

# Tarea 4 - Optimización

Erick Salvador Alvarez Valencia

CIMAT A.C.,  
erick.alvarez@cimat.mx

## 1. Introducción

En la presente tarea se expondrán los resultados acerca de la ejecución del método de descenso de gradiente en el cual se usan diferentes formas para crear el parámetro  $\alpha$ . El método se implementó para encontrar puntos críticos en 4 funciones dadas, y para cada función se usaron dos puntos iniciales  $x_0$ , uno dado y otro previamente calculado de menra aleatoria. Se expondrán tablas de resultados generados por el algoritmo así como ciertas gráficas referentes a las curvas de nivel y caminos encontrados por el algoritmo. Finalmente se expondrán algunas conclusiones de cada método.

## 2. Cálculo de alfa

Para realizar el algoritmo de máximo descenso se utilizó tres formas de calcular el alfa, la primera es usando la fórmula vista en clase que incluye al Hessiano:  $\alpha_k = \frac{g_k^T g_k}{g_k^T H_k g_k}$  con  $g_k$  como el gradiente y  $H_k$  como el Hessiano. La forma aproximada se realiza sin el uso del gradiente como:  $\alpha_k \approx \frac{g_k^T g_k \hat{\alpha}^2}{2(\hat{f} - f_k + \hat{\alpha} g_k^T g_k)}$ . Finalmente se da una opción para que el usuario provea un alfa fijo que dependiendo el mismo, el método puede diverger o converger muy lentamente.

## 3. Función 1 - Rosembrock extendida

$$\begin{aligned} f(x) &= [100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2] \\ x_0 &= [-1, 2m1]^T \\ x^* &= [1, 1]^T \\ f(x^*) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

A continuación se mostrarán las tablas encontradas por cada ejecución las cuales contienen las primeras y las últimas tres ejecuciones.

Cuadro 1: Resultados obtenidos: Rosembrock 2, punto inicial dado, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.0990876	232.868	24.2
2	0.0186153	30.945	4.56778
3	0.00724345	1.9489	4.12838
8127	3.56755e-08	3.9888e-05	4.20322e-10
8128	6.89193e-08	2.05983e-05	4.19316e-10
8129	3.55901e-08	3.97925e-05	4.18312e-10

Cuadro 2: Resultados obtenidos: Rosembrock 2, punto inicial dado, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.114246	232.868	24.2
2	0.00389883	5.48418	4.14141
3	0.0122299	1.86775	4.12549
7869	3.59364e-08	3.96112e-05	4.36445e-10
7870	6.71789e-08	2.11406e-05	4.35439e-10
7871	3.58535e-08	3.95199e-05	4.34435e-10

Cuadro 3: Resultados obtenidos: Rosembrock 2, punto inicial dado, alpha fijo = 0,001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.149078	232.868	24.2
2	0.0334169	49.0306	5.35291
3	0.00123462	1.82616	4.11779
23427	2.239e-08	3.16625e-05	1.25508e-09
23428	2.2381e-08	3.16499e-05	1.25407e-09
23429	2.23721e-08	3.16372e-05	1.25307e-09

Las tres tablas anteriores reflejan los resultados del método contra la función Rosembrock usando el punto inicial dado, el cual está muy cercano al óptimo. Para este caso apreciamos que las tres versiones del método convergen al óptimo local aunque el alfa calculado por aproximación genera una convergencia más

rápida que el generado usando el Hessiano, finalmente el método con el alfa fijo  $\alpha = 0,001$  es el más lento de todos.

Cuadro 4: Resultados obtenidos: Rosembrock 2, punto inicial aleatorio, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.270509	1.67164e+08	3.10472e+09
2	0.225502	4.94111e+07	6.06466e+08
3	0.172314	1.45602e+07	1.16807e+08
265794	3.33635e-08	4.27978e-05	2.17276e-10
265795	1.02909e-07	1.38108e-05	2.16267e-10
265796	3.32084e-08	4.25989e-05	2.15262e-10

Cuadro 5: Resultados obtenidos: Rosembrock 2, punto inicial aleatorio, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	3.26309e-07	1.67164e+08	3.10472e+09
2	0.270372	1.67164e+08	3.10472e+09
3	0.249123	4.94485e+07	6.07084e+08
669655	4.87767e-08	2.91126e-05	6.14485e-10
669656	4.15725e-08	3.41018e-05	6.13481e-10
669657	4.8697e-08	2.9065e-05	6.12478e-10

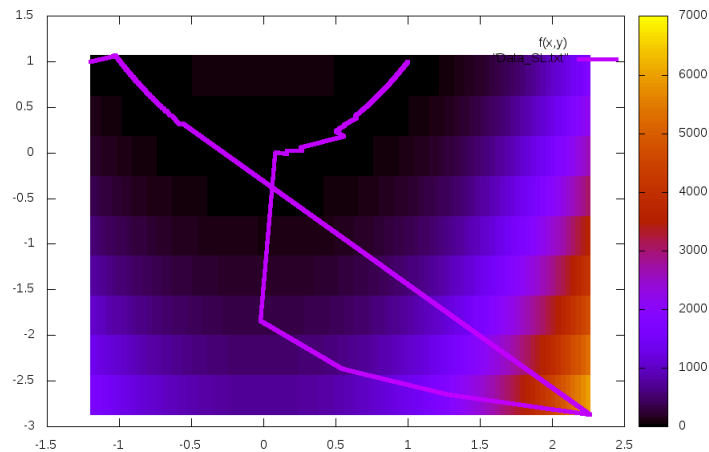
Cuadro 6: Resultados obtenidos: Rosembrock 2, punto inicial aleatorio, alpha fijo = 0.0001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.420671	36187.5	32416
2	0.042847	3210.02	2918.58
3	0.0414737	3089.33	1898.79
333441	7.07054e-09	0.000100009	1.25246e-08
333442	7.07026e-09	0.000100005	1.25236e-08
333443	7.06998e-09	0.000100001	1.25226e-08

Para este caso se usó el punto inicial  $x_0 = [5, 7]^T$  el cual está un poco más lejos del óptimo local.

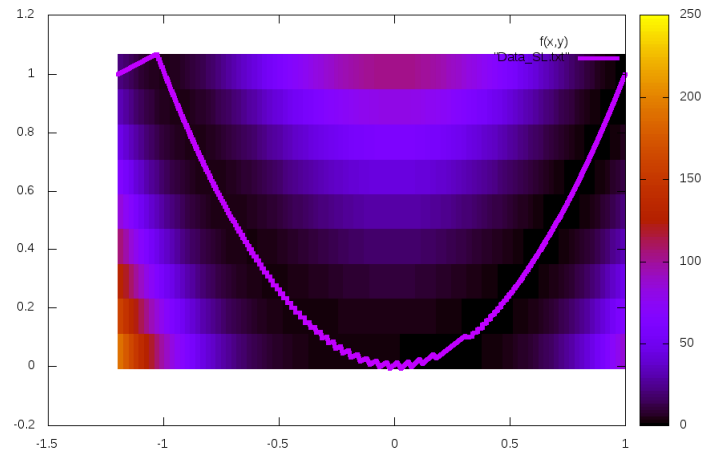
Para este caso se puede apreciar que las tres versiones del método convergen al óptimo local aunque lo hacen en muchas más iteraciones que el caso anterior, pero en este caso el alfa generado usando el Hessiano realiza una convergencia mucho más rápida que el generado de manera aproximada, por lo cual se ve que la generación por Hessiano nos sirve mucho más en puntos iniciales que están más alejados al óptimo.

A continuación se muestran las gráficas generadas por cada instancia ejecutada del método de Rosembrock las cuales contienen las curvas de nivel de la función al rededor del óptimo local y la ruta que siguió el método. En las gráficas se mostrarán las curvas de nivel mediante colores en donde los colores más oscuros reflejan zonas más profundas de la función y viceversa con los colores más claros.



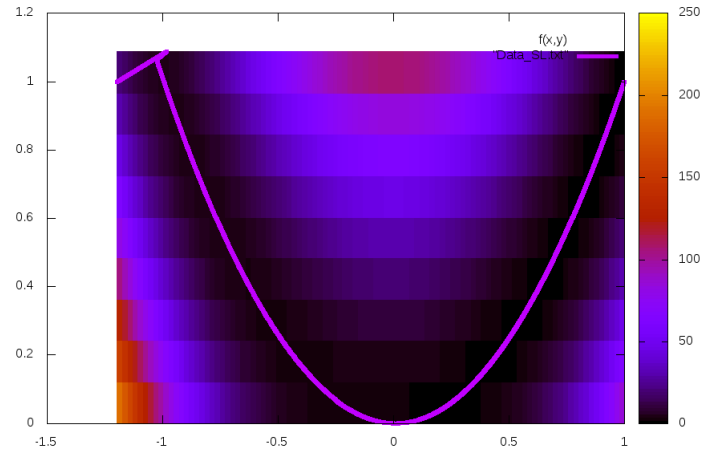
(a) Figura 1. Gráfica de cuarva de nivel y trayectoria del algoritmo con alpha calculada mediante Hessiano.

Para esta gráfica notamos una ruta muy irregular, lo cual coincide en la explicación dada anteriormente del porqué este caso con alfa calculada con Hessiano tardó más que la aproximada.



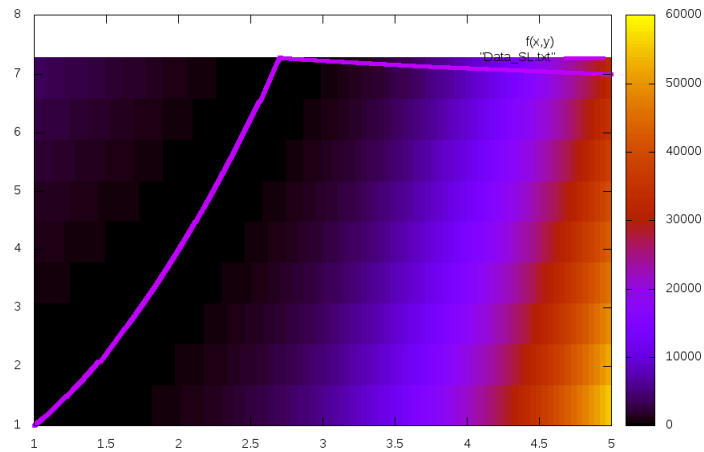
(b) Figura 2. Gráfica de cuarva de nivel y trayectoria del algoritmo con alpha calculada mediante aproximación.

Para la Figura 2. notamos una trayectoria un poco más directa hacia el óptimo local.



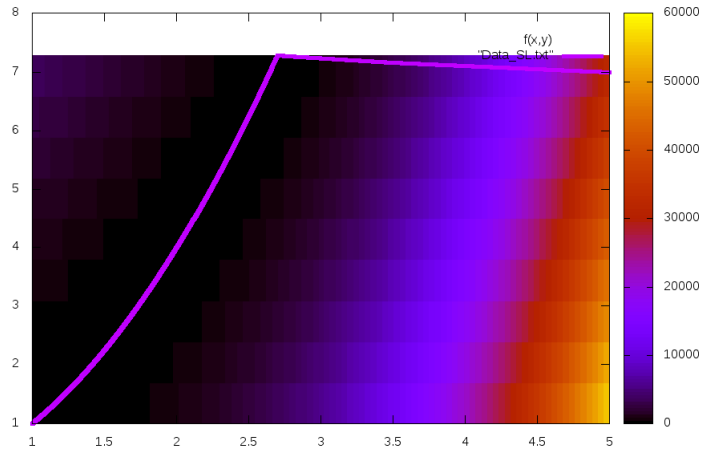
(c) Figura 3. Gráfica de cuarva de nivel y trayectoria del algoritmo con alpha fija.

En la Figura 3 notamos una trayectoria muy parecida a la que el método hizo con el alfa aproximado, hay que denotar que tampoco tardó demasiado para esta corrida.



(d) Figura 4. Gráfica de cuarva de nivel y trayectoria del algoritmo para el punto aleatorio con alpha calculada mediante Hessiano.

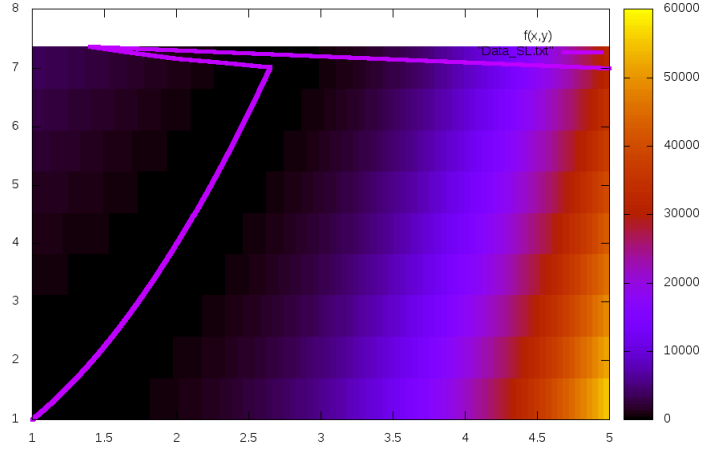
En la Figura 4. vemos que el método trabajó de forma muy eficiente usando la generación de alfa con el Hessiano. Recordando a las tablas antes mostradas, en esta ocasión el método tardó mucho menos que con el cálculo del alfa aproximado.



(e) Figura 5. Gráfica de cuarva de nivel y trayectoria del algoritmo para el punto aleatorio con alpha calculada mediante aproximación.

Pese a que en la Figura 5. se muestra una trayectoria muy parecida a la anterior, se puede asumir que hay más oscilaciones que no se graficaron en la Figura anterior por lo pequeñas que pueden ser, y por lo tanto el método tardó más iteraciones en llegar al óptimo local.





(f) Figura 6. Gráfica de cuarva de nivel y trayectoria del algoritmo para el punto aleatorio con alpha fija.

En la Figura 6. vemos que por cierto momento el método realizó un tamaño de paso mucho mayor al que debía y posteriormente corrigió su ruta para ajustarse a las rutas mostradas en las Figuras 4 y 5, esto anterior tal vez fue porque en esa zona el alfa era muy grande.

#### 4. Función 2 - Rosembrock generalizado

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sum_{i=0}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2] \\
 x_0 &= [-1, 2, 1, \dots, 1, -1, 2, 1]^T \\
 x^* &= [1, 1, \dots, 1]^T \\
 f(x^*) &= 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Cuadro 7: Resultados obtenidos: Rosembrock 100, punto inicial dado, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.39101	7200.76	24926
2	0.480101	2302.91	6046.85
3	0.702135	752.804	1369.17
23065	3.80373e-09	5.28069e-05	6.42084e-10
23066	6.9616e-09	2.88079e-05	6.4108e-10
23067	3.79778e-09	5.27243e-05	6.40077e-10

Cuadro 8: Resultados obtenidos: Rosembrock 100, punto inicial dado, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.584286	7200.76	24926
2	0.581535	1257.04	2670.45
3	0.767038	428.244	554.113
18386	8.17233e-09	2.45964e-05	5.05326e-10
18387	3.65567e-09	5.48764e-05	5.04321e-10
18388	8.15607e-09	2.45475e-05	5.03318e-10

Cuadro 9: Resultados obtenidos: Rosembrock 100, punto inicial dado, alpha fijo = 0.001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.651926	7200.76	24926
2	0.243249	1054.56	2001.83
3	0.198403	662.892	1128.78
35887	3.16648e-09	3.16648e-05	1.00512e-09
35888	3.1649e-09	3.1649e-05	1.00412e-09
35889	3.16332e-09	3.16332e-05	1.00311e-09

Al igual que la versión extendida mostrada en la sección anterior, podemos notar que para las tres tablas mostradas en la versión generalizada se logra convergencia en el método pero el cálculo aproximado del alfa da mejores resultados que el cálculo por Hessiano y el fijo.

Cuadro 10: Resultados obtenidos: Rosembrock 100, punto inicial aleatorio, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.272501	1.71035e+08	1.07773e+10
2	0.296546	5.64349e+07	2.82002e+09
3	0.306396	1.77391e+07	6.4827e+08
92960	3.63752e-09	5.52749e-05	4.80347e-10
92961	8.42717e-09	2.3809e-05	4.79342e-10
92962	3.62991e-09	5.51593e-05	4.78339e-10

Cuadro 11: Resultados obtenidos: Rosembrock 100, punto inicial aleatorio, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	2.61974e-06	1.71035e+08	1.07773e+10
2	0.272501	1.71034e+08	1.07772e+10
3	0.324925	5.64345e+07	2.81999e+09
181822	4.55942e-09	4.39849e-05	9.0154e-10
181823	4.89101e-09	4.09573e-05	9.00537e-10
181824	4.55435e-09	4.3936e-05	8.99536e-10

Cuadro 12: Resultados obtenidos: Rosembrock 100, punto inicial aleatorio, alpha fijo = 0.00001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.607238	1.71035e+08	1.07773e+10
2	0.117064	1.7188e+07	5.75724e+08
3	0.0857448	1.12268e+07	3.34327e+08
999998	3.12644e-08	0.860024	17.8772
999999	3.12644e-08	0.860024	17.8772
1000000	3.12644e-08	0.860024	17.8772

Podemos ver que usando un punto inicial aleatorio más lejano del óptimo (valores entre  $[0, 50]$ ) sólo se logra convergencia en los cálculos con Hessiano y aproximado, en la versión fija se detiene el método por número de iteraciones (las cuales están restringidas a 1000000). Y de nuevo vemos que el método que usa alfa calculado con Hessiano es mucho más rápido que su versión aproximada.

## 5. Función 3 - Wood

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 100(x_1^2 - x_2^2)^2 + (x_1 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + 90(x_3^2 - x_4)^2 + \\
 &10,1[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + 19,8(x_2 - 1)(x_4 - 1) \\
 x_0 &= [-3, -1, -3, -1]^T \\
 x^* &= [1, 1, 1, 1]^T \\
 f(x^*) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Cuadro 13: Resultados obtenidos: Wood, punto inicial dado, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.340095	16397.1	19192
2	0.357254	4969.05	4141.39
3	0.401276	1521.42	946.897
7127	9.1698e-08	1.12321e-05	8.23884e-11
7128	2.31928e-08	4.38533e-05	8.13585e-11
7129	9.05518e-08	1.10916e-05	8.03414e-11

Cuadro 14: Resultados obtenidos: Wood, punto inicial dado, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.405436	16397.1	19192
2	0.400866	3731.51	2889.64
3	0.476282	997.478	573.166
6037	3.68128e-08	2.73502e-05	3.28206e-10
6038	2.81092e-08	3.57089e-05	3.27199e-10
6039	3.66999e-08	2.72663e-05	3.26195e-10

Cuadro 15: Resultados obtenidos: Wood, punto inicial dado, alpha fijo = 0.0001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.366651	16397.1	19192
2	0.154816	4435.17	3588.34
3	0.115353	2797.59	2004.66
572351	5.00113e-09	0.000100023	6.95175e-09
572352	5.00077e-09	0.000100015	6.95074e-09
572353	5.00041e-09	0.000100008	6.94974e-09

Para el caso de la función de Wood vemos que el método logró convergencia al óptimo local desde el punto dado, el cual está relativamente cerca, aunque podemos notar que la versión con alfa fijo tardó mucho más que sus versiones con cálculo, esto probablemente porque se dió muy pequeño.

Cuadro 16: Resultados obtenidos: Wood, punto inicial aleatorio, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.1971	4.89636e+06	3.02856e+07
2	0.15839	1.48659e+06	6.49416e+06
3	0.119798	454481	1.31849e+06
2946	9.24172e-08	1.12304e-05	8.24063e-11
2947	2.32748e-08	4.40309e-05	8.13684e-11
2948	9.12533e-08	1.10889e-05	8.03436e-11

Cuadro 17: Resultados obtenidos: Wood, punto inicial aleatorio, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	2.9624e-05	4.89636e+06	3.02856e+07
2	0.197101	4.89562e+06	3.02796e+07
3	0.174141	1.4863e+06	6.49252e+06
8345	2.88565e-08	3.49583e-05	3.38453e-10
8346	3.54159e-08	2.83987e-05	3.37444e-10
8347	2.87705e-08	3.48541e-05	3.36438e-10

Cuadro 18: Resultados obtenidos: Wood, punto inicial aleatorio, alpha fijo = 0.000005.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.597828	4.89636e+06	3.02856e+07
2	0.03457	223150	401159
3	0.0207201	132644	205097
999998	9.1243e-08	0.0365068	0.000925776
999999	9.1243e-08	0.0365067	0.00092577
1000000	9.1243e-08	0.0365065	0.000925763

En las tres tablas anteriores se muestran los resultados obtenidos para la función de Wood con un punto inicial calculado de manera aleatoria con valores entre  $[0, 30]$ . Notamos que el método con alfa fijo no logró convergencia mientras el más rápido fue el que usó el alfa calculado con Hessiano, justo como se ha visto en las funciones anteriores.

## 6. Función 4 - Modelo de suavizado

$$f(x) = \sum_{i=0}^n (x_i - y_i)^2 + \lambda \sum_{i=0}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^2 \quad (4)$$

$$\lambda = \{1, 100, 1000\}$$

Cuadro 19: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 1000, punto inicial dado, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.387969	652565	3.70385e+07
2	0.128182	151762	3.41889e+06
3	0.0608155	71657.2	1.08132e+06
26231	2.31121e-08	0.00124302	184.789
26232	2.40605e-08	0.00119282	184.789
26233	2.3089e-08	0.00124177	184.789

Cuadro 20: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 1000, punto inicial dado, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.387969	652565	3.70385e+07
2	0.128182	151762	3.41889e+06
3	0.0608155	71657.2	1.08132e+06
26231	2.31121e-08	0.00124302	184.789
26232	2.40605e-08	0.00119282	184.789
26233	2.3089e-08	0.00124177	184.789

Cuadro 21: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 1000, punto inicial dado, alpha fijo = 0.0001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.245709	652565	3.70385e+07
2	0.105292	257863	7.93915e+06
3	0.0555605	133189	2.99167e+06
63373	1.05351e-08	0.00136051	184.789
63374	1.0533e-08	0.00136024	184.789
63375	1.0533e-08	0.00135996	184.789

Las tres tablas anteriores reflejan la función de suavizado con  $\alpha = 1000$ , vemos que todos los métodos logran convergencia al óptimo local, aunque curiosamente se aprecia que los métodos que calculan el alfa con Hessiano y aproximación realizan convergencia con las mismas iteraciones.

Cuadro 22: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 100, punto inicial dado, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.388329	65462.4	3.7628e+06
2	0.128829	15229.1	387095
3	0.0616246	7214.11	151981
2956	3.59115e-08	0.000234505	69.4164
2957	3.4317e-08	0.000242961	69.4164
2958	3.55544e-08	0.000232173	69.4164

Cuadro 23: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 100, punto inicial dado, alpha calculado mediante aproximación.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.388329	65462.4	3.7628e+06
2	0.128829	15229.1	387095
3	0.0616246	7214.11	151981
2956	3.59115e-08	0.000234505	69.4164
2957	3.4317e-08	0.000242961	69.4164
2958	3.55544e-08	0.000232173	69.4164

Cuadro 24: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 100, punto inicial dado, alpha fijo = 0.001.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.246484	65462.4	3.7628e+06
2	0.105504	25791.3	387095
3	0.0557518	13318.2	342661
7150	1.56512e-08	0.000264969	69.4164
7151	1.56199e-08	0.000264439	69.4164
7152	1.55886e-08	0.00026391	69.4164

En las tres tablas anteriores se muestran los resultados para la función de suavizado con lambda = 100, podemos notar el mismo comportamiento que se describió en las gráficas para lambda = 1000. Se logra convergencia en los métodos aunque el que calcula el alfa con Hessiano y el que calcula de manera aproximada logran la convergencia en el mismo número de iteraciones y muestran que se llegó a las mismas normas. Otra cosa que denotamos es que para este valor de lambda el método tarda menos iteraciones ya que la función es un poco más suave.



Cuadro 25: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 1, punto inicial dado, alpha calculado mediante Hessiano.

$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.551374	991.842	102468
2	0.49743	419.401	29847.4
3	0.421318	305.648	11752
41	2.14115e-07	2.9079e-05	5.15085
42	1.63692e-07	1.63709e-05	5.15085
43	1.63692e-07	1.63709e-05	5.15085

Cuadro 26: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 1, punto inicial dado, alpha calculado mediante aproximación.

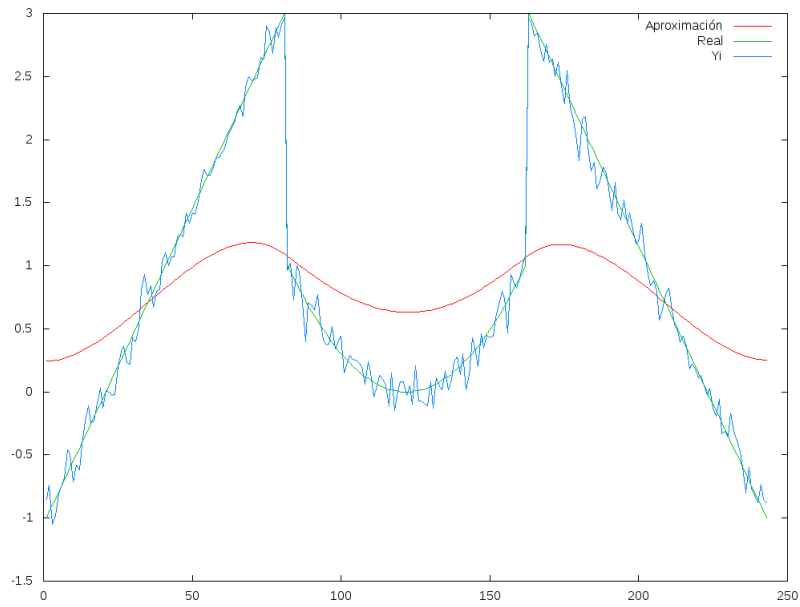
$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.551374	991.842	102468
2	0.49743	419.401	29847.4
3	0.421318	305.648	11752
41	2.14115e-07	2.9079e-05	5.15085
42	1.63692e-07	1.63709e-05	5.15085
43	1.63692e-07	1.63709e-05	5.15085

Cuadro 27: Resultados obtenidos: Smoothing, lambda = 1, punto inicial dado, alpha fijo = 0.001.

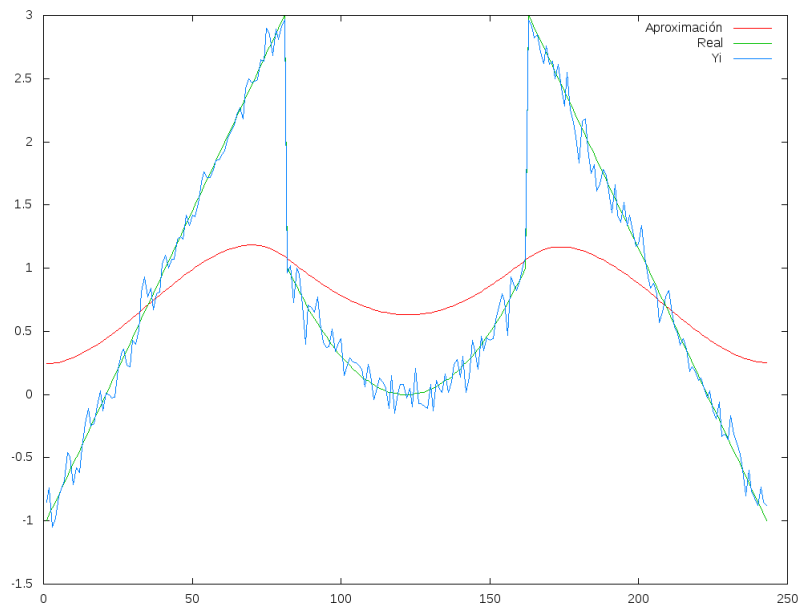
$k$	$\ x_{k+1} - x_k\ $	$\ \nabla f(x_k)\ $	$f(x_k)$
1	0.00373457	991.842	102468
2	0.00372033	985.128	101488
3	0.00370617	978.476	100521
7805	3.6664e-09	7.21791e-05	5.15085
7806	3.65907e-09	7.20347e-05	5.15085
7807	3.65907e-09	7.20347e-05	5.15085

Finalmente tenemos las tablas para las ejecuciones con  $\lambda = 1$ , notamos el mismo comportamiento que describen las 6 tablas anteriores pero ahora se aprecia claramente que la convergencia se logra en muy pocas iteraciones, excepto para el  $\alpha$  fijo, ya que probablemente se dió uno muy pequeño.

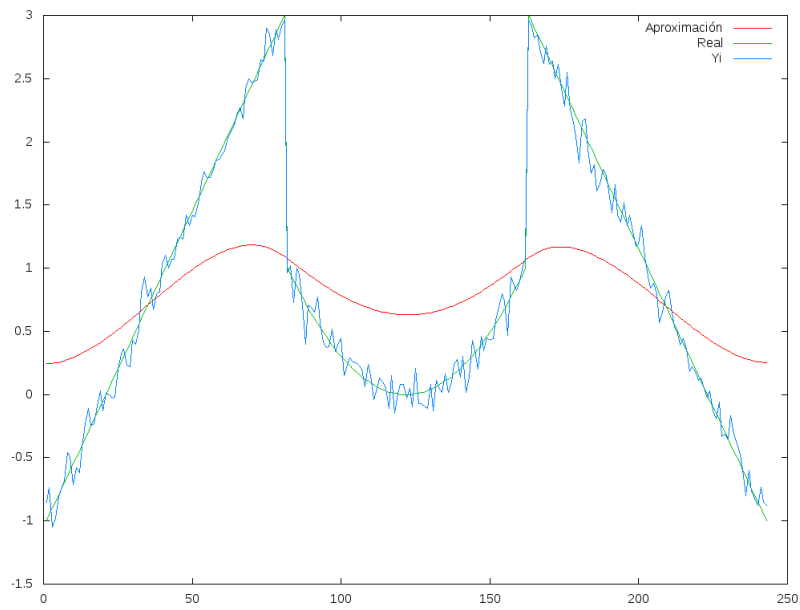
A continuación se muestran las gráficas generadas para el método de suavizado.



(g) Figura 7. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 1000$ .

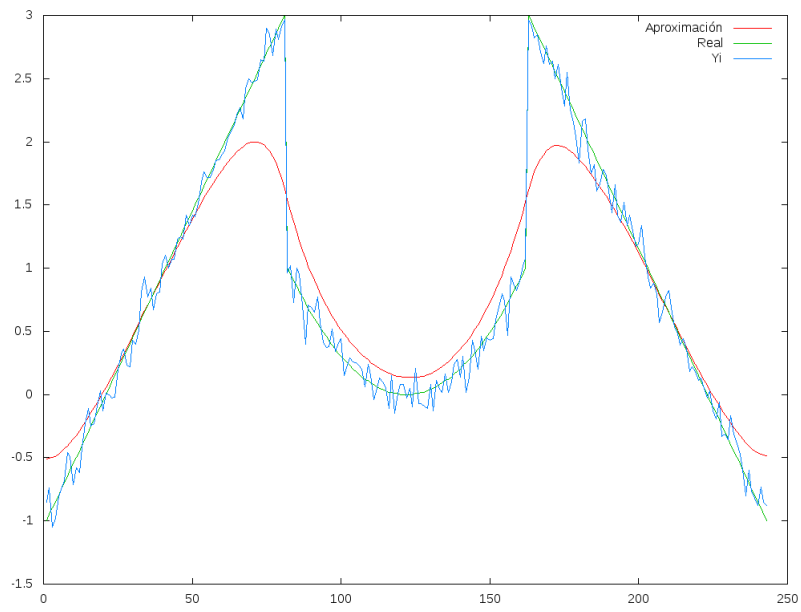


(h) Figura 8. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 1000$ .

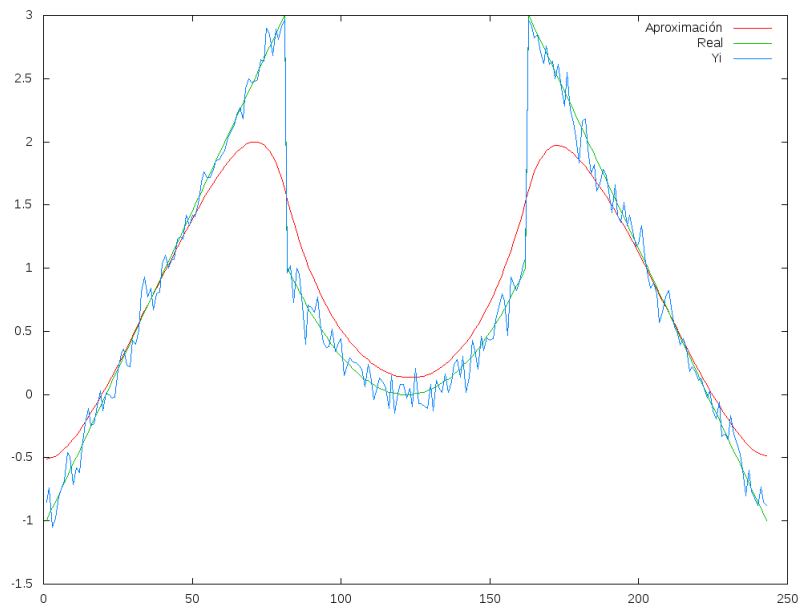


(i) Figura 9. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 1000$ .

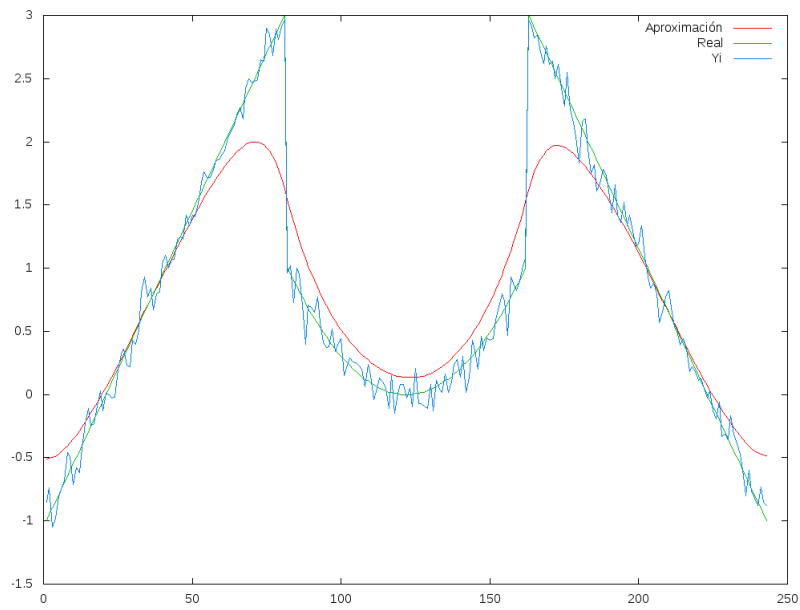
En las tres gráficas anteriores vemos que la aproximación de la función usando  $\lambda = 1000$  no fue tan buena por la suavidad que se tiene, y el método usando las tres formas de calcular el  $\alpha$  logra casi los mismos resultados.



(j) Figura 10. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 100$ .

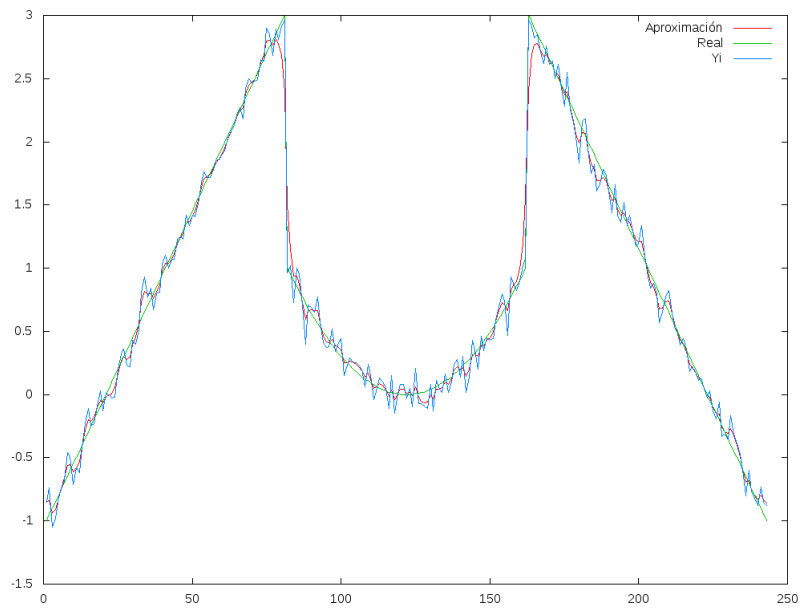


(k) Figura 11. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 100$ .



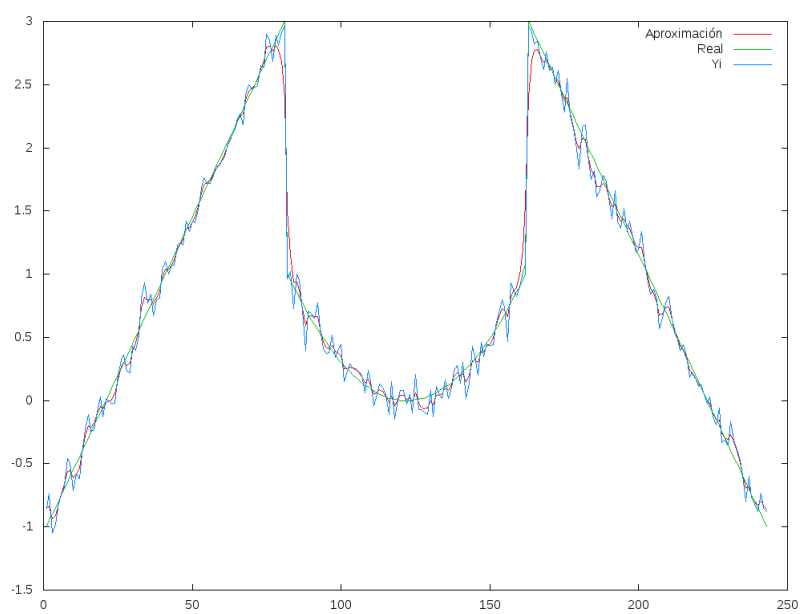
(l) Figura 12. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 100$ .

Ahora, usando  $\lambda = 100$  se logra una mejor aproximación a la función real, se nota que las tres formas de calcular el alfa logran resultados muy similares.

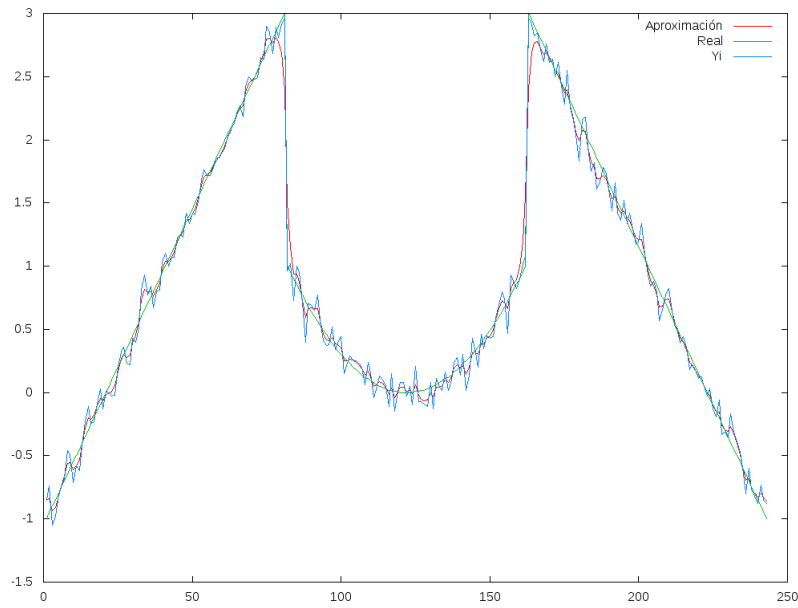


(m) Figura 13. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 1$ .





(n) Figura 14. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 1$ .



(ñ) Figura 15. Gráfica de el resultado obtenido por el método usando  $\lambda = 1$ .

Finalmente se ve que para  $\lambda = 1$  se logra una mejor aproximación.

## 7. Conclusiones

En el presente reporte se pudo apreciar varios resultados del método de descenso por gradiente usando tres formas de calcular el tamaño de paso o alfa, de las cuales se observó que para puntos iniciales muy cercanos al óptimo local, el cálculo por aproximación trabajó de una mejor manera y para puntos lejanos, destacó el alfa calculado con Hessiano por lo cual vemos que este método de cálculo de alfa fue el mejor aunque hay que recordar que no siempre se tiene la opción de depender de la matriz Hessiana. Finalmente usando el tamaño de paso fijo no dió buenos resultados ya que este parámetro es muy sensible a cambios pequeños los cuales pueden hacer que el método diverja o converja de una manera muy lenta.