Tarea 6 - Optimización

Erick Salvador Alvarez Valencia

CIMAT A.C.,
erick.alvarez@cimat.mx

Resumen En el presente reporte se hablará sobre la implementación del algoritmo de región de confianza para la optimización de una función que va de R^n a R. Dicho algoritmo se combinó con el método de Dogleg para búsqueda del paso. Se mostrarán los resultados de dicho algoritmo así como una implementación con una función que se basa en una mezcla de Gaussianas para segmentar el fondo de una imagen.

1. Algoritmo de Dogleg

Primeramente se hizo la implementación del algoritmo de Dogleg para un modelo de región de confianza en el cual se trata de ir optimización un modelo ajustado a la función original en cada iteración, dicho modelo tiene la forma $m_k(p) = f(x) + \nabla f(x)^T p + \frac{1}{2} p^T B p$. Para dicho modelo se tiene que verificar la calidad del ajuste en base a un radio que se denota como Δ. Además de esto en cada iteración se elige un paso ya sea el de Cauchy, el de Newton o el de Dogleg, y para elegir ese paso se sigue el criterio que se mencionará a continuación:

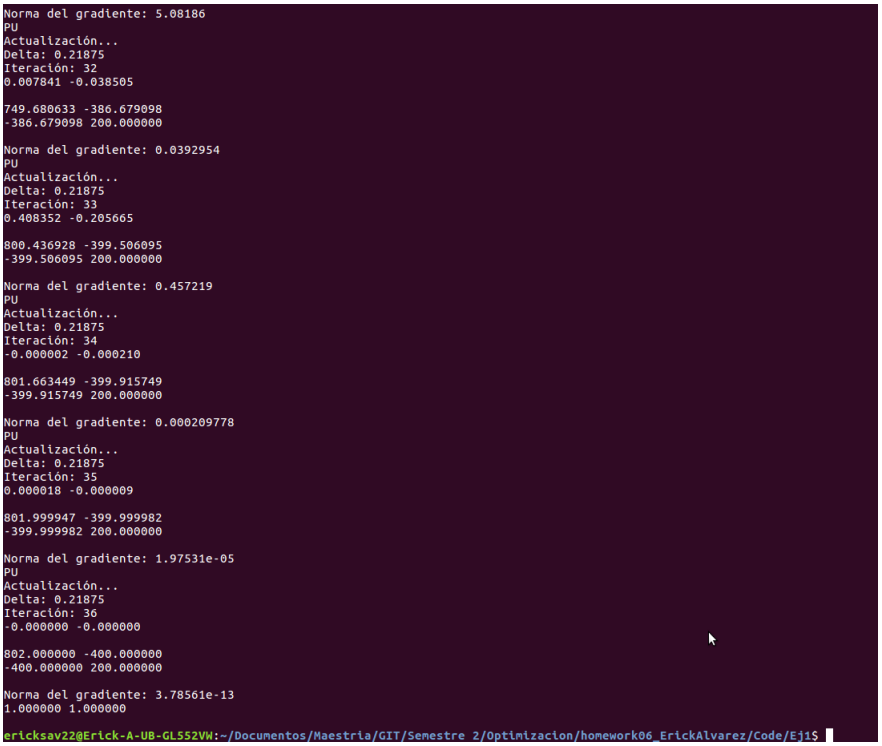
1. Se usa el paso de Cauchy por defecto.
2. Si $||p^B|| \leq \Delta$ se usa p^B en caso contrario se usa el paso de Cauchy.
3. Si B es positiva definida se usa el paso de Dogleg, en caso contrario se usa el paso de Cauchy.

Donde p^B es el paso de Newton. Ahora el paso de Dogleg se calcula de la siguiente forma:

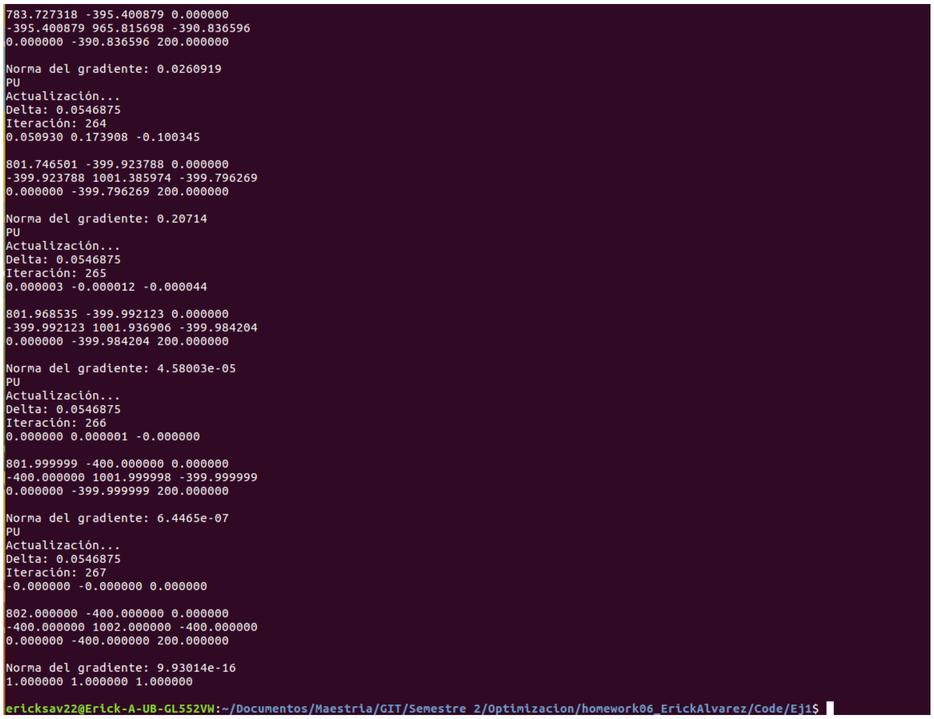
1. $P(\tau) = \tau p^U$ si Tau está entre 0 y 1.
2. $P(\tau) = P^U + (\tau - 1)(P^B - P^U)$ si Tau está entre 1 y 2

Sólo queda decir que Tau se encuentra resolviendo un polinomio cuádratico definido como: $a = ||P^B - P^U||^2$, $b = 2(P^B)^T(P^B - P^U)$, $c = ||P^U||^2 - \Delta^2$. Se tiene que resolver el sistema con los coeficientes definidos anteriormente.

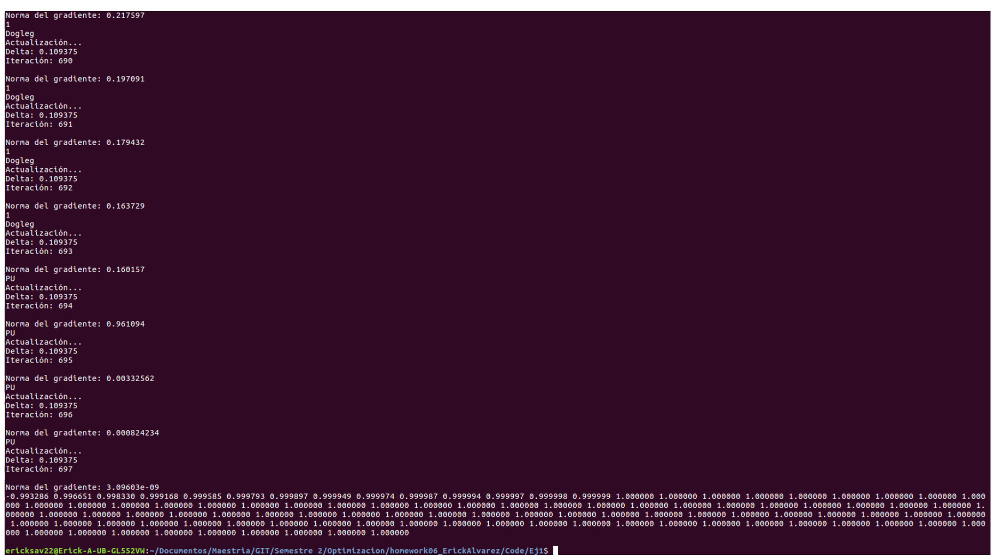
Para probar este algoritmo se utilizó la función de Rosenbrock con n variable. A continuación se muestran los resultados obtenidos probando el algoritmo con $n = 2$, $n = 3$ y $n = 100$.



(a) Figura 1. Algoritmo de Dogleg con la función de Rosenbrock para $n = 2$.



(b) Figura 2. Algoritmo de Dogleg con la función de Rosenbrock para $n = 3$.



(c) Figura 3. Algoritmo de Dogleg con la función de Rosenbrock para $n = 100$.

Podemos ver en las tres Figuras anteriores que el algoritmo logró convergencia en pocas iteraciones. Para $n = 2$ en 36 iteraciones, para $n = 3$ en 267 iteraciones, para $n = 100$ en 697 iteraciones. De la misma forma se probaron otros puntos iniciales y de la misma forma se logró convergencia.

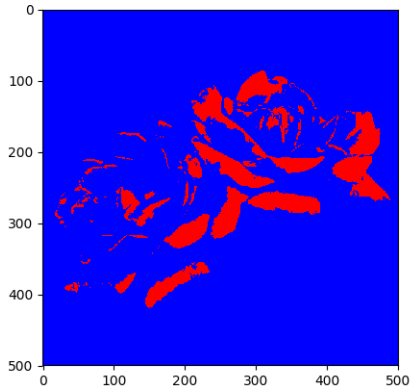
2. Segmentación de una imagen

Una vez que se tenía programado el método de Dogleg se adaptó para generar una segmentación de una imagen. Dicha segmentación se realizó en base a un histograma 3D generado por otro programa. El modelo fue basado en una mezcla de Gaussianas definida de la siguiente forma:

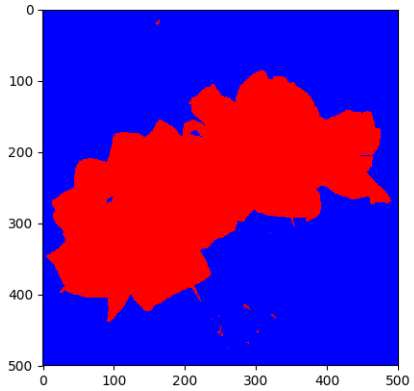
$$ming(\alpha^j, \mu^j) = \sum_{c \in \Omega} [h^j(c) - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^j exp(\frac{-||c - \mu_i^j||}{2\sigma^2})]$$

La idea es minimizar dicha función con respecto a α y μ para poder encontrar la combinación de Gaussianas que nos dará la distribución necesaria para clasificar los pixeles de objeto y de fondo de una imagen.
La optimización se realizó en el lenguaje C y la validación se realizó en Python en donde se generaron dos imágenes, la segmentada con los parámetros encontrados por el optimizador y la generada por el histograma 3D. A continuación se mostrarán algunos resultados obtenidos con tres imágenes.

(d) Figura 4. Imagen original 1.



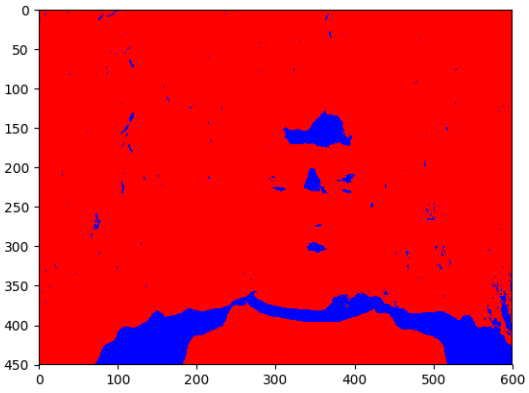
(e) Figura 5. Segmentación generada por el programa.



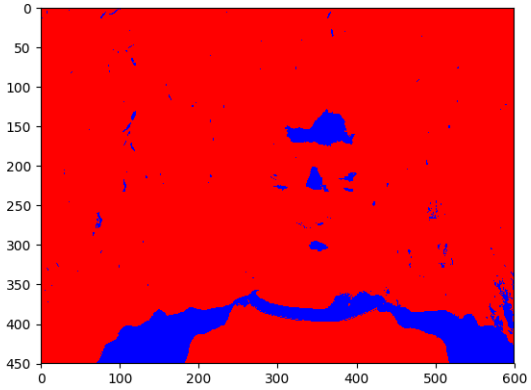
(f) Figura 6. Imagen generada por el histograma.

Podemos ver que la imagen segmentada se aproxima un poco a la generada por el histograma, la forma de la rosa fue moldeada aunque la parte de la izquierda es donde más error hubo. En esta imagen se usó un histograma de 3 bins.

(g) Figura 7. Imagen original 2.

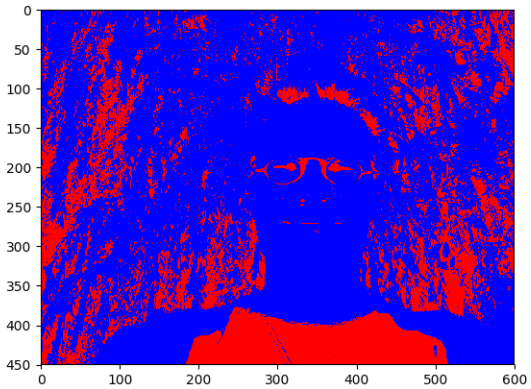


(h) Figura 8. Segmentación generada por el programa.

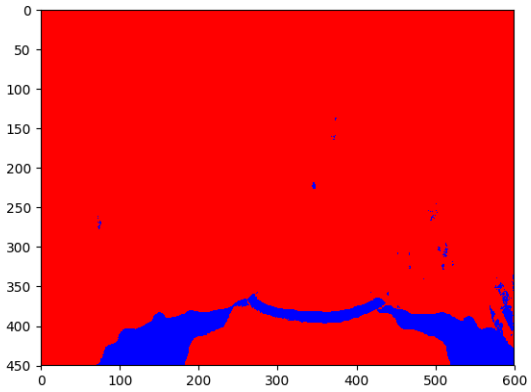


(i) Figura 9. Imagen generada por el histograma.

Para esta imagen podemos ver que la segmentación se realizó de forma correcta acorde con la imagen generada por el histograma. En este ejemplo fue usado un histograma de 8 bins.



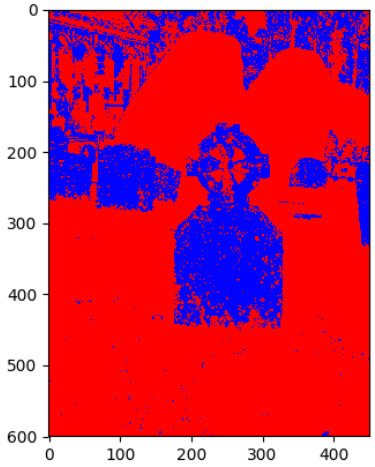
(j) Figura 10. Segmentación generada por el programa.



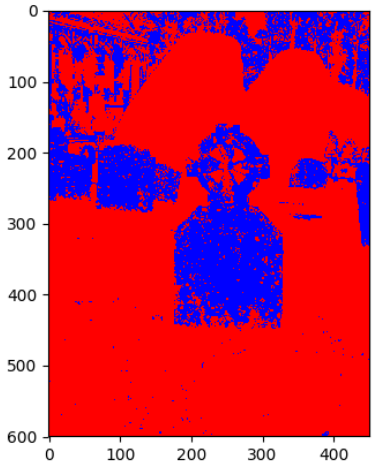
(k) Figura 11. Imagen generada por el histograma.

Para este caso fue usado un histograma de 3 bins y podemos ver que gran parte de la imagen fue clasificada cono objeto incluyendo la parte del ground truth. Se puede denotar que el ejemplo anterior se aproximó de una mejor forma.

(l) Figura 12. Imagen original 2.



(m) Figura 13. Segmentación generada por el programa.



(n) Figura 14. Imagen generada por el histograma.

En este último ejemplo vemos la imagen de una tumba, se puede notar que la segmentación generada por el programa fue igual a la generada por el histograma. Este ejemplo fue generado con un histograma de 8 bins.

3. Conclusiones

En el presente reporte se expusieron los resultados generados por el algoritmo de Dogleg que se usa en un modelo de región de confianza. Para la aplicación con la función de Rosembrock se pudo apreciar que los resultados fueron muy buenos ya que se logró convergencia en muy pocas iteraciones. En cambio para la segunda parte, donde se aplicó con la función de mezcla de Gaussianas se tuvieron algunos problemas para obtener buenos resultados, en general para cada tipo de imagen se tuvo que modificar varios parámetros, tales como la inicialización de las alphas y los mu, el número de Gaussianas en la mezcla, la tolerancia para la norma del gradiente, etc.