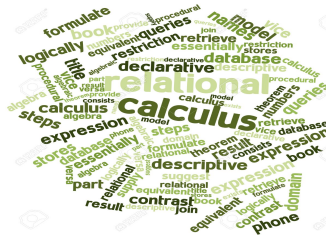


# Cálculo Relacional de Tuplas

25/Agosto/2017



# CRT - Marco General

- **Consultas.** Al igual que el Álgebra Relacional, el Cálculo Relacional de Tuplas (CRT) es un lenguaje de consultas asociado al Modelo Relacional (MR)
- **Declarativo.** No existe una descripción de “en qué orden” es evaluada la consulta (no es procedural)
- **Poder de Expresividad.** Idéntico a Álgebra Relacional (bajo ciertas condiciones). Explicación más adelante
- **Importante.** Existen ciertas consultas de BDs que requieren de un mayor poder de expresividad que la provista por AR y CRT. Lo vamos a ver en una clase más adelante
- **Importancia del Cálculo Relacional.**
  - 1 Tiene un sólido fundamento en Lógica Matemática
  - 2 SQL tiene sus bases fundacionales en CRT

# CRT - Expresión

## Expresión

$$\{t \mid COND(t)\}$$

- $t$  es una variable de tipo tupla
- $COND(t)$  es una expresión booleana condicional que afecta a  $t$
- **Resultado.** Conjunto TODAS las tuplas  $t$  tal que evaluadas bajo  $COND(t)$  son verdaderas (satisfacen  $COND(t)$ )

## CRT - Ejemplo 1

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar empleados cuyo salario es mayor a \$22.000

# CRT - Ejemplo 1

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar empleados cuyo salario es mayor a \$22.000

$\{t \mid t \in EMPLEADO \wedge t.Salario > \$22.000\}$

# CRT - Expresiones del CRT

## Expresión General

$$\{t \mid \text{COND}(t)\}$$

donde

- $t$  es una variables de tipo tupla
- $t$  es la única variable libre de la expresión
- **COND** es una fórmula bien formada de CRT

# CRT - Fórmula bien formada

# CRT - Fórmula bien formada

- Una fórmula bien formada puede estar compuesta por alguno de los siguientes **predicados atómicos**:

1  $r \in R$

Ejemplo:  $r \in EMPLEADO$

2  $r.A \text{ op } s.B$

Ejemplo:  $r.Depto = s.IDD$

3  $r.A \text{ op } c \quad (c \text{ op } r.A)$

Ejemplo:  $r.Salario > \$22.000$

donde  $R$  es una relación,  $r$  y  $s$  son variables de tipo tupla,  $A$  y  $B$  son atributos asociados a  $r$  y a  $s$  respectivamente,  $c$  es un valor constante y **op** es un operador del conjunto  $\{=, <, \leq, >, \geq, \neq\}$



# CRT - Fórmula bien formada

- Una fórmula bien formada puede estar compuesta por alguno de los siguientes **predicados atómicos**:

1  $r \in R$

Ejemplo:  $r \in EMPLEADO$

2  $r.A \text{ op } s.B$

Ejemplo:  $r.Depto = s.IDD$

3  $r.A \text{ op } c \quad (c \text{ op } r.A)$

Ejemplo:  $r.Salario > \$22.000$

donde  $R$  es una relación,  $r$  y  $s$  son variables de tipo tupla,  $A$  y  $B$  son atributos asociados a  $r$  y a  $s$  respectivamente,  $c$  es un valor constante y **op** es un operador del conjunto  $\{=, <, \leq, >, \geq, \neq\}$

- Cada predicado atómicos tiene un **valor de verdad (verdadero o falso)**
  - 1 Si  $r$  toma el valor de una tupla que pertenece a la relación  $R$ , entonces el predicado es *verdadero*; caso contrario es *falso*
  - 2 y 3 si el valor que toman los atributos de  $r$  (y  $s$ ) satisfacen la condición, entonces el predicado es *verdadero*; caso contrario es *falso*

# CRT - Fórmula bien formada

- Una fórmula bien formada se define recursivamente de la siguiente manera:
  - 1 Todo predicado atómico es una fórmula
  - 2  $(F_1 \wedge F_2)$ ,  $(F_1 \vee F_2)$ ,  $(\neg F_1)$  son fórmulas, donde  $F_1$  y  $F_2$  son fórmulas. Su valor de verdad es:
    - 1  $(F_1 \wedge F_2)$  es verdadera si  $F_1$  y  $F_2$  son verdaderas; si no es falsa
    - 2  $(F_1 \vee F_2)$  es verdadera si  $F_1$  o  $F_2$  son verdaderas; si no es falsa
    - 3  $(\neg F_1)$  es verdadera si  $F_1$  es falsa; caso contrario es falsa
  - 3  $(\exists r)(F)$ . Si  $F$  es una fórmula en la que la variable de tipo tupla  $r$  aparece al menos una vez de manera libre, entonces  $(\exists r)(F)$  es una fórmula.  
 $(\exists r)(F)$  es verdadera si, para algún valor de  $r$ , cuando es reemplazado en todas las ocurrencias libres de  $r$  en  $F$ , hace que el valor de verdad de la fórmula sea verdadera; caso contrario es falsa
  - 4  $(\forall r)(F)$ . Si  $F$  es una fórmula en la que la variable de tipo tupla  $r$  aparece al menos una vez de manera libre, entonces  $(\forall r)(F)$  es una fórmula.  
 $(\forall r)(F)$  es verdadera si cada valor de  $r$ , cuando es reemplazado en todas las ocurrencias libres de  $r$  en  $F$ , hace que el valor de verdad de la fórmula sea verdadera; caso contrario es falsa

## CRT - Ejercicio 1

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar nombre y salario de aquellos empleados que trabajan en el Departamento de Recursos Humanos

# CRT - Ejercicio 1

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar nombre y salario de aquellos empleados que trabajan en el Departamento de Recursos Humanos

$\{ t \mid (\exists e)(\exists d) (e \in EMPLEADO \wedge d \in DEPARTAMENTO \wedge d.Detalle = 'RRHH' \wedge e.Depto = d.IDD \wedge t.Nombre = e.Nombre \wedge t.Salario = e.Salario) \}$

## Importante

- Sólomente se permite una variable libre:  $t$
- Los atributos que tendrán las tuplas devueltas son solamente los que aparecen alguna vez en la consulta

## CRT - Ejercicio 2

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar nombre, salario y nombre de Departamento de aquellos empleados que ganan más de \$15.000

## CRT - Ejercicio 2

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar nombre, salario y nombre de Departamento de aquellos empleados que ganan más de \$15.000

$$\{ t \mid (\exists e)(\exists d) (e \in EMPLEADO \wedge e.Salario > \$15.000 \wedge d \in DEPARTAMENTO \wedge e.Depto = d.IDD \wedge t.Nombre = e.Nombre \wedge t.Salario = e.Salario \wedge t.Departamento = d.Detalle) \}$$

## CRT - Ejercicio 3

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor

## CRT - Ejercicio 3

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor

$\{ t \mid (\exists e)(\exists s) (e \in EMPLEADO \wedge s \in EMPLEADO \wedge e.Supervisor=s.DNI \wedge t.Nombre=e.Nombre \wedge t.Supervisor=s.Nombre) \}$



## CRT - Ejercicio 3

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor  
 $\{ t \mid (\exists e)(\exists s) (e \in EMPLEADO \wedge s \in EMPLEADO \wedge e.Supervisor=s.DNI \wedge t.Nombre=e.Nombre \wedge t.Supervisor=s.Nombre) \}$
- Listar el nombre de cada empleado del Departamento de Investigación junto al de su supervisor

## CRT - Ejercicio 3

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar el nombre de cada empleado junto al de su supervisor  

$$\{t \mid (\exists e)(\exists s) (e \in EMPLEADO \wedge s \in EMPLEADO \wedge e.Supervisor=s.DNI \wedge t.Nombre=e.Nombre \wedge t.Supervisor=s.Nombre)\}$$
- Listar el nombre de cada empleado del Departamento de Investigación junto al de su supervisor  

$$\{t \mid (\exists e)(\exists s) (\exists d) (e \in EMPLEADO \wedge s \in EMPLEADO \wedge d \in DEPARTAMENTO \wedge d.Detalle='Investigacion' \wedge e.Supervisor=s.DNI \wedge e.Depto=d.IDD \wedge t.Nombre=e.Nombre \wedge t.Supervisor=s.Nombre)\}$$

## CRT - Ejercicio 4

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar el nombre de los empleados que trabajan en el Departamento de RRHH o su supervisor gana más de \$15.000

## CRT - Ejercicio 4

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Listar el nombre de los empleados que trabajan en el Departamento de RRHH o su supervisor gana más de \$15.000

$$\{ t \mid (\exists e)(e \in EMPLEADO \wedge$$

$$($$

$$(\exists d)(d \in DEPARTAMENTO \wedge e.Depto = d.IDD \wedge d.Detalle = "RRHH")$$

$$\vee$$

$$(\exists s)(s \in EMPLEADO \wedge e.Supervisor = s.DNI \wedge s.Salario > \$15.000)$$

$$) \wedge t.Nombre = e.Nombre \}$$

- En este caso, el **OR** funciona como el UNION

## CRT - Ejercicio 5

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Tarea: Listar el nombre de los empleados que no tienen Supervisor asignado

## CRT - Ejercicio 5

EMPLEADO

DNI	Nombre	Salario	Depto	Supervisor
20222333	Diego	\$20.000,00	IN	33456234
33456234	Laura	\$25.000,00	IN	
45432345	Marina	\$10.000,00	IN	33456234
12323212	Beatriz	\$12.000,00	RH	12323212
34323232	Pedro	\$17.000,00	RH	
11232123	María	\$55.000,00	GG	

DEPARTAMENTO

IDD	Detalle
IN	Investigación
RH	RRHH
GG	Gerencia Gral.

- Tarea: Listar el nombre de los empleados que no tienen Supervisor asignado

$\{ t \mid (\exists e)(e \in EMPLEADO \wedge (\forall s) (s \in EMPLEADO \implies e.Supervisor \neq s.DNI) \wedge t.Nombre = e.Nombre) \}$

# CRT - Equivalencias

Algunas equivalencias útiles

$(\forall x) (P(x))$	$\equiv$	$\neg (\exists x) (\neg (P(x)))$
$(\exists x) (P(x))$	$\equiv$	$\neg (\forall x) (\neg (P(x)))$
$(\forall x) (P(x) \wedge Q(x))$	$\equiv$	$\neg (\exists x) (\neg (P(x)) \vee \neg (Q(x)))$
$(\forall x) (P(x) \vee Q(x))$	$\equiv$	$\neg (\exists x) (\neg (P(x)) \wedge \neg (Q(x)))$
$(\exists x) (P(x) \vee Q(x))$	$\equiv$	$\neg (\forall x) (\neg (P(x)) \wedge \neg (Q(x)))$
$(\exists x) (P(x) \wedge Q(x))$	$\equiv$	$\neg (\forall x) (\neg (P(x)) \vee \neg (Q(x)))$
$(\forall x) (P(x)) \implies (\exists x) (Q(x))$	$\equiv$	$\neg (\exists x) (Q(x)) \implies \neg (\forall x) (P(x))$

# CRT - Expresiones Seguras

- **Expresión Segura.** En Cálculo Relacional es aquella que garantiza producir una cantidad finita de tuplas como resultado. Caso contrario se denomina **Expresión Insegura**
- Ejemplo:  $\{t \mid \neg (t \in EMPLEADO)\}$  es una **Expresión Insegura** porque produce una cantidad infinita de tuplas: Todo el **universo** de posibles empleados que no forman parte de la relación *EMPLEADO*



# CRT - Expresiones Seguras

- **Expresión Segura.** En Cálculo Relacional es aquella que garantiza producir una cantidad finita de tuplas como resultado. Caso contrario se denomina **Expresión Insegura**
- Ejemplo:  $\{t \mid \neg (t \in EMPLEADO)\}$  es una **Expresión Insegura** porque produce una cantidad infinita de tuplas: Todo el **universo** de posibles empleados que no forman parte de la relación *EMPLEADO*
- **Dominio de una Expresión del CRT.** Sea  $E$  una expresión del CRT,  $dom(E)$  es el conjunto de valores que aparecen tanto a) como valores constantes en  $E$ , como b) los valores pertenecientes a cualquier atributo de cualquier tupla de las relaciones mencionadas en  $E$
- Ejemplo:  $dom(\{t \mid (t \in EMPLEADO)\})$  es el conjunto de todos los valores que toman los atributos en todas las tuplas de la relación *EMPLEADO*

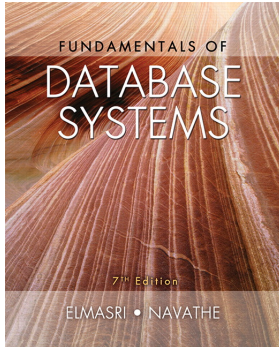
# CRT - Expresiones Seguras

- **Expresión Segura.** En Cálculo Relacional es aquella que garantiza producir una cantidad finita de tuplas como resultado. Caso contrario se denomina **Expresión Insegura**
- Ejemplo:  $\{t \mid \neg (t \in EMPLEADO)\}$  es una **Expresión Insegura** porque produce una cantidad infinita de tuplas: Todo el **universo** de posibles empleados que no forman parte de la relación *EMPLEADO*
- **Dominio de una Expresión del CRT.** Sea  $E$  una expresión del CRT,  $dom(E)$  es el conjunto de valores que aparecen tanto a) como valores constantes en  $E$ , como b) los valores pertenecientes a cualquier atributo de cualquier tupla de las relaciones mencionadas en  $E$
- Ejemplo:  $dom(\{t \mid (t \in EMPLEADO)\})$  es el conjunto de todos los valores que toman los atributos en todas las tuplas de la relación *EMPLEADO*
- **Definición alternativa.** Una **Expresión** es **Segura** si todos los valores en el resultado son parte del dominio de la expresión
- **Observación.** Notar que el resultado de  $\{t \mid \neg (t \in EMPLEADO)\}$  es una **Expresión Insegura**, ya que incluye valores por fuera de los incluidos en la relación *EMPLEADO*. Dichos valores no pertenecen al dominio de la expresión
- **Expresividad.** CRT restringido a expresiones seguras es equivalente en poder de expresividad al Álgebra Relacional básica

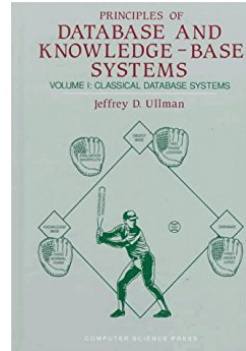
# DRC - Cálculo Relacional de Dominio

- **CRT**. Utiliza tuplas a modo de variables
- **CRD**. Utiliza atributos a modo de variables
- **Expresividad**. **CRD** tiene el mismo poder de expresividad que **CRT**

## CRT - Bibliografía



Capítulo 8 (a partir de sección 8.6)  
Elmasri/Navathe - **Fundamentals of Database Systems, 7th Edition**  
Pearson, 2015.



Capítulo 3 (a partir de sección 3.8)  
Ullman - **Principles of Database and Knowledge-Base Systems**  
Computer Science Press, 1988