

Práctica 1 de Métodos Numéricos: Errores

Prof. Susana Serna
Curso 2021-2022

Práctica para trabajar en las sesiones de las semanas del 14/2, 21/2 y 28/3.

Se evaluará el trabajo en clase y un informe breve que incluya los comentarios correspondientes a cada problema. El informe tendrá una extensión máxima de una página por problema. La entrega se hará en dos partes. Cada una antes de las 10:00 y cada grupo en una fecha diferente.

Problemas 1 y 2: entrega el 28 de Febrero, 1 y 4 de Marzo los grupos 3, 2 y 1 respectivamente.

Problemas 3, 4 y 5: entrega el 7, 8 y 11 de Marzo los grupos 3, 2 y 1 respectivamente.

Únicamente se admitirán prácticas entregadas a través del **CAMPUS VIRTUAL**.

Problema 1 Considerar la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(x)}{x^2} & \text{si } x \neq 0, \\ \frac{1}{2} & \text{si } x = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Queremos evaluar $f(x_0)$ para el valor $x_0 = 1,2 \times 10^{-5}$.

(a) Escribir dos programas en C, uno en **precisión simple** y otro en **precisión doble**, que evalúen la función $f(x)$.

Calcular para cada uno de los programas el valor $x = x_0$.

Comparar y comentar los resultados. Discutir el tipo de error que se comete.

(b) Reescribir la función $f(x)$ utilizando fórmulas trigonométricas de manera que se reduzca el error que se produce utilizando la expresión (1).

(c) Discutir lo observado en este ejercicio.

Problema 2 Ecuación cuadrática.

La solución de una ecuación cuadrática con coeficientes reales,

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

se obtiene a partir de la expresión

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

Suponiendo que $a > 0$ y $b^2 > 4ac$,

(a) Escribir dos programas en C, uno en **precisión simple** y otro en **precisión doble** que calculen la solución de una ecuación cuadrática.

(b) Comprobar que si $b^2 \gg 4ac$ una de las dos fórmulas para el cálculo de las raíces en (2) produce resultados contaminados con error de cancelación.

(c) Proponer un procedimiento para el cálculo de las raíces en (2) que evite el error de cancelación.

(d) Construir ejemplos numéricos donde el cálculo de las raíces en simple y doble precisión proporcionen diferencias significativas en exactitud usando (2) y el procedimiento que has propuesto.

Problema 3 Cálculo de la varianza muestral.

En estadística la varianza muestral de n números se define como

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad \text{donde} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

Una fórmula alternativa equivalente que conlleva un número de operaciones similar es

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) \quad (4)$$

Esta última fórmula puede sufrir error de cancelación!

- (a) Escribir programas en C **en simple y doble precisión** que calculen la varianza muestral con ambas fórmulas donde el input sea un vector de números reales y el output sea la varianza muestral.
- (b) Considerar el vector $x = \{10000, 10001, 10002\}^T$ y calcular la varianza con los programas generados. Analizar las discrepancias.
- (c) Construir dos ejemplos de vectores de dimensión grande (al menos 100 componentes) donde estas discrepancias sean más evidentes.
- (d) Discutir las diferencias en los resultados.

Problema 4 Suma de una serie.

Es conocido que la serie de los recíprocos de los cuadrados de los números naturales converge y su suma es $\frac{\pi^2}{6}$

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6} = 1,644934066848226... \quad (5)$$

Deseamos calcular aproximadamente la suma S sumando términos (sumas parciales) de la serie y vamos a establecer dos estrategias para programarlas en C **en simple y en doble precisión**.

- (a) Escribir programas C que calculen la suma de los términos de la serie S en orden creciente hasta un término máximo (5000, 10000, ...) donde los datos sean el número de términos a sumar.
- (b) Escribir programas en C (doble y simple precisión) que sumen términos de la serie en orden decreciente.
- (c) Comparar los resultados anteriores con el valor exacto y justifica los diferentes resultados obtenidos.
- (d) Proporcionar una fórmula alternativa que se comporte mejor que (5).

Problema 5 Escribir conclusiones sobre lo observado y aprendido en esta práctica. Extensión máxima de media página.