Clonación cuántica

Eric Brandwein

FCEyN - UBA

15 de Diciembre de 2020

¿Por qué lo queremos?

- **Corrección de errores**, como lo hacemos en una computadora clásica.
- **Tomografía**, usando un solo estado en vez de necesitando muchas copias.

¿Se puede hacer?

$$|\psi s\rangle \xrightarrow{U} U|\psi s\rangle = |\psi\psi\rangle$$

¿Se puede hacer?

Supongamos que tenemos dos estados puros, $|\psi\rangle$ y $|\varphi\rangle$. Entonces:

$$U|\psi s\rangle = |\psi\psi\rangle$$
$$U|\varphi s\rangle = |\varphi\varphi\rangle$$

¿Se puede hacer?

Supongamos que tenemos dos estados puros, $|\psi\rangle$ y $|\varphi\rangle$. Entonces:

$$U|\psi s\rangle = |\psi\psi\rangle$$
$$U|\varphi s\rangle = |\varphi\varphi\rangle$$

Si tomamos el producto interno de estas dos ecuaciones, nos queda:

$$U|\psi s\rangle \bullet U|\varphi s\rangle = |\psi\psi\rangle \bullet |\varphi\varphi\rangle$$

¿Se puede hacer?

Supongamos que tenemos dos estados puros, $|\psi\rangle$ y $|\varphi\rangle$. Entonces:

$$U|\psi s\rangle = |\psi\psi\rangle$$
$$U|\varphi s\rangle = |\varphi\varphi\rangle$$

Si tomamos el producto interno de estas dos ecuaciones, nos queda:

$$U|\psi s\rangle \bullet U|\varphi s\rangle = |\psi\psi\rangle \bullet |\varphi\varphi\rangle$$
$$|\psi s\rangle \bullet |\varphi s\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle\langle\psi|\varphi\rangle$$

¿Se puede hacer?

Supongamos que tenemos dos estados puros, $|\psi\rangle$ y $|\varphi\rangle$. Entonces:

$$U|\psi s\rangle = |\psi\psi\rangle$$
$$U|\varphi s\rangle = |\varphi\varphi\rangle$$

Si tomamos el producto interno de estas dos ecuaciones, nos queda:

$$U|\psi s\rangle \bullet U|\varphi s\rangle = |\psi\psi\rangle \bullet |\varphi\varphi\rangle$$
$$|\psi s\rangle \bullet |\varphi s\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle\langle\psi|\varphi\rangle$$
$$\langle\psi|\varphi\rangle = (\langle\psi|\varphi\rangle)^2$$

¿Se puede hacer?

$$\langle\psi|\varphi\rangle = (\langle\psi|\varphi\rangle)^2$$

- ¿Cuándo puede pasar esto? Sólo si $\langle\psi|\varphi\rangle = 1$ o $\langle\psi|\varphi\rangle = 0$.

¿Se puede hacer?

$$\langle\psi|\varphi\rangle = (\langle\psi|\varphi\rangle)^2$$

- ¿Cuándo puede pasar esto? Sólo si $\langle\psi|\varphi\rangle = 1$ o $\langle\psi|\varphi\rangle = 0$.
- O sea, o $|\psi\rangle = |\varphi\rangle$, o $|\psi\rangle$ y $|\varphi\rangle$ son ortogonales.

¿Se puede hacer?

$$\langle\psi|\varphi\rangle = (\langle\psi|\varphi\rangle)^2$$

- ¿Cuándo puede pasar esto? Sólo si $\langle\psi|\varphi\rangle = 1$ o $\langle\psi|\varphi\rangle = 0$.
- O sea, o $|\psi\rangle = |\varphi\rangle$, o $|\psi\rangle$ y $|\varphi\rangle$ son ortogonales.
- Es decir, nuestra máquina **sólo puede clonar dos estados ortogonales.**

¿Posta? ¿No podríamos hacerlo si...

...usáramos transformaciones no unitarias?

¿Posta? ¿No podríamos hacerlo si...

...usáramos transformaciones no unitarias? **No.** [1]
Hay otra demostración que no usa el hecho de que el operador es unitario, sino solo que es una transformación lineal.

¿Posta? ¿No podríamos hacerlo si...

...clonásemos estados mixtos?

¿Posta? ¿No podríamos hacerlo si...

...clonásemos estados mixtos? **Tampoco.** [2]
Hay que tener cuidado cuando se define siquiera qué es clonar un estado mixto, pero igual no se puede.

¿Posta? ¿No podríamos hacerlo si...

...permitiésemos que las copias no fuesen perfectas?

¿Posta? ¿No podríamos hacerlo si...

...permitiésemos que las copias no fuesen perfectas? **¡Sí!** [3]
Buzek y Hillery propusieron una máquina que copia un qubit con una fidelidad de $5/6$ cuando se compara un solo qubit.

Referencias

[1] W. K. Wootters and W. H. Zurek. A single quantum cannot be cloned. Nature, 299:802–803, 1982

[2] H.Barnum, C.M.Caves, C.A.Fuchs, R. Jozsa, and B. Schumacher. Noncommuting mixed states cannot be broadcast. Phys. Rev. Lett., 76(15):2828–2821, 1996. arXive e-print quantph/9511010.

[3] Bužek, V. and Hillery, M. (1996-09-01). Quantum copying: Beyond the no-cloning theorem. Physical Review A. 54 (3): 1844–1852. arXiv:quant-ph/9607018

¡Gracias!

¿Preguntas?