

Laboratorio 2

1st Ericka Céspedes Moya
Tecnológico de Costa Rica
San José, Costa Rica
ericka.cespedes@gmail.com

2nd Esteban Alonso González Matamoros
Tecnológico de Costa Rica
Heredia, Costa Rica
esteb.gonza29@gmail.com

Resumen—El presente documento es la primera parte del laboratorio 2 para el curso Introducción al Reconocimiento de Patrones. En este se usa el concepto general de mapeo bilineal para programar varios ejercicios de procesamiento de imágenes en Python.

Index Terms—procesamiento, imágenes, mapeo, bilineal, Python

I. PRIMERA PARTE

1. Deducir $z = f(w)$ (mapeo inverso), de acuerdo a la literatura recomendada definir de forma general los casos de la función de mapeo $w = f(z)$ que sí tienen mapeo inverso.

Se le denomina polinomio bilineal de z y w a la expresión de la forma:

$$a_1zw + a_2z + a_3w + a_4 = 0$$

Si se definen $a = -a_2, b = -a_4, c = a_1$ y $d = a_3$ se obtiene la forma más usual para un mapeo bilineal:

$$w = \frac{az+b}{cz+d}$$

Este caso es un caso especial del mapeo bilineal con $c = 0$ y $d = 1$ mientras que el caso del mapeo de inversión es con $a = d = 0$ y $b = c = 1$.

El mapeo anterior se puede transformar en el de inversión. Multiplíquese para ello el término az por c/c y súmese $ad/c - ad/c$:

$$w = \frac{az+b}{cz+d} = \frac{\frac{a}{c}(cz+d) + b - \frac{ad}{c}}{cz+d} = \frac{a}{c} + \frac{bc-ad}{c(cz+d)}$$

donde la variable z aparece ahora una sola vez en el denominador del segundo término.

Si el término $(bc - ad)$ (denominado determinante del mapeo) es diferente de cero, entonces su mapeo inverso existe. [1]

2. Desarrolle una función que reciba como entradas las constantes complejas a, b, c, d y determine si las mismas genera una función de variable compleja cuyo mapeo inverso sí existe.

La siguiente función recibe como entrada las variables a, b, c y d y retorna true o false según tenga mapeo inverso o no de acuerdo con la fórmula del determinante del mapeo.

```
def has_inverse_map(a, b, c, d):
    if (b*c-a*d) == 0:
        return False
    else:
        return True
```

Figura 1. Código del ejercicio 2

3. Desarrolle una función que reciba como entradas una imagen y las constantes complejas a, b, c, d y, tomando la imagen de entrada como el Plano z genere la representación de dicho plano en el Plano w .

```
def w_plane_representation(img, a, b, c, d):
    height = img.shape[0]
    width = img.shape[1]
    w_plane = np.zeros((height,width,3), np.uint8)
    for i in range(height):
        for j in range(width):
            z = complex(j, i)
            w = (a*z + b) / (c*z + d)
            if w.imag < height and w.real < width:
                w_plane[int(w.imag), int(w.real)] = img[i, j]

    cv2_imshow(w_plane)
```

Figura 2. Código del ejercicio 3

Figura 3. Imagen original

4. Desarrolle una función que reciba como entradas una imagen y las constantes complejas a, b y asuma que $c = 0 \wedge d = 1$ y genere el mapeo lineal y demuestre que:

```
def lineal_mapping_demonstration(img, a, b):
    c = 0
    d = 1
    w_plane_representation(img, a, b, c, d)
```

Figura 5. Código del ejercicio 4

a. El mapeo genera una magnificación cuando $b = 0$ para todos los casos $a \neq 0 \wedge a \in R$.
Sí.

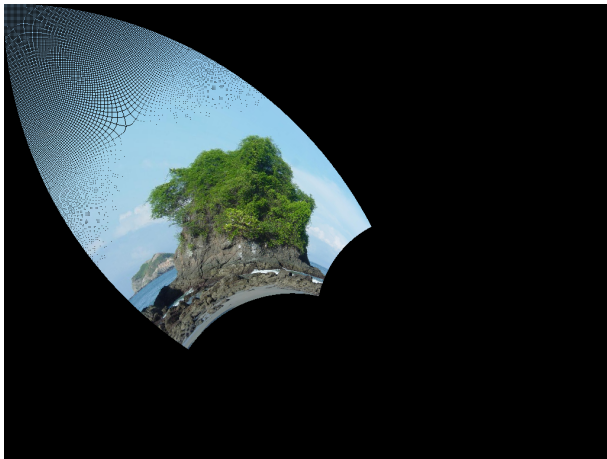


Figura 4. Resultado

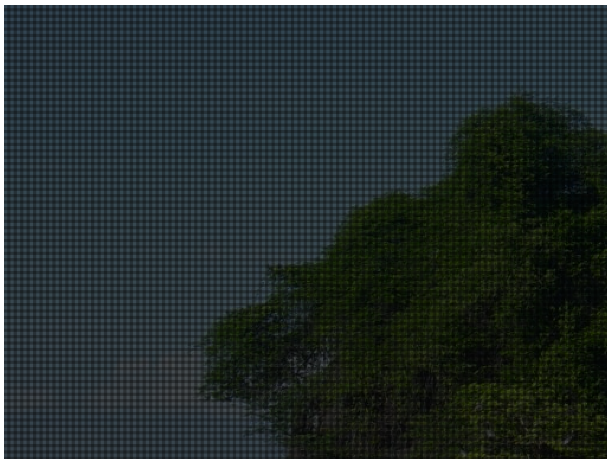


Figura 6. Resultado del ejercicio a

b. El mapeo genera una magnificación y una rotación cuando $b = 0$ para todos los casos donde $a \neq 0 \wedge a \in C \wedge a \notin R$. Sí genera una rotación.



Figura 7. Resultado del ejercicio b

c. El mapeo genera únicamente un desplazamiento de todo el Plano z cuando $b \neq 0 \wedge a = 1 \wedge b \in C$. Sí se desplaza en el plano z .



Figura 8. Resultado del ejercicio c

d. Para el caso donde $a \neq 0 \wedge b \neq 0$, que el mapeo genera la combinación de una magnificación, una rotación y un desplazamiento de la imagen del Plano z en el Plano w . Se magnifica, rota y se desplaza en el plano z .



Figura 9. Resultado del ejercicio d

REFERENCIAS

- [1] P. Alvarado-Moya, *Señales y Sistemas. Fundamentos Matemáticos*. Cartago, Costa Rica: Centro de Desarrollo de Material Bibliográfico (CDMB), 2020, ch. 2: Variable compleja.