

3ª Lista de Exercícios - Limites

1. Ache os seguintes limites:

a) $\lim_{t \rightarrow 2} (t^2 + 6t + 5)$ Resp: 21

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 6x + 3)$ Resp: 3

c) $\lim_{y \rightarrow 5} \left(\frac{3y - 5}{y - 2} \right)$ Resp: $\frac{10}{3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 3x + 5)$ Resp: 7

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1} \right)$ Resp: 2

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{2}{x + 1} \right)$ Resp: 4

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} \right)$

h) $\lim_{t \rightarrow 2} \left(\frac{t^2 + 4}{(t + 2)(t + 3)} \right)$ Resp: $\frac{2}{5}$

i) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 16}{(x - 4)^2} \right)$

j) $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x^2 - 16}{(x - 4)^2} \right)$

l) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 16}{(x + 4)^2} \right)$

m) $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{t^3 + 4t^2 + 10}{5t^2 + 12t} \right)$

n) $\lim_{t \rightarrow 2} \left(\frac{t^2 - 6t + 8}{t^2 - 5t + 6} \right)$

o) $\lim_{h \rightarrow \infty} \left(\frac{h^4 + 5h^5}{3h + 2h^6} \right)$

p) $\lim_{t \rightarrow -3} \left(\frac{t^2 - t - 12}{t^2 + 4t + 3} \right)$

q) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 2ax + a^2}{a^3} \right)$

r) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2 + h)^4 - 16}{h}$ Resp: 32

$$\begin{aligned} \text{s)} \quad \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{25 + 3t} - 5}{t} & \quad \text{Resp: } \frac{3}{10} \\ \text{t)} \quad \lim_{h \rightarrow -4} \frac{\sqrt{2(h^2 - 8)} + h}{h + 4} & \quad \text{Resp: } -1 \\ \text{u)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{-x} & \quad \text{Resp: } -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$2. \text{ Seja } f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 3 \\ 3x - 7, & x > 3 \end{cases}$$

Calcule:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) & \quad \text{Resp: } 2 \\ \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) & \quad \text{Resp: } 2 \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) & \quad \text{Resp: } 2 \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) & \quad \text{Resp: } 8 \\ \text{e)} \quad \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) & \quad \text{Resp: } 8 \\ \text{f)} \quad \lim_{x \rightarrow 5} f(x) & \quad \text{Resp: } 8 \end{aligned}$$

$$3. \text{ Seja } g(x) = \begin{cases} \frac{|x-3|}{x-3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$$

a) Esboce o gráfico de $g(x)$;

b) Encontre, se existir: $\lim_{x \rightarrow 3^-} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ Resp: $-1, 1$ e \nexists

4. Ache os seguintes limites:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \lim_{h \rightarrow 1} \frac{\sqrt{h} - 1}{h - 1} & \quad \text{Resp: } \frac{1}{2} \\ \text{b)} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+h} - 2}{h} & \quad \text{Resp: } \frac{1}{12} \\ \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{x - a} a \neq 0 & \quad \text{Resp: } \frac{1}{3} \sqrt[3]{a^2} \\ \text{d)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x - 1)^2} & \quad \text{Resp: } \frac{1}{9} \\ \text{e)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} & \quad \text{Resp: } 1 \\ \text{f)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{t^2 - 2t + 3}{2t^2 + 5t - 3} & \quad \text{Resp: } \frac{1}{2} \\ \text{g)} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2} \right) & \quad \text{Resp: } 2 \\ \text{h)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{t + 1}{t^2 + 1} & \quad \text{Resp: } 0 \end{aligned}$$

- i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - x^2 + 7}{2 - x^2}$ Resp: $+\infty$
- j) $\lim_{v \rightarrow +\infty} \frac{v\sqrt{v} - 1}{3v - 1}$ Resp: $+\infty$
- k) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ Resp: -1
- l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 7}}{x + 3}$ Resp: $-\sqrt{2}$
- m) $\lim_{s \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{3s^7 - 4s^5}{2s^7 + 1}}$ Resp: $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$
- n) $\lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{3 - y}{\sqrt{5 + 4y^2}}$ Resp: $-\frac{1}{2}$
- o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ Resp: 0
- p) $\lim_{s \rightarrow +\infty} \frac{8 - s}{\sqrt{s^2 + 7}}$ Resp: -1
- q) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x}{x - 3}$ Resp: $-\infty$
- r) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3 - x}{x^2 - 2x - 8}$ Resp: $-\infty$

5. Calcule os limites aplicando os limites fundamentais:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tgax}{x}$ Resp: a
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$ Resp: $\frac{4}{3}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3(\frac{x}{2})}{x^3}$ Resp: $\frac{1}{8}$
- d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{tg^3(\frac{x+1}{4})}{(x+1)^3}$ Resp: $\frac{1}{64}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ Resp: $\frac{1}{2}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \cos x + \cos 2x}{x^2}$ Resp: -1
- g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5^x - 25}{x - 2}$ Resp: $25 \ln 5$
- h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ Resp: 0

6. Investigue a continuidade nos pontos indicados:

- a) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ no ponto $x = 0$. Resp: não é contínua
- b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}, & x \neq 2 \\ 3, & x = 2 \end{cases}$ no ponto $x = 2$ Resp: é contínua

7. Faça o esboço do gráfico e analise a continuidade das seguintes funções:

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad f(x) &= \begin{cases} 0, x \leq 0 \\ x, x > 0 \end{cases} \\ \text{b)} \quad f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2}, x \neq -2 \\ 1, x = -2 \end{cases} \\ \text{c)} \quad f(x) &= \begin{cases} \frac{x}{|x|}, x \neq 0 \\ -1, x = 0 \end{cases}\end{aligned}$$

8. Determine, se existirem, os pontos onde as seguintes funções não são contínuas:

$$\text{a)} \quad f(x) = \frac{x}{(x-3)(x+7)} \quad \text{Resp: } 3, -7$$

$$\text{b)} \quad f(x) = \sqrt{(3-x)(6-x)} \quad \text{Resp: } x \in]3, 6[$$

$$\text{c)} \quad f(x) = \frac{1}{1+2\sin x} \quad \text{Resp: } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{d)} \quad f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x^2-6x+10} \quad \text{Resp: } \nexists$$