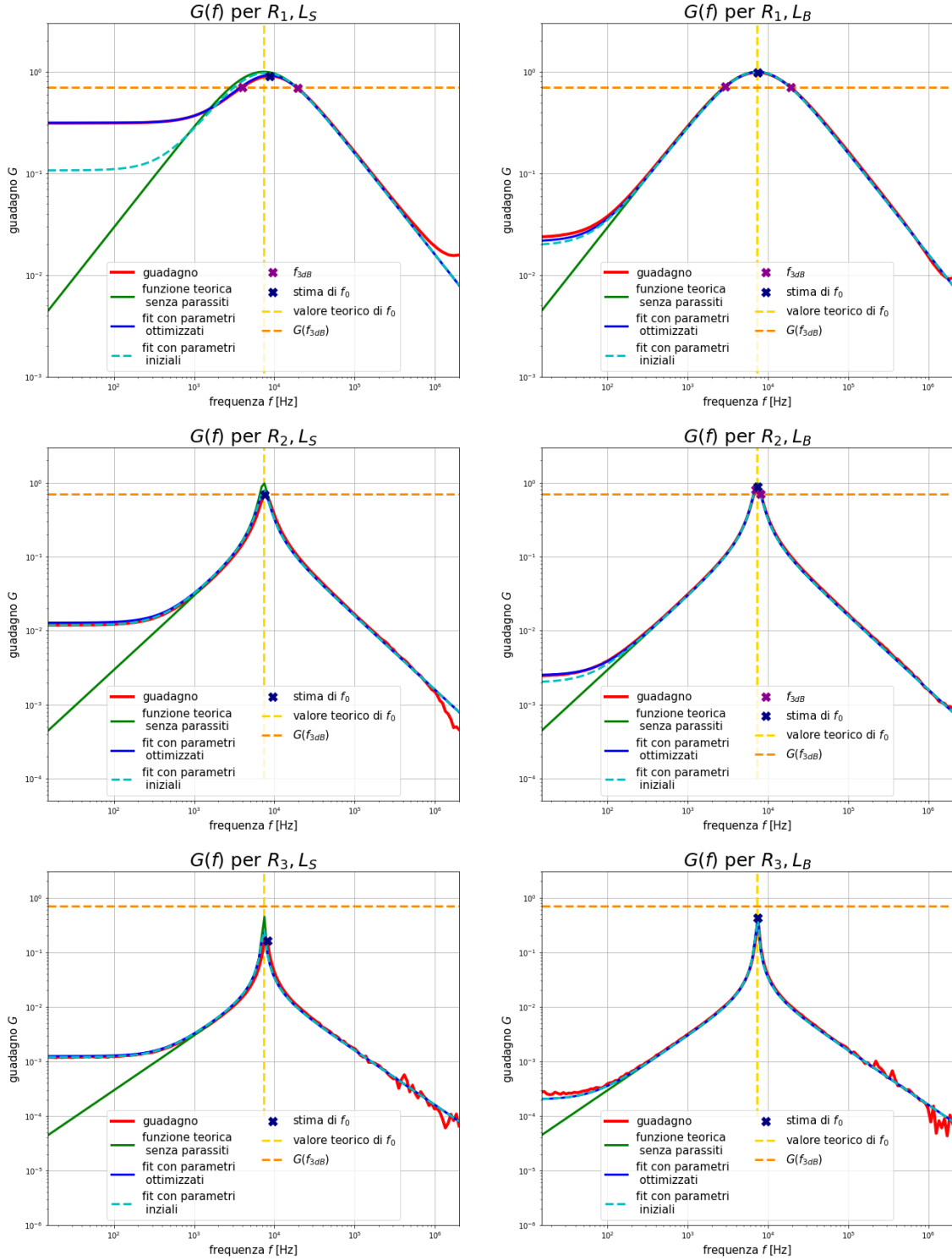


Figura 22: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute e dei valori chiave rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori.

Come anticipato ci occuperemo ora di introdurre dei parametri correttivi per spiegare le incongruenze trovate fino ad ora: la discrepanza tra la curva teorica e i dati per basse frequenze, i valori massimi di guadagno inferiori ad 1.

Nella teoria dei circuiti l'utilizzo di induttori comporta la presenza non solo di una induttanza L , ma anche di quantità parassite come una resistenza parassita R_p ed una capacità parassita C_p .

In laboratorio è stato possibile misurare con le apposite funzionalità di un multimetro dei valori indicativi per i due induttori (L_S e L_B) utilizzati nei circuiti:

	R_p misurata	C_p misurata
L_S	12 Ω	~ 10 pF
L_B	2 Ω	~ 10 pF

Tabella 26: Valori misurati, con il multimetro, per le quantità parassite.

Operativamente questi valori sono stati stimati tramite il *fit* del guadagno secondo la formula (46), il quale si è rivelato soddisfacente aderendo alla maggior parte dei dati, anche per basse frequenze, come è possibile osservare in figura (22).

I risultati ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

		R_p stimata [Ω]	C_p stimata [pF]
L_S	R_1	46	1
	R_2	13	5
	R_3	12.5	50
L_B	R_1	2.2	0
	R_2	2.5	0
	R_3	2	0

Tabella 27: Quantità parassite stimate con *fit* di soli parametri liberi R_p e C_p da $G(f)$.

I valori di resistenza parassita riportati sono quasi tutti accettabili: quelli relativi all'induttore L_B , sono compatibili tra di loro e con il valore presente in tabella (27), così come quelli relativi a L_S , ma solo per le resistenze R_2 ed R_3 . Nel caso di resistenza R_1 è presente un'incongruenza, ovvero la resistenza parassita R_p risulta essere quasi quattro volte quella teorica.

Nel grafico relativo alla resistenza R_1 per l'induttore L_S , la curva in azzurro (corrispondente alla formula (46) del guadagno, nel quale sono stati inseriti come valori di R_p e C_p quelli teorici) risulta poco aderente ai dati per valori ridotti di frequenza. Questa discrepanza è sintomo del valore di R_p così diverso rispetto agli altri casi analizzati.

Più in generale, a basse frequenze, le capacità si comportano come una barriera di potenziale, bloccando il passaggio delle cariche, le quali sono costrette a passare principalmente attraverso l'unico ramo possibile; questo contiene l'induttanza L (che può essere approssimato ad un semplice filo conduttore) e la relativa resistenza parassita R_p . Pertanto, l'intero circuito si riduce a solo due resistenze in serie, che si sommano e che saranno responsabili

dell'andamento così particolare per basse frequenze. In conclusione, riteniamo che la curva sperimentale si differenzi da quella teorica (a basse frequenze) per via dell'effetto della quantità parassita R_p .

Le considerazioni relative alla capacità parassita C_p riguardano principalmente il fatto che i risultati ottenuti, riportati in tabella (27), sono molto piccoli rispetto al valore teorico della capacità C . In generale, queste quantità influenzano il potenziale V_{out} e quindi il guadagno principalmente per alte frequenze, ma nei casi analizzati non riscontriamo anomalie: di conseguenza possiamo escludere un eccessivo effetto della capacità parassita C_p per tali frequenze. Questo può essere giustificato dal fatto che le quantità C e C_p sono collocate in parallelo e quindi la capacità equivalente si ottiene sommando, pertanto domina quella più grande C .

Per quanto riguarda il valore massimo del guadagno, assunto in corrispondenza di f_0 , si può osservare qualitativamente dalla figura (22) che questa modellizzazione ha portato ad una migliore aderenza del *fit* ai dati sperimentali, anche in corrispondenza del picco centrale.

5.3 Scan di frequenza $\varphi(f)$

Un modo alternativo di analizzare il comportamento del filtro prevede lo studio dell'angolo di sfasamento φ in funzione della frequenza f .

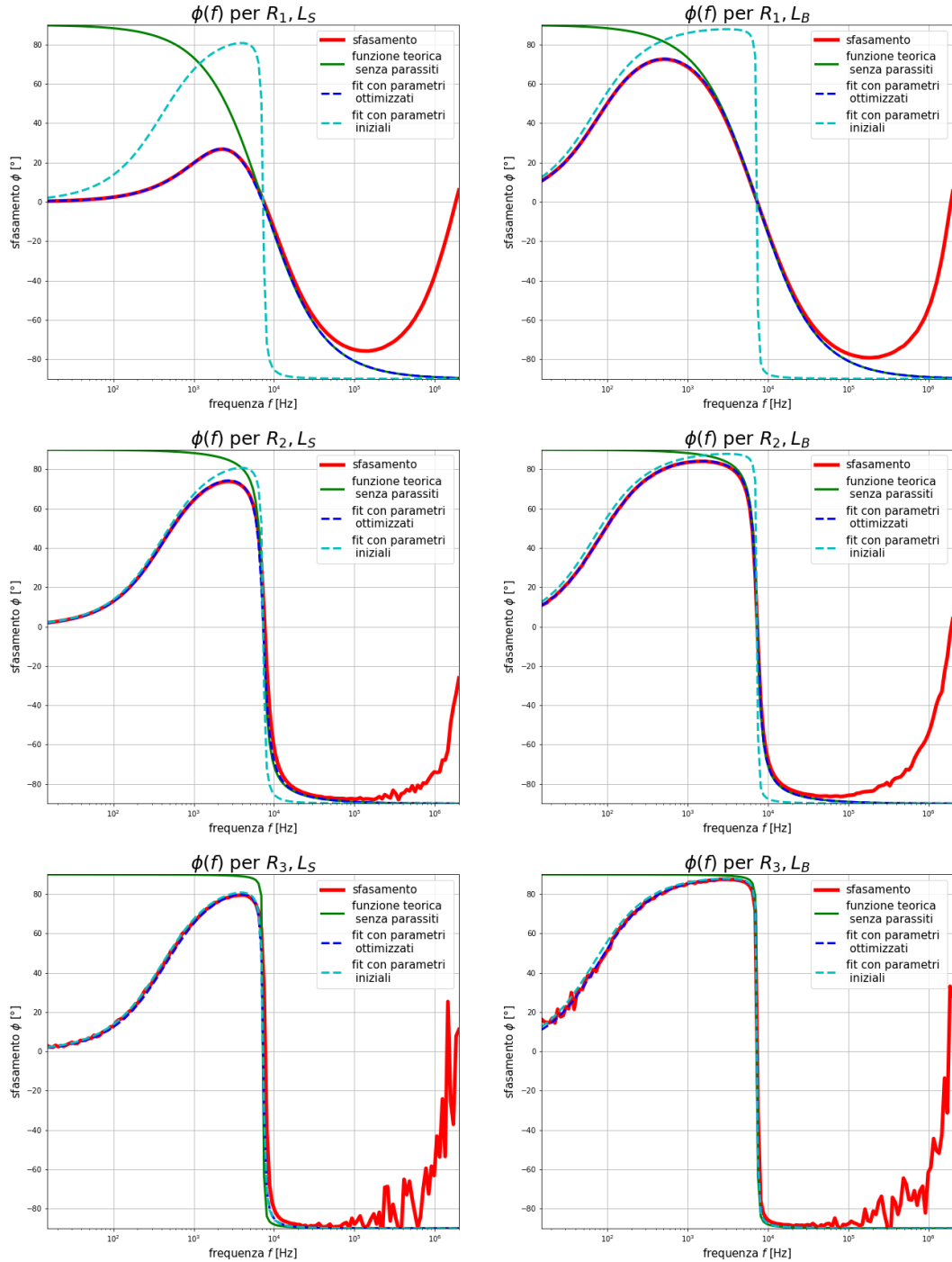


Figura 23: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori.

Per determinare se i circuiti utilizzati hanno riprodotto un buon filtro, si può fare qualche osservazione qualitativa sullo sfasamento prodotto dai segnali in uscita V_{out} .

Ci aspettiamo che un buon filtro passa banda, per definizione, isoli un range di frequenze prossime a f_0 . Questa proprietà si concretizza nell'assenza di uno sfasamento φ in un intorno della frequenza f_0 : fissato un intorno di $\varphi = 0$ è possibile notare come questo contenga una porzione minore di funzione all'aumentare della resistenza. Pertanto, un maggior numero di frequenze che verificano questa condizione, comporta una maggiore imprecisione del filtro passa banda.

Otteniamo quindi che i filtri migliori sono stati quelli con resistenza R_3 mentre i peggiori avevano resistenza R_1 .

Il comportamento anomalo dei dati per alte frequenze, come già sottolineato, è dovuto ad una registrazione errata di questi.

Come nella sezione precedente, i grafici in figura (23) sono stati prima confrontati con le corrispettive funzioni teoriche ottenute dall'equazione (42). Sono state, però, riscontrate delle discrepanze tra i dati e tali funzioni teoriche per basse frequenze, precedenti ad f_0 .

E' stato così necessario introdurre le quantità parassite R_p e C_p , che sono state stimate tramite un *fit* dello sfasamento φ secondo l'equazione (47).

		R_p stimata [Ω]	C_p stimata [pF]
L_S	R_1	46	0
	R_2	13	0
	R_3	13	0
L_B	R_1	2.3	0
	R_2	2.3	0
	R_3	2.3	0

Tabella 28: Quantità parassite stimate con *fit* di soli parametri liberi R_p e C_p da $\varphi(f)$.

Come già osservato in tabella (27), i valori di resistenza parassita appena stimati sono accettabili e compatibili con quelli misurati, tranne che nel caso di R_1 .

Invece, i valori relativi alle capacità parassite C_p risultano talmente piccoli da essere stati stimati nulli. L'introduzione delle quantità parassite (in particolare R_p) ha permesso di giustificare l'abbassamento della curva sperimentale dei dati, rispetto a quella teorica, che si osserva nel tratto relativo alle basse frequenze.

Non si è riusciti però a spiegare, nei limiti di questa modellizzazione, la risalita del segnale per frequenze superiori a 1 MHz: supponiamo quindi che per frequenze così elevate lo strumento incorra in errori di registrazione del potenziale in uscita V_{out} , come già rilevato in precedenza.

6 Filtro elimina-banda serie

Permette di eliminare una banda di frequenze ed è rappresentato dal punto di vista circuitale in fig. 24.

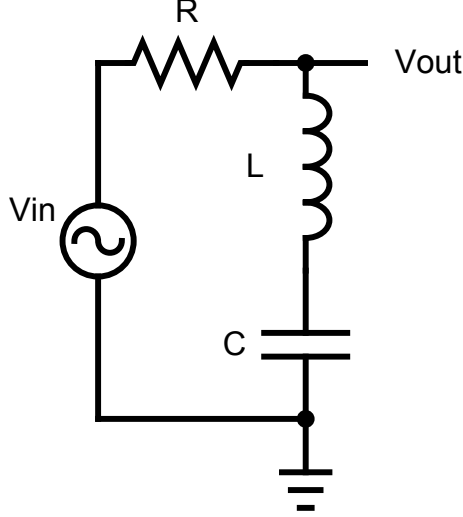


Figura 24: Filtro elimina-banda in serie: schema del circuito.

Il filtro elimina-banda in serie è caratterizzato dai seguenti parametri:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ||X|| \geq 0 \quad (52)$$

dove G non è mai negativo poichè si tratta di un modulo ed X è definito a partire dai valori complessi di impedenza Z_{after} e Z_{totale} come:

$$X = \frac{Z_{after}}{Z_{totale}} = \frac{i\omega L + \frac{1}{i\omega C}}{i\omega L + \frac{1}{i\omega C} + R} \quad (53)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\Im(X)}{\Re(X)} \right) \quad (54)$$

- **frequenza di risonanza**, definita come la frequenza a cui l'impedenza reattiva si annulla, data da:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (55)$$

- **fattore di qualità**, che misura la *sharpness* del picco, dato da:

$$Q_{serie} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{3dB}} = \frac{1}{\omega_0 RC} \quad \text{dove} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (56)$$

Come sarà possibile osservare nella fase d'analisi, il modello appena mostrato non risulta sufficiente per descrivere il comportamento del filtro.

Si introducono quindi due ulteriori parametri dovuti alla struttura interna dell'induttanza: una resistenza parassita R_p in serie rispetto ad L e una capacità parassita C_p in parallelo rispetto alle altre due componenti.

Questa aggiunta implica una variazione di alcune formule appena menzionate:

- **guadagno** dato da:

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = ||X'|| \quad (57)$$

dove X' è definito a partire dai valori complessi di impedenza Z_{after} e Z_{totale} come:

$$X' = \frac{Z_{after}}{Z_{totale}} = \frac{\left(i\omega C_p + \frac{1}{R_p + i\omega L}\right)^{-1} + \frac{1}{i\omega C}}{\left(i\omega C_p + \frac{1}{R_p + i\omega L}\right)^{-1} + \frac{1}{i\omega C} + R} \quad (58)$$

- **sfasamento** dato da:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Im(X')}{\Re(X')}\right) \quad (59)$$

6.1 Calcolo di f_0

Prima di montare il circuito sono stati misurati i valori di resistenze R , capacità C ed induttanze L relativi ai componenti dei circuiti, grazie ad un multimetro.

Sono state utilizzate tre diverse resistenze (R_1 , R_2 , R_3) combinate con due induttori di dimensioni diverse ($L_S = L_B = L$, dove L_S si riferisce all'induttore piccolo e L_B all'induttore più grande) aventi però uguale induttanza, mentre la capacità C è stata tenuta invariata.

	Nomi utilizzati	Valori misurati
Resistenza	R_1	100 Ω
	R_2	1 k Ω
	R_3	10 k Ω
Induttanza	L	4.7 mH
Capacità	C	100 nF

Tabella 29: Valori misurati con il multimetro per le componenti del circuito.

Tramite la formula (55) è stata quindi calcolata la frequenza caratteristica f_0 del filtro elimina banda in serie:

$$f_0 \sim 7341 \text{ Hz} \quad (60)$$

in corrispondenza della quale è stato analizzato il comportamento del filtro, tramite l'utilizzo di un oscilloscopio.

Riportiamo di seguito i grafici del segnale in entrata V_{in} ed in uscita V_{out} dal filtro, ottenuti variando le tre resistenze per ciascuno dei due induttori.

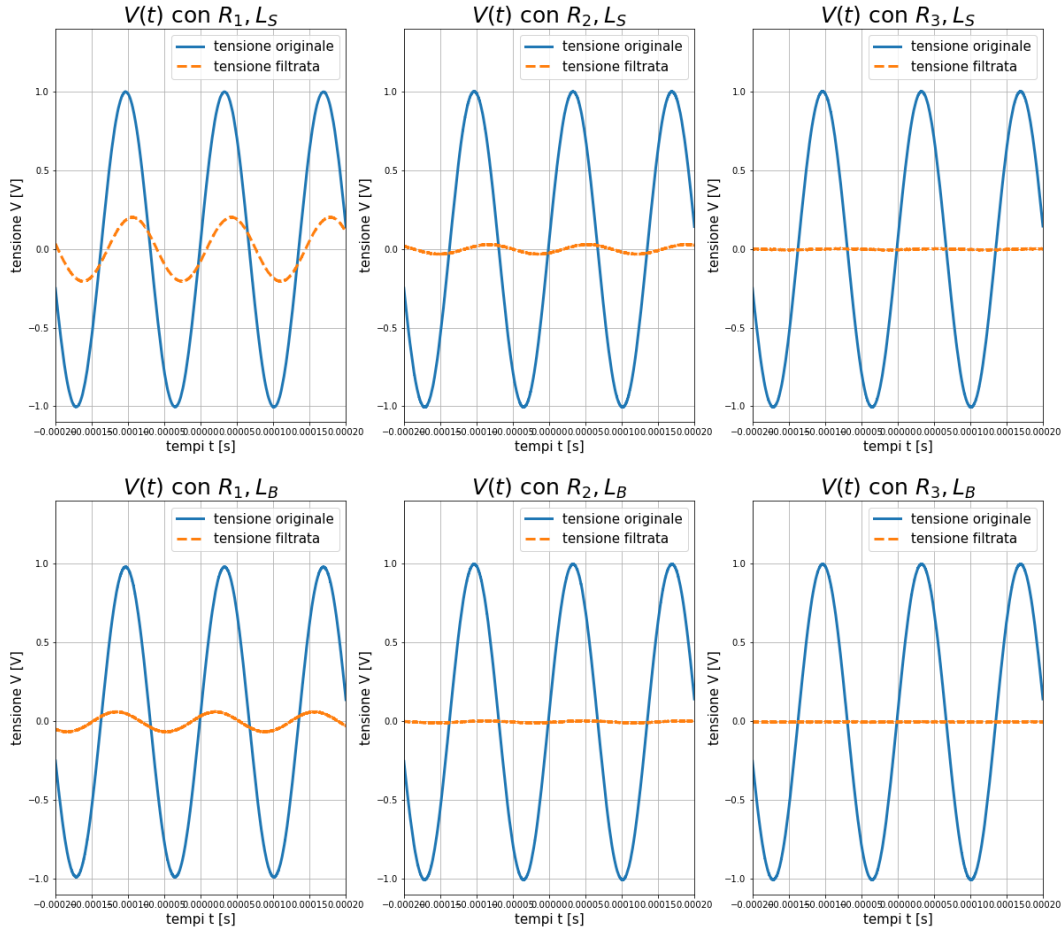


Figura 25: La prima riga di grafici si riferisce alle tensioni (V_{in} e V_{out}) misurate in funzione delle tre diverse resistenze considerando l'induttore più piccolo. Nella seconda riga sono riportate le tensioni (V_{in} e V_{out}) misurate in funzione delle tre diverse resistenze considerando l'induttore più grande.

Dai grafici si osserva che considerando le resistenze più grandi (in particolare R_3) il filtro permette il passaggio pressoché nullo di tutto il segnale in uscita V_{out} .

Ci aspettiamo quindi, una volta che analizzeremo l'andamento del guadagno, di osservare un valore prossimo a 0 in particolare per resistenze elevate. Inoltre, è possibile notare una marcata differenza tra i grafici relativi alla resistenza R_1 : l'induttore L_S permette un maggiore passaggio di segnale in uscita V_{out} rispetto all'induttore L_B .

6.2 Scan di frequenza $G(f)$

Ci occupiamo ora di analizzare il comportamento del filtro al variare della frequenza della tensione in *input*, tramite il guadagno che quantifica (per definizione) la porzione dell'ampiezza del segnale in entrata rispetto a quello in uscita dal filtro.

La proprietà caratteristica di questo tipo di filtro è il lasciare pressoché invariate le tensioni associate ad una determinata banda centrale compresa tra i due valori f_{3dB}^{\pm} , definiti come:

$$f_{3dB}^{\pm} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pm RC + \sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC} \quad (61)$$

	Valore di f_{3dB}^-	Valore di f_{3dB}^+
R_1L	5841 Hz	9227 Hz
R_2L	1523 Hz	35386 Hz
R_3L	159 Hz	338787 Hz

Tabella 30: Valori teorici di f_{3dB}^\pm per le tre combinazioni possibili. L'induttanza risulta uguale così come la capacità; viene variata solo la resistenza.

La stima dei questi due valori è stata ottenuta tramite la seguente relazione:

$$G(f_{3dB}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 0.70 \quad (62)$$

Operativamente sono stati individuati i due dati caratterizzati dal guadagno più prossimo a $G(f_{3dB})$, collocati uno a destra ed uno sinistra rispetto ad f_0 .

Si potrà, infatti, trovare un'ulteriore stima della frequenza di risonanza f_0 , come punto di minimo dell'andamento del guadagno.

Legate alle differenti resistenze e al valore di f_0 si ha il fattore di qualità Q , indice della *sharpness* del picco (verso il basso) del guadagno e della bontà del filtro.

I valori teorici del fattore di qualità Q ottenuti mediante la formula (56) sono i seguenti:

Diverse resistenze utilizzate	R_1	R_2	R_3
Fattore di qualità Q	2.2	0.22	0.022

Tabella 31: Valori teorici del fattore di qualità Q per i diversi casi analizzati.

Riportiamo ora i dati ottenuti a partire dall'analisi appena spiegata:

	Stima di f_0	Stima di $G(f_0)$	Stima f_{3dB}^-	Stima f_{3dB}^+
R_1L_S	7804 Hz	0.180	5926 Hz	10278 Hz
R_2L_S	7804 Hz	0.023	1556 Hz	39149 Hz
R_3L_S	6163 Hz	0.002	159 Hz	239079 Hz
R_1L_B	7503 Hz	0.137	5926 Hz	9500 Hz
R_2L_B	7503 Hz	0.008	1556 Hz	36187 Hz
R_3L_B	5697 Hz	0.001	159 Hz	204272 Hz

Tabella 32: Valori stimati corrispondenti ad ogni caso analizzato.

Osservando la precedente tabella:

- nella prima colonna, si può affermare che la stima di f_0 risulti prossima al valore teorico (60) precedentemente trovato.
I valori si discostano maggiormente all'aumentare della resistenza (in particolare per la resistenza R_3) più grande. Dai grafici di figura (26), inoltre, si può notare una simile tendenza per quanto riguarda l'ampiezza della banda esclusa, che è massima in corrispondenza dell'utilizzo della resistenza R_3 .
- nella seconda colonna, i dati riportati corrispondono al guadagno minimo $G(f_0)$ che dovrebbe valere:

$$G(f_0) = \frac{R}{(R^2 + (2\pi f_0 L - \frac{1}{2\pi f_0 C})^2)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad (63)$$

Si nota, però, che i valori ottenuti nel caso di R_1 si discostano sensibilmente dal valore atteso: potrebbe quindi essere necessario ricorrere ad una modellizzazione più approfondita per descrivere questo fenomeno, che possa anche spiegare il differente andamento dei dati ottenuti rispetto alla curva teorica (visibile in figura (26) in particolare per alte frequenze).

- Nelle ultime due colonne sono riportati i valori stimati per f_{3dB}^{\pm} . Confrontando questi con i risultati teorici in tabella (30) si deduce una compatibilità nonostante delle lievi differenze che si osservano per f_{3dB}^+ : attribuiamo ciò alla modalità di registrazione dei dati eseguita in scala logaritmica che ha comportato una minore densità di punti per alte frequenze.

Considerando, inoltre, la differenza tra f_{3dB}^- e f_{3dB}^+ è possibile stabilire una correlazione con il fattore di qualità Q , basata sull'unicità del valore teorico f_0 : infatti i grafici che presentano una maggiore differenza tra i due valori sopra citati sono caratterizzati da una *sharpness* meno evidente. Questo avviene in corrispondenza del valore più elevato di resistenza R_3 , il quale è giustamente caratterizzato dal minor fattore di qualità Q , come è possibile verificare in tabella (31).

Il miglior fattore di qualità Q è stato, invece, ottenuto in corrispondenza della *sharpness* più accentuata (cioè per la resistenza minore R_1), per via di una ridotta differenza tra f_{3dB}^- e f_{3dB}^+ . Questo risultato permette di affermare la precisione del filtro nell'isolare una determinata frequenza f_0 .

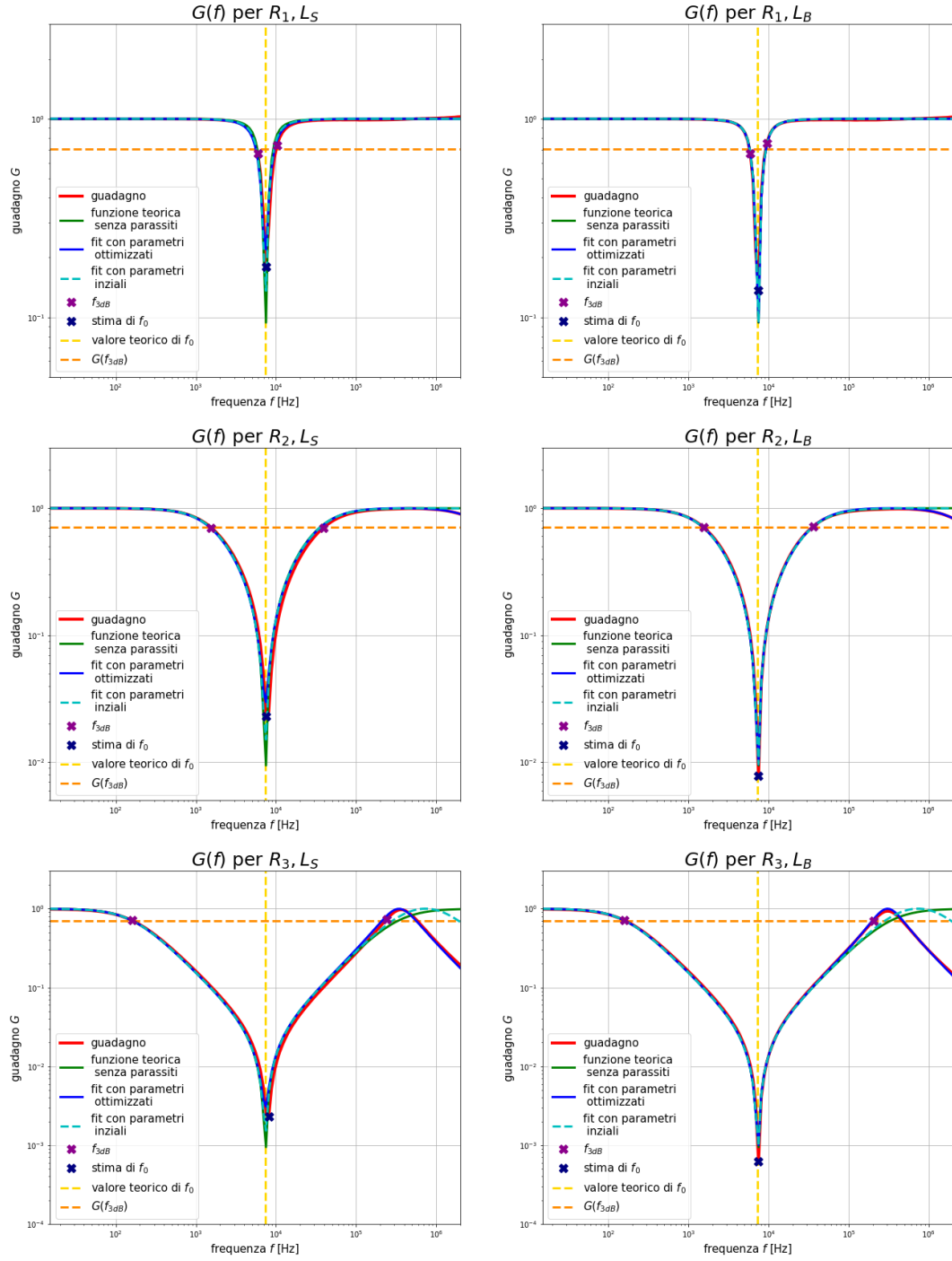


Figura 26: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute e dei valori chiave rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori.

Come anticipato introdurremo adesso dei parametri correttivi per spiegare le incongruenze trovate fino ad ora: oltre ai valori minimi di guadagno che non sono prossimi a 0, si è riscontrata una discrepanza tra la curva teorica ed i dati per alte frequenze.

Nella teoria dei circuiti l'utilizzo di induttori comporta la presenza non solo di una induttanza L , ma anche di quantità parassite come una resistenza parassita R_p ed una capacità parassita C_p .

In laboratorio è stato possibile misurare con le apposite funzionalità di un multimetro dei valori indicativi per i due induttori (L_S e L_B) utilizzati nei circuiti:

	R_p misurata	C_p misurata
L_S	12 Ω	~ 10 pF
L_B	2 Ω	~ 10 pF

Tabella 33: Valori misurati, con il multimetro, per le quantità parassite.

Operativamente questi valori sono stati stimati tramite il *fit* del guadagno secondo la formula (57), il quale si è rivelato soddisfacente aderendo alla maggior parte dei dati, anche per alte frequenze, come è possibile osservare in figura (26).

I risultati ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

		R_p stimata [Ω]	C_p stimata [pF]
L_S	R_1	26	0
	R_2	29	40
	R_3	29	46
L_B	R_1	2	16
	R_2	1	54
	R_3	3	57

Tabella 34: Quantità parassite stimate con *fit* di soli parametri liberi R_p e C_p da $G(f)$.

I valori appena riportati sono quasi tutti compatibili tra di loro, ma non con tutti quelli in tabella (33): nonostante la grande variabilità osservata tra i valori stimati per C_p non si può ignorare il fatto che si stiano considerando capacità estremamente piccole ($\sim 10^{-12}$ F). Per questo, il multimetro utilizzato per misurare il valore teorico può essere considerato poco attendibile, anche per via della difficile presa dati manuale.

Sempre per questa ragione possiamo pensare che i dati stimati per R_p nel caso di L_S siano validi (nonostante la distanza dal valore teorico), anche per via del fatto che il multimetro è specializzato per misurare resistenze molto più grandi dei valori in esame.

Si è osservato che:

- il comportamento particolare dei dati (rappresentati in rosso in figura (26)) ad alte frequenze viene approssimato bene dalla funzione ottenuta considerando le quantità parassite R_p e C_p , che sono quindi responsabili di questa particolare deflessione.

Una giustificazione teorica di questo discorso si trova nella struttura dell'induttore, in cui la capacità parassita C_p si colloca in parallelo rispetto all'induttanza L ; infatti, per alte frequenza $f \gg f_{3dB}$ si suppone che l'induttanza si comporti da barriera di potenziale e che pertanto il valore del potenziale in uscita V_{out} (e quindi il guadagno) risulti dipendente esclusivamente da C_p .

Infine, a livello grafico la discesa del guadagno verso il basso può essere spiegata

tenendo conto che la quantità parassita responsabile è una capacità: aumentando le frequenze, l'induttanza L permette il passaggio di sempre meno potenziale in uscita. Di conseguenza le cariche sono costrette a depositarsi sulle due piastre del condensatore parassita C_p il quale ne permetterà il passaggio solo dopo il totale blocco dell'induttanza L .

- per quanto riguarda il picco del guadagno verso il basso, si può notare una buona aderenza tra la curva dei dati iniziali e la funzione che tiene conto dei parametri parassiti: questi risultano responsabili dei valori stimati in tabella (32) relativi a $G(f_0) \sim 0$.

6.3 Scan di frequenza $\varphi(f)$

Un modo alternativo di analizzare il comportamento del filtro prevede lo studio dell'angolo di sfasamento φ in funzione della frequenza f .

Per determinare se i circuiti utilizzati hanno riprodotto un buon filtro, si può fare qualche osservazione qualitativa sullo sfasamento prodotto nei segnali in uscita V_{out} .

Ci aspettiamo che un buon filtro elimini banda, per definizione, tagli un range di frequenze prossime a f_0 . Questa proprietà si concretizza nella presenza di uno sfasamento φ , tra V_{in} e V_{out} in un intorno della frequenza f_0 .

Osserviamo graficamente che i filtri migliori, capaci di eliminare una piccola ma specifica banda di frequenza, sono stati quelli con resistenza R_1 . Al contrario, i filtri in grado di tagliare un ampio range di frequenze, sono quelli caratterizzati da resistenza R_3 , in accordo con l'andamento del fattore di qualità Q .

Come nella sezione precedente, i grafici in figura (27) sono stati prima confrontati con le corrispettive funzioni teoriche ottenute dall'equazione (54). Sono state, però, riscontrate delle discrepanze tra i dati e tali funzioni teoriche per alte frequenze ($\sim 10^5 - 10^6$ Hz).

E' stato così necessario introdurre le quantità parassite R_p e C_p , che sono state stimate tramite un *fit* dello sfasamento φ secondo l'equazione (59).

		R_p stimata [Ω]	C_p stimata [pF]
L_S	R_1	26	38
	R_2	27	41
	R_3	27	36
L_B	R_1	5	56
	R_2	6	55
	R_3	6	51

Tabella 35: Quantità parassite stimate con *fit* di soli parametri liberi R_p e C_p da $\varphi(f)$.

La loro introduzione ha permesso di giustificare la discesa che si osserva nel tratto irregolare già menzionato.

I valori riportati in tabella sono tra loro compatibili e analoghi a quelli ricavati sperimentalmente in tabella (34), ma ancora una volta non esattamente compatibili con quelli teorici, per le considerazioni già fatte sul multimetro.

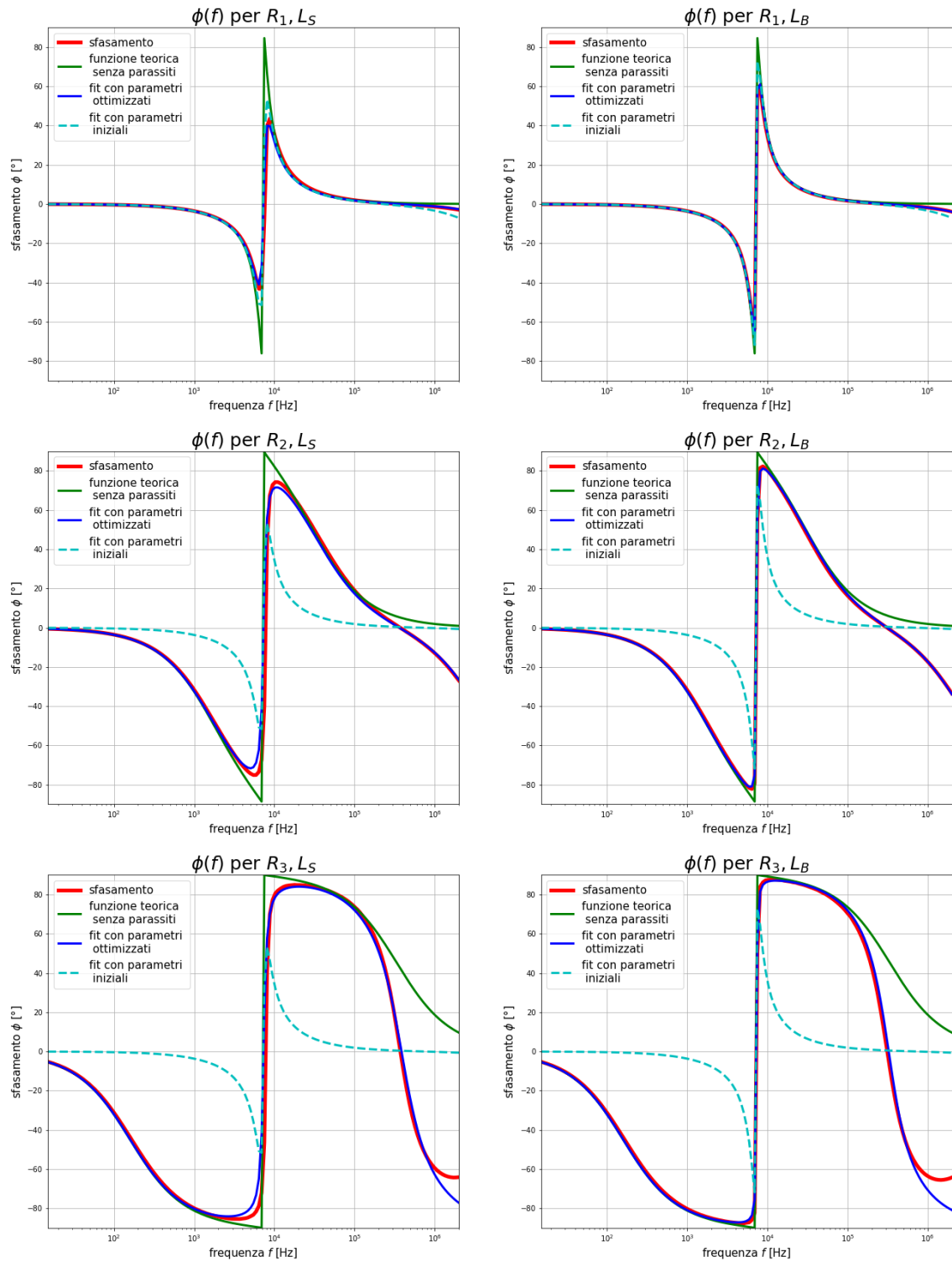


Figura 27: Rappresentazione grafica delle funzioni ottenute rispetto alle tre diverse resistenze e i differenti induttori.