Anàlisi de Dades Financeres

Universitat Autònoma de Barcelona

Entrega 3

Informe

Abril Pérez Martí - 1600601

Arnau Perich Iglesias - 1603567

Eric Jiménez Barril - 1599092

Joan González Martínez - 1597201

Laia Escursell Rof - 1600578

3 de novembre del 2023

Exercici 1:

Completa el següent qüestionari:

a) **Anoteu la funció de pagament en fórmules.**

b) **Feu una gràfica de la funció de pagament sense la prima.**

c) **Feu una gràfica dels beneficis per a primes arbitràries.**

d) **Investigueu i expliqueu amb les vostres pròpies paraules la raó financera de l'estratègia.**

per cadascuna de les estratègies d'opcions següents:

- **Bull and Bear Spreads**
  - Bull Spread: Comprar un *100 Call* i vendre *120 Call*.
  - Bear Spread: Vendre un *100 Put* i comprar un *120 Put*.
- **Covered Call and Puts**
  - Covered Call: Supossem que anem en llarg a les accions subjacents, i desprès vendre un *110 Call*.
  - Covered Put: Supossem que anem en curt a les accions subjacents, i desprès vendre vendre *90 Put*.
- **Collar:** Supossem que és llarg a les accions subjacents, i desprès vendre un *110 Call* i després vendre un *90 Put*.
- **Butterflies and Condors**
  - Butterflies: Comprar un *90 Call*, vendre dos *100 Call* i comprar un *110 Call*.
  - Condors: Comprar un *90 Call*, vendre un *100 Call*, vendre un *110 Call* i comprar un *110 Call*.

Abans de començar l'exercici, escriurem les funcions de pagament del les diferents opcions financeres amb les que treballarem en aquest exercici: comprar un *Call*, vendre un *Call*, comprar un *Put*, vendre un *Put*, anar en curt i anar en llarg. Recordem que la funció de pagament d'una opció són els guanys o pèrdues que experimenta el titular de l'opció en el moment de venciment d'aquesta. Considerarem que aquestes opcions són totes sobre un mateix actiu que a dia d'avui té un valor de 100 i que totes tenen un venciment T. També suposarem, per simplicitat, que el tipus d'interès r és 0. Denotarem les funcions de pagament per $V(S_T)$, on S_T és el valor del nostre actiu a la data de venciment. Les podem trobar a continuació:

1. La funció de pagament de la compra d'un K *Call* amb prima P és:
$$V(S_T) = \max(S_T - K, 0) - P$$
2. La funció de pagament de la venta d'un K *Call* amb prima P és:
$$V(S_T) = P - \max(S_T - K, 0)$$
3. La funció de pagament de la compra d'un K *Put* amb prima P és:
$$V(S_T) = \max(K - S_T, 0) - P$$
4. La funció de pagament de la venta d'un K *Put* amb prima P és:
$$V(S_T) = P - \max(0, K - S_T)$$
5. La funció de pagament d'anar en curt és:
$$V(S_T) = K - S_T$$
6. La funció de pagament d'anar en llarg és:
$$V(S_T) = S_T - K$$

Cas 1: Bull Spread

En aquesta estratègia, comprem un K_1 *Call* amb *strike* $K_1 = 100$ i prima $P_1 > 0$ i venem un K_2 *Call* amb *strike* $K_2 = 120$ i prima $P_2 > 0$.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 2) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les dues opcions (Figura 1), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = \max(S_T - 100, 0) - \max(S_T - 120, 0)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 0 & S_T \leq 100 \\ S_T - 100 & 100 \leq S_T \leq 120 \\ 20 & S_T \geq 120 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

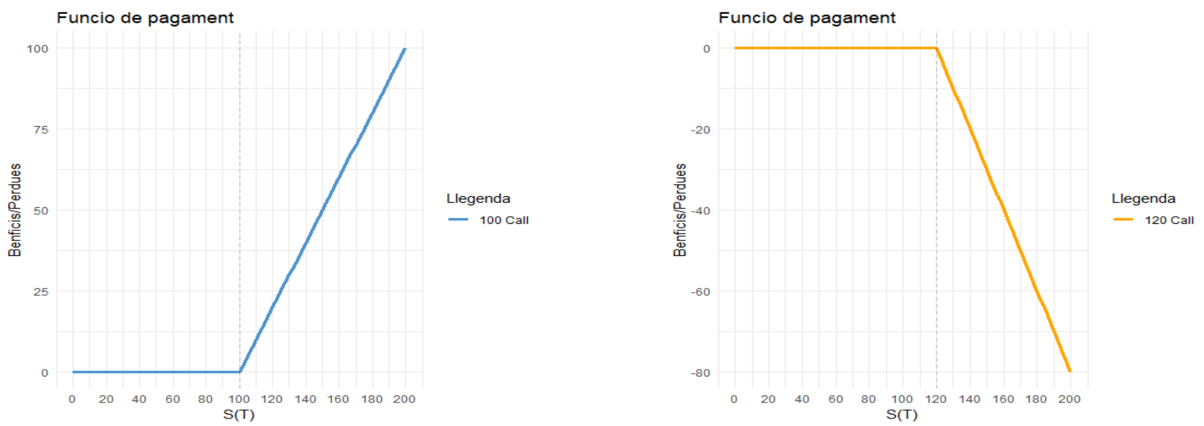

Figura 1: Representació sense primes de la funció de pagament de la compra d'un *100 Call* (esquerra) i de la venta d'un *120 Call* (dreta).

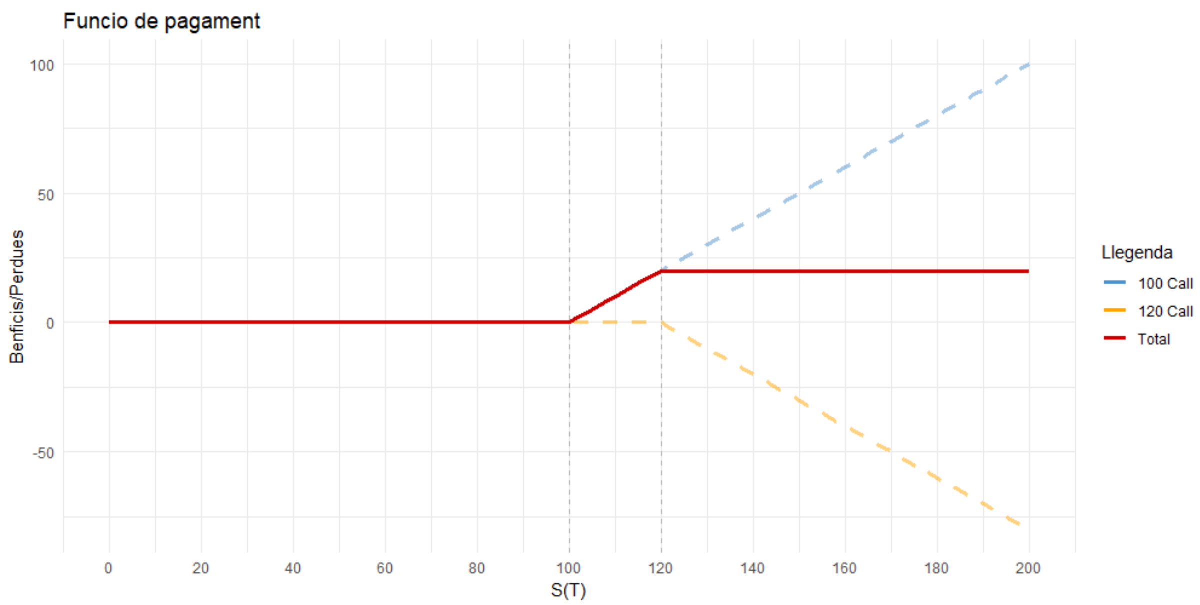

Figura 2: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Bull Spread* (vermell). En blau, la funció de pagament de la compra d'un *100 Call*. En taronja, la funció de pagament de venta d'un *120 Call*.

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 3) es resumeixen en:

$$V(S_T) = [\max(S_T - 100, 0) - P_1] + [P_2 - \max(S_T - 120, 0)]$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} P_2 - P_1 & S_T \leq 100 \\ S_T - 100 + P_2 - P_1 & 100 \leq S_T \leq 120 \\ 20 + P_2 - P_1 & S_T \geq 120 \end{cases}$$

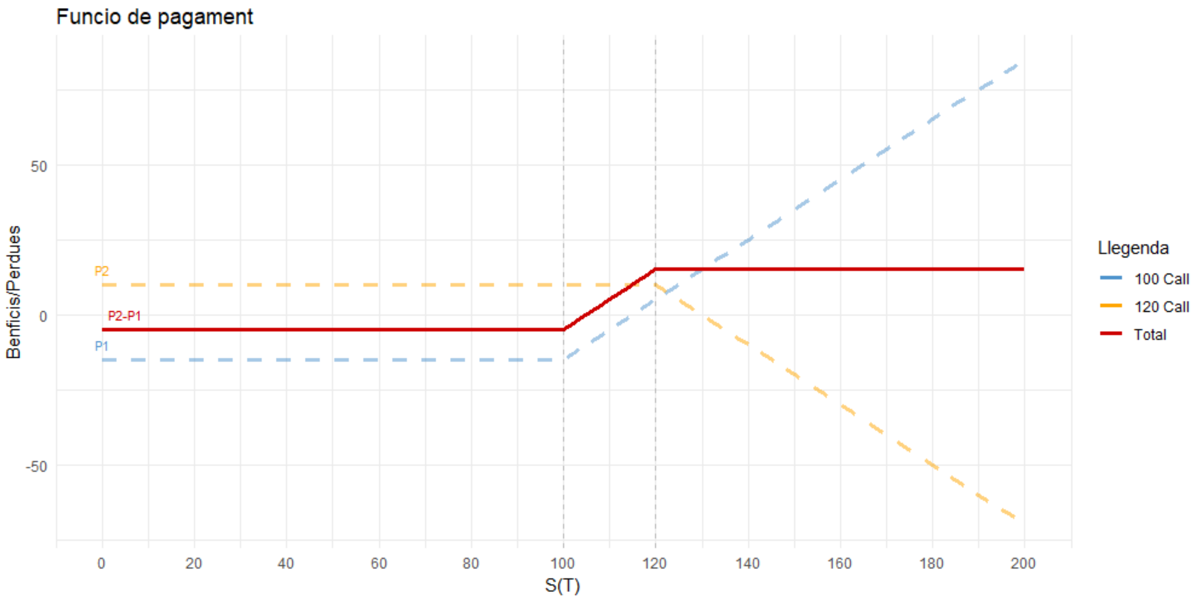

Figura 3: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 2, però ara considerant les primes dels dos *Call*.

Raó financera de l'estratègia

En primer lloc, estudiem quina relació s'ha de complir entre les primes P_1 i P_2. Veiem que ambdues opcions són *calls*; aleshores, és lògic pensar que la prima que s'ha de pagar és major sobre el *100 Call* que sobre el *120 Call*, doncs permet adquirir l'actiu a un preu més baix. És a dir, en termes matemàtics tenim que $P_1 > P_2$, ja que $K_1 < K_2$. També cal notar que, perquè el moviment tingui sentit i no tinguem pèrdues en tots els casos, s'ha de complir que $20 + P_2 - P_1 > 0$.

Aquesta operació té sentit quan creiem que l'actiu pujarà el seu valor, *i.e.* $S_T > 100$, però no ho farà a més de 120, és a dir, $120 > S_T > 100$. El que fem llavors és comprar un *100 Call* i cobrir part del cost d'aquesta opció venent un *120 Call*. És a dir, estem sacrificant els potencials beneficis il·limitats que té un *100-Call* per cobrir els costos d'aquesta opció, reduint la inversió inicial, i en conseqüència, les possibles pèrdues de l'operació en cas de que el preu de l'actiu S en temps T sigui menor que 100. En resum, estem mitigant el possible risc que té la compra d'un *100 Call* a costa d'uns possibles beneficis majors.

Cas 2: Bear Spread

En aquesta estratègia, venem un K_1 *Put* amb *strike* $K_1 = 100$ i prima $P_1 > 0$. I comprem un K_2 *Put* amb *strike* $K_2 = 120$ i prima $P_2 > 0$.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 5) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les dues opcions (Figura 4), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = -\max(0, 100 - S_T) + \max(0, 120 - S_T)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 20 & S_T \leq 100 \\ 120 - S_T & 100 \leq S_T \leq 120 \\ 0 & S_T \geq 120 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

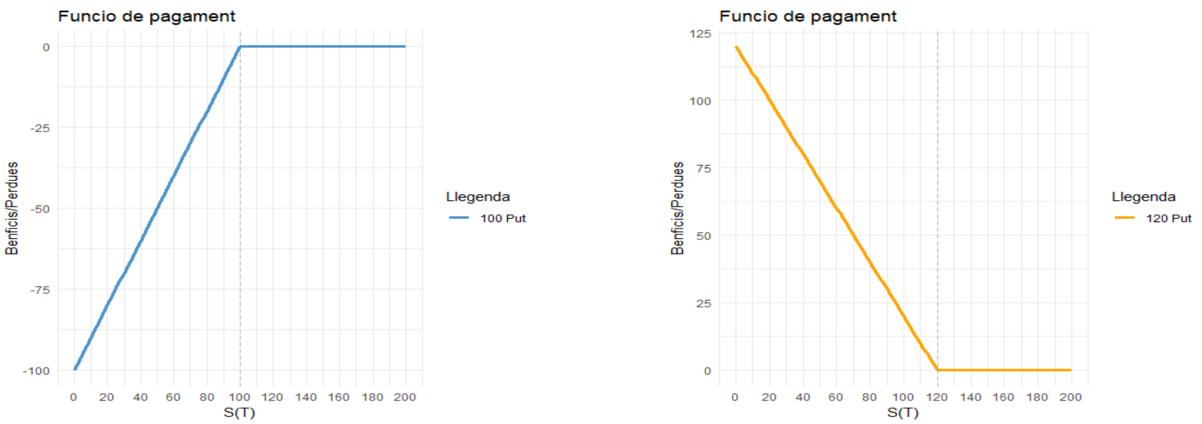

Figura 4: Representació sense primes de la funció de pagament de la venta d'un *100 Put* (esquerra) i de la compra d'un *120 Put* (dreta).

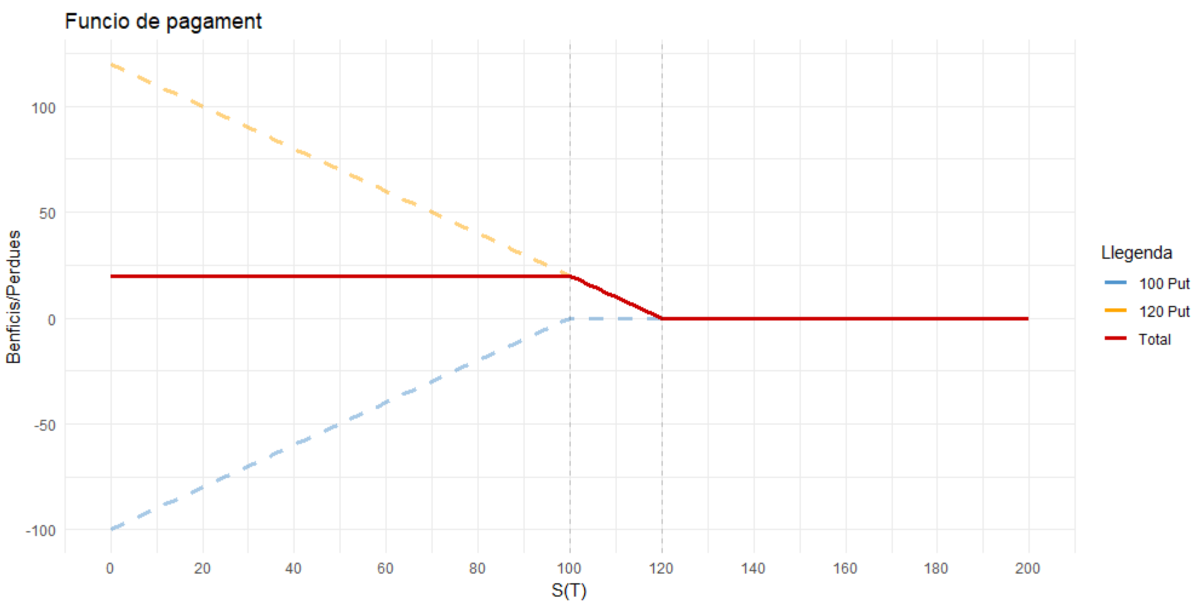

Figura 5: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Bear Spread* (vermell). En blau, la funció de pagament de la venta d'un *100 Put*. En taronja, la funció de pagament de la compra d'un *120 Put*.

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 6) es resumeixen en:

$$V(S_T) = [P_1 - \max(0, 100 - S_T)] + [\max(0, 120 - S_T) - P_2]$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 20 + P_1 - P_2 & S_T \leq 100 \\ 120 - S_T + P_1 - P_2 & 100 \leq S_T \leq 120 \\ P_1 - P_2 & S_T \geq 120 \end{cases}$$

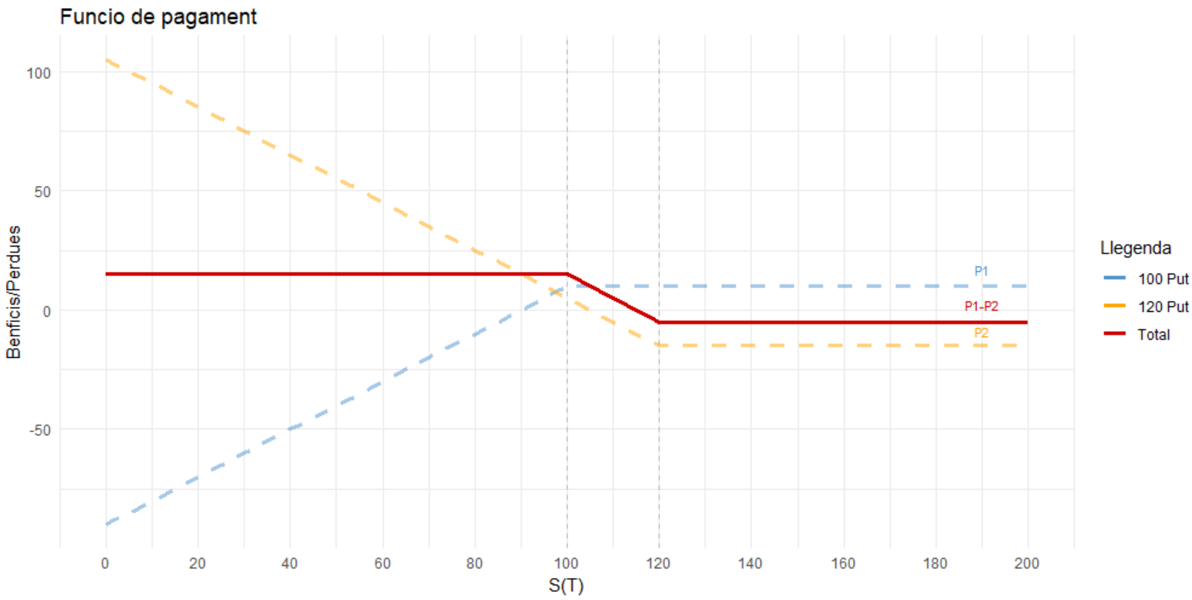

Figura 6: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 5, però ara considerant les primes dels dos *Put*.

Raó financera de l'estratègia

En primer lloc, estudiem quina relació s'ha de complir entre les primes P_1 i P_2. Veiem que ambdues opcions són *puts*; aleshores, és lògic pensar que la prima que s'ha de pagar és major sobre el *120 Put* que sobre el *100 Put*, doncs permet "obligar a algú a comprar" l'actiu a un preu més alt. És a dir, en termes matemàtics tenim que $P_2 > P_1$, ja que $K_2 > K_1$. També cal notar que, perquè el moviment tingui sentit i no tinguem pèrdues en tots els casos, s'ha de complir que $20 + P_1 - P_2 > 0$.

Aquesta operació té sentit quan creiem que el preu de l'actiu es mantindrà raonablement constant fins a la data de venciment. Per un costat, no farem aquesta operació si pensem que el preu de l'actiu superarà els 120 euros, ja que sinó no compraríem un *120 Put*. Aquesta opció, però, serà cara, doncs estem comprant una obligació de compra per 120 quan el preu actual de l'actiu és de 100. És per això que venem un *100 Put*, ja que tot i tenir-ne un preu més baix, ens ajudarà a reduir el cost de la compra del *120 Put* i les possibles pèrdues en cas de que el valor de l'actiu superi els 120. Notem, però, que si emetem un *100 Put* és perquè pensem que l'actiu no baixarà gaire de preu abans de la data de venciment, doncs estem renunciant als potencials beneficis que podríem obtenir si es donés el cas, gràcies al *120 Put*. En resum, estem mitigant el possible risc que té la compra d'un *120 Put* a costa d'uns possibles beneficis majors.

Cas 3: Covered Call

En aquesta estratègia, anem en llarg respecte l'actiu i venem un K *Call* amb *strike* $K = 110$ i prima $P > 0$.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 8) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les dues opcions (Figura 7), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = S_T - 100 - \max(S_T - 110, 0)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} S_T - 100 & S_T \leq 110 \\ 10 & S_T \geq 110 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

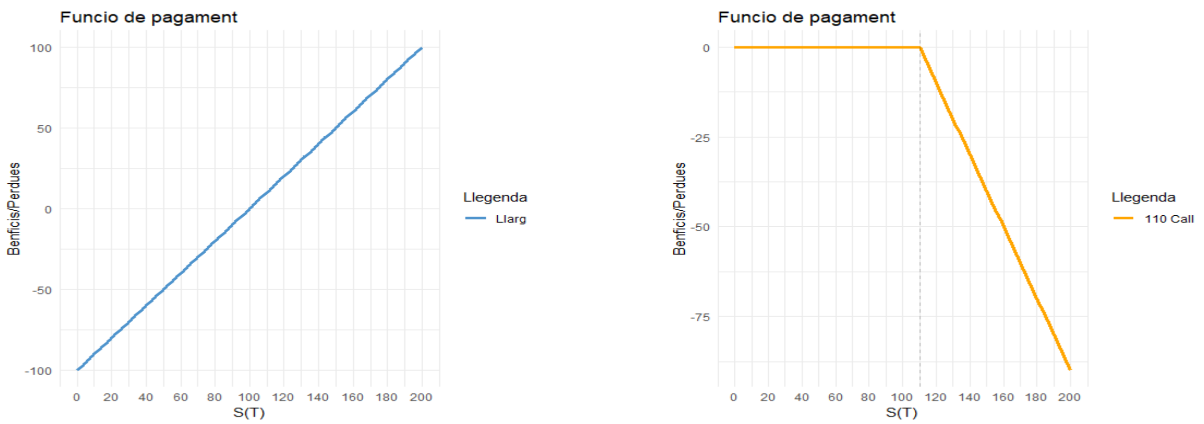

Figura 7: Representació sense primes de la funció de pagament d'anar en llarg (esquerra) i de la venta d'un *110 Call* (dreta).

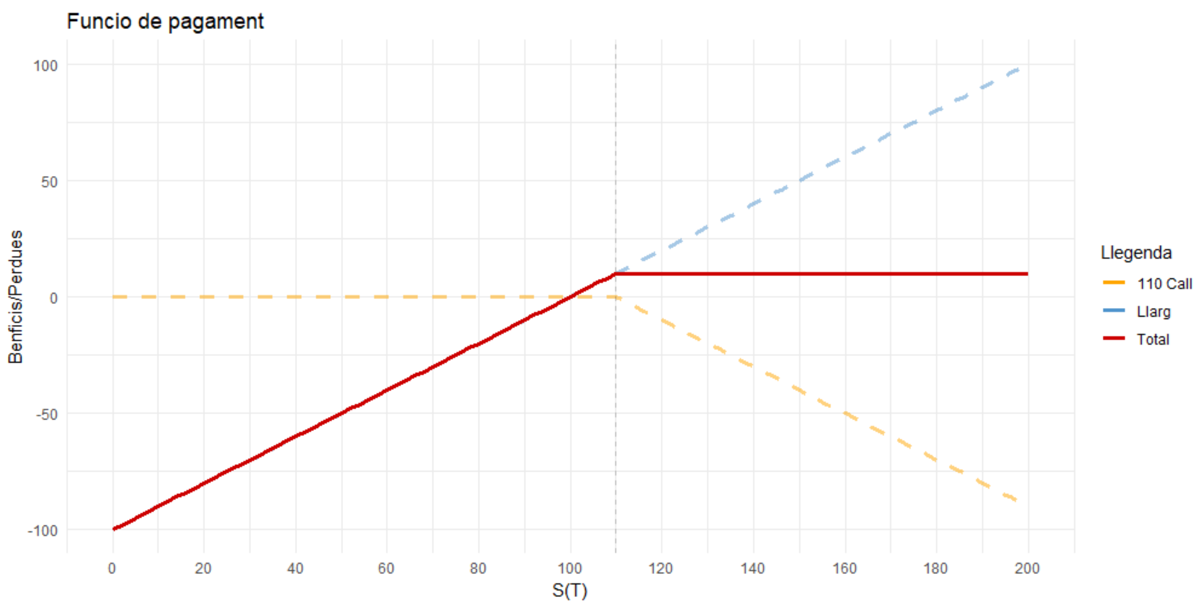

Figura 8: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Covered Call* (vermell). En blau, la funció de pagament d'anar en llarg. En taronja, la funció de pagament de la venta d'un *110 Call*.

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 9) es resumeixen en:

$$V(S_T) = S_T - 100 + P - \max(S_T - 110, 0)$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} S_T - 100 + P & S_T \leq 110 \\ 10 + P & S_T \geq 110 \end{cases}$$

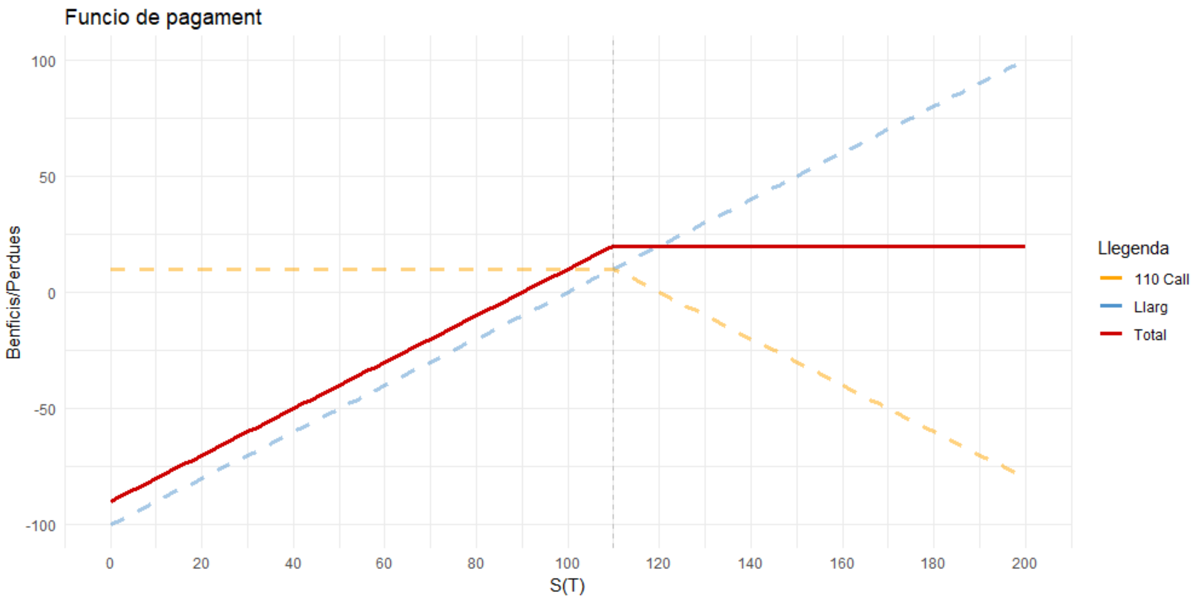

Figura 9: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 8, però ara considerant la prima del *Call*.

Raó financera de l'estratègia

Aquesta estratègia la portarem a terme quan creiem que el preu de l'actiu pujarà abans de la data de venciment però no gaire més de 110 euros; doncs estem anant en llarg, però venent un *110 Call*. Notem que, d'aquesta manera, si l'actiu puja a més de 110 euros només en guanyarem $10 + P_1$; però en cas que el valor final d'aquest sigui menor que 100 euros estem una mica coberts; en particular, no tindrem pèrdues fins que l'actiu baixi de $100 - P_1$ euros. Tot i així, no estem gens coberts en cas que l'actiu baixi de manera notable el seu valor, motiu pel qual hem d'estar considerablement segurs que això no passarà si volem optar per aquesta estratègia. En resum, aquesta estratègia la portarem a terme quan creiem que l'actiu pujarà lleugerament el seu valor i estem segurs que aquest no baixarà gaire; doncs no estem coberts d'aquest risc.

Cas 4: Covered Put

En aquesta estratègia, anem en curt respecte l'actiu i venem un K *Put* amb *strike* $K = 90$ i prima $P > 0$.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 11) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les dues opcions (Figura 10), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = 100 - S_T - \max(90 - ST, 0)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 10 & S_T \leq 90 \\ 100 - S_T & S_T \geq 90 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

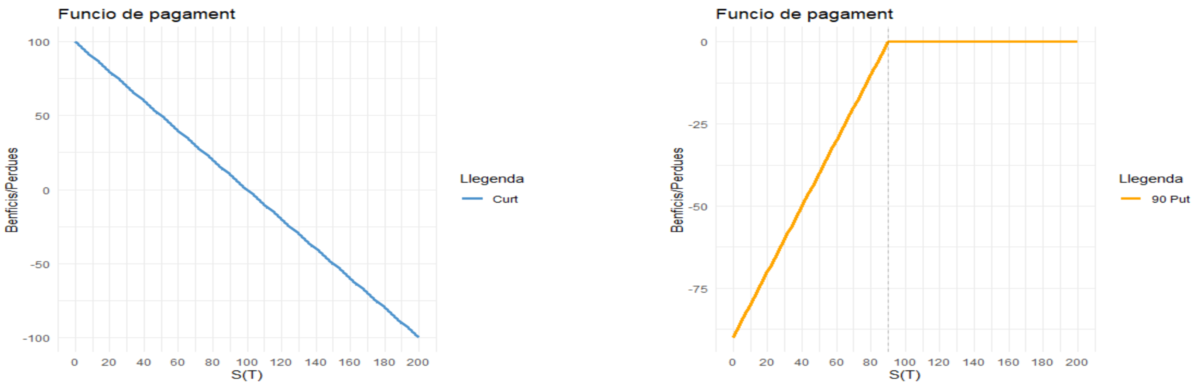

Figura 10: Representació sense primes de la funció de pagament d'anar en curt (esquerra) i de la venta d'un *90 Put* (dreta).

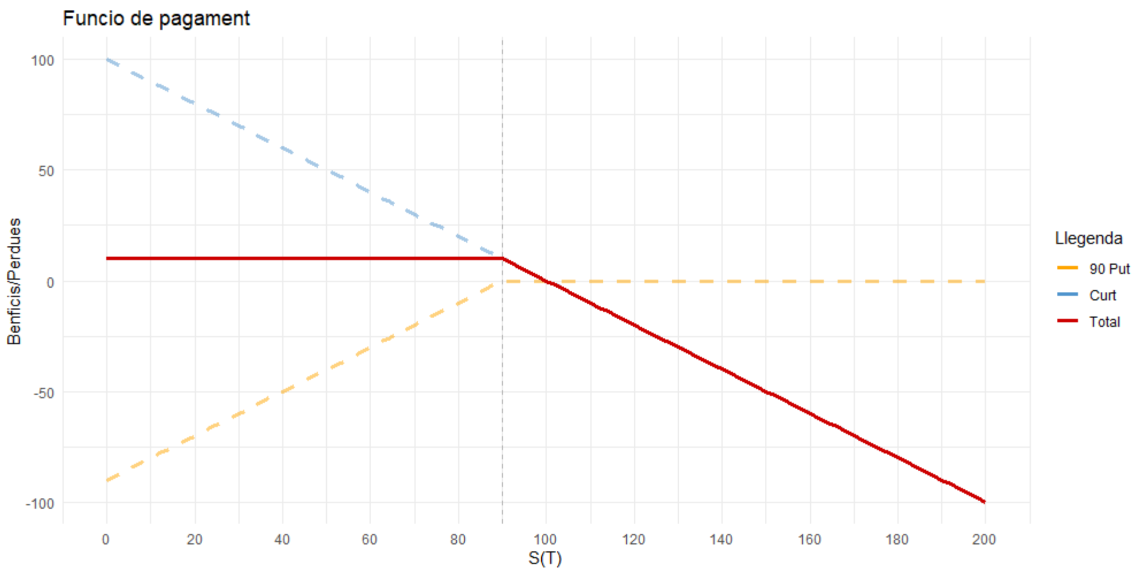

Figura 11: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Covered Put* (vermell). En blau, la funció de pagament d'anar en curt. En taronja, la funció de pagament de la venta d'un *90 Call.*

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 12) es resumeixen en:

$$V(S_T) = 100 - S_T + P - \max(90 - S_T, 0)$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 10 + P & S_T \leq 110 \\ 100 - S_T + P & S_T \geq 110 \end{cases}$$

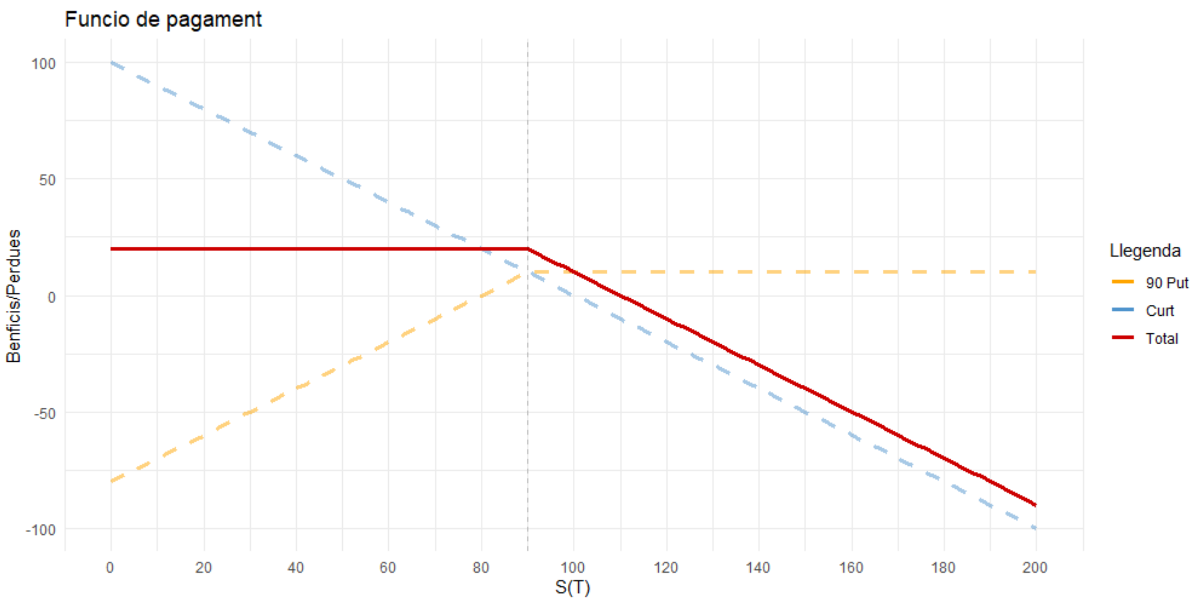

Figura 12: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 14, però ara considerant la prima del *Put*.

Raó financera de l'estratègia

Aquesta estratègia la portarem a terme quan creiem que el preu de l'actiu baixarà abans de la data de venciment però no gaire més de 90 euros; ja que estem anant en curt però venent un *90 Put*. Notem que, d'aquesta manera, si el valor de l'actiu baixa per sota dels 90 euros només en guanyarem $10 + P$; però en cas que el valor final d'aquest sigui major que 100 euros estem una mica protegits, doncs no tindrem pèrdues fins que l'actiu pugi de $100 + P$ euros. Tot i així, no estem gens coberts en cas de que l'actiu pugi de manera considerable el seu valor, motiu pel qual hem d'estar prou segurs que això no passarà si volem optar per aquesta estratègia. En resum, aquesta estratègia la portarem a terme quan creiem que l'actiu baixarà lleugerament el seu valor i estem segurs que aquest no pujarà gaire; doncs no estem coberts d'aquest risc.

Cas 5: Collar

En aquesta estratègia, anem en llarg respecte l'actiu, venem un un K_2 *Call* amb *strike* $K_2 = 110$ i prima $P_2 > 0$ i comprem un K_3 *Put* amb *strike* $K_3 = 90$ i prima $P_3 > 0$.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 14) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les tres opcions (Figura 13), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = S_T - 100 - \max(S_T - 110, 0) + \max(90 - S_T, 0)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} -10 & S_T \leq 90 \\ S_T - 100 & 90 \leq S_T \leq 110 \\ 10 & S_T \geq 110 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

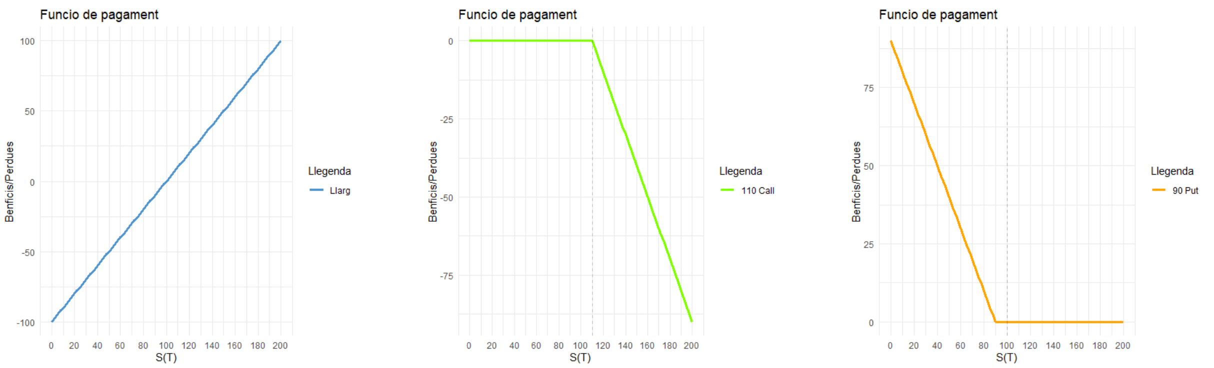

Figura 13: Representació sense primes de la funció de anar en llarg (esquerra), la venta d'un *110 Call* (al centre) i de la compra d'un *90 Put* (dreta).

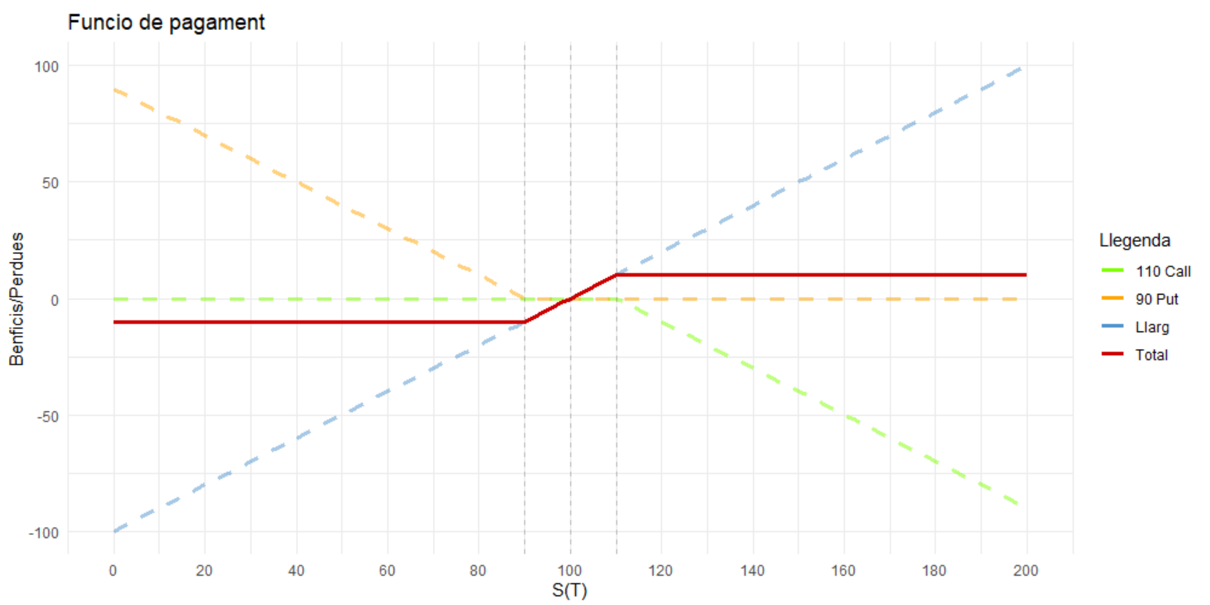

Figura 14: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Collar*. En blau, la funció de pagament d'anar en llarg. En verd, la funció de pagament de la venta d'un *110 Call*. En taronja, la funció de pagament de la compra d'un *90 Put*.

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 15) es resumeixen en:

$$V(S_T) = 100 - S_T + [P_2 - \max(90 - ST, 0)] + [\max(90 - S_T, 0) - P_3]$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} P_2 - P_3 - 10 & S_T \leq 90 \\ S_T - 100 + P_2 - P_3 & 90 \leq S_T \leq 110 \\ 10 + P_2 - P_3 & S_T \geq 110 \end{cases}$$

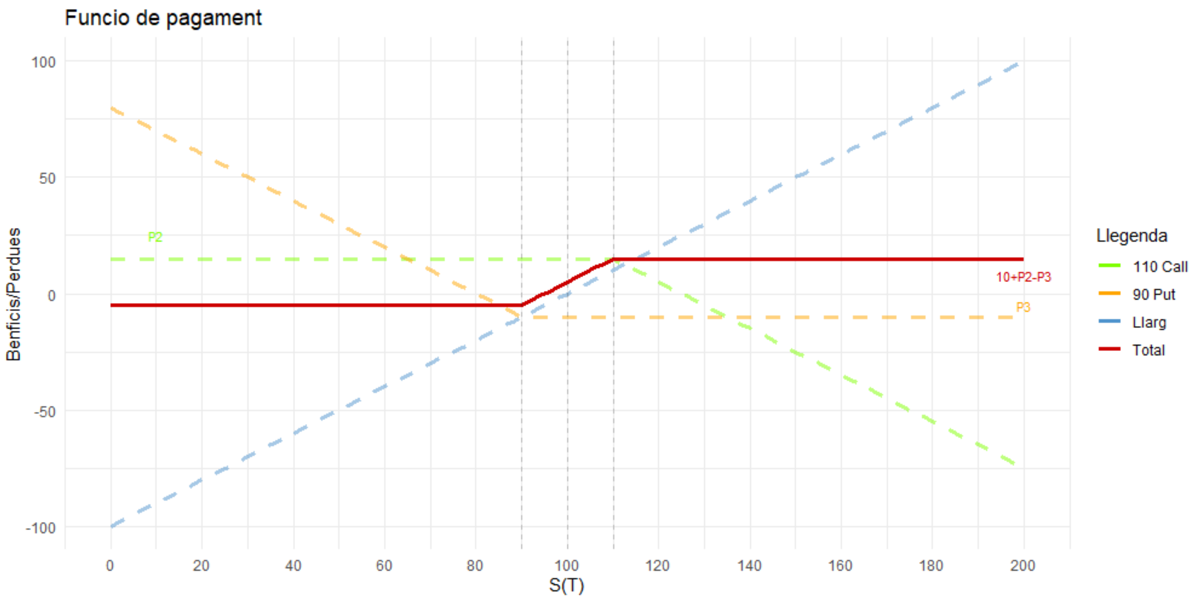

Figura 15: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 14, però ara considerant les primes del *Put* i el *Call*.

Raó financera de l'estratègia

En primer lloc, i tal com hem fet abans quan ens trobàvem amb diferents primes, estudiarem quines relacions s'han de complir entre aquestes per tal de que la nostra estratègia tingui sentit. **COMPLETAR...**

Per trobar sentit a aquesta estratègia, ens és útil adonar-nos que la podem pensar com l'estratègia *Covered Call* a la que hem afegit la compra d'un *90 Put*. Aleshores, tal i com hem explicat prèviament, la *Covered Call* és una estratègia que té sentit quan creiem que el valor de l'actiu pujarà però no gaire i estem prou segurs que no baixarà molt. Aquesta estratègia està exposada a un gran risc: que el preu de l'actiu caigui considerablement. Per això, és intel·ligent comprar un *90-Put*; doncs d'aquesta manera estem coberts en cas que el preu de l'actiu caigui. Aquesta protecció, però, no és gratuïta i ens costarà P_3 euros; de tal manera que els nostres potencials beneficis es veuran reduïts. Finalment, notem que abans ens podíem permetre que l'actiu baixés fins a $100 - P_2$ euros sense tenir pèrdues; ara aquest marge és més petit. En resum, aquesta estratègia té sentit quan creiem que el valor de l'actiu pujarà però no gaire i la podem pensar com un *Covered Call* però amb el risc que el valor de l'actiu baixi cobert.

Cas 6: Butterflies

En aquesta estratègia, comprem un *90 Call* amb prima $P_1 > 0$, venem dos *100 Call* amb prima $P_2 > 0$ i comprem un altre *110 Call* amb prima $P_3 > 0$.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 17) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les 4 opcions (Figura 16), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = \max(S_T - 90, 0) - 2\max(S_T - 100, 0) + \max(S_T - 110, 0)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 0 & S_T \leq 90 \\ S_T - 90 & 90 \leq S_T \leq 100 \\ 110 - S_T & 100 \leq S_T \leq 110 \\ 0 & S_T \geq 110 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

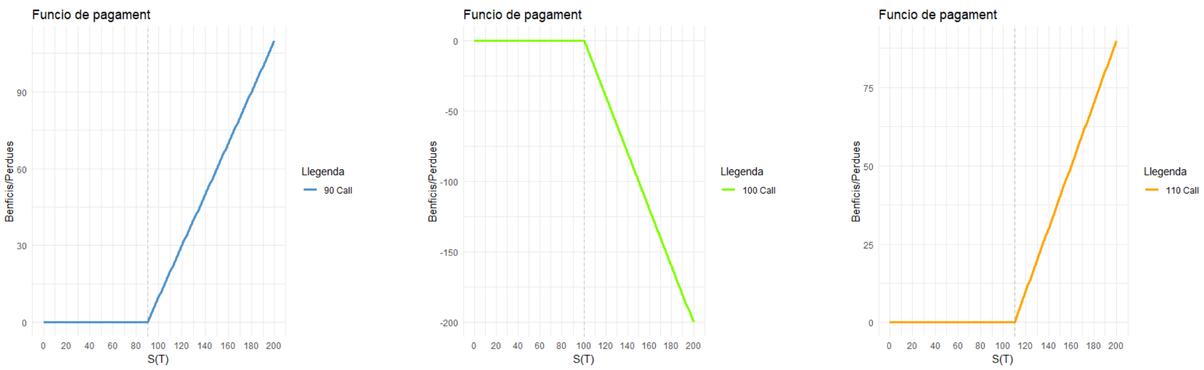

Figura 16: Representació sense primes de la funció de la compra d'un *90 Call* (esquerra), la venta d'un *100 Call* (al centre) i de la compra d'un *110 Call* (dreta).

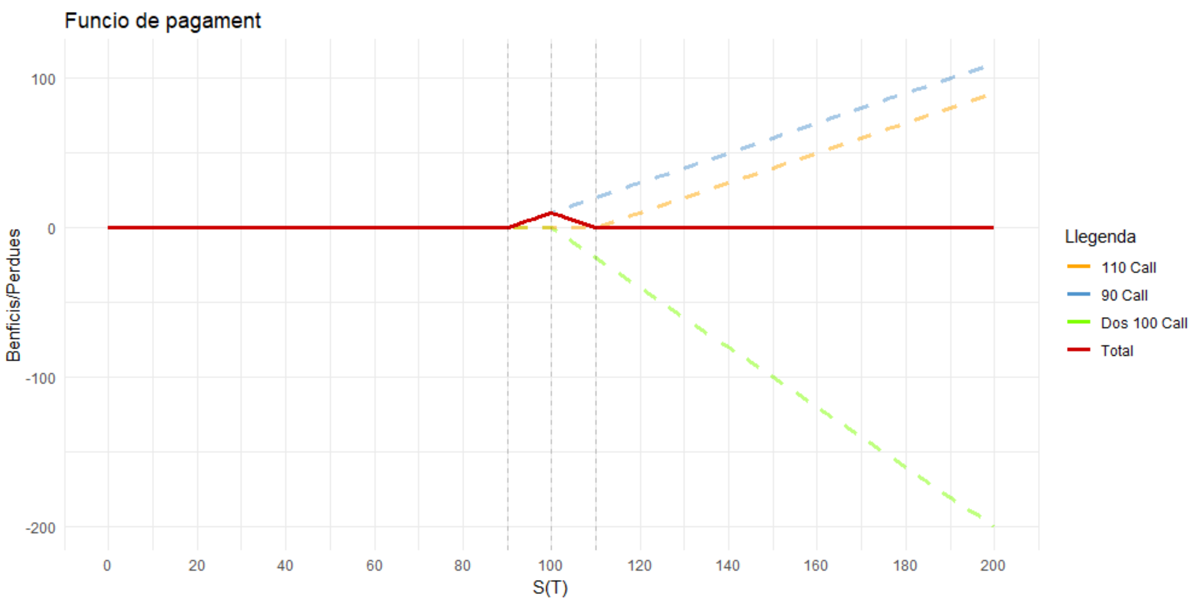

Figura 17: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Butterflies*. En blau, la funció de pagament de la compra d'un *90 Call*. En verd, la funció de pagament de la venta de dos *100 Call*. En taronja, la funció de pagament de la compra d'un *110 Call*.

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 18) es resumeixen en:

$$V(S_T) = \max(S_T - 90, 0) - P_1 + 2(P_2 - \max(S_T - 100, 0)) + \max(S_T - 110, 0) - P_3$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 2P_2 - P_1 - P_3 & S_T \leq 90 \\ S_T - 90 + 2P_2 - P_1 - P_3 & 90 \leq S_T \leq 100 \\ 110 - S_T + 2P_2 - P_1 - P_3 & 100 \leq S_T \leq 110 \\ 2P_2 - P_1 - P_3 & S_T \geq 110 \end{cases}$$

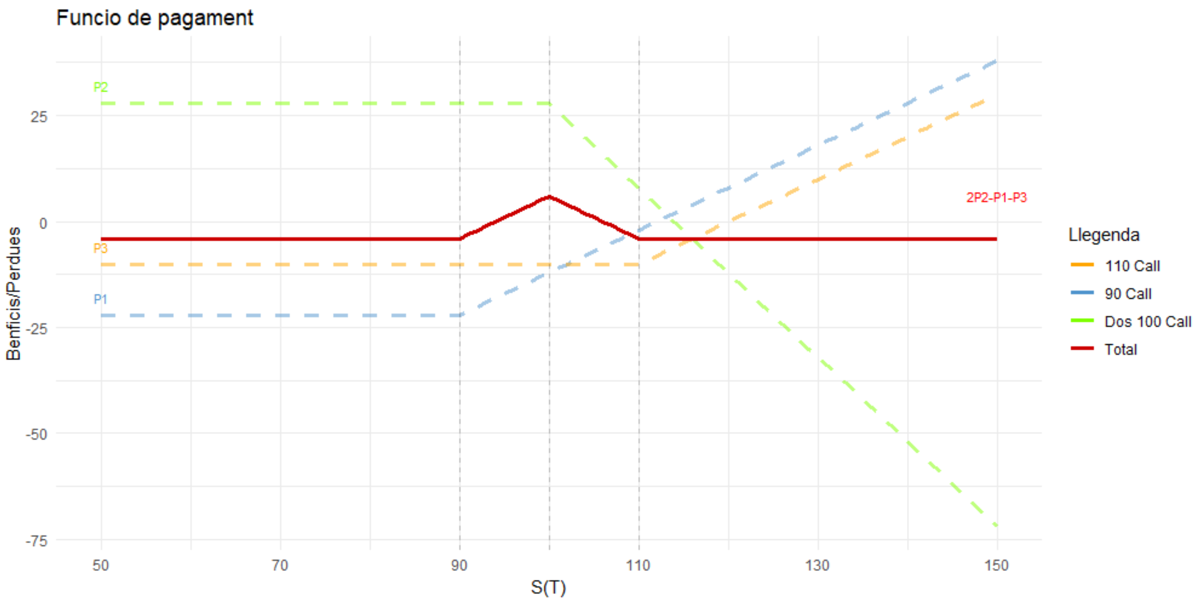

Figura 18: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 17, però ara considerant les primes dels quatre *Calls*.

Raó financera de l'estratègia

En primer lloc, estudiem quina relació s'ha de complir entre les primes P_1, P_2 i P_3. Tal i com hem dit abans, el preu d'un *Call* serà major contra menor sigui el seu *strike*. Aleshores, tindrem que $P_1 > P_2 > P_3$, doncs que $K_1 < K_2 < K_3$. També cal notar que per a que l'estratègia tingui sentit (és a dir, no perdre sempre), s'ha de complir que $10 + 2P_2 - P_1 - P_3 > 0$. D'altra banda, pel principi d'arbitratge tindrem que $2P_2 - P_1 - P_3 < 0$, ja que en cas contrari tindríem una estratègia que sempre guanya.

Aquesta estratègia financera pot semblar, a priori, més complexa que les altres, doncs estem combinant 4 opcions alhora: la compra d'un *90 Call* i un *110 Call* i la venta de dos *100 Call*. És per això, dividirem els possibles escenaris en 4 i els comentarem un a un abans de donar una visió global de l'estratègia.

- **Cas 1:** $S_T \leq 90$. Aquesta situació és la més simple de les quatre, doncs si el valor de l'actiu és inferior a 90 ningú exercirà el dret de compra i els nostres guanys seran $2P_2 - P_1 - P_3$, que recordem, és una quantitat negativa, *i.e.* pèrdues.
- **Cas 2:** $90 \leq S_T \leq 100$. En aquest cas nosaltres sí que exercirem el dret de compra que ens atorga el *90 Call*; mentre que les altres 3 opcions no seran utilitzades. Notem llavors que en aquesta situació obtindrem beneficis quan $S_T \geq 90 - (2P_2 - P_1 - P_3) > 90$.
- **Cas 3:** $100 \leq S_T \leq 110$. Ara nosaltres també farem servir la nostra *90 Call*, però ens faran servir les dues *100 Call*. Tot i així, encara obtindrem uns beneficis positius fins que $S_T \leq 110 + (2P_2 - P_1 - P_3) < 110$.

- **Cas 4:** $110 \leq S_T$. Finalment, si es dona aquesta situació, tothom exercirà el seu dret de compra, i per tant, tornarem a tenir unes pèrdues de $2P_2 - P_1 - P_3$.

Observem, llavors, que aquesta estratègia només es rentable quan el preu de l'actiu es troba molt proper als 100 euros. En particular, el benefici màxim es dona quan el preu de l'actiu és exactament 100 euros, i aquest és de $10 + (2P_2 - P_1 - P_3)$. Notem, a més, que si el valor d'aquest es mou bruscament en qualsevol direcció estem totalment coberts de risc. En resum, hem vist que aquesta estratègia és profitosa quan creiem que el valor de l'actiu romandrà gairebé constant fins la data de venciment, i tenim un risc molt baix (en cas que el valor canviï significativament, estem molt ben coberts).

Cas 7: Condors

En aquesta estratègia, comprem un *90 Call*, venem un *100 Call*, venem un altre *110 Call* i comprem un últim *120 Call*; amb primes $P_1, P_2, P_3, P_4 > 0$, respectivament.

Funció de pagament sense primes

Els guanys i pèrdues totals sense primes de risc (Figura 20) es poden obtenir a partir de la suma de la funció de pagament de les 4 opcions (Figura 19), i es resumeixen en:

$$V(S_T) = \max(S_T - 90, 0) - \max(S_T - 100, 0) - \max(S_T - 110, 0) + \max(S_T - 120, 0)$$

Podem reescriure aquesta funció de la següent manera:

$$V(S_T) = \begin{cases} 0 & S_T \leq 90 \\ S_T - 90 & 90 \leq S_T \leq 100 \\ 10 & 100 \leq S_T \leq 110 \\ 120 - S_T & 110 \leq S_T \leq 120 \\ 0 & S_T \geq 120 \end{cases}$$

Gràfica funció de pagament sense primes

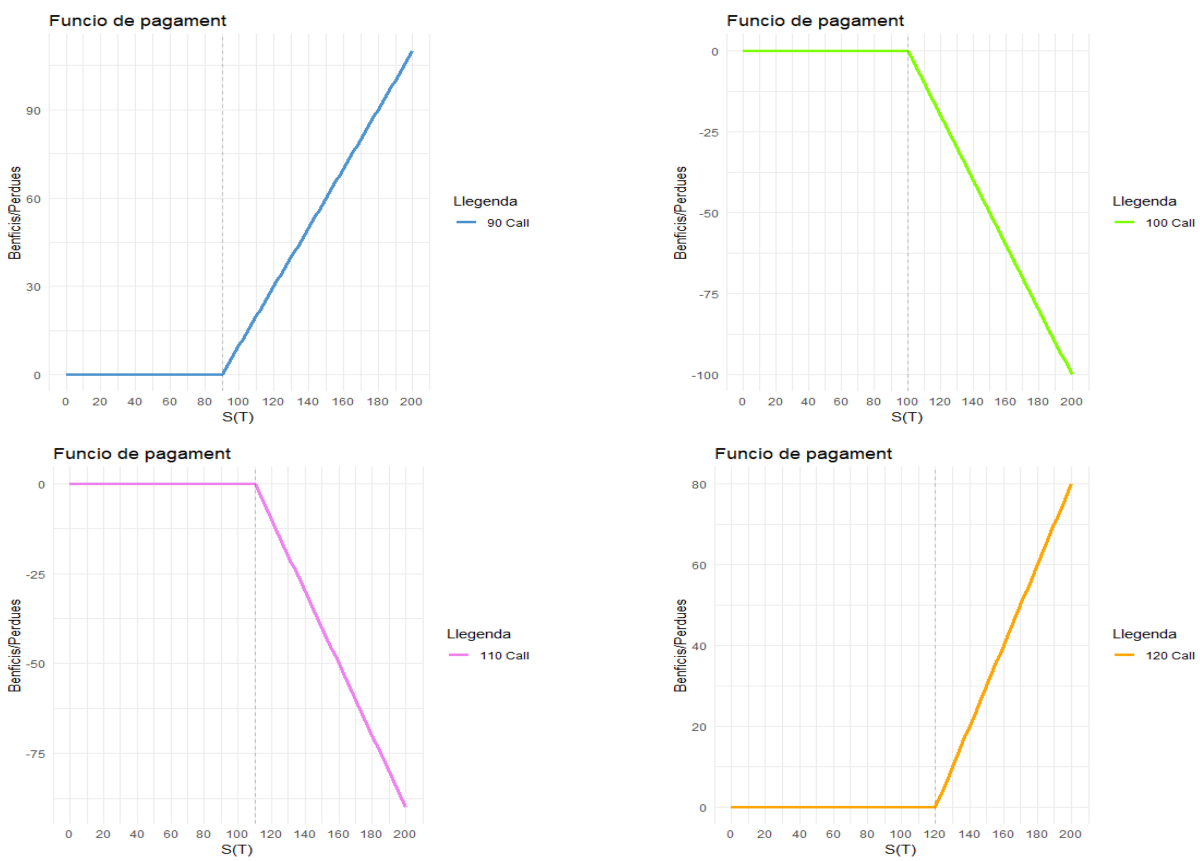

Figura 19: Representació sense primes de la funció de la compra d'un *90 Call* (a dalt a l'esquerra), de la venta d'un *100 Call* (a dalt a la dreta), de la venta d'un *110 Call* (a baix a l'esquerra) i de la compra d'un *120 Call* (a baix a la dreta).

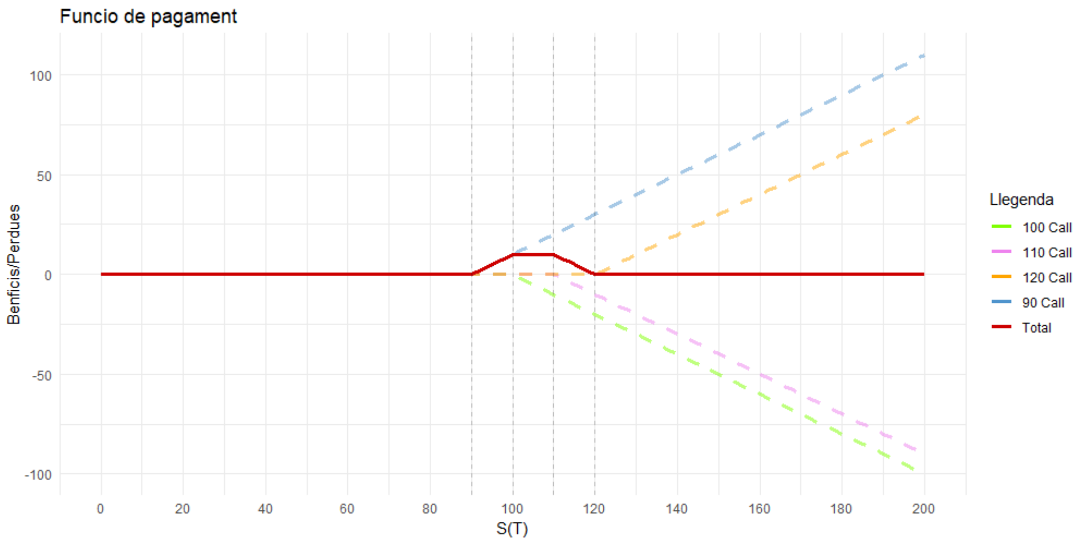

Figura 20: Funció de pagament sense primes de l'estratègia *Condors*. En blau, la funció de pagament de la compra d'un *90 Call*. En verd, la funció de pagament de la venta d'un *100 Call*. En rosa, la funció de pagament de la venta d'un *110 Call*. En taronja, la funció de pagament de la compra d'un *120 Call*.

Gràfica funció de pagament amb primes

Els guanys i pèrdues totals amb primes (veure Figura 21) es resumeixen en:

$$V(S_T) = \max(S_T - 90, 0) - P_1 + P_2 - \max(S_T - 100, 0) + P_3 - \max(S_T - 110, 0) + \max(S_T - 120, 0) - P_4$$

Aquesta funció la podem reescriure de la següent manera:

$$V(S,T) = \begin{cases} P_2 + P_3 - P_1 - P_4 & S_T \leq 90 \\ S_T - 90 + P_2 + P_3 - P_1 - P_4 & 90 \leq S_T \leq 100 \\ 10 + P_2 + P_3 - P_1 - P_4 & 100 \leq S_T \leq 110 \\ 120 - S_T + P_2 + P_3 - P_1 - P_4 & 110 \leq S_T \leq 120 \\ P_2 + P_3 - P_1 - P_4 & S_T \geq 120 \end{cases}$$

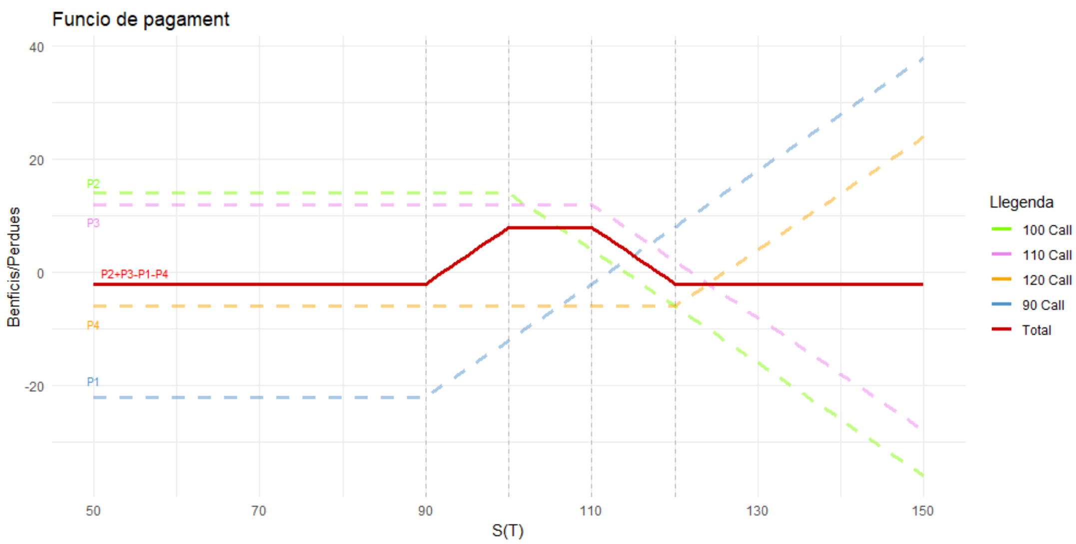

Figura 21: Funció de pagament amb primes. Es grafiquen les mateixes funcions que a la Figura 20, però ara considerant les primes dels quatre *Calls*.

Raó financera de l'estratègia

Repetint els mateixos arguments que per l'estratègia anterior, tindrem que $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$, $P_2 + P_3 - P_1 - P_4 < 0$ i $10 + P_2 + P_3 - P_1 - P_4 > 0$.

També tornarem a estudiar per separat tots els desenllaços possibles abans d'explicar el racional de l'estratègia. Els veiem a continuació:

- **Cas 1:** $S_T \leq 90$. Aquesta situació és la més simple de totes, doncs si el valor de l'actiu és inferior a 90 ningú exercirà el dret de compra i els nostres guanys seran $P_2 + P_3 - P_1 - P_4 < 0$.
- **Cas 2:** $90 \leq S_T \leq 100$. En aquest cas només "activarem" el *90 Call*, de manera que obtindrem beneficis quan $S_T \geq 90 + (P_2 + P_3 - P_1 - P_4) > 90$.
- **Cas 3:** $100 \leq S_T \leq 110$. Ara es faran servir tant el *90 Call* com el *100 Call*. Ens trobem en una situació on els guanys seran constants en tot l'interval; en particular, guanyarem $10 + P_2 + P_3 - P_1 - P_4 > 0$ euros.
- **Cas 4:** $110 \leq S_T \leq 120$. Si es dona aquesta situació exercirem el dret de compra que ens dona el nostre *90 Call*, mentre que ens faran servir el *100 Call* i el *110 Call*. Tot i així, l'estratègia serà profitosa fins que $S_T \leq 120 + P_2 + P_3 - P_1 - P_4 < 120$.
- **Cas 5:** $120 \leq S_T$. Finalment, en aquesta situació tothom exercirà el seu dret de compra, i per tant, tornarem a tenir unes pèrdues de $P_2 + P_3 - P_1 - P_4$.

Aleshores, veiem que aquesta estratègia és molt similar a l'anterior, però fent més gran la zona on obtenim beneficis. Ara, el benefici màxim s'obtindrà quan l'actiu es trobi entre 100 i 110 euros i, tal i com hem dit abans, serà de $10 + P_2 + P_3 - P_1 - P_4$ euros. D'altra banda, notem que en cas de que el preu de l'actiu incrementi o es redueixi notablement els riscos possibles estan coberts, i com a màxim tindrem unes pèrdues de $P_2 + P_3 - P_1 - P_4$. En resum, aquesta és una estratègia bastant segura que serà de gran utilitat quan creiem que el valor de l'actiu pujarà lleugerament (entre un 0 i un 10% en aquest cas particular).

Exercici 2:

Un *stock* actualment es comercia a \$60. Una Call amb preu d'*strike* de \$58 i caducitat de 12 mesos es comercia a \$3; una Put amb el mateix *strike* i caducitat es comercia a \$2. L'interés a 12 mesos és de 10%. Pista: Això és una aplicació de la *Put-Call Parity*.

Abans de començar l'exercici, farem una breu explicació de què és la *Put-Call Parity*. Siguin $C(t,T,K,S)$ i $P(t,T,K,S)$ el preu d'un *Call* i un *Put* (respectivament) amb venciment T i *strike* K sobre un actiu amb valor S a temps t.

Notem que per $t=T$, el preu de l'opció serà igual a la seva funció de pagament, és a dir, tindrem que

$$C(T,T,K,S) - P(T,T,K,S) = \max(S_T - K, 0) - \max(S_T - K, 0) = S_T - K$$

Aleshores, podem aplicar el principi de no arbitratge, que ens diu que si es satisfà aquesta equació per temps $t=T$, també ho farà per $t<T$. Per tant, es complirà l'equació següent:

$$C(t,T,K,S) - P(t,T,K,S) = S_t - Ke^{-r(T-t)} \tag{1}$$

Aquesta útlima equació és el que es coneix com la *Put-Call Parity*.

En aquest exercici fixem $S_0 = \$60$, $K = \$58$, $T = 1$ any i $r = 0.10$. Per simplicitat escriurem $C(t) = C(t,T,K,S)$ i $P(t) = P(t,T,K,S)$. Notem que $C(0) = \$3$ i $P(0) = 2\$$.

a) Existeix alguna oportunitat d'arbitratge?

Sí, ja que no es compleix la *Put-Call Parity* (veure equació 1). Si no hi hagués arbitratge s'hauria de complir aquesta paritat, és a dir, s'hauria de complir l'equació següent:

$$C(t) - P(t) = S_t - Ke^{-r(T-t)} \tag{2}$$

Però observem com amb les dades donades, per $t=0$, aquesta relació no es compleix:

$$C(0) - P(0) = 3 - 2 = 1 \qquad S_0 - Ke^{-rT} = 60 - 58e^{-0.1} \approx 7.52$$

Per tant, això dona lloc a una oportunitat d'arbitratge.

b) Si n'existeix algun, aleshores explica l'estratègia per treure'n profit.

Notem que la equació 1 la podem escriure com:

$$C(t) + Ke^{-r(T-t)} = S_t + P(t)$$

En l'instant $t=0$, al costat esquerre d'aquesta equació obtenim:

$$C(0) + 58e^{-0.1} \approx 55.48\$ \tag{3}$$

mentre que al costat dret, tenim que

$$S(0) + P(0) = 2 + 60 = 62\$ \tag{4}$$

Llavors, com que el valor de la equació 3 és menor que el valor de la equació 4, la millor opció que podem dur a terme a $t=0$ és "comprar" en 3 i "vendre" en 4. És a dir, per aprofitar-nos d'aquest arbitratge, hauríem de comprar-ne un *Call* per \$3 i anar en curt respecte l'*stock*, alhora que venem un *Put* per \$2.

Notem que al portar a terme aquesta estratègia provoca que a $t=0$ tinguem \$59 en *cash*. Aquest efectiu el ficarem al banc en un dipòsit a un any amb un interès del 10%, de tal manera que a $t=T=1$ tindrem $59e^{0.1} = 65.21$ dòlars.

Finalment, estudiem els possibles resultats que pot tenir la nostra estratègia:

- **Cas 1:** $S_T < \$58$**.** Si es dona aquesta situació, no exercirem el nostre *58 Call*; mentre que sí que ens exerciran el *58 Put* que hem venut, de tal manera que haurem de comprar l'acció per \$58 (acció que posteriorment haurem de tornar, ja que estem anant en curt). D'aquesta manera, obtenim uns guanys de $65.21 - 58 = \$7.21$.
- **Cas 2:** $S_T > \$58$**.** En aquest cas, com el preu de l'*stock* és superior a l'*strike*, sí que ens interessa exercir el *58 Call* i comprar l'acció per 58\$ (que immediatament retornarem). D'altra banda, el comprador no exercirà el *58 Put* seu. Per tant, obtindrem $65.21 - 58 = \$7.21$
- **Cas 2:** $S_T = \$58$**.** Si el preu de l'*stock* és igual a l'acordat, el *Call* i el *Put* ja no tenen cap valor, doncs no s'obté cap benefici al exercir-los perquè l'*strike* acordat i el preu de mercat de l'*stock* són iguals. Per tant, simplement comprarem l'acció a \$58 i la tornarem. D'aquesta manera obtenim un benefici de $65.21 - 58 = \$7.21$

Per tant, concloem que en les tres situacions possibles hem obtingut \$7.21 de benefici mitjançat aquesta estratègia que té 0 risc, aprofitant l'oportunitat d'arbitratge del cas plantejat.

Finalment, recordem que, a la pràctica, si es donés una situació d'aquestes, seria aprofitada immediatament pels inversors, el que portaria els preus de les opcions a un equilibri en el que es complís la *Put-Call parity*.