

# ***Lifetime del cobalto-57***

## ***Gruppo III:***

Erica Brisigotti, Emmanuele Lotano, Ylenia Mascolo

## ***Docenti:***

Prof.ssa Michela Prest  
Prof. Erik Silvio Vallazza

## ***Assistenti di laboratorio:***

Christian Petroselli  
Federico Ronchetti  
Alessia Selmi



Laboratorio di Fisica III A - Modulo di Fisica Subnucleare

Anno accademico 2020/2021

Università degli Studi dell'Insubria

Dipartimento di Scienza ed Alta Tecnologia

## Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Misura della <i>lifetime</i></b>	<b>6</b>
2.1	Identificazione dei picchi e calibrazione . . . . .	6
2.2	Identificazione delle regioni d'interesse . . . . .	10
2.3	Stima della <i>lifetime</i> . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Fonti</b>	<b>14</b>

# 1 Introduzione

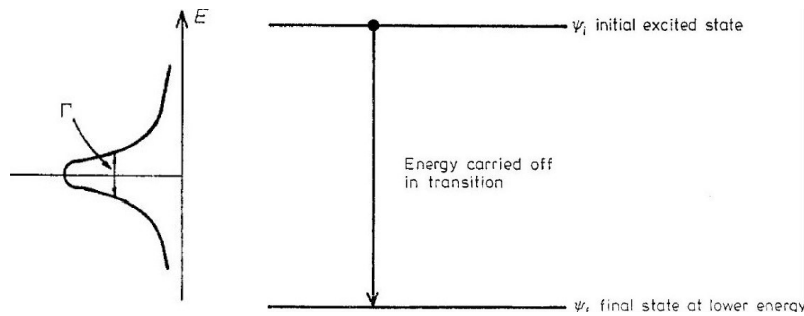
La misura della *lifetime* di stati eccitati nei nuclei è una delle tecniche sperimentali più importanti in fisica nucleare. Per misurare la *lifetime* di uno stato eccitato, questo deve essere popolato e rimarrà eccitato per una vita media  $\tau$  legata alla larghezza  $\Gamma$  dello stato stesso dalla relazione:

$$\Gamma\tau = \hbar \quad (1)$$

Inoltre, quando lo stato è eccitato ha una certa probabilità di decadere a uno stato a più bassa energia (figura (1)): questa probabilità è proporzionale a  $\Gamma$  ed è descritta dall'elemento di matrice che rappresenta il decadimento tra lo stato iniziale e quello finale:

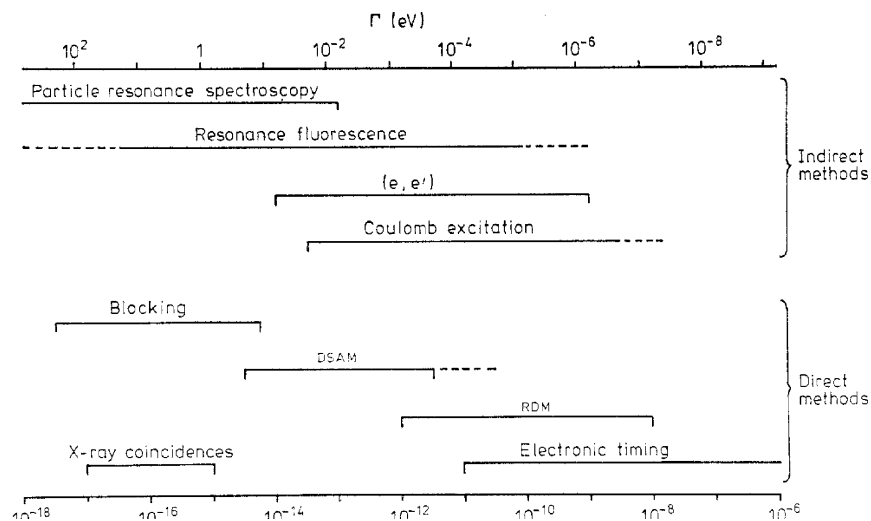
$$\Gamma \propto |\langle \psi_f | O_{decay} | \psi_i \rangle|^2 \quad (2)$$

con  $O_{decay}$  operatore che descrive il modo di decadimento.



**Figura 1:** Schema del decadimento (di larghezza  $\Gamma$ ) di uno stato eccitato di un nucleo.

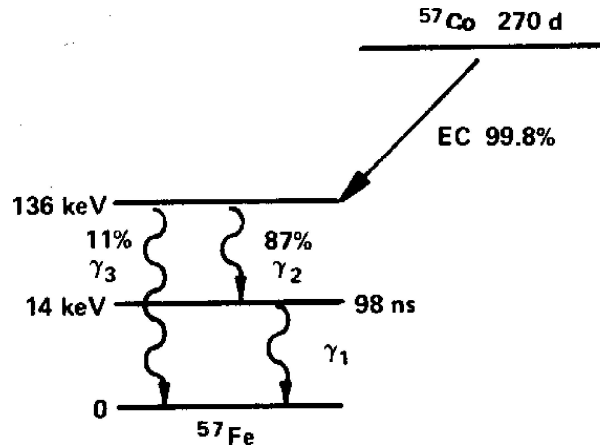
La misura della *lifetime* nucleare ha come scopo quello di ottenere informazioni sugli elementi di matrice del tipo descritto nell'equazione (2) per ottenere un possibile confronto con i modelli nucleari. In particolare, poichè risulta ottimale avere degli elementi di matrice dove l'operatore è ben noto (in modo da ridurre le incertezze) come nel caso delle interazioni elettromagnetiche, di solito si studiano decadimenti elettromagnetici diretti come l'emissione di raggi  $\gamma$ , la conversione elettronica e la produzione di coppie. Il *range* di *lifetime* coperto dai diversi metodi sperimentali può essere diviso in metodi diretti (che misurano  $\tau$ ) e indiretti (che misurano essenzialmente  $\Gamma$ ), come mostrato in figura (2).



**Figura 2:** Metodi di misura delle *lifetime* nucleari in funzione del valore della *lifetime* stessa.

La misura di una *lifetime* nucleare, tramite la tecnica della coincidenza, richiede la rivelazione del tempo che intercorre dalla produzione al decadimento e il *fit* con una successiva legge esponenziale. L'istante di produzione di uno stato nucleare è normalmente definito in due modi diversi: generando lo stato (che non è il caso considerato) o rivelando una qualsiasi radiazione emessa nella formazione dello stato. L'istante di decadimento viene misurato rivelando il raggio  $\gamma$  emesso nello spopolamento dello stato eccitato.

In questa esperienza è stata misurata la *lifetime* nucleare nel decadimento del  $^{57}\text{Co}$ , come mostrato in figura (3).

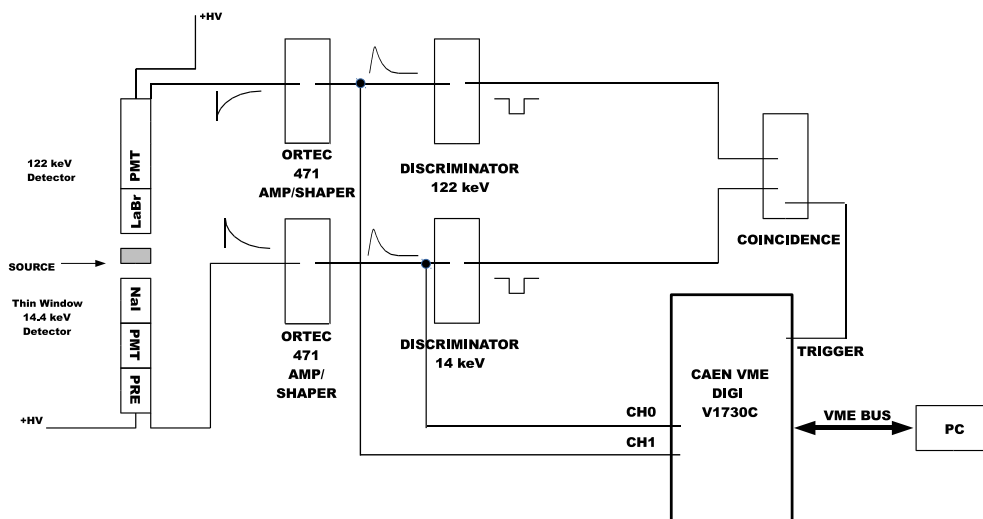


**Figura 3:** Schema di decadimento del  $^{57}\text{Co}$ .

Il  $^{57}\text{Co}$  decade per cattura elettronica nel livello a 136 keV del  $^{57}\text{Fe}$ , il quale può emettere direttamente un fotone da 136 keV oppure un fotone da 122 keV per arrivare così al livello a 14 keV dal quale, in un momento successivo, emette un fotone con l'energia residua.

La misura della *lifetime* dello stato a 14 keV (valore tabulato per l'emivita di 98 ns) è ricavabile dalla misura della distribuzione del tempo che intercorre tra gli eventi  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  in figura (3).

Il sistema di acquisizione è presentato in figura (4).



**Figura 4:** Sistema di acquisizione per la misura della lifetime nucleare.

L'emissione della sorgente di  $^{57}\text{Co}$  può essere considerata isotropa, per cui una configurazione di acquisizione abbastanza semplice da realizzare consiste nel posizionare due cristalli inorganici (uno NaI(Tl) a finestra spessa ed uno NaI(Tl) a finestra sottile) *back to back* (come in figura (4)), uno dei quali rivela il fotone da 122 keV e l'altro quello da 14 keV. Il rivelatore per il fotone di bassa energia (NaI) ha una finestra sottile in modo da non limitare l'efficienza del sistema.

La catena è costituita dalle seguenti parti:

- i segnali di entrambi i rivelatori sono amplificati e formati (ORTEC, 471);
- i segnali formati vengono discriminati da una scheda *custom*;
- i segnali discriminati vengono messi in coincidenza per generare il *trigger* per il *digitizer*;
- il *digitizer* (Caen V1730C) campiona i segnali a una frequenza di 500 MHz (un campionamento ogni 2 ns) con una risoluzione di 14 bit. La forma d'onda viene analizzata dal programma di acquisizione per identificare il valore del massimo della *pulse height* e l'istante temporale di tale massimo. Questi valori vengono salvati in un file *ascii* per l'analisi *offline*.

L'esperienza prevede le seguenti misure:

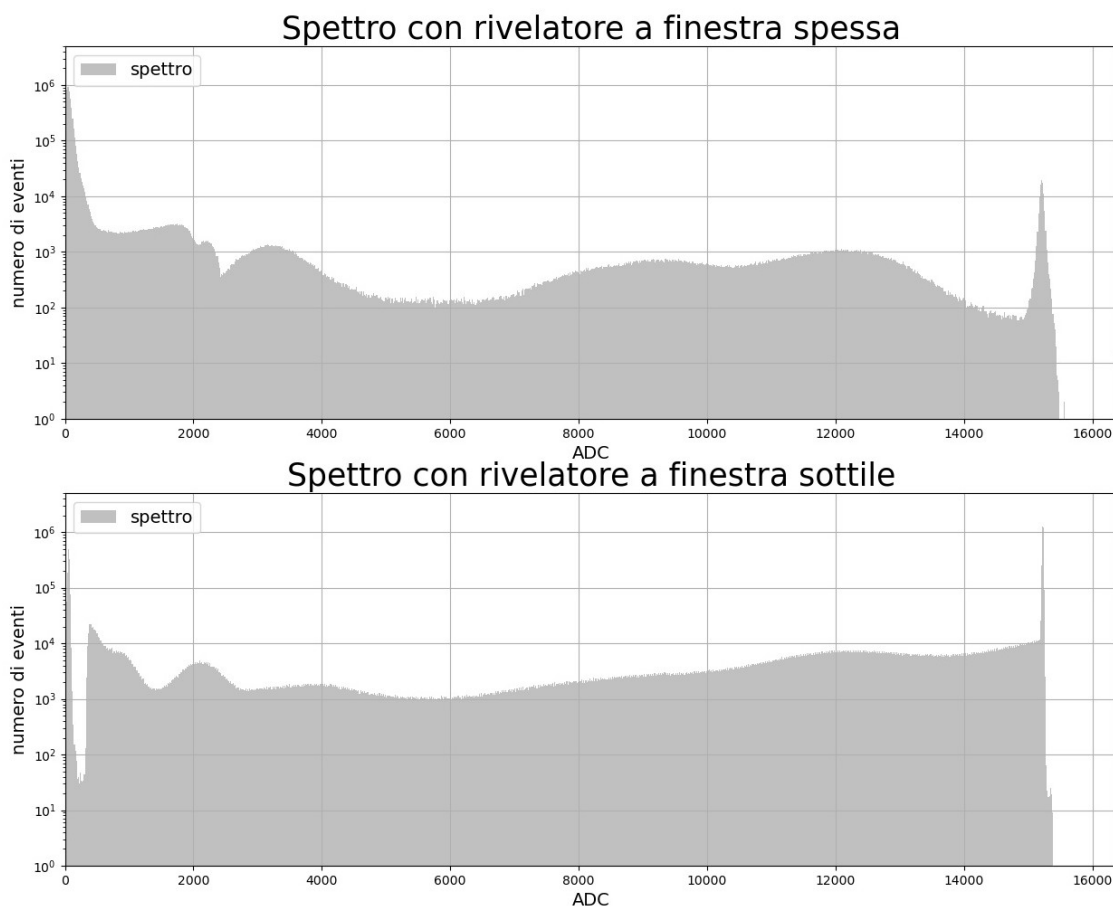
1. identificazione dei picchi a 14 e 122 keV;
2. acquisizione dati in coincidenza;
3. analisi dati.

## 2 Misura della *lifetime*

L'esperienza analizzata a seguire ha richiesto in primo luogo il passaggio da energie espresse in ADC ad energie in keV, mediante una prima fase di calibrazione: in questo modo è stato possibile identificare le zone corrispondenti ai diversi decadimenti  $\gamma$  del  $^{57}\text{Co}$  tramite la tecnica della coincidenza. Una delle zone è poi stata ulteriormente esaminata per stimare l'emivita  $T_{1/2}$  a partire dalla distribuzione delle differenze tra gli istanti di tempo.

### 2.1 Identificazione dei picchi e calibrazione

I dati forniti consistono in un set di circa 7 milioni di eventi registrati per entrambi i rivelatori utilizzati. Tali dati sono stati rappresentati come istogrammi di frequenza in funzione dell'energia in ADC:



**Figura 5:** Spettri del  $^{57}\text{Co}$  con rivelatori a finestra spessa e sottile.

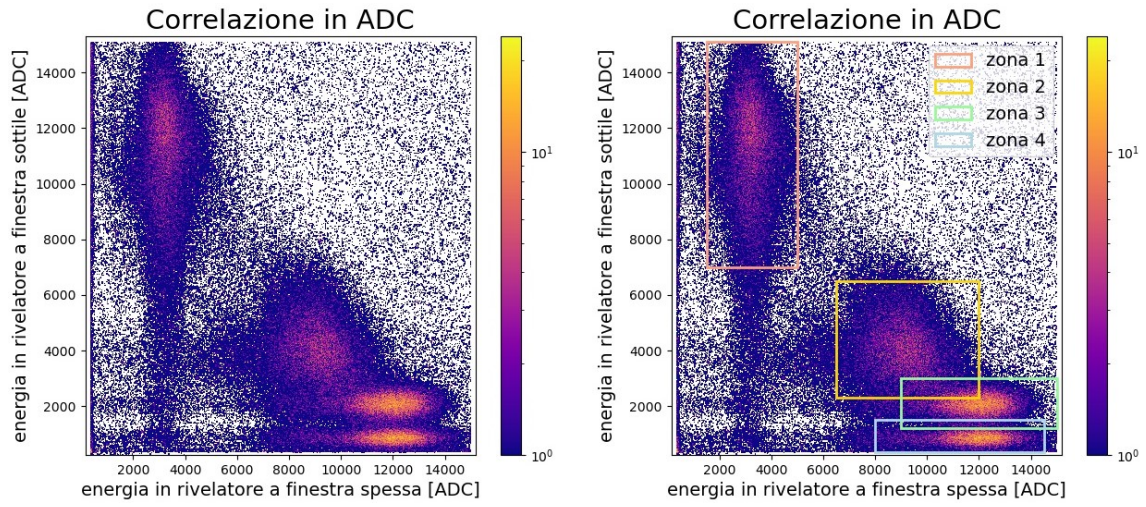
Come è possibile osservare dalla figura (5), in entrambi gli spettri sono presenti picchi ad energie molto alte e molto basse caratterizzati da un'altezza superiore rispetto agli altri visibili:

- i picchi ad energia prossima a 16000 ADC consistono in picchi di saturazione nei quali affluiscono tutti i segnali con ampiezza analogica maggiore di quella registrabile, ovvero oltre la risoluzione massima del *digitizer* di 14 bit (con fondoscala a 16384 ADC). In particolare tali segnali sono dovuti alla registrazione sia di raggi cosmici da parte di entrambi i rivelatori che di fotoni molto energetici (da 122 keV) da parte del rivelatore a finestra sottile;

- le zone a bassa energia corrispondono, invece, sia al fondo ambientale sia ad eventi registrati da uno solo dei due rivelatori: infatti, per via del *trigger* in modalità *or*, è possibile che uno dei due rivelatori registri segnale anche quando il secondo non ne rivela. In particolare, questi segnali (ad esempio i raggi X caratteristici) sono visibili sotto forma di un unico picco di ampiezza ridotta ed altezza consistente prossima allo zero.

È stato quindi possibile escludere dall'analisi i picchi (a bassa ed alta energia) appena visti per evitare di inficiare la statistica e poichè non descrivono propriamente i decadimenti del  $^{57}\text{Co}$ . Per tale motivo, i dati a seguire saranno visualizzati escludendo tali zone.

Dagli spettri in figura (5) è possibile notare la presenza di diversi picchi nella zona ad energia intermedia: non è facile, però, identificare i picchi utili corrispondenti ai decadimenti del  $^{57}\text{Co}$ . Per tale motivo si ricorre alla tecnica della coincidenza che consiste nella rappresentazione di un istogramma bidimensionale di correlazione dei due rivelatori:



**Figura 6:** Rappresentazione dell'istogramma bidimensionale di correlazione dei due rivelatori.

Dalla figura (6) si possono osservare quattro diverse zone luminose contenenti i picchi d'interesse: ciascuna è stata esaminata effettuando una prima selezione rettangolare volta ad individuare gli eventi che ricadono nella zona, di cui è stato poi fatto un istogramma di frequenza.

Gli istogrammi in questione sono stati inizialmente analizzati utilizzando un *fit* gaussiano per localizzare il picco, ma la presenza di fondo ha richiesto l'utilizzo di una strategia di *fit* più elaborata: i parametri stimati dal *fit* gaussiano iniziale sono quindi stati utilizzati per guidare a convergenza un *fit* della forma:

$$y(x) = A e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + B e^{-bx} \quad (3)$$

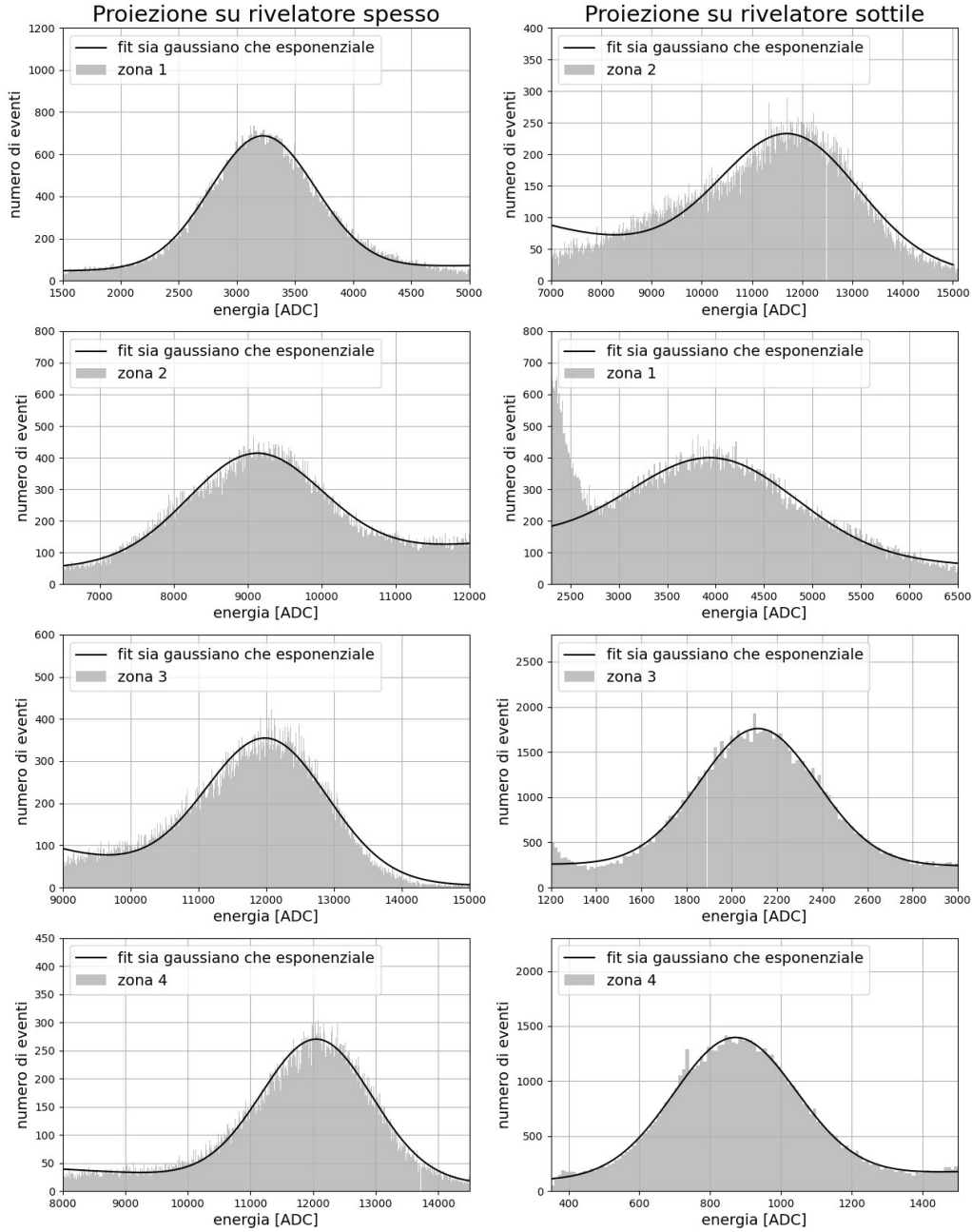
dove il primo termine gaussiano è volto a descrivere il picco (di cui si vuole stimare la posizione a partire dai parametri), mentre il secondo termine esponenziale modella il fondo.

I *fit* in questione sono stati utilizzati per stimare la posizione in ADC di ciascun picco, come il valore medio  $\mu$  del termine gaussiano. Di seguito si riportano le posizioni dei picchi in ADC per il rivelatore a finestra sottile e il rivelatore a finestra spessa, stimate dai *fit*:

	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
$\mu$ spessa [ADC]	$3223 \pm 3$	$9130 \pm 10$	$11991 \pm 6$	$12062 \pm 5$
$\mu$ sottile [ADC]	$11708 \pm 6$	$3950 \pm 20$	$2110 \pm 10$	$870 \pm 10$

**Tabella 1:** Posizioni in ADC dei picchi stimate dai *fit* per i due rivelatori e per ciascuna zona.

Di seguito sono rappresentati gli istogrammi di frequenza esaminati:



**Figura 7:** Rappresentazione degli istogrammi di frequenza corrispondenti ai picchi di emissione del  $^{57}\text{Co}$  (con rivelatori a finestra spessa e sottile) con *fit* della forma (3).

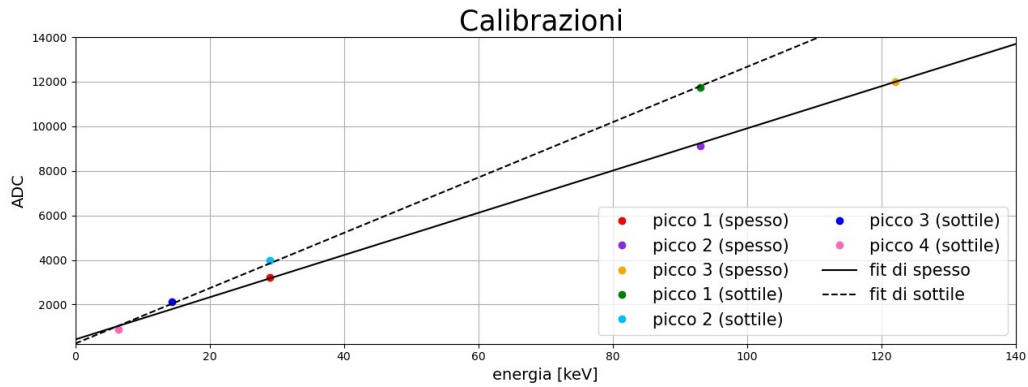
Una volta ottenuta la posizione in ADC di ciascun picco è stato possibile convertire il valore di energia stimato da ADC in keV, attraverso una calibrazione lineare basata sulla conoscenza teorica dei valori di emissione del  $^{57}\text{Co}$ . Per effettuare tale calibrazione, i valori stimati in ADC sono stati rappresentati per ciascun rivelatore in funzione dei rispettivi in keV, in modo da eseguire un *fit* della forma:

$$ADC = m \cdot keV + q \quad (4)$$

per ricavare l'intercetta  $q$  e il coefficiente angolare  $m$  di calibrazione.



Di seguito sono rappresentate le rette di calibrazione per i due rivelatori:



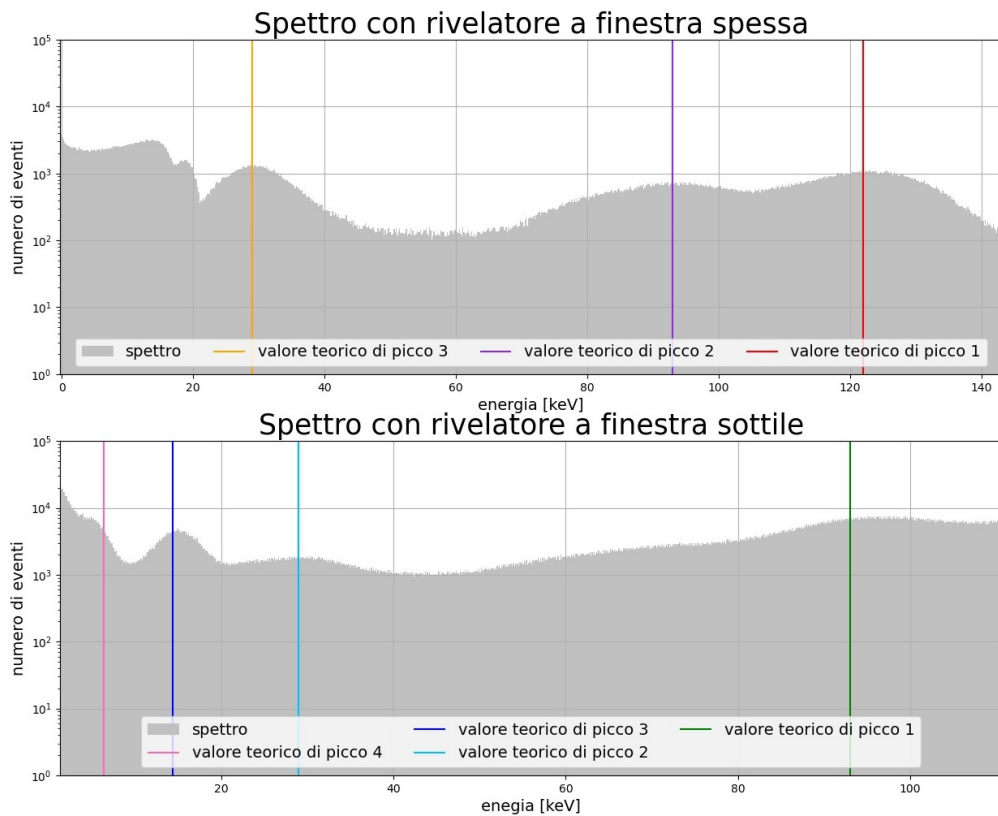
**Figura 8:** Rappresentazione delle rette di calibrazione.

I parametri stimati dalla calibrazione sono i seguenti:

	$m$ [ADC/keV]	$q$ [ADC]
spessa	$95 \pm 1$	$444 \pm 129$
sottile	$124 \pm 2$	$243 \pm 114$

**Tabella 2:** Parametri stimati dal *fit* lineare per i rivelatori a finestra sottile e spessa.

e sono stati infine impiegati per trasformare gli spettri da ADC in keV rielaborando la formula (4):

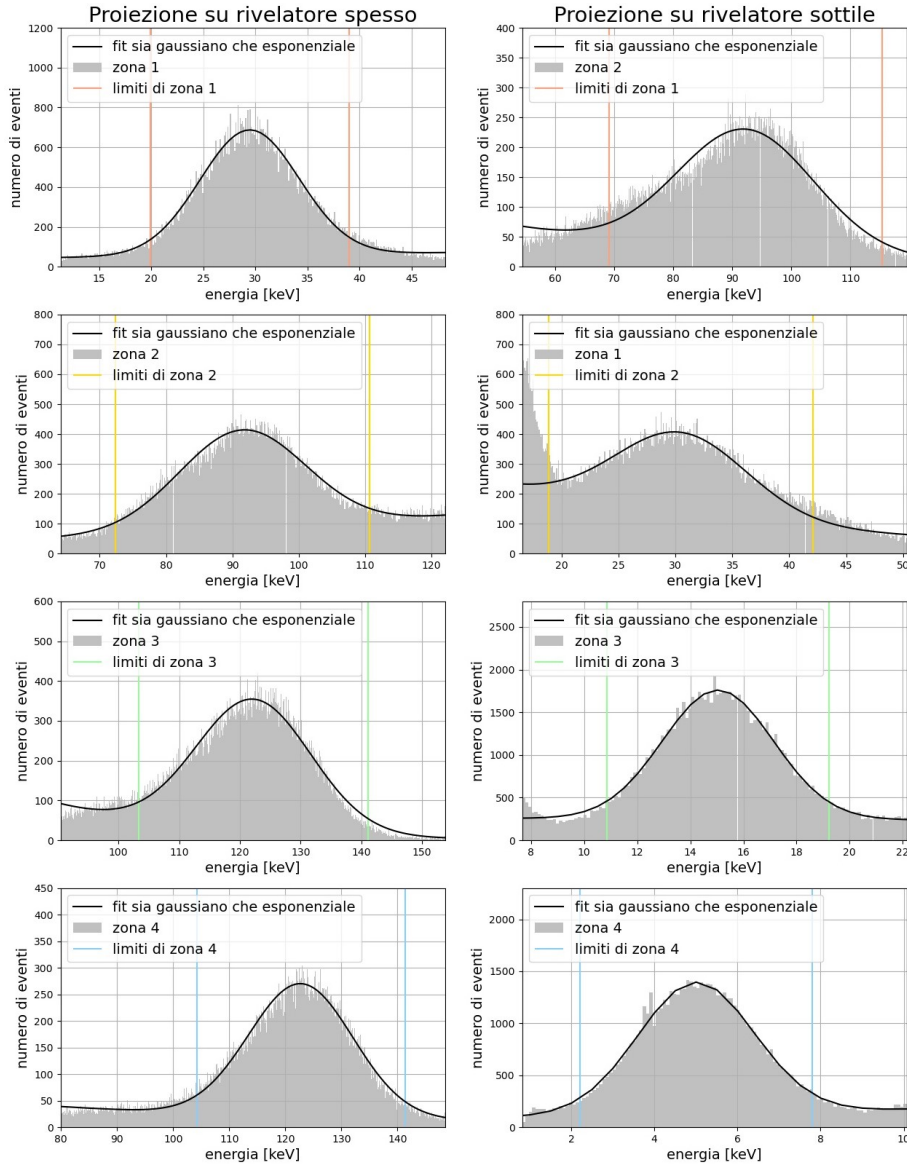


**Figura 9:** Spettri del  $^{57}\text{Co}$  con energie in keV, per rivelatori a finestra spessa e sottile.

Come si può notare dalla tabella (2), i valori ottenuti per i coefficienti delle rette di calibrazione sono caratterizzati da errori consistenti: una giustificazione di questa incertezza può essere trovata nell'esiguo numero di punti utilizzato per la calibrazione. Infatti, i *fit* lineari sono stati eseguiti soltanto su quattro punti nel caso del rivelatore a finestra spessa e su tre punti nel caso del rivelatore a finestra sottile. Tali parametri, però, risultano indispensabili per convertire ed esaminare le correlazioni considerando le energie in keV, in modo tale da poter effettivamente associare a ciascuna delle quattro zone (osservate in figura (6)) le possibili modalità di decadimento coinvolto.

## 2.2 Identificazione delle regioni d'interesse

Poichè il *set* di dati iniziale conteneva 7 milioni di registrazioni, si è deciso di limitare il numero di dati ai soli corrispondenti alle zone d'interesse. Per selezionare esclusivamente gli eventi appartenenti a ciascuna zona, sono state sfruttate ancora una volta le proiezioni (trasformate in keV): su ciascuna di esse è stato eseguito un *fit* sia gaussiano che esponenziale, volto a stimarne il valore medio  $\mu$  e la  $\sigma$ .



**Figura 10:** Proiezioni delle zone d'interesse con *fit* e limiti a  $2\sigma$ .

Di seguito si riportano i parametri  $\mu$  e  $\sigma$  stimati:

	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
$\mu$ spessa = $x_0$	$29.45 \pm 0.04$	$91.5 \pm 0.1$	$122.2 \pm 0.1$	$122.8 \pm 0.1$
$\mu$ sottile = $y_0$	$92.2 \pm 0.1$	$30.5 \pm 0.4$	$15.04 \pm 0.02$	$5.01 \pm 0.01$
$\sigma$ spessa = $a/2$	$4.76 \pm 0.05$	$9.6 \pm 0.1$	$9.4 \pm 0.1$	$9.3 \pm 0.1$
$\sigma$ sottile = $b/2$	$11.6 \pm 0.3$	$6 \pm 1$	$2.09 \pm 0.03$	$1.40 \pm 0.02$

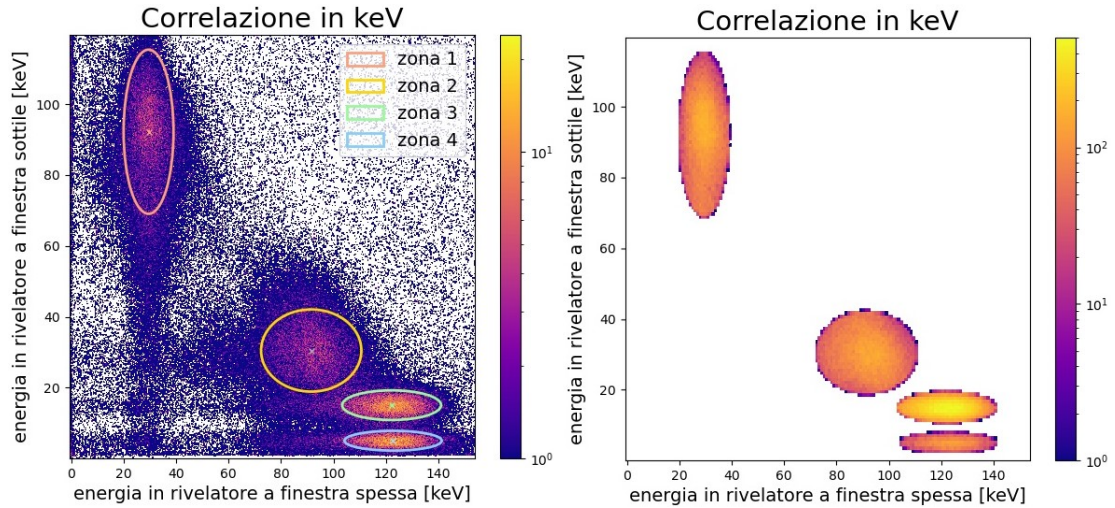
**Tabella 3:** Parametri  $\mu$  e  $\sigma$  ricavati dai *fit* per ciascuna zona.

Questi sono stati utilizzati per delimitare le zone in analisi con ellissi di equazione:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} \leq 1 \quad (5)$$

cioè centrate in  $(x_0, y_0)$  e di semiassi  $(a, b)$ , nell'istogramma bidimensionale di correlazioni in keV.

I risultati ottenuti sono riportati di seguito:



**Figura 11:** Rappresentazione dell'istogramma bidimensionale di correlazione dei due rivelatori convertito in keV, con zone d'interesse limitate da ellissi.

Le zone d'interesse identificate in figura (11) descrivono i seguenti fenomeni successivi al decadimento  $\beta^+$  del  $^{57}\text{Co}$  in  $^{57}\text{Fe}$  allo stato eccitato (con 136.5 keV in più dello stato stabile):

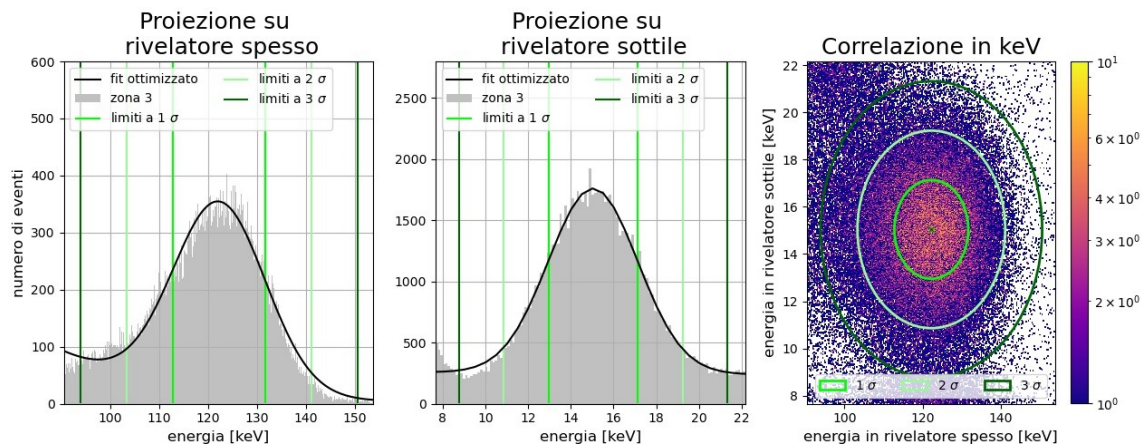
- ◇ **Zona 1:** il contatore a finestra sottile rivela un segnale a  $E = 93$  keV corrispondente alla registrazione dell'elettrone emesso per effetto fotoelettrico dal fotone incidente di energia  $E_\gamma = 122$  keV. L'energia registrata ( $E = E_\gamma - E_I$ ) risulta minore rispetto all'energia del fotone siccome una porzione di energia pari a  $E_I = 29$  keV viene impiegata per rompere il legame che l'elettrone emesso aveva con il nucleo. L'emissione dell'elettrone porta alla formazione di una lacuna che a sua volta è riempita da un elettrone più esterno: nel processo di diseccitazione in questione viene quindi emesso un raggio X caratteristico dello iodio presente nel rivelatore, di energia  $E_X = 29$  keV, registrato dall'altro rivelatore;

- ◇ **Zona 2:** simmetricamente a quanto descritto sopra, il contatore a finestra spessa rivela un segnale a  $E = 93$  keV, corrispondente all'energia dell'elettrone emesso per effetto fotoelettrico dal fotone incidente di  $E_\gamma = 122$  keV, mentre il contatore a finestra sottile rivela il raggio X caratteristico dello iodio a  $E_X = 29$  keV;
- ◇ **Zona 3:** il contatore a finestra spessa rivela il segnale  $E_{\gamma_1} = 122$  keV del fotone, mentre il rivelatore a finestra sottile registra un'energia di  $E_{\gamma_2} = 14.4$  keV corrispondente sempre alla radiazione  $\gamma$ . La somma di tali energie  $E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2} = 136$  keV permette di ottenere l'energia dello stato eccitato del  $^{57}\text{Fe}$  (dopo il decadimento  $\beta^+$ ) rispetto allo stato stabile;
- ◇ **Zona 4:** il contatore a finestra spessa rivela il segnale  $E_\gamma = 122$  keV del fotone, mentre il rivelatore a finestra sottile registra un'energia di  $E_X = 6.4$  keV corrispondente al raggio X caratteristico del  $^{57}\text{Fe}$  che viene emesso da quest'ultimo, successivamente all'effetto fotoelettrico del fotone da  $E_{\gamma_2} = 14.4$  keV con la sorgente stessa.

## 2.3 Stima della lifetime

In particolare, la zona 3 è stata ulteriormente analizzata per trovare l'emivita  $T_{1/2}$  dell'isotopo di  $^{57}\text{Fe}$  allo stato eccitato caratterizzato da energia  $E_{\gamma_2} = 14.4$  keV rispetto allo stato stabile.

Il primo passaggio di questa ulteriore analisi è servito per identificare quale porzione di eventi possa essere ritenuta compatibile con il picco individuato dalle proiezioni e centrato in (122.2, 15.04). Tale porzione di eventi è stata individuata a partire dalle  $\sigma$  trovate nelle proiezioni: in particolare, sono stati confrontati graficamente i limiti ottenuti considerando 1, 2, 3  $\sigma$ .

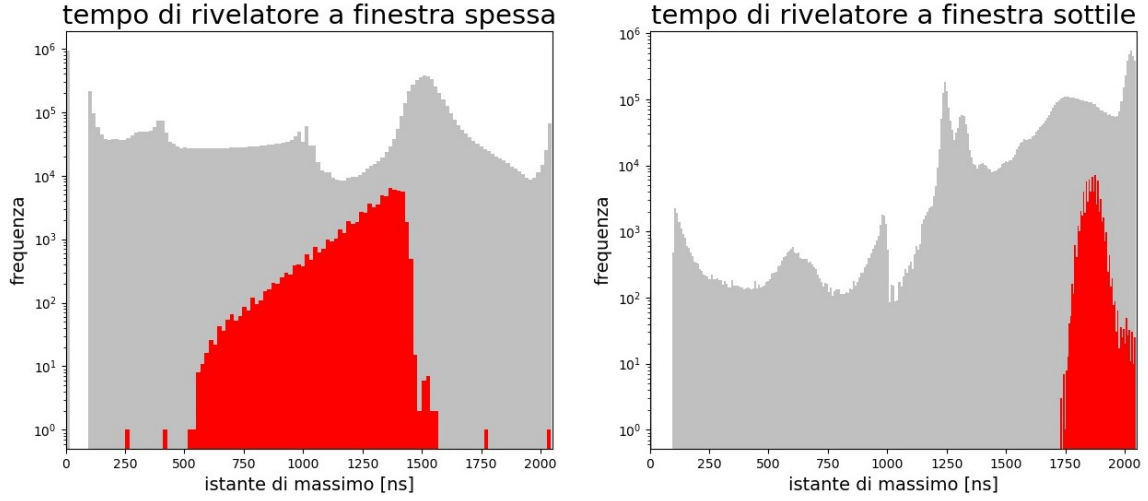


**Figura 12:** Rappresentazione della zona 3 e dei diversi limiti ipotizzati (a 1, 2, 3  $\sigma$ ).

Come è possibile osservare nella figura (12), i limiti a 3  $\sigma$  risultano troppo ampi in quanto includono parti di picchi adiacenti: tra le rimanenti opzioni si è deciso, quindi, di impiegare limiti a 2  $\sigma$  (motivando la scelta di visualizzazione dei limiti in figura (10)) dato che l'ellisse ad 1  $\sigma$  esclude porzioni ancora molto luminose della correlazione.

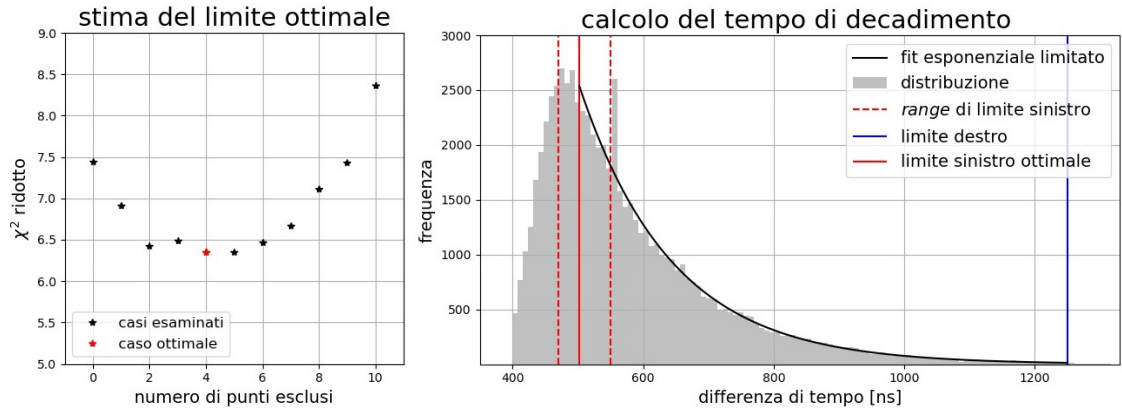
In secondo luogo, per stimare il valore di  $T_{1/2}$  sono stati inizialmente considerati gli istanti di tempo registrati per ciascun rivelatore. I tempi di entrambi i rivelatori sono stati acquisiti con un medesimo istante iniziale, coincidente con il *trigger* di almeno di uno dei due rivelatori, e corrispondono agli istanti in cui l'energia è stata depositata. Si è quindi analizzata la distribuzione delle differenze tra gli istanti di decadimento del  $^{57}\text{Fe}$  a 136.5 keV (in corrispondenza di cui si ha emissione di  $\gamma$  da 122 keV) e i rispettivi istanti di decadimento del  $^{57}\text{Fe}$  a 14.4 keV.

Conoscendo infatti le energie tipiche dei decadimenti in questione (corrispondenti alla zona 3), è stato possibile isolare i relativi istanti di tempo per entrambi i rivelatori in modo da ridurre l'ampiezza della distribuzione degli istanti di tempo considerati.



**Figura 13:** Rappresentazione delle distribuzione degli istanti di tempo per entrambi i rivelatori, complete (in grigio) e limitate alla zona 3 (in rosso).

Le due serie di istanti di tempo così individuate sono state quindi analizzate a loro volta sottraendole ed analizzando nuovamente la distribuzione così ottenuta, riportata in figura (14).



**Figura 14:** Da sinistra: individuazione del limite ottimale (in corrispondenza del minimo valore del  $\tilde{\chi}^2$ ) e rappresentazione della distribuzione delle differenze tra gli istanti di decadimento del cobalto-57, con *fit* esponenziale.

In particolare, per definire correttamente l'estremo sinistro dell'intervallo da analizzare con il *fit* esponenziale della forma:

$$y(x) = A \cdot e^{-x/\tau} \quad (6)$$

è stato considerato l'andamento del  $\tilde{\chi}^2$ , calcolato al variare del numero di punti esclusi limitandosi alla metà superiore della distribuzione (in modo da evitare l'esclusione di troppi punti).

Il numero ottimale di punti esclusi è stato quindi individuato in corrispondenza del minimo valore di  $\tilde{\chi}^2$ , come mostrato in figura (14).

Dal *fit* esponenziale è stato così possibile stimare la vita media  $\tau = 142 \pm 4$  ns, la quale è legata all'emivita  $T_{1/2}$  dalla seguente relazione:

$$T_{1/2} = \frac{\tau}{\sqrt{2}} = 100 \text{ ns} \qquad \sigma_{T_{1/2}} = \frac{\sigma_{\tau}}{\sqrt{2}} = 1 \text{ ns} \qquad (7)$$

Il valore così stimato risulta essere compatibile con quello teorico  $T_{1/2} = 98$  ns entro  $2 \sigma$ , anche per via della selezione del numero di punti ottimale da escludere effettuato in precedenza.

### 3 Fonti

1. R.L. Heath, *Gamma-ray Spectrum Catalogue - Ge and Si Detector Spectra (4<sup>th</sup> edition)*, Settembre 1998
2. Lawrence Berkeley National Laboratory, *X-Ray Data Booklet*, Ottobre 2009