

# DISCRIMINANTE LINEAL DE FISHER

Grupo 3:  
Ericka Céspedes Moya  
Esteban González Matamoros



# INTRODUCCIÓN

Análisis Discriminante Lineal (ADL, o LDA por sus siglas en inglés)

LDA está estrechamente relacionado con el análisis de varianza (ANOVA) y el análisis de regresión.



## DISCRIMINANTE LINEAL DE FISHER

La idea básica del discriminante lineal de Fisher es:

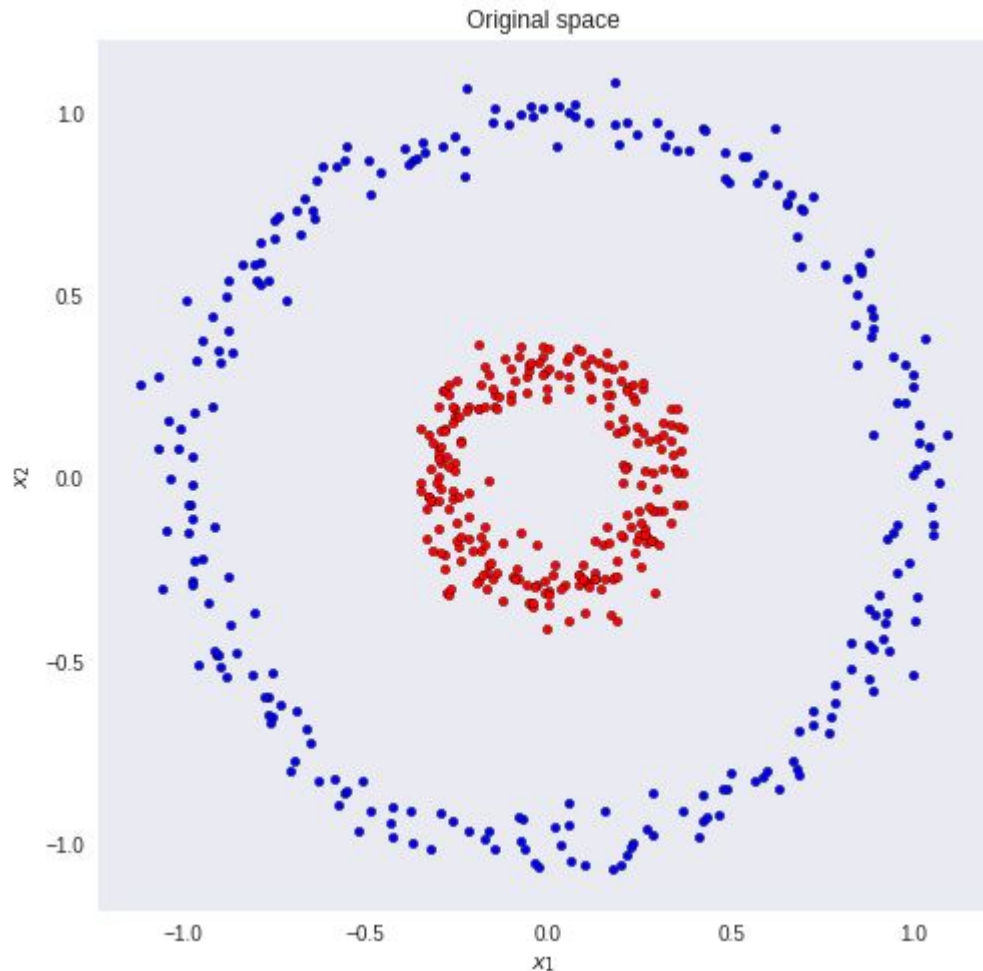
- Elegir una dirección de proyección (transformación lineal, combinación lineal)
- Reducir el problema de alta dimensión a un problema unidimensional para resolver
- Los datos unidimensionales transformados deben satisfacer las necesidades de cada tipo de muestras internas recopiladas tanto como sea posible. Al mismo tiempo, las muestras de diferentes tipos están lo más alejadas posible.

## DISCRIMINANTE LINEAL DE FISHER

- Con el discriminante lineal de Fisher se determina la dirección de proyección  $W$  y el umbral  $w_0$  a través de los datos de entrenamiento dados.
- El discriminante de Fisher tiene como objetivo lograr la mayor distancia entre clases y la menor distancia dentro de clases. La forma general de la función discriminante lineal se puede expresar como

$$g(X) = W^T X + w_0$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_d \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_d \end{pmatrix}$$



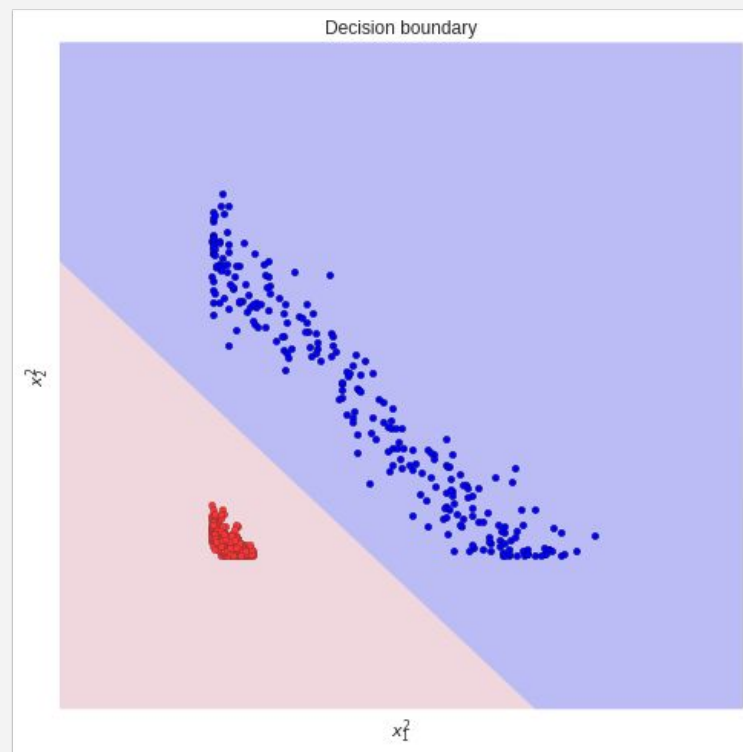
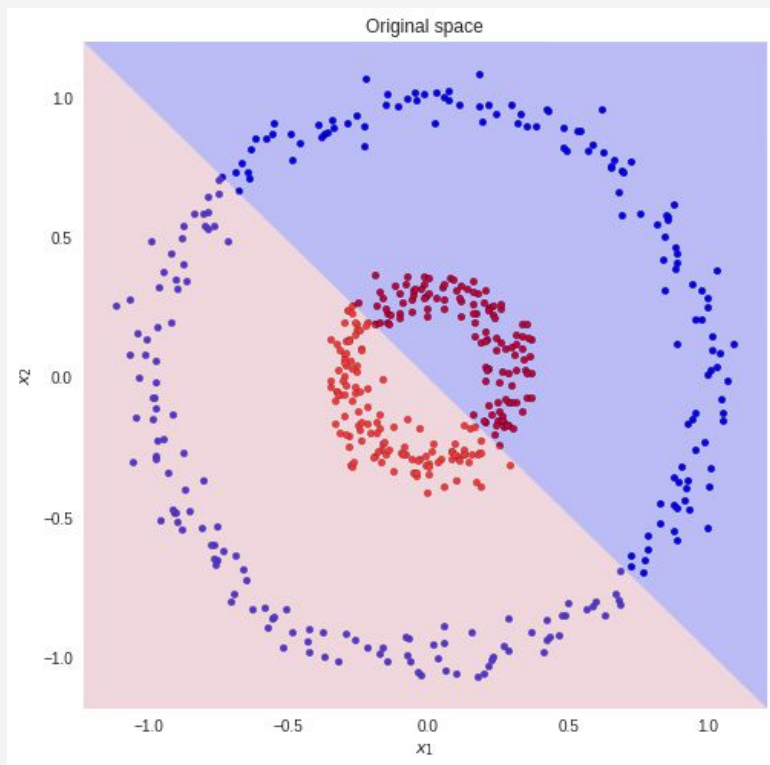
## DISCRIMINANTE LINEAL DE FISHER

Supongamos que queremos clasificar correctamente los círculos rojo y azul.

No existe una combinación lineal de las entradas y los pesos que asigne las entradas a sus clases correctas.

Pero, ¿y si pudiéramos transformar los datos para poder dibujar una línea que separe las 2 clases?

## DISCRIMINANTE LINEAL DE FISHER

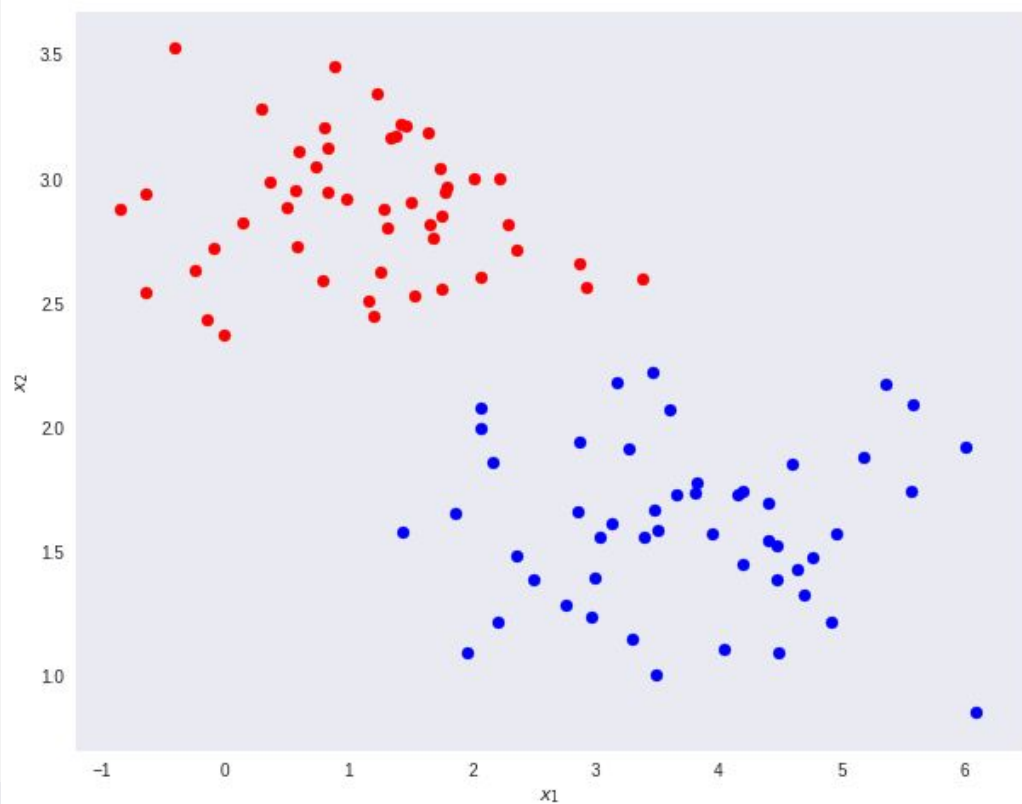


## DISCRIMINANTE LINEAL DE FISHER

- Para empezar, considere el caso de un problema de clasificación de dos clases ( $K = 2$ ).
- Puntos azules y rojos en  $\mathbb{R}^2$ .
- En general, podemos tomar cualquier vector de entrada de dimensión  $D$  y proyectarlo a dimensiones  $D'$ . Aquí,  $D$  representa las dimensiones de entrada originales, mientras que  $D'$  son las dimensiones del espacio proyectado.
- Considere  $D' < D$ .

En el caso de proyectar a una dimensión, es decir,  $D' = 1$ , podemos elegir un umbral  $t$  para separar las clases en el nuevo espacio. Dado un vector de entrada  $x$ :

- si el valor predicho  $y \geq t$  entonces,  $x$  pertenece a la clase  $C1$  (clase 1) - donde  $y = W^T x$
- de lo contrario, se clasifica como  $C2$  (clase 2).



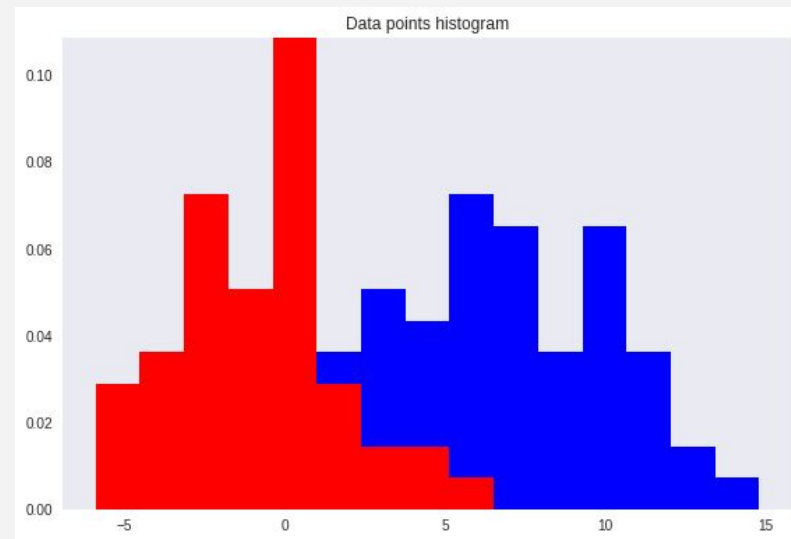
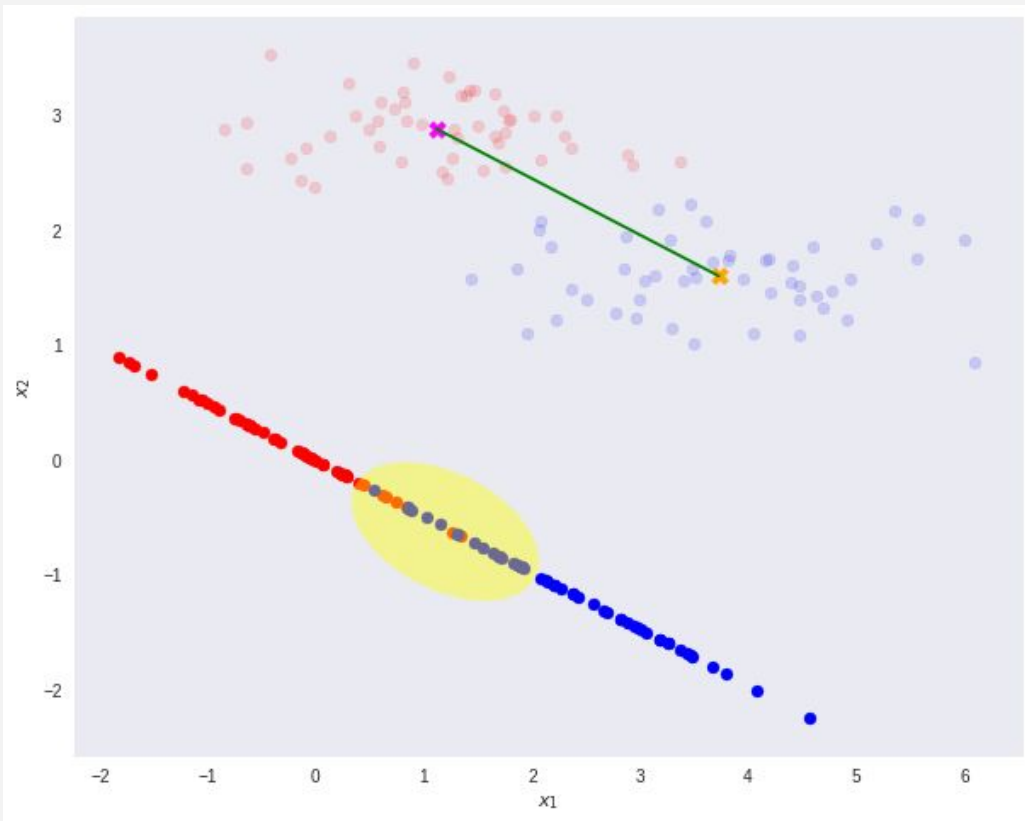
$$m_1 = \frac{1}{N_1} \sum_{n \in C1} x_n$$

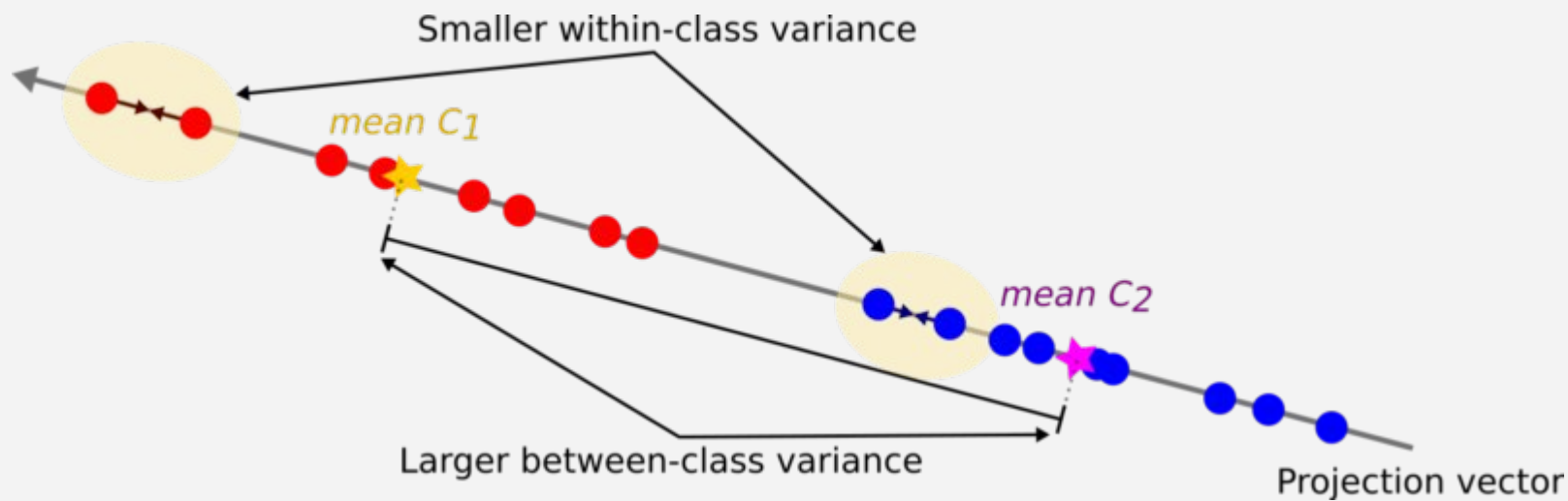
$$m_2 = \frac{1}{N_2} \sum_{n \in C2} x_n \quad (1)$$



# TEORÍA







$$J(\mathbf{W}) = \frac{(m_2 - m_1)^2}{s_1^2 + s_2^2} \quad (1)$$

■ *Between-class variance*

■ *Within-class variance*

$$s_k^2 = \sum_{n \in C_k} (y_n - m_k)^2 \quad y_n = \mathbf{W}^T x_n \quad (2)$$

$$J(\mathbf{W}) = \frac{\mathbf{W}^T S_B \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T S_W \mathbf{W}} \quad (3)$$

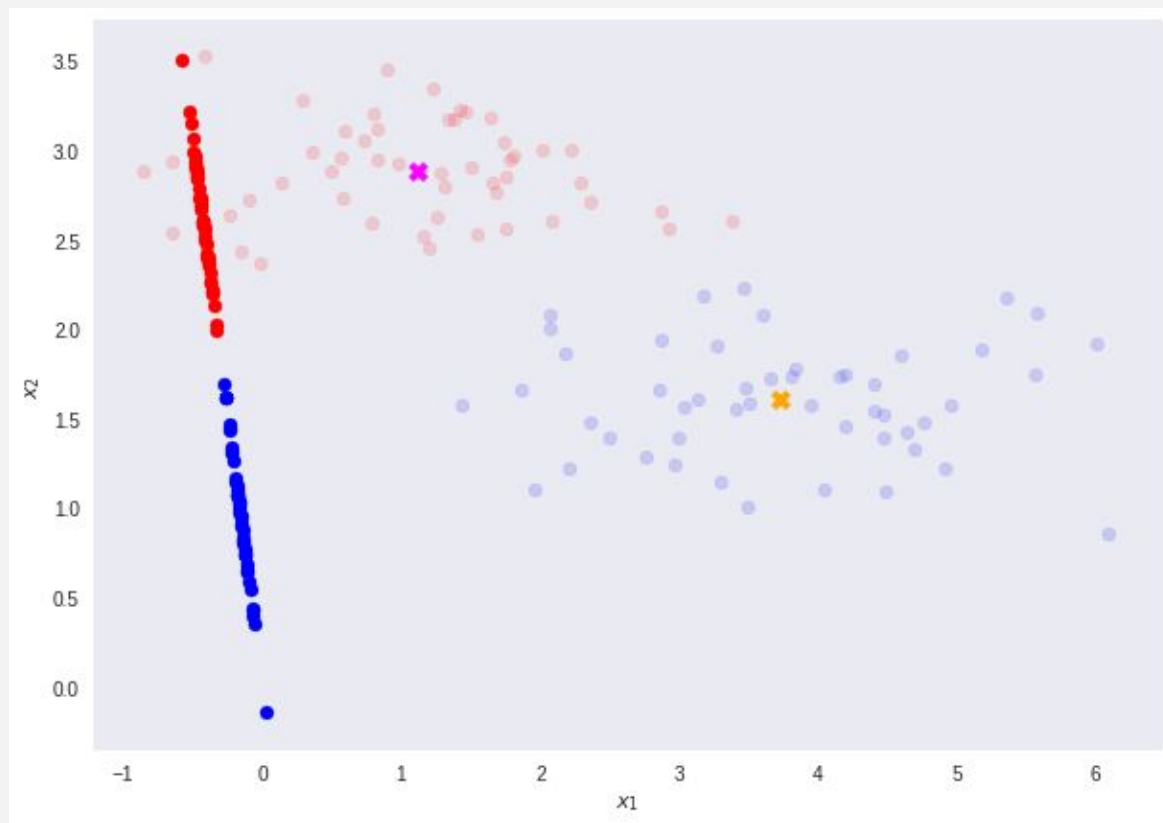
$$\mathbf{W} \propto S_W^{-1} (m_2 - m_1) \quad (4)$$

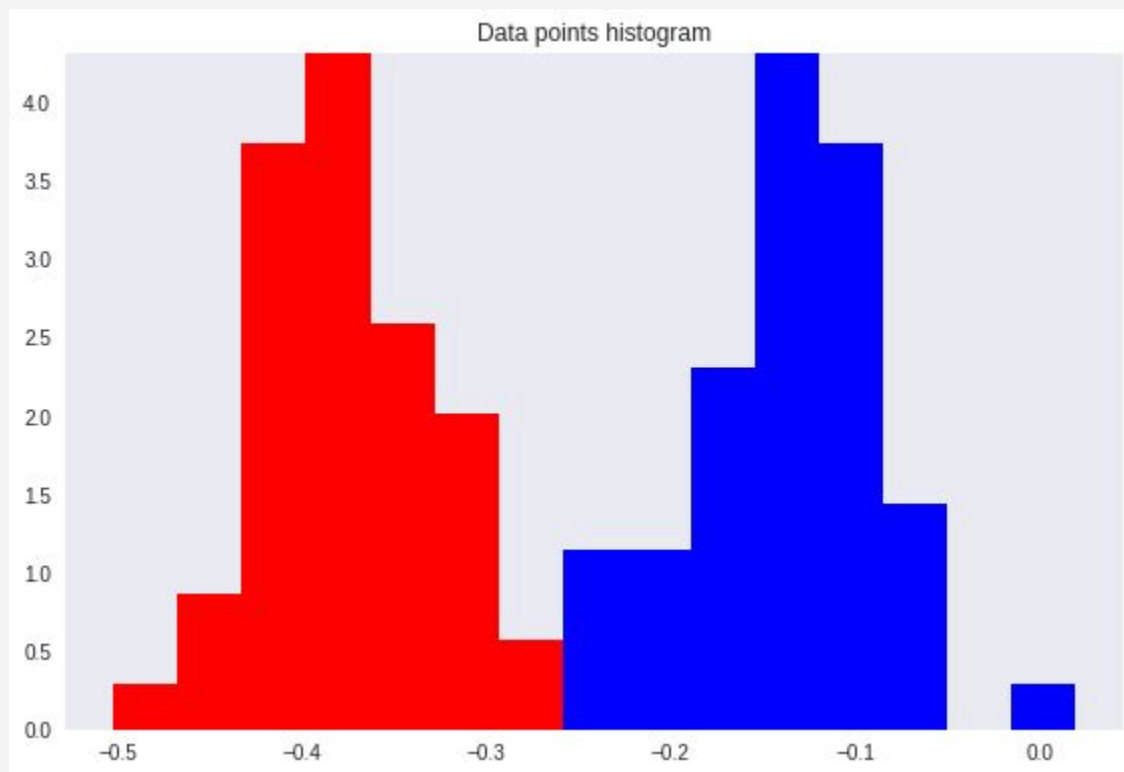
Per-class mean

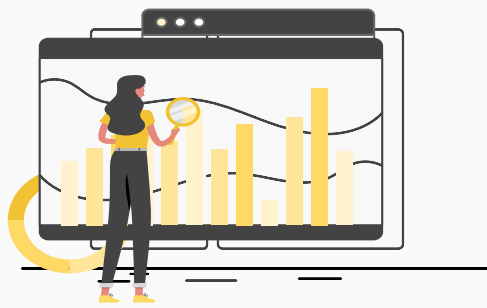
Within-class variance

projection equation

# TEORÍA







## CASOS DE USO

### RECONOCIMIENTO DE CARAS

Reducir características antes de clasificación. Plantilla (Fisherfaces). Comparar en base a promedio de datos.

### BIOMEDICINA

Severidad de pacientes y pronosis de resultados. Análisis de tumores cerebrales y de vasos sanguíneos en la retina.

### PREDICCIÓN DE BANCARROTA

Se consideran variables financieras para definir si una empresa está en bancarrota o supervivencia. Primer método estadístico utilizado.

### MARKETING

Distinguir entre 2 o más grupos conocidos de clientes o productos.



## LITERATURA CONSULTADA

[1] J. Amat-Rodrigo, "Análisis discriminante lineal (lda) y análisis discriminante cuadrático (qda)," *Ciencia de Datos, Estadística, Machine Learning y Programación*, 2016. [Online]. Recuperado de: [shorturl.at/fpxEX](http://shorturl.at/fpxEX)

[2] F. Tian, "Clasificador lineal-discriminación lineal de Fisher," *Programador Clic*. [Online]. Recuperado de: <https://programmerclick.com/article/63921659653/>

[3] S. Thalles-Santos, "An illustrative introduction to Fisher's linear discriminant," *Thalles' Blog*, 2019. [Online]. Recuperado de: <https://sthalles.github.io/fisher-linear-discriminant/>

[4] M. Welling, "Fisher linear discriminant analysis," *The Rachel and Selim Benin School of Computer Science and Engineering*, 2007. [Online]. Recuperado de: <https://www.cs.huji.ac.il/~csip/Fisher-LDA.pdf>

[5] E. Loayza and J. David, "Herramienta de reconocimiento facial con técnica de visión computacional 2d," *Universidad de Las Américas*, 2019. [Online]. Recuperado de: <https://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl/handle/2250/2794680>

## LITERATURA CONSULTADA

- [6] J. A. Rodríguez-Hernández, "Reconocimiento de expresiones faciales para interacción con el computador." *Universidad de Guanajuato*, 2016. [Online]. Recuperado de: <http://repositorio.ugto.mx/handle/20.500.12059/3199>
- [7] K. S. Opstad, C. Ladroue, B. A. Bell, J. R. Griffiths, and F. A. Howe, "Linear discriminant analysis of brain tumour 1h mr spectra: a comparison of classification using whole spectra versus metabolite quantification," *Wiley Online Library*, 2007. [Online]. Recuperado de: <https://doi.org/10.1002/nbm.1147>
- [8] F. M. Feinberg, "Discriminant analysis for marketing research applications. wiley international encyclopedia of marketing." *Wiley Online Library*, 2010. [Online]. Recuperado de: <https://doi.org/10.1002/9781444316568.wiem02029>
- [9] C. Maklin, "Linear discriminant analysis in python," *Towards Data Science*, 2019. [Online]. Recuperado de: <https://towardsdatascience.com/lineardiscriminant-analysis-in-python-76b8b17817c2>

**¡MUCHAS  
GRACIAS!**

