

# Qué \$#%\\*& es una demostración?

---

Eric Brandwein

2025-08-22

Cubaweek

# Qué $\$ \# \% \backslash * \&$ es una demostración?

Una secuencia de aplicaciones de axiomas y teoremas.

# Ejemplos

---

**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.*

$$\begin{aligned}(a + 0) + c = a + (c + 0) &\Leftrightarrow (a) + c = a + (c + 0) \rightarrow \text{por axioma de la suma de 0.} \\ &\Leftrightarrow a + c = a + (c + 0) \rightarrow \text{por regla de paréntesis extra.} \\ &\Leftrightarrow a + c = a + (c) \rightarrow \text{por axioma de la suma de 0.} \\ &\Leftrightarrow a + c = a + c \rightarrow \text{por regla de paréntesis extra.} \\ &\Leftrightarrow \text{True} \rightarrow \text{por identidad de términos.}\end{aligned}$$

□

**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.*

```
import Mathlib.Data.Real.Basic
```

```
example (a c : Nat) : (a + 0) + c = a + (c + 0) := by
  rewrite [add_zero] -- a + c = a + (c + 0)
  rewrite [add_zero] -- a + c = a + c
```



**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.*

```
import Mathlib.Data.Real.Basic
```

```
example (a c : Nat) : (a + 0) + c = a + (c + 0) := by
  rewrite [add_zero] -- a + c = a + (c + 0)
  rewrite [add_zero] -- a + c = a + c
```



Podemos correr la demo [acá](#).

**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.* Nótese que  $a$  sumado a  $c$  es equivalente a sí mismo. Luego, por axioma de suma de cero, podemos sumar un cero a la  $a$  de la izquierda, y sumar un cero a la  $c$  de la izquierda, y obtener el enunciado del teorema. □



**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.* Vale por propiedades básicas de la aritmética.



**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.* Vale por propiedades básicas de la aritmética.



Esto es **más difícil** de pasar a algo formal.

# **Cosas Malas en Demos**

---

**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.* Vale porque todo natural es positivo.



**Teorema 1**  $(a + 0) + c = a + (c + 0)$ .

*Demostración.* Como todo natural es positivo, la suma de  $a$  con 0 es igual a  $a$ , y lo mismo con  $c$ . □

1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.

1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.
2. Deducir algo verdadero usando las hipótesis incorrectas.

1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.
2. Deducir algo verdadero usando las hipótesis incorrectas.
3. No contemplar todos los casos.



1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.
2. Deducir algo verdadero usando las hipótesis incorrectas.
3. No contemplar todos los casos.
4. Falta de formalismo, o sea, decir los pasos muy por arriba.

1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.
2. Deducir algo verdadero usando las hipótesis incorrectas.
3. No contemplar todos los casos.
4. Falta de formalismo, o sea, decir los pasos muy por arriba.
5. Terminar demostrando otra cosa.

1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.
2. Deducir algo verdadero usando las hipótesis incorrectas.
3. No contemplar todos los casos.
4. Falta de formalismo, o sea, decir los pasos muy por arriba.
5. Terminar demostrando otra cosa.
6. Que no se entienda nada, i.e. errores de escritura (ambigüedad, gramática, caligrafía, palabras raras o frases largas).

# Errores comunes

1. Deducir algo falso usando mal las conclusiones de un teorema/axioma/definición.
2. Deducir algo verdadero usando las hipótesis incorrectas.
3. No contemplar todos los casos.
4. Falta de formalismo, o sea, decir los pasos muy por arriba.
5. Terminar demostrando otra cosa.
6. Que no se entienda nada, i.e. errores de escritura (ambigüedad, gramática, caligrafía, palabras raras o frases largas).

7. Repetir lo que dijiste antes para darle más «fuerza».

Muy parecido a **debuggear un programa**.

*Ejercicio.* Entren a la materia que más les guste de <https://cubawiki.com.ar> (álgebra, análisis, Algo 2, Algo 3) y busquen cualquier demo de un alumno. Traten de ver qué errores de estos tienen.

# Recomendaciones

---

- Pasen las ideas a definiciones formales.



# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.
- Usen expresiones estándar.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.
- Usen expresiones estándar.
- Lean muchas demos bien escritas del área.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.
- Usen expresiones estándar.
- Lean muchas demos bien escritas del área.
- Practiquen, practiquen, practiquen.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.
- Usen expresiones estándar.
- Lean muchas demos bien escritas del área.
- Practiquen, practiquen, practiquen.
- Muestren sus demos a sus compañeros y a los profes.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.
- Usen expresiones estándar.
- Lean muchas demos bien escritas del área.
- Practiquen, practiquen, practiquen.
- Muestren sus demos a sus compañeros y a los profes.
- Lean sus demos de nuevo, y corrijan los errores que tuvieron.

# Recomendaciones

- Pasen las ideas a definiciones formales.
- Sépanse los axiomas y teoremas comunes del área.
- Ante la duda, háganlo más riguroso.
- Usen expresiones estándar.
- Lean muchas demos bien escritas del área.
- Practiquen, practiquen, practiquen.
- Muestren sus demos a sus compañeros y a los profes.
- Lean sus demos de nuevo, y corrijan los errores que tuvieron.
- **Escriban bien, loco.**



Agarren la demo que encontraron antes que tenía el error y escríbanla de cero. Hagan muchas versiones, y hagan que cada versión sea más formal que la anterior, hasta llegar a una versión casi completamente formalizada.

- El libro de demostraciones de Fede Lebrón.
- <https://users.metu.edu.tr/serge/courses/111-2011/textbook-math111.pdf>
- <https://longformmath.com/proofs-book/>
- Libros de texto del área que estén estudiando.