Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS - Campus Chapecó
Disciplina: Cálculo I - 2024/1 Curso de Ciência da Computação
Prof$^{\text{a}}$: Divane Marcon

4^a **Lista de Exercícios - Derivadas**

1. Encontrar a equação da reta tangente à curva $y = 1 - x^2$, que seja paralela à reta $y = 1 - x$. Resp:$4x + 4y - 5 = 0$

2. Encontrar a equação da reta tangente à curva $y = x^3 - 1$, que seja perpendicular à reta $y = -x$. Resp:$3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}y - 2 = 0; 3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}y + 2 = 0$

3. Encontre a derivada das funções abaixo:

a) $f(x) = 3x^2 + 6x - 10.$ Resp:$6x + 6$

b) $f(x) = 14 - \frac{1}{2}x^{-3}.$ Resp:$\frac{3}{2x^4}$

c) $f(x) = (3x^5 - 1)(2 - x^4).$ Resp:$-27x^8 + 30x^4 + 4x^3$

d) $f(x) = (x - 1)(x + 1).$ Resp:$2x$

e) $f(x) = 7(ax^2 + bx + c).$ Resp:$7(2ax + b)$

f) $f(x) = \frac{2}{3}(5x - 3)^{-1}(5x + 3).$ Resp:$\frac{-20}{(5x-3)^2}$

g) $f(s) = (s^2 - 1)(3s - 1)(5s^3 + 2s).$

Resp:$(s^2 - 1)(3s - 1)(15s^2 + 2) + 3(s^2 - 1)(5s^3 + 2s) + 2s(3s - 1)(5s^3 + 2s)$

h) $f(u) = (4u^2 - a)(a - 2u).$ Resp:$-24u^2 + 8au + 2a$

i) $f(t) = \frac{2-t^2}{t-2}.$ Resp:$\frac{-t^2+4t-2}{t^2-4t+4}$

j) $f(x) = \frac{x+1}{x+2}(3x^2 + 6x).$ Resp:$\frac{6x^3+27x^2+36x+12}{(x+2)^2}$

k) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{x^6}.$ Resp:$2x^3 - \frac{12}{x^7}$

l) $f(x) = 3x^2 + \sqrt[3]{x^4}.$ Resp: $6x + \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$

m) $H(z) = (z^5 - 2z^3)(7z^2 + z - 8)$

n) $h(z) = \frac{8-z+3z^2}{2-9z}$ Resp:$\frac{-27z^2+12z+70}{(2-9z)^2}$

o) $f(t) = t^2 + \frac{1}{t^2}$ Resp: $2t - \frac{2}{t^3}$

p) $g(r) = (5r - 4)^2$ Resp:$\frac{-10}{(5r-4)^3}$

q) $M(x) = \frac{2x^3-7x^2+4x+3}{x^2}$ Resp: $2 - \frac{4}{x^2} - \frac{6}{x^3}$

4. Para as funções abaixo, determine a derivada

a) $f(x) = (2x-5)^4 + \frac{1}{x+1} - \sqrt{x}$. Resp:$8(2x-5)^3 - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

b) $f(t) = \left(\frac{7t+1}{2t^2+3}\right)^3$. Resp:$\frac{3(7t+1)^2\left(-14t^2-4t+21\right)}{(2t^2-3)^4}$

c) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{3x-1}}$. Resp:$\frac{3x-2}{(3x-1)\sqrt{3x-1}}$

d) $f(x) = 2e^{3x^2+6x+7}$ Resp:$12e^{3x^2+6x+7}(x+1)$

e) $f(t) = \frac{e^{-t^2}+1}{t}$ Resp:$\frac{-2t^2e^{-t^2}-e^{-t^2}-1}{t^2}$

f) $f(t) = \left(\frac{a}{b}\right)^{\sqrt{t}}$ Resp:$\left(\frac{a}{b}\right)^{\sqrt{t}}\ln\left(\frac{a}{b}\right)\frac{1}{2\sqrt{t}}$

g) $f(u) = \cos\left(\frac{\pi}{2}-u\right)$ Resp:$\sin\left(\frac{\pi}{2}-u\right)$

h) $f(a) = \frac{1+\cos 2a}{2}$ Resp:$-\sin 2a$

i) $f(\theta) = \sin^2\theta + \cos^2\theta$ Resp:0

j) $f(x) = \left(\frac{1}{\sin x}\right)^2$ Resp:$\frac{-2\cos x}{\sin^3 x}$

k) $f(x) = e^{2x}\cos 3x$ Resp: $e^{2x}(2\cos 3x - 3\sin 3x)$

l) $f(t) = e^{2\cos 2t}$ Resp:$-4\sin 2te^{2\cos 2t}$

m) $k(t) = t - t^2\cos t$ Resp:$t^2\sin t - 2t\cos t + 1$

n) $R(w) = \frac{\cos w}{1-\sin w}$

o) $f(x) = \frac{\tan x}{1+x^2}$ Resp:$\frac{\sec^2 x + x\sec^2 x - 2x\tan x}{(1+x^2)^2}$

5. Calcular $f"(0)$, se $f(x) = e^{-x}\cos 3x$ Resp:-1

6. Dada $f(x) = e^{-x}$, calcular $f(0) + xf"(0)$ Resp:$1-x$

7. Dada $f(x) = 1 + \cos x$, mostrar que $f(x)$ é par e $f"(x)$ é ímpar.

8. Calcular as derivadas sucessivas até a ordem n indicada.

a) $f(x) = 3x^4 - 2x; n = 5$. Resp:0

b) $y = \sqrt{3-x^2}; n = 3$. Resp:$y" = \frac{-3}{(3-x^2)\sqrt{3-x^2}}$

c) $y = \frac{1}{x-1}; n = 4$. Resp:$y^{iv} = \frac{24}{(x-1)^5}$

d) $y = \frac{1}{e^x}; n = 4$. Resp:$y^{iv} = \frac{1}{e^x}$

9. Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções deriváveis até 3^a ordem. Mostrar que:

a) $(fg)'' = gf'' + 2f'g' + fg''$

b) $(fg)''' = gf''' + 3f''g' + 3f'g'' + fg'''$

10. Calcule $\frac{dy}{dx}$ utilizando a regra do quociente e, também, pela regra do produto:

a) $y = \frac{3x-1}{x^2}$

b) $y = \frac{x^2-3x}{\sqrt[3]{x^2}}$

11. Dadas as funções $f(x) = x^2 + Ax$ e $g(x) = Bx$, determinar A e B de tal forma que $\begin{cases} f'(x) + g'(x) = 1 + 2x \\ f(x) - g(x) = x^2 \end{cases}$ Resp: $A = B = \frac{1}{2}$

12. Em que pontos o gráfico da função $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x$ tem tangente horizontal? Resp: $\left(2, \frac{2}{3}\right); \left(1, \frac{5}{6}\right)$