

Semântica Denotacional

prof. André Rauber Du Bois

Universidade Federal de Pelotas
<http://minerva.ufpel.edu.br/~dubois/>
dubois@ufpel.edu.br

1 Semântica Denotacional da Linguagem IMP

1.1 Sintaxe

$n \in \mathbf{Int}$	números inteiros
$x \in \mathbf{Var}$	variáveis
$b \in \mathbf{Bool}$	valores booleanos

$E \in \mathbf{ExpArit}$	expressões aritméticas
$E ::= n$	número inteiro
$ x$	váriavel
$ E + E$	soma
$ E - E$	subtração
$ E \times E$	multiplicação

$B \in \mathbf{ExpBool}$	expressões booleanas
$B ::= b$	valor booleano
$ E == E$	equivalência
$ E \leq E$	menor ou igual
$ \neg B$	negação
$ B \wedge B$	e
$ B \vee B$	ou

$C \in \mathbf{Comando}$	comandos
$C ::= \text{skip}$	skip
$ x := E$	atribuição
$ C ; C$	sequência de comandos
$ \text{if } B \text{ then } C \text{ else } C$	if
$ \text{while } B \text{ do } C$	while

$\sigma \in \mathbf{Estado}$	estado
$\mathbf{Estado} \equiv \mathbf{Var} \rightarrow \mathbf{Int}$	estado
$\mathcal{A}[\cdot] \in \mathbf{ExpArit} \rightarrow \mathbf{Estado} \rightarrow \mathbf{Int}$	exp aritm
$\mathcal{B}[\cdot] \in \mathbf{ExpBool} \rightarrow \mathbf{Estado} \rightarrow \mathbf{Bool}$	exp bool
$\mathcal{C}[\cdot] \in \mathbf{Comando} \rightarrow \mathbf{Estado} \rightarrow \mathbf{Estado}_\perp$	comandos

1.2 Semântica de Expressões Aritméticas

(DNUM)

$$\mathcal{A}[\![n]\!]\sigma = n$$

(DVAR)

$$\mathcal{A}[\![x]\!]\sigma = \sigma(x)$$

(DSOMA)

$$\mathcal{A}[\![E1 + E2]\!]\sigma = \mathcal{A}[\![E1]\!]\sigma + \mathcal{A}[\![E2]\!]\sigma$$

(DMULT)

$$\mathcal{A}[\![E1 * E2]\!]\sigma = \mathcal{A}[\![E1]\!]\sigma \times \mathcal{A}[\![E2]\!]\sigma$$

1.3 Semântica de Expressões Booleanas

(DTRUE)

$$\mathcal{B}[\![true]\!]\sigma = true$$

(DFALSE)

$$\mathcal{B}[\![false]\!]\sigma = false$$

(DNOT)

$$\mathcal{B}[\![\neg B]\!]\sigma = \neg \mathcal{B}[\![B]\!]\sigma$$

(DE)

$$\mathcal{B}[\![B1 \wedge B2]\!]\sigma = \mathcal{B}[\![B1]\!]\sigma \wedge \mathcal{B}[\![B2]\!]\sigma$$

(DOU)

$$\mathcal{B}[\![B1 \vee B2]\!]\sigma = \mathcal{B}[\![B1]\!]\sigma \vee \mathcal{B}[\![B2]\!]\sigma$$

(DMI)

$$\mathcal{B}[\![E1 \leq E2]\!]\sigma = \mathcal{A}[\![E1]\!]\sigma \leq \mathcal{A}[\![E2]\!]\sigma$$

1.4 Semântica de Comandos

(DSKIP)

$$\mathcal{C}[\![skip]\!]\sigma = \sigma$$

(DATRIB)

$$\mathcal{C}[\![x := E]\!]\sigma = \sigma[x \mapsto \mathcal{A}[\![E]\!]\sigma]$$

(DSEQ)

$$\mathcal{C}[\![C1; C2]\!]\sigma = \mathcal{C}[\![C2]\!](\mathcal{C}[\![C1]\!]\sigma)$$

(DIF)

$$\mathcal{C}[\![\text{if } B \text{ then } C1 \text{ else } C2]\!]\sigma = \text{se } \mathcal{B}[\![B]\!]\sigma \text{ entao } \mathcal{C}[\![C1]\!]\sigma \text{ senao } \mathcal{C}[\![C2]\!]\sigma$$

1.5 Semântica Composicional do While

(DWHILE)

$$\begin{aligned} & \mathcal{C}[\text{while } B \text{ do } C]\sigma = \text{loop } \sigma \\ \text{onde} \quad & \text{loop } \sigma = \text{se } \mathcal{B}[B]\sigma \text{ entao loop } \mathcal{C}[C]\sigma \text{ senao } \sigma \end{aligned}$$

1.6 Semântica Composicional Ponto Fixo

(DWHILE)

$$\begin{aligned} & \mathcal{C}[\text{while } B \text{ do } C]\sigma = \text{FIX } w \sigma \\ \text{onde} \quad & w g \sigma = \text{se } \mathcal{B}[B]\sigma \text{ entao } g \mathcal{C}[C]\sigma \text{ senao } \sigma \end{aligned}$$