

Pràctica 5. Equacions lineals d'ordre n .

Equacions Diferencials i Modelització I

29 de novembre de 2023

0 Àlgebra lineal amb Sage

Per fer aquesta pràctica necessitareu algunes instruccions bàsiques d'àlgebra lineal amb Sage. Per construir una matriu farem:

```
A=matrix(QQ,[[1,-1,4],[3,2,-1],[2,1,-1]]);
```

Un cop construïda la matriu, podem calcular-ne el determinant, el polinomi característic i els valors i vectors propis amb les instruccions:

```
A.determinant();  
A.charpoly();  
A.eigenvalues();  
A.eigenvectors_right();
```

1 Equacions d'ordre n

Donada l'equació d'ordre 3

$$x''' - 5x'' + 8x' - 6x = t \sin(t) + 2e^t \cos(t) - 3e^{3t} \sin(2t).$$

- Dóna un sistema equivalent d'equacions diferencials d'ordre 1.
- Quin és el polinomi característic de la matriu associada?
- A partir del polinomi anterior troba solucions linealment independents de l'equació homogènia, $x''' - 5x'' + 8x' - 6x = 0$.
- Troba la solució de l'equació homogènia d'ordre 3 i, a partir d'aquesta, quina és la solució del sistema d'equacions homogeni.
- Recupera els vectors propis de la matriu a partir de la solució de l'apartat anterior.
- Quina és l'equació diferencial homogènia a coeficients constants d'ordre mínim del qual $t \sin(t)$ és una solució.
- Aprofita la solució de l'apartat anterior per a resoldre $x''' - 5x'' + 8x' - 6x = t \sin(t)$, trobant una equació homogènia que la contingui.
- O bé calcula aquesta solució alternativa per variació de paràmetres.
- Fes el mateix per l'equació $x''' - 5x'' + 8x' - 6x = e^t \cos(t)$.
- A partir de les solucions dels apartats anteriors troba les solucions de l'equació inicial.
- De les solucions de l'apartat anterior, quina és la solució que compleix $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$, $x''(0) = 1$?

2 INFORME:

Tasques a fer:

Donades les funcions $x_1(t) = e^{2t}$, $x_2(t) = 2e^{3t}$, $x_3(t) = 3e^{7t}$, $x_4(t) = 7e^{4t} \sin(2t)$, $x_5(t) = -e^{-4t} \cos(2t)$, $x_6(t) = 4t^2 e^{3t} \sin(4t)$ i $x_7(t) = 5t^4 e^{3t} \sin(4t)$.

- (a) Troba l'equació diferencial lineal de coeficients constants homogènia d'ordre mínim que té x_1 , x_2 i x_3 com a solucions.
- (b) Fes el mateix que a l'apartat anterior amb x_4 , x_5 .
- (c) Troba l'equació diferencial lineal de coeficients constants no homogènia d'ordre mínim que té x_1 , x_2 i x_3 com a solucions de l'equació homogènia i x_4 de la no homogènia.
- (d) Fes el mateix que a l'apartat anterior però amb x_4, x_5, x_6, x_7 i x_1 , respectivament.

Mantenim que es pugui fer en grups de fins a tres persones.

Data límit d'entrega: 18 de desembre de 2023.