Series Temporales y Predicción

Práctica 3B

Simulación y identificación de procesos AR y MA

1. Simulación de procesos AR y MA

En las prácticas 2 y 3A revelamos como eliminar la tendencia y la estacionalidad de la serie y obtener una serie estacionaria.

Una serie es **estacionaria** si su media y su varianza son constantes en el tiempo y la covarianza en periodos equidistantes es invariante respecto al tiempo.

Proceso AR(1)

Diremos que un proceso X_n es **autoregresivo de orden 1**, AR(1), si cumple una relación del siguiente tipo:

$$\boxed{X_n = \phi X_{n-1} + Z_n, \quad (1)}$$

donde Zn es el ruido blanco y ϕ es una constante que cumple |ϕ|<1. Fijaros que si ϕ fuera igual a 1 tendríamos un paseo aleatorio y no estacionario. Y que si ϕ fuera mayor que 1 tampoco sería estacionario.

Es sencillo ver que para este proceso la función de autocorrelación $\rho(k) = \rho[X(k); X(k)] = \phi^k$ per k ≥0.

Correlograma (ACF)

El correlograma es la herramienta gráfica que visualiza las autocorrelaciones. En el caso específico de las series de tiempo la utilidad de estudiar esta gráfica, reside en la posibilidad de identificar estacionalidad, tendencia o estacionariedad.

En un correlagrama se muestra el valor del coeficiente de correlación para el eje Y el número de periodos de retardo en el eje

Los correlogramas con coeficientes de correlación cerca de cero sugieren que la serie de datos es completamente aleatoria.

Autocorrelación parcial (PACF)

La función de autocorrelación parcial es la autocorrelación entre dos periodos de tiempo equidistantes k: $\alpha(k) = \rho[X(n); X(n+k)]$

Se puede demostrar que para un AR(n):

$$\boxed{X_n = \phi_1 X_{n-1} + \cdots + \phi_p X_{n-p} + Z_n,}$$

La función de autocorrelación parcial es igual a:

$$\boxed{\alpha(1) \neq 0, \ldots, \alpha(p) \neq 0, \quad \alpha(k) = 0, \quad k \geq p+1.}$$

Y el correlograma **o bien tiene una forma exponencial o sinusoidal.**

Función autoarima() de R

La función autoarima() de R devuelve el mejor modelo ARIMA(m, n, s) según el valor AIC, AICc o BIC. La función realiza una búsqueda sobre el modelo posible dentro de las restricciones de orden proporcionadas.

Un modelo ARIMA es combinación de un modelo AR(m) más un modelo MA(s) más una diferenciación de grado n; estos modelos los iremos viendo con más profundidad en siguientes prácticas.

Ver enlace: https://www.rdocumentation.org/packages/forecast/versions/8.13/topics/auto.arima

Práctica 1.1

Consideramos un proceso AR(1) dado por Xt = α · Xt−1 + Et. Simula un proceso como el anterior (por ejemplo, n = 1.000 observaciones) y representa las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales. ¿Cómo cambian si cambia el valor de α?

En cada caso, mira qué modelo propone la función auto.arima(). ¿Es razonable?

Proceso MA(q)

Diremos que un proceso X_n es **una media móvil de orden q**, MA(q), si cumple una relación del siguiente tipo:

$$\boxed{X_n = Z_n + \theta_1 Z_{n-1} + \cdots + \theta_q Z_{n-q},}$$

donde Zn es el ruido blanco y θ_i son constantes.

De manera informal podemos decir que existe la siguiente dualidad:

$$AR(\infty) \leftrightarrow MA(q) \longleftrightarrow AR(p) \leftrightarrow MA(\infty)$$
$$ACF \longleftrightarrow PACF$$
$$PACF \longleftrightarrow ACF$$

Práctica 1.2

Consideramos un proceso MA(1) dado por Xt = Zt + α · Zt−1, donde Zt ~ N(0, σ2). Simula un proceso como el anterior (por ejemplo, n = 1.000 observaciones) y representa las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales. ¿Cómo cambian si cambia el valor de α?

En cada caso, mira qué modelo propone la función auto.arima(). ¿Es razonable?

Bibliografia: https://www.raco.cat/index.php/ButlletiSCM/article/view/149407/201308

2. Descripción y exploración de una serie temporal

Práctica 2.1

El fichero *prac3TS.txt* disponible en el Campus Virtual de la asignatura contiene datos relacionados con la magnitud de terremotos alrededor del mundo, desde 1916 hasta 2015. Se pide:

i. Convierte los datos en un objeto serie temporal a R y realiza un gráfico.
ii. ¿Tiene tendencia?
iii. ¿Tiene estacionalidad?
iv. Realiza la regresión lineal de la serie respecto el tiempo. ¿Cuál es la bondad del ajuste?
v. Tomad los residuos de la regresión lineal y dibuja las autocorrelaciones y autocorrelaciones parciales, ¿qué tipo de proceso te parece que estamos tratando?
vi. La función auto.arima() del paquete forecast permite ajustar automáticamente cuál es el tipo de modelo más adecuado en base a diversos criterios de información. Prueba si el modelo que propone esta función para los residuos te parece el más razonable.