

Laboratorio 2

1st Ericka Céspedes Moya
Tecnológico de Costa Rica
San José, Costa Rica
ericka.cespedes@gmail.com

2nd Esteban Alonso González Matamoros
Tecnológico de Costa Rica
Costa Rica, Heredia
esteb.gonza29@gmail.com

Resumen—This document is a model and instructions for L^AT_EX. This and the IEEEtran.cls file define the components of your paper [title, text, heads, etc.]. *CRITICAL: Do Not Use Symbols, Special Characters, Footnotes, or Math in Paper Title or Abstract.

Index Terms—component, formatting, style, styling, insert

I. PRIMERA PARTE

1. Deducir $z = f(w)$ (mapeo inverso), de acuerdo a la literatura recomendada definir de forma general los casos de la función de mapeo $w = f(z)$ que sí tienen mapeo inverso.

Se le denomina polinomio bilineal de z y w a la expresión de la forma:

$$a_1zw + a_2z + a_3w + a_4 = 0$$

Si se definen $a = -a_2, b = -a_4, c = a_1$ y $d = a_3$ se obtiene la forma más usual para un mapeo bilineal:

$$w = \frac{az+b}{cz+d}$$

Este caso es un caso especial del mapeo bilineal con $c = 0$ y $d = 1$ mientras que el caso del mapeo de inversión es con $a = d = 0$ y $b = c = 1$.

El mapeo anterior se puede transformar en el de inversión. Multiplíquese para ello el término az por c/c y súmese $ad/c - ad/c$:

$$w = \frac{az+b}{cz+d} = \frac{\frac{a}{c}(cz+d) + b - \frac{ad}{c}}{cz+d} = \frac{a}{c} + \frac{bc-ad}{c(cz+d)}$$

donde la variable z aparece ahora una sola vez en el denominador del segundo término.

Si el término $(bc - ad)$ (denominado determinante del mapeo) es diferente de cero, entonces su mapeo inverso existe. [1]

2. Desarrolle una función que reciba como entradas las constantes complejas a, b, c, d y determine si las mismas genera una función de variable compleja cuyo mapeo inverso sí existe.

La siguiente función recibe como entrada las variables a, b, c y d y retorna true o false según tenga mapeo inverso o no de acuerdo con la fórmula del determinante del mapeo.

```
def has_inverse_map(a, b, c, d):  
    if (b*c-a*d) == 0:  
        return False  
    else:  
        return True
```

Figura 1. Código del ejercicio 2

3. Desarrolle una función que reciba como entradas una imagen y las constantes complejas a, b, c, d y, tomando la imagen de entrada como el Plano z genere la representación de dicho plano en el Plano w .

```
def w_plane_representation(img, a, b, c, d):  
    height = img.shape[0]  
    width = img.shape[1]  
    w_plane = np.zeros((height,width,3), np.uint8)  
    for i in range(height):  
        for j in range(width):  
            z = complex(j, i)  
            w = (a*z + b) / (c*z + d)  
            if w.imag < height and w.real < width:  
                w_plane[int(w.imag), int(w.real)] = img[i, j]  
  
    cv2_imshow(w_plane)
```

Figura 2. Código del ejercicio 3

Figura 3. Imagen original

4. Desarrolle una función que reciba como entradas una imagen y las constantes complejas a, b y asuma que $c = 0 \wedge d = 1$ y genere el mapeo lineal y demuestre que:

```
def lineal_mapping_demonstration(img, a, b):  
    c = 0  
    d = 1  
    w_plane_representation(img, a, b, c, d)
```

Figura 5. Código del ejercicio 4

a. El mapeo genera una magnificación cuando $b = 0$ para todos los casos $a \neq 0 \wedge a \in \mathbb{R}$.
Sí.

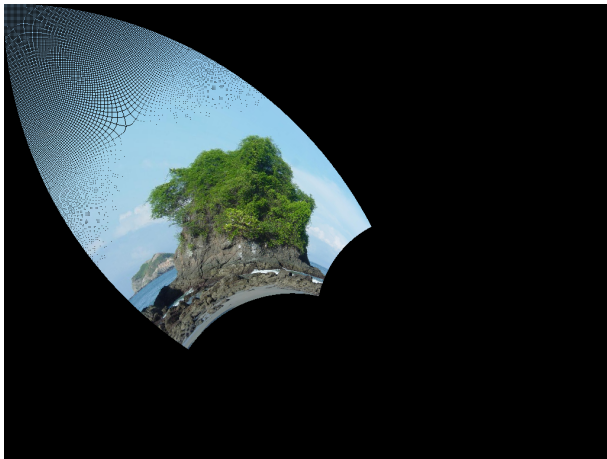


Figura 4. Resultado

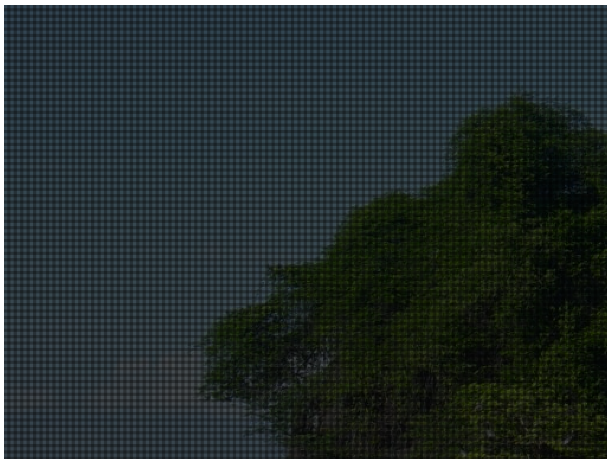


Figura 6. Resultado del ejercicio a

b. El mapeo genera una magnificación y una rotación cuando $b = 0$ para todos los casos donde $a \neq 0 \wedge a \in C \wedge a \notin R$. Sí genera una rotación.



Figura 7. Resultado del ejercicio b

c. El mapeo genera únicamente un desplazamiento de todo el Plano z cuando $b \neq 0 \wedge a = 1 \wedge b \in C$. Sí se desplaza en el plano z .



Figura 8. Resultado del ejercicio c

d. Para el caso donde $a \neq 0 \wedge b \neq 0$, que el mapeo genera la combinación de una magnificación, una rotación y un desplazamiento de la imagen del Plano z en el Plano w . Se magnifica, rota y se desplaza en el plano z .



Figura 9. Resultado del ejercicio d

REFERENCIAS

- [1] P. Alvarado-Moya, *Señales y Sistemas. Fundamentos Matemáticos*. Cartago, Costa Rica: Centro de Desarrollo de Material Bibliográfico (CDMB), 2020, ch. 2: Variable compleja.