Anàlisi de Dades Financeres

UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

ENTREGA 0

Informe

Abril Pérez Martí - 1600601

Arnau Perich Iglesias - 1603567

Eric Jiménez Barril - 1599092

Joan González Martínez - 1597201

Laia Escursell Rof - 1600578

6 d'octubre del 2023

Exercici 1: Financial datasets, Net Returns and Log Returns

Considereu els rendiments nets diaris (del preu de tancament) de les accions de Google (GOOG) i l'índex compost S&P (SP) del 3 de gener de 2011 al 31 de desembre del 2014.

a) Calculeu la mitjana de la mostra, la desviació estàndard, l'asimetria, l'excés de kurtosis, el mínim i el màxim de cada sèrie de rendiment net.

Donat P_t el preu d'un actiu en un instant de temps t, el rendiment net (*net return*) es defineix com:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Mitjançant la fórmula anterior podem calcular la sèrie de rendiment net de cada mostra (*Google* i *S&P*), per posteriorment calcular les mesures estadístiques demanades. Podem veure-les a la Taula 1.

	Google (GOOG)	S&P Composite Index
Mitjana	0.0006759628	0.0004323746
Error Estàndard	0.01518733	0.01918323
Asimetria (*skewness*)	0.82163061	0.06878499
Kurtosis	14.2879	2.547833
Mínim	-0.08377501	-0.08246155
Màxim	0.13796283	0.09507754

Taula 1: Mesures estadístiques de la sèrie de rendiment net de les mostres *Google* i *SP*

b) Obteniu la funció de densitat empírica dels rendiments nets de les accions de Google. Els rendiments nets diaris segueixen una distribució normal? Perquè? Fes una prova de la normal per justificar la resposta.

A continuació es mostra una gràfica (Figura 1) amb la densitat empírica de la mostra i l'histograma de les dades. A simple vista podem observar que la densitat no segueix exactament una distribució normal, però per tal d'assegurar-nos, realitzarem dos test; un d'analític i l'altre de visual.

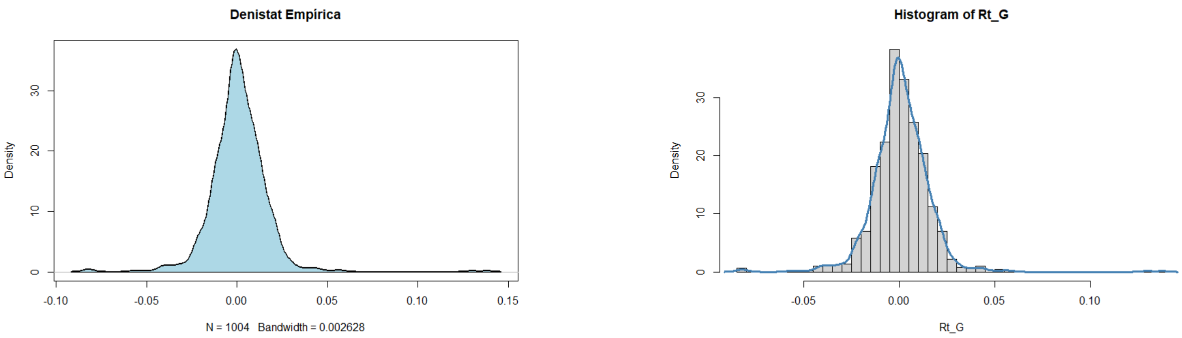


Figura 1: Densitat empírica i histograma dels rendiments nets de les accions de Google.

Per portar a terme el test analític, farem servir el *Shapiro–Wilk Test* per provar la hipòtesi nul·la

$$H_0 = \textit{ les dades segueixen una distribució normal}$$

vs l'alternativa

$$H_1 = \textit{les dades no segueixen una distribució normal}$$

amb un nivell de significació del 5%. Realitzem aquest test amb la funció '*shapiro.test()*' i obtenim un p-valor més petit que $2.2{\times}10^{-16}$. Per tant, com el p-valor és menor a 0.05 rebutgem la hipòtesi nul·la amb un 5% de significació, i.e., rebutgem que les dades siguin normals.

Alternativament, podem realitzar un *QQ-plot* per acabar d'afirmar visualment el resultat obtingut amb el Shapiro-Wilk test. Ho podem veure a la Figura 2. Podem observar que, tot i que per valors centrals sí que segueix una recta, els valors de les cues tendeixen a desviar-se. Aquest fet quadra perfectament amb l'excés de kurtosis vist a la Taula 1.

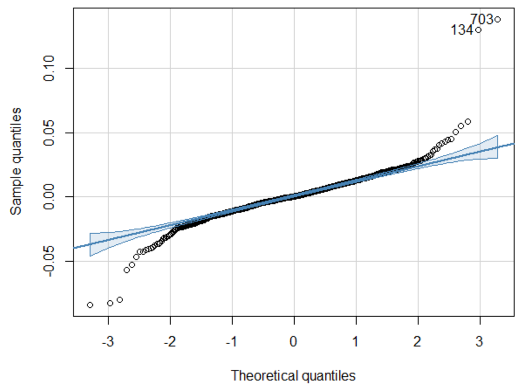


Figura 2: QQ-plot dels rendiments nets de les accions de Google.

Finalment, podem concloure que tota aquesta informació ens corrobora que aquestes dades no tenen distribució normal.

c) Transformeu els rendiments nets en rendiments logarítmics. Calculeu la mitjana de la mostra, la desviació estàndard, l'asimetria, l'excés de kurtosis, el mínim i el màxim de cada sèrie de rendiment logarítmic.

Donat R_t el rendiment net d'una mostra, el rendiment logarítmic (*log return*) es defineix com:

$$r_t = \log(1 + R_t) = \log\left(\frac{P_t}{Pt_1}\right) = p_t - p_{t-1}$$

on $p_t = \log(P_t)$ és el preu logarítmic. Aleshores, calculem la sèrie de rendiments logarítmics i les mesures estadístiques demanades (veure Taula 2).

	Google (GOOG)	S&P composite index
Mitjana	0.0005614166	0.0002486003
Error Estàndard	0.01510793	0.01917923
Asimetria (*Skewness*)	0.48669339	-0.06085207
Excess (*Kurtosis*)	12.444827	2.475171
Mínim	-0.08749332	-0.08606079
Màxim	0.12923968	0.09082517

Taula 2: Mesures estadístiques dels rendiments logarítmics de les mostres *Google* i *SP*.

d) Proveu la hipòtesis nul·la que la mitjana dels rendiments de les accions de Google és zero.

Per provar aquesta hipòtesis utilitzarem la prova d'hipòtesis *t-test*. Teòricament aquest test suposa normalitat en la mostra. En darrers apartats hem vist que les nostres dades no provenen d'una distribució normal. Tot i així, a la pràctica s'usa igualment aquest test ja que és el que millor aproxima el resultat buscat. Volem provar la hipòtesi nul·la que la mitjana de la mostra és 0, en contra de l'alternativa que sigui diferent de 0:

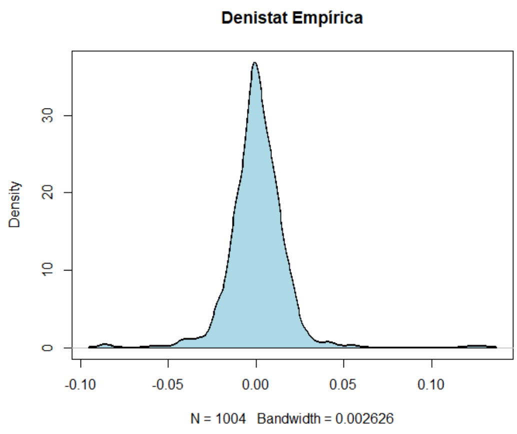
$$H_0 := \mu = 0 \text{ vs. } H_1 := \mu \neq 0$$

amb un nivell de significació del 5%. Així doncs, efectuem el test i obtenim un p-valor resultant de 0.24 que, comparant amb un valor de significança 0.05, ens permet concloure que no es pot descartar aquesta hipòtesis nul·la. És a dir, no podem dir que la mitjana dels rendiments d'aquestes accions sigui significativament diferent de 0.

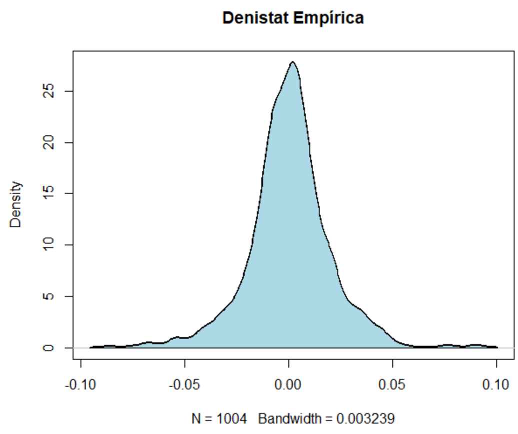
e) Obteniu el gràfic de densitat empírica dels rendiments logarítmic diari de les accions de Google i l'índex compost S&P. Els registres diaris segueixen un distribució normal?

Podem veure les densitats empíriques de les mostres a la Figura 3.

Figura 3: Densitat empírica dels rendiments logarítmics de Google i S&P.



(a) Dades de Google.

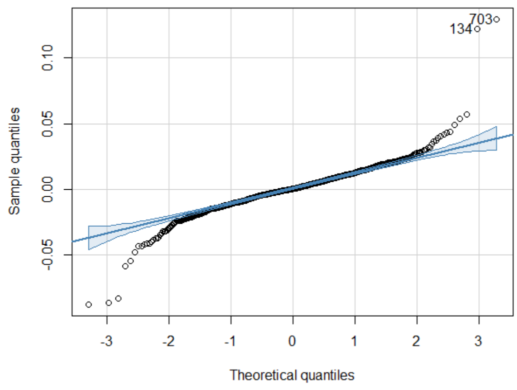


(b) Dades de l'índex compost de S&P.

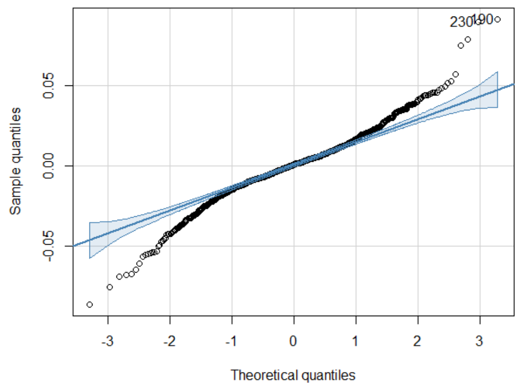
A continuació, realitzem els dos tests ja descrits a l'apartat b) per veure si segueixen una distribució normal. Utilitzant el *Shapiro-Wilk test*, obtenim un p-valor menor a 2.2×10^{-16}, tant per les dades de Google com les de S&P. Per tant, com que el p-valor és menor a 0.05, novament, podem rebutjar amb un 5% de significació que les dades segueixin una distribució normal.

De la mateixa manera, realitzant un *QQ-plot* (veure Figura 4) podem observar que, tot i que els valors centrals segueixen una recta, els extrems tendeixen a desviar-se. Fet que corrobora que les dades no segueixen una distribució normal.

Figura 4: QQ-plot dels rendiments logarítmics de Google i S&P.



(a) Dades de Google.



(b) Dades de l'índex compost de S&P.

f) Construeix un interval de confiança del 95% pel retorn de registre diari esperat de les accions de Google.

Per construir aquest interval de confiança usarem el *t-test.* Com hem mencionat abans, aquest test suposa normalitat en les dades. Cosa que hem demostrat que no és certa pel nostre cas. Tot i així, aquest test és el que millor s'aproxima al resultat que volem. El t-test realitzat a l'apartat (d) ens proporciona un interval de confiança del 95%.

$$\mu \in (-0.0003742273, 0.0014970606)$$

Exercici 2

Has trobat la teva casa perfecta, però hi ha un problema; et falten 240.000 €. Per tant, heu de contractar una hipoteca d'un banc, que és un préstec titulitzat d'un banc que amortitzeu en un període de 30 anys. Si no pagueu el préstec, el banc us pren la propietat per recuperar-ne els pèrdues. També pagueu interessos de la hipoteca durant la durada del préstec, la qual cosa fa que l'operació sigui atractiva per al banc. En aquest préstec se't cobra un 1.99%.

El primer que hem d'identificar és el capital (D) que demanem prestat, amb quin tipus d'interès anual (R) ho fem i en quant temps (T) el volem tornar. En el nostre cas tenim que: $D = 240000$ €, $R = 0.0199$ i $T = 30$ anys.

a) Calcula la quota mensual del préstec.

Per calcular el quota mensual del préstec farem servir l'expressió següent:

$$\text{Quota Mensual} = \frac{D\frac{R}{12}(1+\frac{R}{12})^{12T}}{(1+\frac{R}{12})^{12T}-1}$$

Per tant, si substituïm a aquesta expressió els valors de D, R i T que hem fixat al començament de la secció obtindrem que el valor de la quota mensual és de 885.89 €.

b) Construeix una taula que contingui els interessos pagats i la part d'amortització del capital de la quota per a tots els pagaments (360). Resumeix-ho en una taula sumant les quantitas per any rere any.

En aquest apartat hem de calcular, mes a mes, quina part de la quota es correspon al pagament d'interessos i quina part amb l'amortització del capital. Per fer-ho, construirem una taula on aparegui la quantitat que devem al principi de cada mes, la quantitat d'interessos que haurem de pagar aquell mes i la part de capital que amortitzarem. Cal recordar que, tal i com hem vist a les classes de teoria de l'assignatura, si el mes m devem d diners al banc, pagarem $d\frac{R}{12}$ euros d'interessos i $x(1+\frac{R}{12})^m$ de capital, on $x = \frac{D\frac{R}{12}}{(1+\frac{R}{12})^{12T}-1}$. Podem veure un resum d'aquesta a la Taula 3.

De la mateixa manera, se'ns demana fer una taula que contingui les mateixes dades però amb les quantitats anualitzades. Podem veure també un resum d'aquesta taula a la Taula 4.

c) Quant has retornat al banc al final del préstec?

Per calcular quina quantitat hem pagat el banc al final del préstec simplement hem de sumar tots els interessos pagats i tot el capital amortitzat. Ho fem i obtenim que hem acabat pagant 318919.34 € al banc, és a dir, hem retornat els 240000.00 € que havíem demanat prestats més 78919.34 € d'interessos.

Notem que, en aquest cas, també podríem haver calculat aquesta quantitat multiplicant la quota mensual pel nombre de mesos, ja que el tipus d'interès es manté constant amb el temps, i per tant, també ho farà la quota mensual.

Mes	Deute	Interesos	Capital Amortitzat
1	240000.00	398.00	487.89
2	239512.11	397.19	488.70
3	239023.42	396.38	489.51
4	238533.91	395.57	490.32
5	238043.59	394.76	491.13
⋮	⋮	⋮	⋮
356	4407.48	7.31	878.58
357	3528.91	5.85	880.03
358	2648.87	4.39	881.49
359	1767.38	2.93	882.96
360	884.42	1.47	884.42
TOTAL		78919.34	240000

Taula 3: Per cada mes, la quantitat de diners que devem en l'inici d'aquest, la quantitat d'interessos que paguem aquell mes i la quantitat de capital que amortitzem.

Mes	Deute	Interesos	Capital Amortitzat
1	240000.00	4722.30	5908.34
2	234091.66	4603.65	6026.99
3	228064.67	4482.61	6148.03
4	221916.63	4359.15	6271.50
5	215645.13	4233.20	6397.45
6	209247.69	4104.72	6525.92
7	202721.76	3973.66	6656.98
8	196064.78	3839.97	6790.67
9	189274.11	3703.60	6927.04
10	182347.07	3564.49	7066.16
11	175280.91	3422.58	7208.06
12	168072.85	3277.83	7352.82
13	160720.03	3130.16	7500.48
14	153219.55	2979.54	7651.11
15	145568.44	2825.88	7804.76
16	137763.68	2669.14	7961.50
17	129802.18	2509.26	8121.39
18	121680.79	2346.16	8284.49
19	113396.30	2179.78	8450.86
20	104945.44	2010.07	8620.57
21	96324.87	1836.95	8793.70
22	87531.17	1660.35	8970.30
23	78560.87	1480.20	9150.44
24	69410.43	1296.44	9334.21
25	60076.22	1108.98	9521.66
26	50554.56	917.76	9712.88
27	40841.68	722.71	9907.94
28	30933.74	523.73	10106.92
29	20826.82	320.76	10309.89
30	10516.94	113.71	10516.94

Taula 4: Per cada any, la quantitat de diners que devem en l'inici d'aquest, la quantitat d'interessos que paguem aquell any i la quantitat de capital que amortitzem.

d) Suposem que el tipus d'interès aplicable és un índex de mercat més un diferencial. Inicialment l'índex de mercat és de l'1% i el diferencial (que es manté constant durant la vida del préstec) és del 0.99%. Després d'un any, el diferencial de mercat augmenta 0.10% i ho fa de manera continua fins a l'últim any, on el índex de mercat és del 3.90% i el diferencial és del 0.99% (l'interès efectiu per a l'últim any és del 4.89%). Quant has retornat al banc al final del préstec en aquest nou escenari?

Finalment, ens trobem en una situació en la que el tipus d'interès NO és constant, ja que comença sent un 1.99% però amb un increment del 0.10% cada any, arribant a ser del 4.89% en l'últim any d'hipoteca.

Igual que abans, el nostre objectiu és calcular quina part de la quota es correspon amb el pagament d'interessos i quina part amb l'amortització del capital. Per fer-ho, enfocarem el problema com si es tractes d'un préstec amb el tipus d'interès fix i calcularem quina porció de la quota mensual representen ambdues quantitats per cadascun dels mesos que queden per pagar. Aleshores, quan es produeixi un canvi al tipus d'interès, re-calcularem totes aquestes quantitats, però actualitzant els valors de les variables D, R i T de tal manera que es corresponguin amb el deute que queda per pagar, el nou tipus d'interès i el temps que queda per retornar els diners, respectivament. Per exemple, els pagaments dels primers dotze mesos seran idèntics als de l'apartat *b*), però quan arribi el mes 13 el tipus d'interès passarà a ser 2.09%, i per tant, haurem de re-calcular l'import de cada quota, canviant el valor de D a la quantitat que quedi per pagar en aquell moment (que en aquest cas serà de 234091.66 €) i actualitzant els valors de R i T a 0.0209 i 29, respectivament. A la Taula 5 podem veure com seria la Taula 3 en aquest cas.

Mes	Deute	Interesos	Capital Amortitzat	Taxa
1	D	D$\frac{R}{12}$	X_1	R_1
2	D-X_1	(D$-X_1$)$\frac{R}{12}$	$X_1(1+\frac{R}{12})$	R_1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
12	D $-X_1\sum_{i=1}^{11}(1+\frac{R}{12})^i$	(D $-X_1\sum_{i=1}^{11}(1+\frac{R}{12})^i)\frac{R}{12}$	$X_1(1+\frac{R}{12})^{11}$	R_1
13	D$_2$ =D $-X_1\sum_{i=1}^{12}(1+\frac{R}{12})^i$	D$_2\frac{R_2}{12}$	X2	R_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
360	D$_{30}-X_{30}\sum_{i=1}^{11}(1+\frac{R_{30}}{12})^i$	(D$_{30}-X_{30}\sum_{i=1}^{11}(1+\frac{R_{30}}{12})^i)\frac{R_{30}}{12}$	$X_{30}(1+\frac{R_{30}}{12})^{11}$	R_{30}

Taula 5: Taula mensual on s'indiquen les equacions que segueix cada variable amb les noves taxes.

on, si

$$X_1=\frac{D\frac{R}{12}}{(1+\frac{R}{12})^{(12\cdot 30)}-1}$$

per $k\in\{2\dots 30\}$:

$$D_k=D_{k-1}-X_{k-1}\sum_{i=1}^{12}(1+\frac{R_{k-1}}{12})^i$$

$$R_k=R_{k-1}+0.1/100$$

$$X_k=\frac{D_k\frac{R_k}{12}}{(1+\frac{R_k}{12})^{(12\cdot(30-(k-1)))}-1}$$

i ara aplicant aquestes fórmules pel nostre cas, obtenim la Taula 6

Month	Deute	Interesos	Capital Amortitzat	Taxa
1	240000.00	398.00	487.89	0.0199
2	239512.11	397.19	488.70	0.0199
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
12	234588.52	389.03	496.86	0.02
13	234091.66	407.71	489.86	0.02
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
360	1076.44	4.39	1076.44	0.0489
TOTAL		123655.3	240000	

Taula 6: Taula mensual on s'indiquen les equacions que segueix cada variable amb les noves taxes per la nostra hipoteca.

Si repetim aquest procés a mesura que va creixent el tipus d'interès, obtenim que, al final del préstec haurem pagat 363655.3 € al banc, és a dir, haurem retornat els 240000 € més 123655.3 € d'interessos.