

# ***CURSO DE CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD***

## **“GRÁFICOS DE CONTROL PARA VARIABLES”**

**DOCENTE:**

**MARIELA DEL CARMEN RODRÍGUEZ SALGADO**

**MACUSPANA, TABASCO.**



**TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO**



**TABASCO**





1

Introducción

2

Causas comunes y especiales

3

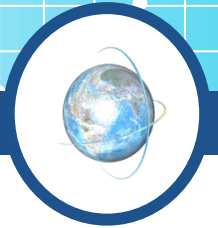
Elementos básicos de una carta de control

4

Gráfico de control X - R

5

Gráfico de control X - S

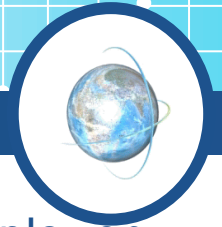


En esta unidad desarrollaremos los conceptos generales de las cartas de control, de las cartas para variables continuas más usuales ( $\bar{X}$ , R, S y de individuales) y de las cartas de precontrol.

Las cartas de control se especializan en estudiar la variabilidad a través del tiempo. Lo anterior es clave para mejorar los procesos, a través de tres actividades básicas:

- a) Estabilizar los procesos (lograr control estadístico) mediante la identificación y eliminación de causas especiales.
- b) Mejorar el proceso mismo, reduciendo la variación debida a causas comunes.
- c) Monitorear el proceso para asegurar que las mejoras se mantienen y para detectar oportunidades adicionales de mejora.

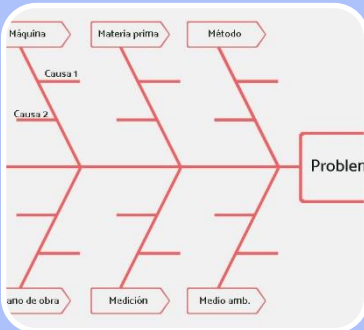
# Causas comunes y causas especiales de variación



Como ya dijimos, el mundo se caracteriza por su variabilidad; por ejemplo, en el trayecto a la escuela o al trabajo no siempre se hace el mismo tiempo, el porcentaje de artículos defectuosos de lote a lote es variable, la capacitación y habilidad entre los trabajadores no es idéntica, cada cliente es diferente, etc. Desde luego, **los procesos siempre tienen variación**, ya que en él intervienen diferentes factores sintetizados a través de las 6M: **materiales, maquinaria, medición, mano de obra (gente), métodos y medio ambiente.**

Hay **dos tipos de variabilidad**: una debida a **causas comunes** y la otra a **causas especiales** o atribuibles. Resulta fundamental distinguir en forma eficiente entre ambos tipos de variación, para así tomar las medidas adecuadas en cada caso.

# Causas comunes y causas especiales de variación



## Variación por causas comunes

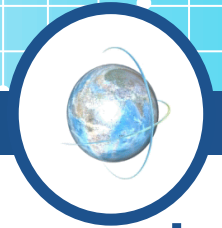
- Es aquella que permanece día a día, lote a lote y es aportada en forma natural por las condiciones de las 6 M.
- Esta variación es inherente a las actuales características del proceso y es resultado de la acumulación y combinación de diferentes causas difíciles de identificar y eliminar



## Variación por causas especiales

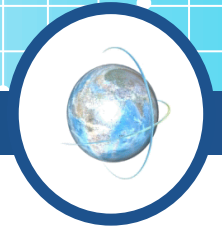
- Es causada por situaciones o circunstancias especiales que no están de manera permanente en el proceso.
- Las causas especiales, por su naturaleza relativamente discreta, a menudo pueden ser identificadas y eliminadas si se cuenta con los conocimientos y condiciones para ello.

# Causas comunes y causas especiales de variación

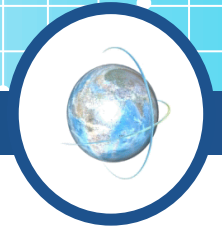


Cuando un proceso trabaja sólo con causas comunes de variación se dice que está en control estadístico o es estable, porque su variación a través del tiempo es predecible. Además, independientemente de que su variabilidad sea mucha o poca, el desempeño del proceso es predecible en el futuro inmediato, en el sentido de que su tendencia central y la amplitud de su variación se mantienen sin cambios al menos en el corto plazo.

# Causas comunes y causas especiales de variación



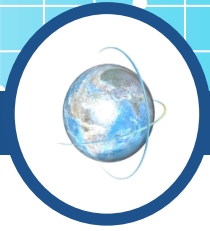
En contraste, se dice que un proceso en el que están presentes causas especiales de variación está fuera de control estadístico (o simplemente que es inestable); este tipo de procesos son impredecibles en el futuro inmediato pues en cualquier momento pueden aparecer de nuevo las situaciones que tienen un efecto especial sobre la tendencia central o sobre la variabilidad.



El objetivo básico de una carta de control es observar y analizar el comportamiento de un proceso a través del tiempo. Esto permitirá distinguir las variaciones por causas comunes de las debidas a causas especiales (atribuibles), lo que ayudará a caracterizar el funcionamiento del proceso y así decidir las mejores acciones de control y de mejora.



# Elementos básicos de una carta de control

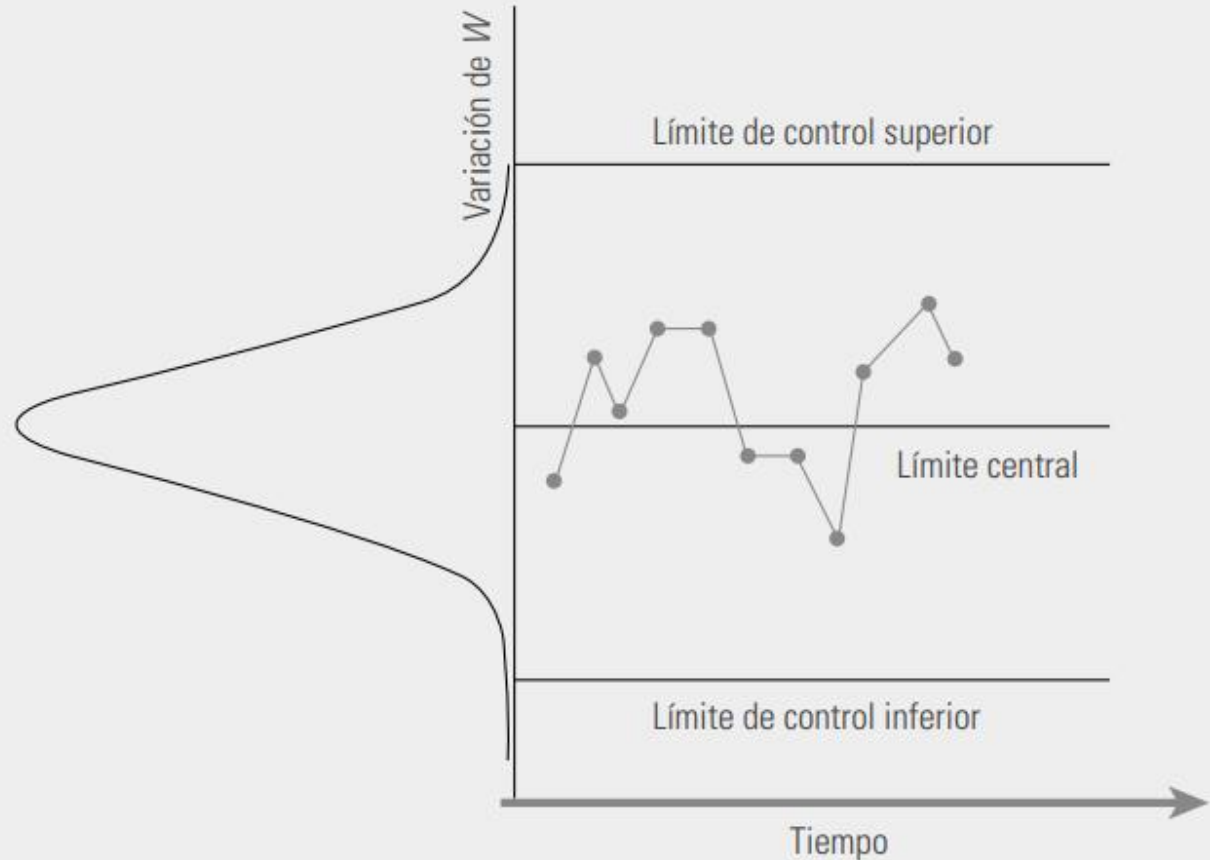


## Límites de control

No son las especificaciones, tolerancias o deseos para el proceso. Por el contrario, se calculan a partir de la variación del estadístico (datos) que se representa en la carta

La **línea central** de una carta de control representa el promedio del estadístico que se está graficando, cuando el proceso se encuentra en control estadístico

Idea y elemento de una carta de control.



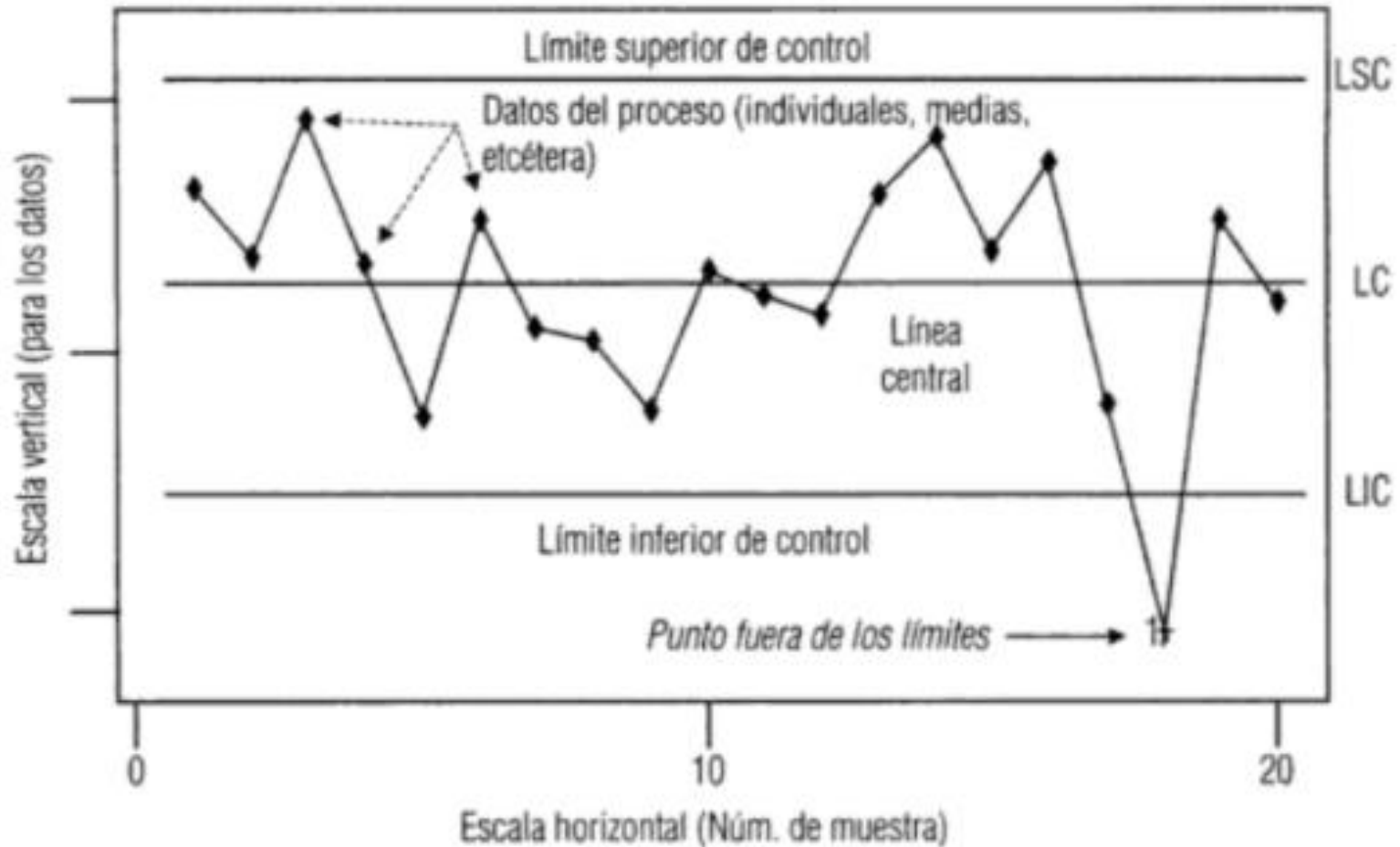


Figura . - Elementos de una GC.



Existen dos tipos generales de cartas de control: para variables y para atributos.

Las cartas de control para variables se aplican a características de calidad de tipo continuo, que intuitivamente son aquellas que requieren un instrumento de medición (pesos, volúmenes, voltajes, longitudes, resistencias, temperaturas, humedad, etcétera).

Las cartas de control para variables más usuales son:

- $\bar{X}$  (de medias),
- $R$  (de rangos),
- $S$  (de desviaciones estándar) y
- $X$  (de medidas individuales).



Existen características de calidad de un producto que no son evaluadas con un instrumento de medición en una escala continua o al menos en una escala numérica. En estos casos, el producto se juzga como conforme o no conforme, dependiendo de si posee ciertos atributos; o también al producto se le podrá contar el número de defectos o no conformidades que tiene.

Este tipo de características de calidad son monitoreadas a través de las cartas de control para atributos:

- $p$  (proporción o fracción de artículos defectuosos),
- $np$  (número de unidades defectuosas),
- $c$  (número de defectos) y
- $u$  (número promedio de defectos por unidad).

Estudiamos estas cartas en la unidad 3.



Diagramas para variables que se aplican a procesos masivos, en donde en forma periódica se obtiene un subgrupo de productos, se miden y se calcula la media y el rango R para registrarlos en la carta correspondiente.



## Construcción:

1. **Recolección de datos y su registro.** Es necesario determinar el tamaño de la muestra y el número de muestras. Se debe procurar que el tamaño de la muestra siempre sea el mismo. El paso siguiente es registrar los valores observados en hojas de datos con un formato específico.
2. **Calcular la media y los recorridos de las muestras.** Se calcula la media de cada muestra ( $\bar{x}$ ) así como el rango ( $R$  = restando el valor mínimo del valor máximo de cada muestra). La fase siguiente es calcular el promedio general ( $\bar{\bar{x}}$ ). También se calcula el rango promedio ( $\bar{R}$ ) con los valores de  $R$  para cada muestra.
3. **Calcular los límites de control.** Para cada gráfico hemos de calcular los límites de control superior e inferior. Estos límites se pueden calcular a  $\pm 3$  desviaciones del promedio. Utilizaremos las fórmulas siguientes:

# Gráficos de Control $\bar{X} - R$



## Construcción:

Para el gráfico  $\bar{x}$ , los límites de control se calculan de la siguiente forma:

$$\text{Línea central: } LC = \bar{\bar{x}}$$

$$\text{Límite de control superior: } LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{Límite de control Inferior: } LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

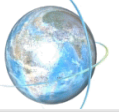
Para el gráfico  $R$ , los límites de control se calculan de la siguiente forma:

$$\text{Línea central: } LC = \bar{R}$$

$$\text{Límite de control superior: } LCS = D_4 \bar{R}$$

$$\text{Límite de control Inferior: } LCI = D_3 \bar{R}$$

# Gráficos de Control $\bar{X} - R$



16

MCRS

**TABLA A1.** Factores para la construcción de las cartas de control.

TAMAÑO DE MUESTRA, $n$	CARTA $\bar{X}$ $A_2$	CARTA $R$			CARTA $S$ $c_4$	ESTIMACION DE $\sigma$ $d_2$
		$d_3$	$D_3$	$D_4$		
2	1.880	0.853	0.0000	3.2686	0.7979	1.128
3	1.023	0.888	0.0000	2.5735	0.8862	1.693
4	0.729	0.880	0.0000	2.2822	0.9213	2.059
5	0.577	0.864	0.0000	2.1144	0.9400	2.326
6	0.483	0.848	0.0000	2.0039	0.9515	2.534
7	0.419	0.833	0.0758	1.9242	0.9594	2.704
8	0.373	0.820	0.1359	1.8641	0.9650	2.847
9	0.337	0.808	0.1838	1.8162	0.9693	2.970
10	0.308	0.797	0.2232	1.7768	0.9727	3.078
11	0.285	0.787	0.2559	1.7441	0.9754	3.173
12	0.266	0.778	0.2836	1.7164	0.9776	3.258
13	0.249	0.770	0.3076	1.6924	0.9794	3.336
14	0.235	0.763	0.3281	1.6719	0.9810	3.407
15	0.223	0.756	0.3468	1.6532	0.9823	3.472
16	0.212	0.750	0.3630	1.6370	0.9835	3.532
17	0.203	0.744	0.3779	1.6221	0.9845	3.588
18	0.194	0.739	0.3909	1.6091	0.9854	3.640
19	0.187	0.734	0.4031	1.5969	0.9862	3.689
20	0.180	0.729	0.4145	1.5855	0.9869	3.735
21	0.173	0.724	0.4251	1.5749	0.9876	3.778
22	0.167	0.720	0.4344	1.5656	0.9882	3.819
23	0.162	0.716	0.4432	1.5568	0.9887	3.858
24	0.157	0.712	0.4516	1.5484	0.9892	3.898
25	0.153	0.708	0.4597	1.5403	0.9896	3.931





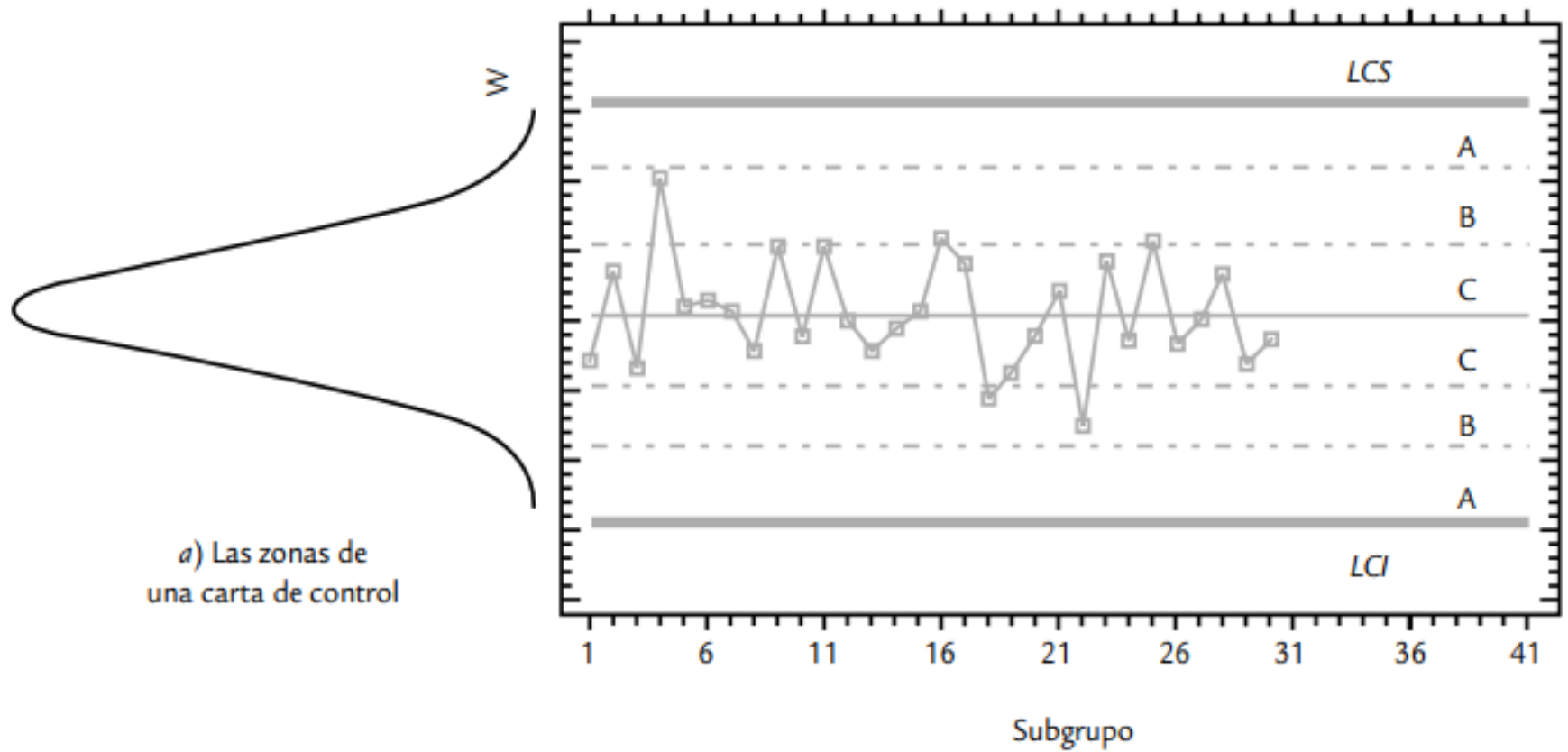
## Construcción:

4. **Representar los gráficos de control.** Calculados los límites, el paso siguiente es representar los datos en el gráfico, trazar las líneas de control y señalar a línea central.
5. **Interpretación de los gráficos.** Cuando se representan los puntos hay que observar principalmente si éstos caen dentro o fuera de los límites para determinar si el proceso está o no bajo control.

Si observamos que uno o más puntos de la gráfica  $\bar{X}$  se encuentra fuera de los límites, mientras que los correspondientes valores de la gráfica R están dentro de los límites, eso significa que en el proceso se ha producido algo que ha modificado el valor medio de la característica que estamos analizando.

Si observamos que uno o más puntos de la gráfica R se encuentran fuera de los límites, mientras que los correspondientes valores de la gráfica  $\bar{X}$  están dentro de los límites, eso significa que las piezas producidas pueden presentar variaciones más dispersas de la característica que estamos analizando, aunque la media sea constante.

# Gráficos de Control $\bar{X} - R$

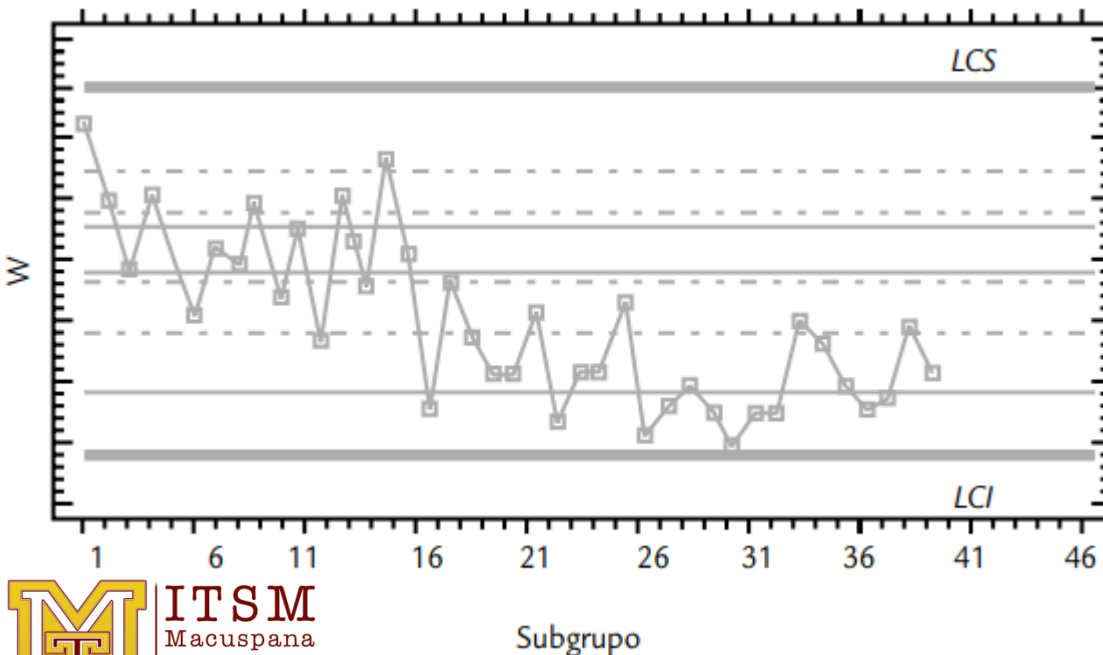




## Patrón 1. Desplazamientos o cambios en el nivel del proceso.

Este patrón ocurre cuando uno o más puntos se salen de los límites de control o cuando hay una tendencia larga y clara a que los puntos consecutivos caigan de un sólo lado de la línea central. Estos cambios especiales pueden ser por:

- La introducción de nuevos trabajadores, máquinas, materiales o métodos.
- Cambios en los métodos de inspección.
- Una mayor o menor atención de los trabajadores.
- Porque el proceso ha mejorado (o empeorado).



Los criterios más usuales para ver si este patrón se ha presentado son:

- Un punto fuera de los límites de control.
- Hay una tendencia clara y larga a que los puntos consecutivos caigan de un sólo lado de la línea central

Tres pruebas concretas para este patrón son:

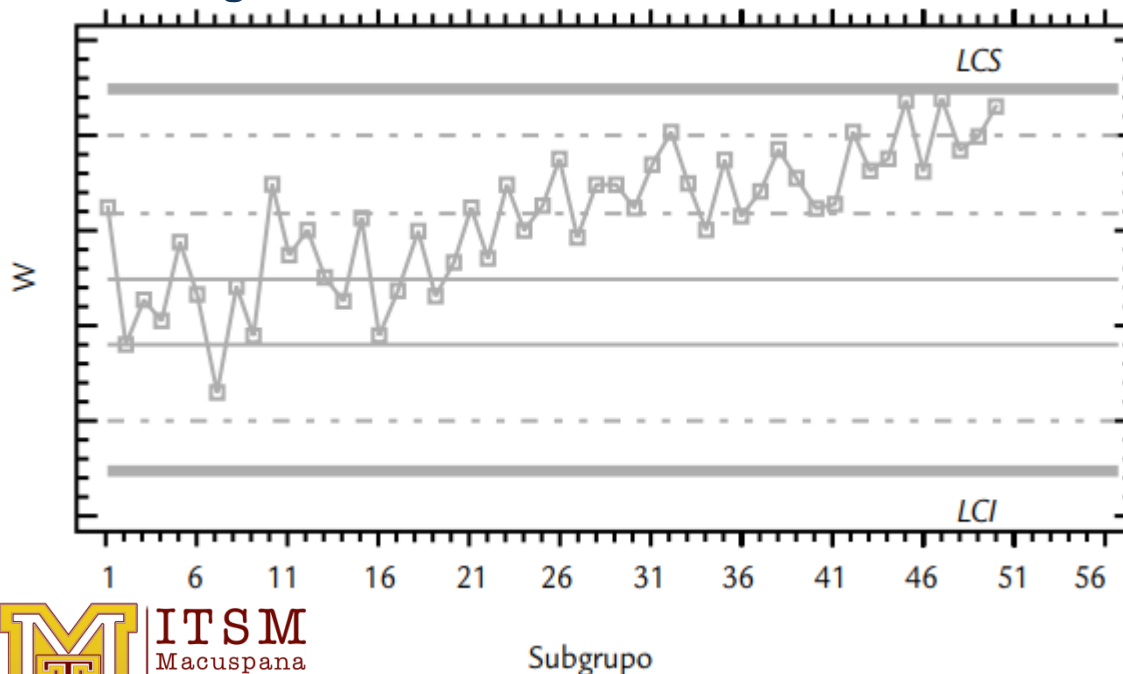
- a) Ocho o más puntos consecutivos de un sólo lado de la línea central.
- b) Al menos 10 de 11 puntos consecutivos caen de un mismo lado de la línea central.
- c) Por lo menos 12 de 14 puntos consecutivos ocurren por un mismo lado de la línea central.



## Patrón 2. Tendencias en el nivel del proceso.

Este patrón consiste en una tendencia a incrementarse (o disminuirse) de los valores de los puntos en la carta, como se aprecia en la figura. Una tendencia ascendente o descendente bien definida y larga se debe a alguna de las siguientes causas especiales:

- Deterioro o desajuste gradual del equipo de producción.
- Desgaste de las herramientas de corte.
- Acumulación de productos de desperdicios en las tuberías.
- Calentamiento de máquinas.
- Cambios graduales en las condiciones del medio ambiente.



Para determinar si hay una tendencia en el proceso se tienen los siguientes criterios:

- Seis o más puntos consecutivos ascendentes (o descendentes).
- Un movimiento demasiado largo de puntos hacia arriba (o abajo) de la carta de control, aunque no todos los puntos en ascenso (o descenso).

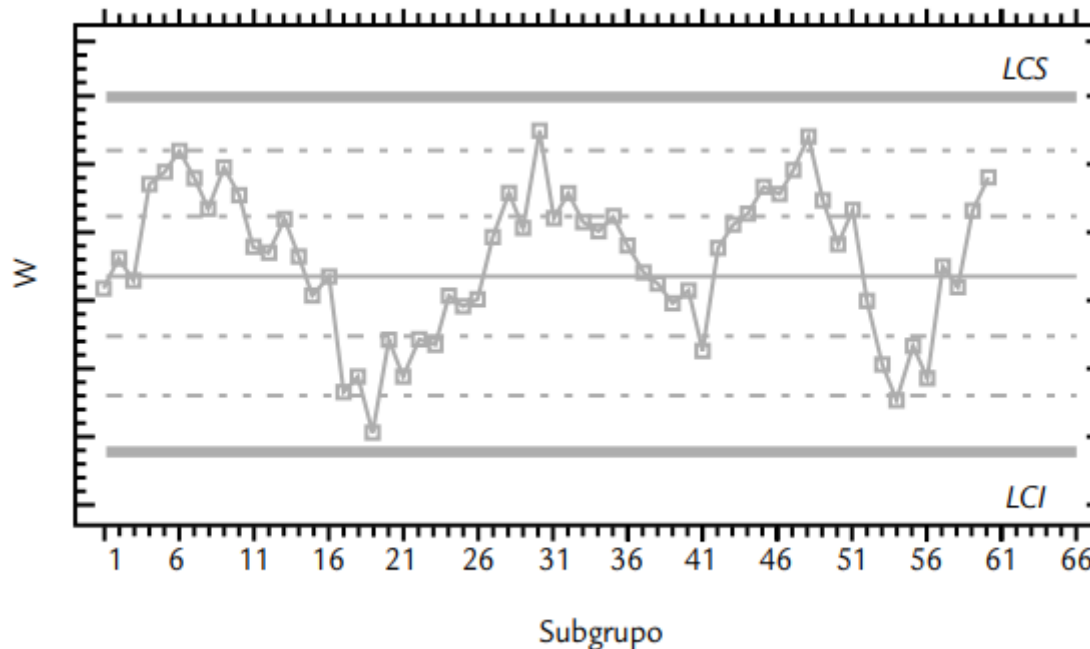
# Gráficos de Control $\bar{X} - R$

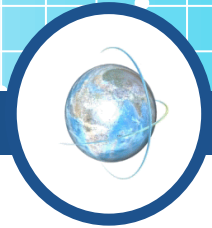


## Patrón 3. Ciclos recurrentes (periodicidad).

Otro movimiento no aleatorio que pueden presentar los puntos en las cartas es un comportamiento cíclico de los puntos. Cuando un comportamiento cíclico se presenta en la carta  $\bar{X}$ , entonces las posibles causas son:

- Cambios periódicos en el ambiente.
- Diferencias en los dispositivos de medición o de prueba que se utilizan en cierto orden.
- Rotación regular de máquinas u operarios.
- Efecto sistemático producido por dos máquinas, operarios o materiales que se usan alternadamente.

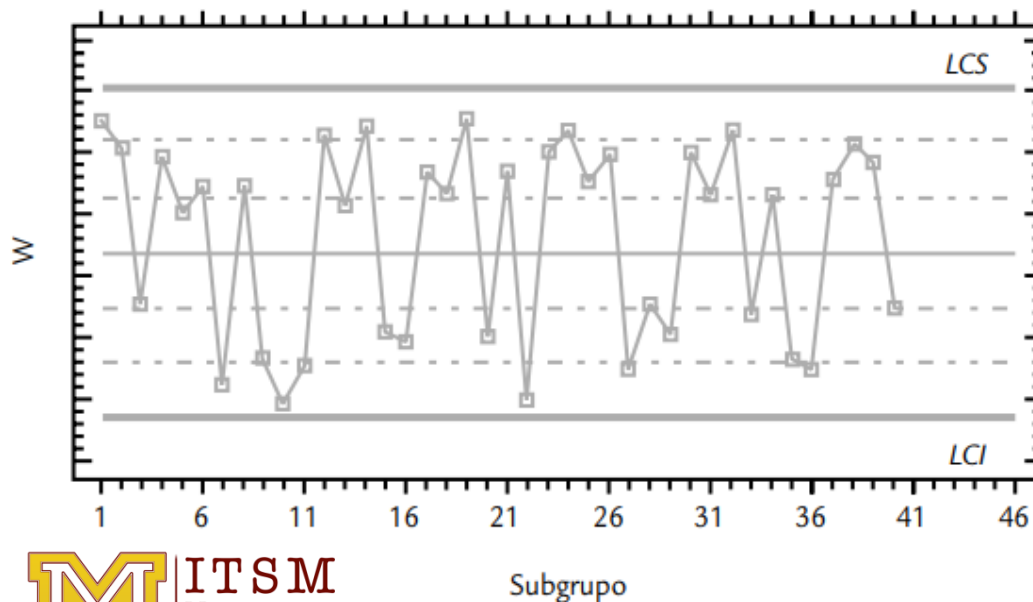




## Patrón 4. Mucha Variabilidad

Una señal de que en el proceso hay una causa especial de mucha variación se manifiesta mediante una alta proporción de puntos cerca de los límites de control, en ambos lados de la línea central, y pocos o ningún punto en la parte central de la carta. En estos casos se dice que hay mucha variabilidad, como se puede ver en la figura. Algunas causas que afectan a la carta de esta manera son:

- Sobrecontrol o ajustes innecesarios en el proceso.
- Diferencias sistemáticas en la calidad del material o en los métodos de prueba.
- Control de dos o más procesos en la misma carta con diferentes promedios.

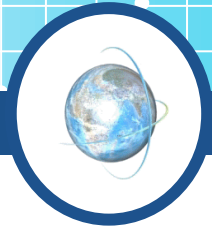


Los criterios para detectar una alta proporción de puntos cerca o fuera de los límites

son los siguientes:

- Ocho puntos consecutivos en ambos lados de la línea central con ninguno en la zona C.
- Una imagen similar a la mostrada en la figura.

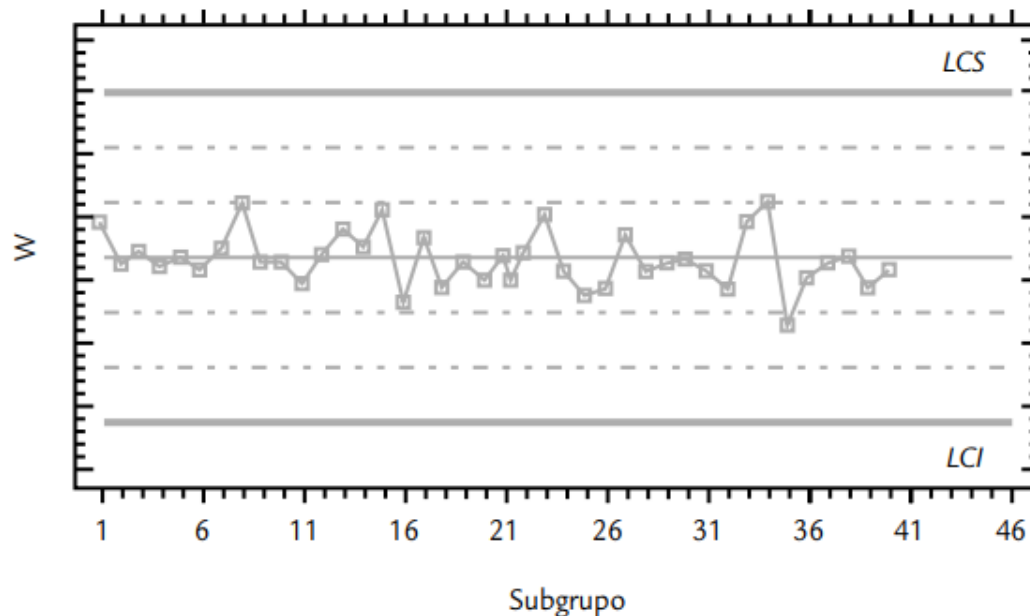
# Gráficos de Control $\bar{X} - R$



## Patrón 5. Falta de variabilidad

Una señal de que hay algo especial en el proceso es que prácticamente todos los puntos se concentren en la parte central de la carta, es decir, que los puntos reflejen poca variabilidad. Algunas de las causas que pueden afectar a todas las cartas de control de esta manera son:

- Equivocación en el cálculo de los límites de control.
- Agrupamiento en una misma muestra a datos provenientes de universos con medias bastante diferentes, que al combinarse se compensan unos con otros.
- “Cuchareo” de los resultados.
- Carta de control inapropiada para el estadístico graficado.





## Ejemplo:

Supongamos que deseamos controlar determinado proceso y para ello el operario selecciona una muestra de cinco observaciones ( $n=5$ ) correspondientes al peso de una pieza (en miligramos) y las registra en una hoja. El proceso se repite 25 veces, con lo que se obtienen 25 muestras de tamaño cinco.



# Gráficos de Control $\bar{X} - R$



m	Peso (mg)					Media	R
1	5,1	4,9	4,9	5,2	5,0	5,02	0,30
2	5,3	4,7	4,8	4,9	5,1	4,96	0,60
3	5,1	5,1	5,2	5,1	5,2	5,14	0,10
4	5,0	4,9	4,9	4,3	5,0	4,82	0,70
5	5,1	5,2	5,0	5,0	5,1	5,08	0,20
6	5,1	4,7	4,8	4,7	5,2	4,90	0,50
7	4,8	4,8	5,0	4,9	5,0	4,90	0,20
8	5,2	5,2	4,9	5,0	4,9	5,04	0,30
9	5,0	4,8	5,0	4,9	5,0	4,94	0,20
10	4,8	4,7	5,0	5,0	4,7	4,84	0,30
11	4,8	4,9	4,9	5,4	5,1	5,02	0,60
12	4,9	5,2	5,0	5,0	5,0	5,02	0,30
13	5,2	4,9	4,6	4,9	4,8	4,88	0,60
14	5,0	5,0	5,1	5,1	4,8	5,00	0,30
15	4,9	4,8	5,1	5,1	5,0	4,98	0,30
16	4,6	4,8	4,9	5,0	5,0	4,86	0,40
17	5,1	5,2	5,1	5,0	4,8	5,04	0,40
18	4,8	4,8	4,6	5,1	5,2	4,90	0,60
19	5,4	5,1	5,1	5,1	5,0	5,14	0,40
20	5,1	4,9	4,9	4,9	4,9	4,94	0,20
21	5,0	4,9	4,9	5,0	5,2	5,00	0,30
22	5,0	5,0	5,3	5,2	4,8	5,06	0,50
23	5,2	5,2	5,0	4,8	5,2	5,08	0,40
24	4,9	4,9	5,0	5,4	5,0	5,04	0,50
25	4,7	5,1	5,1	4,8	4,9	4,92	0,40
Total						124,52	9,60
						4,98	0,38



## Construcción:

Para el gráfico  $\bar{x}$ , los límites de control se calculan de la siguiente forma:

$$\text{Línea central: } LC = \bar{\bar{x}} = 4.98$$

$$\text{Límite de control superior: } LCS = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R} = 4.98 + (0.577 \times 0.38) = 5.199$$

$$\text{Límite de control Inferior: } LCI = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R} = 4.98 - (0.577 \times 0.38) = 4.761$$

Para el gráfico R, los límites de control se calculan de la siguiente forma:

$$\text{Línea central: } LC = \bar{R} = 0.38$$

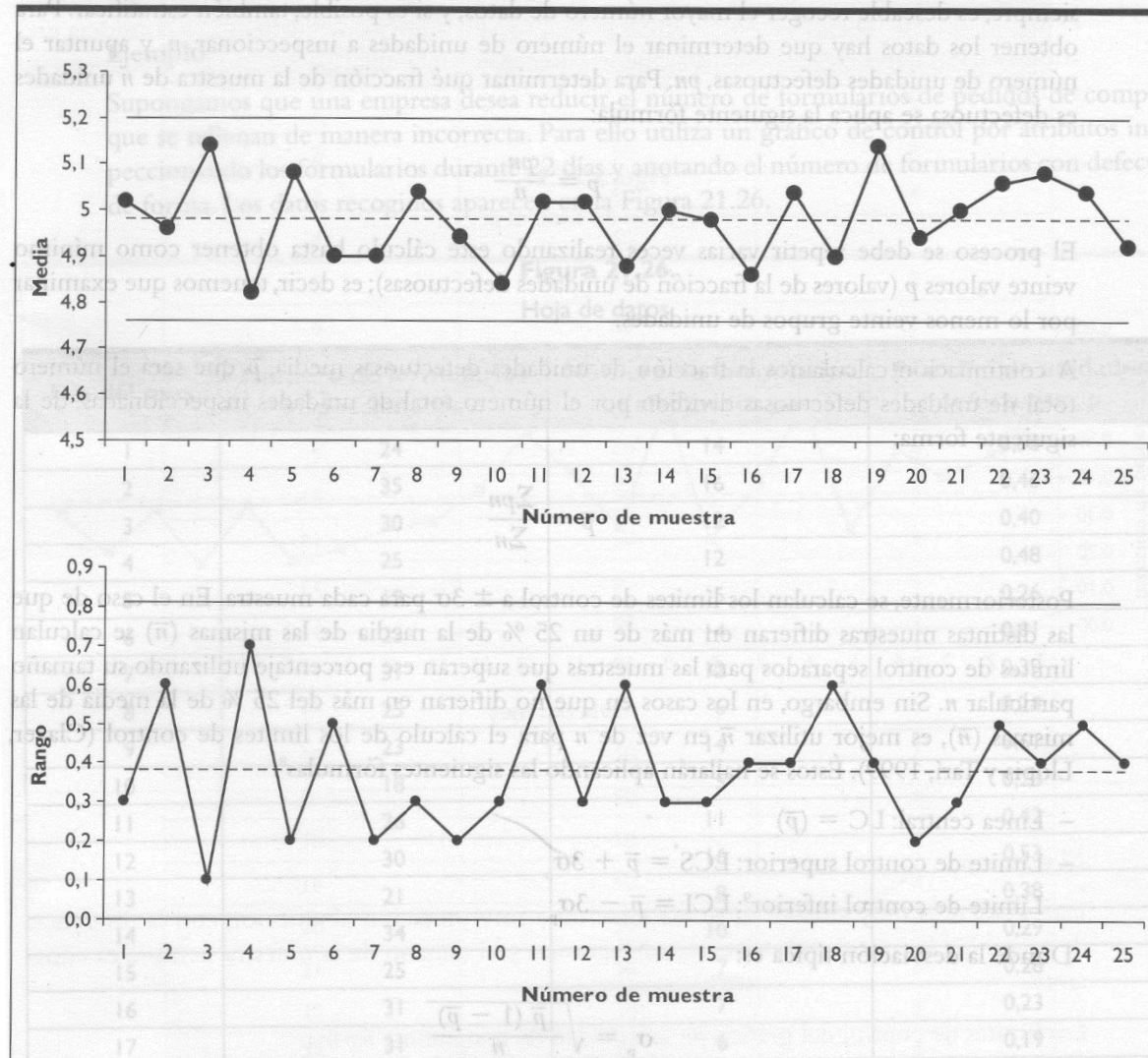
$$\text{Límite de control superior: } LCS = D_4\bar{R} = 2.1144 \times 0.38 = 0.803$$

$$\text{Límite de control Inferior: } LCI = D_3\bar{R} = 0 \times 0.38 = 0$$

# Gráficos de Control $\bar{X} - R$



Gráficos de control  $\bar{X} - R$ .





## INTERPRETACIÓN:

A simple vista en ninguno de nuestros dos gráficos observamos los patrones que marcan algo especial en nuestros gráficos, por tanto, nuestro **proceso es estable o está en control estadístico**.



Diagrama para variables que se aplican a procesos masivos, en los que se quiere tener una mayor potencia para detectar pequeños cambios. Por lo general, el tamaño de los subgrupos es  $n \geq 10$ .

# Gráficos de Control $\bar{X} - S$



La forma en la que ahora se estimó  $\sigma$ , modifica la forma de obtener los límites de control en la carta X cuando ésta es acompañada de la carta S. En este caso se obtienen de la siguiente manera

$$LCS = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{S}}{C_4 \sqrt{n}}$$

$$\text{Línea central: } LC = \bar{\bar{X}}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{S}}{C_4 \sqrt{n}}$$



Los límites de control para una carta S están dados por:

$$LCS = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2}$$

*Línea central:*  $LC = \bar{S}$

$$LCI = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2}$$



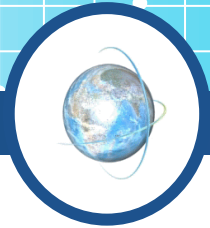


## Ejemplo:

Los datos de la siguiente tabla representan los resultados obtenidos en un proceso. Como se aprecia, el tamaño del subgrupo es de  $n = 10$ , y se tiene un total de 20 subgrupos. Calcule los límites de control y realice una gráfica  $\bar{X} - S$ , interprete lo obtenido.



# Gráficos de Control $\bar{X} - S$



SUBGRUPO	MEDICIONES										MEDIA	S
1	50	41	21	52	55	45	62	55	28	51	46	12.78
2	60	44	61	61	53	36	60	45	71	57	54.8	10.369
3	69	53	65	63	54	35	37	66	55	39	53.6	12.68
4	40	67	64	46	53	64	43	39	48	38	50.2	11.17
5	46	60	75	55	56	59	60	73	75	60	61.9	9.55
6	45	50	57	45	35	61	35	53	58	31	47	10.61
7	46	56	48	43	30	56	50	48	41	50	46.8	7.63
8	62	59	52	47	68	46	47	44	38	54	51.7	9.15
9	61	79	49	55	58	39	41	58	28	67	53.5	14.79
10	27	62	51	50	39	40	51	47	61	60	48.8	11.11
11	58	55	46	68	66	58	42	50	52	35	53	10.28
12	65	20	42	75	36	65	24	65	62	33	48.7	19.87
13	52	58	62	55	53	44	52	41	46	61	52.4	7.04
14	44	50	53	61	54	59	54	55	32	50	51.2	8.26
15	35	47	60	59	64	48	52	55	64	49	53.3	9.02
16	50	58	44	48	37	46	43	66	51	52	49.5	8.14
17	45	52	56	61	47	76	44	66	43	38	52.8	11.91
18	40	72	25	67	47	33	54	42	50	40	47	14.48
19	52	52	42	60	52	35	42	37	58	65	49.5	10.11
20	50	23	37	48	52	48	33	39	60	77	46.7	15.06

50.92

11.201

MCRS

# Gráficos de Control $\bar{X} - S$



Fórmula para calcular la media

$$\bar{X} = \frac{60 + 44 + 61 + 61 + 53 + 36 + 60 + 45 + 71 + 57}{10}$$

$$\bar{X} = 54.8$$

Fórmula para calcular la desviación estándar

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

$$s = \sqrt{\frac{(60 - 54.8)^2 + (44 - 54.8)^2 + (61 - 54.8)^2 + (61 - 54.8)^2 + \dots + (57 - 54.8)^2}{10 - 1}}$$

$$S = 10.369$$

# Gráficos de Control $\bar{X} - S$



Calcular los límites de control para el Gráfico de  $\bar{X}$

$$LCS = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{S}}{C_4 \sqrt{n}}$$

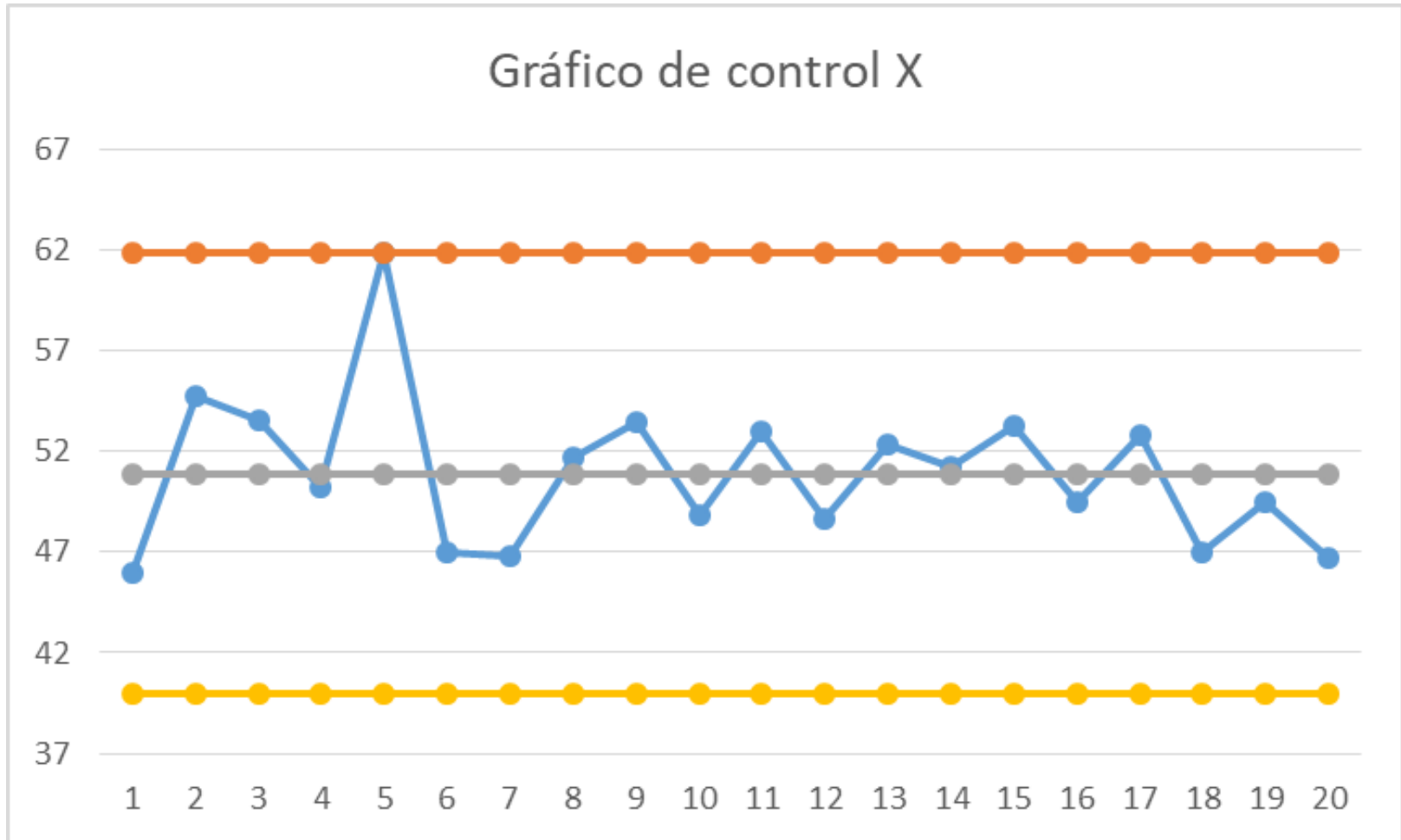
$$LCS = 50.92 + 3 \frac{11.201}{0.9727 \sqrt{10}} = 61.844$$

Línea central:  $LC = \bar{\bar{X}} = 50.92$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{S}}{C_4 \sqrt{n}}$$

$$LCI = 50.92 - 3 \frac{11.201}{0.9727 \sqrt{10}} = 39.996$$

# Gráficos de Control $\bar{X} - S$

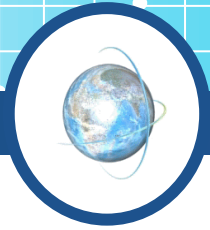




## INTERPRETACIÓN:

En nuestro gráfico podemos observar el patrón número 5, el de falta de variabilidad, porque prácticamente a partir del subgrupo 6, de manera consecutiva todos los puntos se concentran en la parte central de la carta. Además se observa que el subgrupo 5 está en límite de control superior, sugiriendo un cambio de nivel en el proceso.

Por tanto, nuestro **proceso es inestable o fuera de control estadístico**.



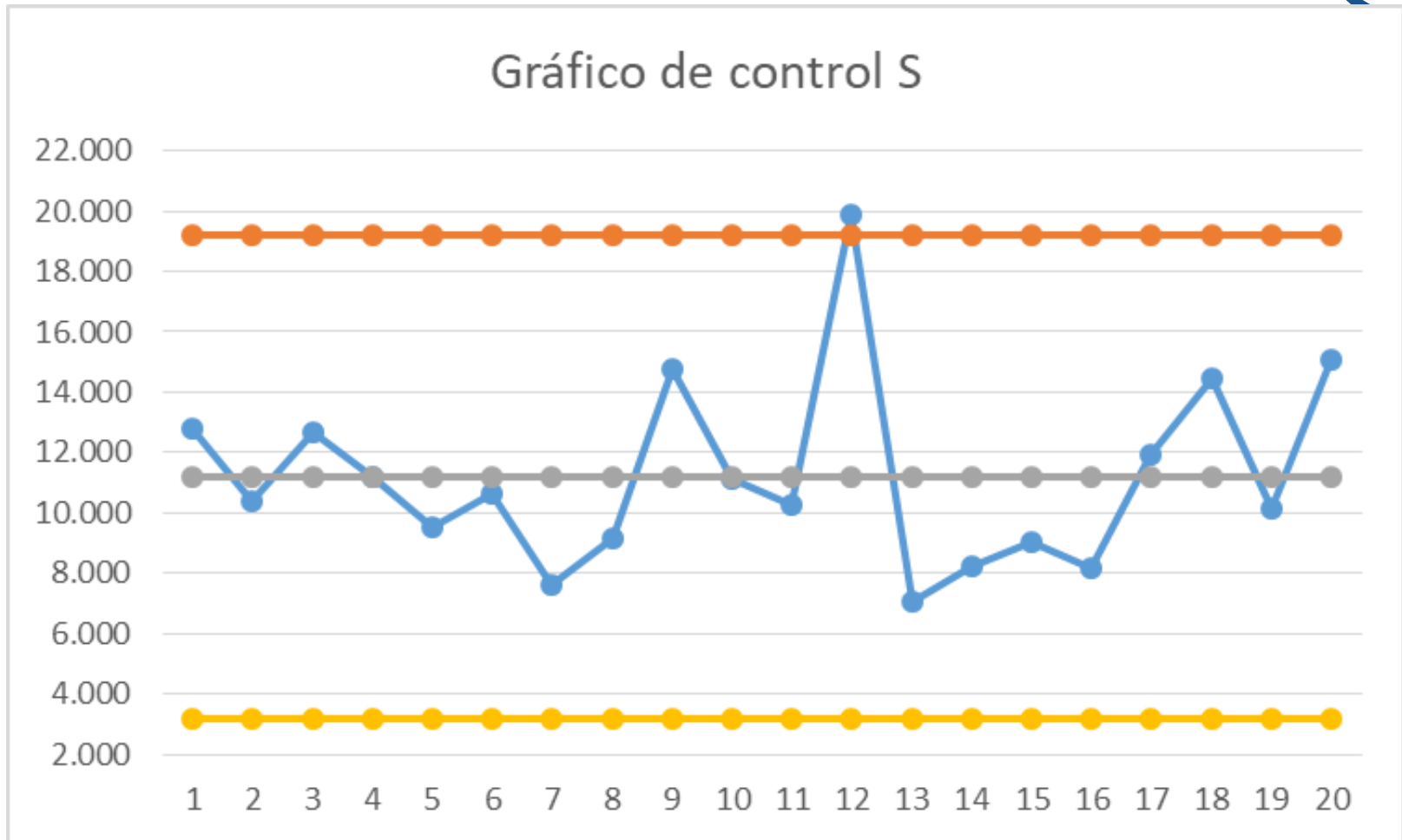
Calcular los límites de control para la carta S:

$$LCS = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2} \quad LCS = 11.201 + 3 \frac{11.201}{0.9727} \sqrt{1 - (0.9727)^2} = \mathbf{19.218}$$

*Línea central:*  $LC = 11.201$

$$LCI = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{C_4} \sqrt{1 - C_4^2} \quad LCI = 11.201 - 3 \frac{11.201}{0.9727} \sqrt{1 - (0.9727)^2} = \mathbf{3.184}$$

# Gráficos de Control $\bar{X} - S$





## INTERPRETACIÓN:

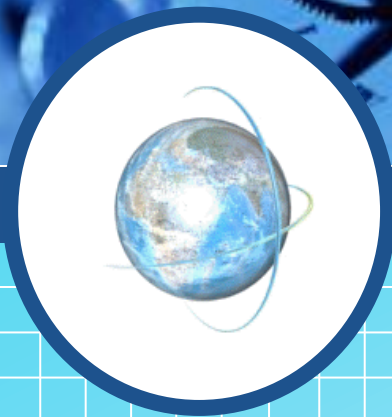
A simple vista, observamos que el subgrupo 12 se sale del límite de control superior, sugiriendo un aumento de la variabilidad.

Por tanto, nuestro **proceso es inestable o fuera de control estadístico**.





1. **Gutiérrez Pulido Humberto y De la Vara Salazar Román; Control Estadístico de Calidad y Seis Sigma, Mc Graw Hill, Primera Edición, México 2004.**
2. **Gutiérrez Pulido Humberto, Control Total y Productividad, Segunda Edición, Mc Graw Hill, México, 2005**
3. **Camisón C., Cruz S., González T. gestión de la Calidad: Conceptos, enfoques, modelos y sistemas. Primera edición. Editorial Pearson Educación, Madrid 2006.**



# ¡GRACIAS!