

# Semântica Operacional Small-Step

prof. André Rauber Du Bois

Universidade Federal de Pelotas  
<http://minerva.ufpel.edu.br/~dubois/>  
dubois@ufpel.edu.br

## 1 Semântica Operacional Small-Step da Linguagem IMP

### 1.1 Sintaxe

$n \in \mathbf{Int}$	números inteiros
$x \in \mathbf{Var}$	variáveis
$b \in \{\text{true}, \text{false}\}$	valores booleanos
$E \in \mathbf{ExpArit}$	expressões aritméticas
$E ::= n$	número inteiro
$  x$	váriavel
$  E + E$	soma
$  E - E$	subtração
$  E \times E$	multiplicação
$B \in \mathbf{ExpBool}$	expressões booleanas
$B ::= b$	valor booleano
$  E == E$	equivalência
$  E \leq E$	menor ou igual
$  \neg B$	negação
$  B \wedge B$	e
$  B \vee B$	ou
$C \in \mathbf{Comandos}$	comandos
$C ::= \text{skip}$	skip
$  x := E$	atribuição
$  C ; C$	sequência de comandos
$  \text{if } B \text{ then } C \text{ else } C$	if
$  \text{while } B \text{ do } C$	while

### 1.2 Semântica de Expressões Aritméticas

(VAR)

$$\overline{\langle x, \sigma \rangle} \rightarrow \overline{\langle \sigma(x), \sigma \rangle}$$

(SOMA1)

$$\frac{\langle E1, \sigma \rangle \rightarrow \langle E1', \sigma \rangle}{\langle E1 + E2, \sigma \rangle \rightarrow \langle E1' + E2, \sigma \rangle}$$

(SOMA2)

$$\frac{\langle E, \sigma \rangle \rightarrow \langle E', \sigma \rangle}{\langle n + E, \sigma \rangle \rightarrow \langle n + E', \sigma \rangle}$$

(SOMA3)

$$\overline{\langle n1 + n2, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{sum}(n1, n2), \sigma \rangle}$$

Obs1: nesta regra o  $+$  é o simbolo sintático da linguagem que representa a soma e  $\text{sum}()$  é uma operação que executa a soma de dois inteiros. Se vemos a semântica como uma descrição matemática do comportamento dos programas, essa operação pode ser implementada como a soma matemática de dois inteiros. Se vemos a semântica como um interpretador, a operação  $\text{sum}()$  pode ser vista como uma função implementada na arquitetura alvo.

### 1.3 Semântica de Expressões Booleanas

(NOT1)

$$\frac{\langle B, \sigma \rangle \rightarrow \langle B', \sigma \rangle}{\langle \neg B, \sigma \rangle \rightarrow \langle \neg B', \sigma \rangle}$$

(NOT2)

$$\overline{\langle \neg \text{true}, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{false}, \sigma \rangle}$$

(NOT3)

$$\overline{\langle \neg \text{false}, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{true}, \sigma \rangle}$$

(E1)

$$\frac{\langle B1, \sigma \rangle \rightarrow \langle B1', \sigma \rangle}{\langle B1 \wedge B2, \sigma \rangle \rightarrow \langle B1' \wedge B2, \sigma \rangle}$$

(E2)

$$\overline{\langle \text{true} \wedge B, \sigma \rangle \rightarrow \langle B, \sigma \rangle}$$

(E3)

$$\overline{\langle \text{false} \wedge B, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{false}, \sigma \rangle}$$

(OU1)

$$\frac{\langle B1, \sigma \rangle \rightarrow \langle B1', \sigma \rangle}{\langle B1 \vee B2, \sigma \rangle \rightarrow \langle B1' \vee B2, \sigma \rangle}$$

(OU2)

$$\overline{\langle \text{true} \vee B, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{true}, \sigma \rangle}$$

(OU3)

$$\overline{\langle \text{false} \vee B, \sigma \rangle \rightarrow \langle B, \sigma \rangle}$$

## 1.4 Semântica de Comandos

(ATRIB1)

$$\frac{\langle E, \sigma \rangle \rightarrow \langle E', \sigma \rangle}{\langle x := E, \sigma \rangle \rightarrow \langle x := E', \sigma \rangle}$$

(ATRIB2)

$$\overline{\langle x := n, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{skip}, \sigma[x \mapsto n] \rangle}$$

(SEQ1)

$$\frac{\langle C1, \sigma \rangle \rightarrow \langle C1', \sigma' \rangle}{\langle C1; C2, \sigma \rangle \rightarrow \langle C1'; C2, \sigma' \rangle}$$

(SEQ2)

$$\overline{\langle \text{skip}; C, \sigma \rangle \rightarrow \langle C, \sigma \rangle}$$

(IF1)

$$\frac{\langle B, \sigma \rangle \rightarrow \langle B', \sigma \rangle}{\langle \text{if } B \text{ then } C1 \text{ else } C2, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{if } B' \text{ then } C1 \text{ else } C2, \sigma \rangle}$$

(IF2)

$$\overline{\langle \text{if true then } C1 \text{ else } C2, \sigma \rangle \rightarrow \langle C1, \sigma \rangle}$$

(IF3)

$$\overline{\langle \text{if false then } C1 \text{ else } C2, \sigma \rangle \rightarrow \langle C2, \sigma \rangle}$$

(WHILE)

$$\overline{\langle \text{while } B \text{ do } C, \sigma \rangle \rightarrow \langle \text{if } B \text{ then } (C; \text{while } B \text{ do } C) \text{ else skip}, \sigma \rangle}$$