

Revisão Prova 1 de Cálculo I

Divane Marcon

Erickson Giesel Müller

April 30, 2024

1 Introdução

Para o desenvolvimento deste resumo, foi utilizado o livro da Diva Marília Flemming *Cálculo A: funções, limite, derivação e integração*. Além das aulas e listas fornecidas pela professora Divane.

2 Funções

2.1 Noção Intuitiva

Em um gráfico de uma função, o limite é a tendência à qual a imagem está se aproximando conforme o x se aproxima, dos dois lados, pelo número determinado no limite.

Às vezes a curva passa pelo ponto em que o x está se aproximando, e esse limite é exato. Outras, como no caso quando o limite é infinito ou a função se aproxima ao eixo das abscissas, a função nunca intercepta realmente aquela imagem, mas tende a ele.

2.2 Exemplos

Para calcular a função abaixo, quando tende a 2 quando $x = +\infty$

$$y = \frac{2x + 1}{x - 1}$$

2.3 Unicidade do Limite

Se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ e $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_2$ então $L_1 = L_2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 3x + 5) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} x + \lim_{x \rightarrow 2} 5$$

2.4 Teorema do Confronto

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen} \frac{1}{x} = \nexists & b) \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 \\ c) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 & d) \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0 \end{array}$$

Por mais que $\frac{1}{0}$ seja um absurdo, ao multiplicar por um outro limite que resulte em zero, todo o conjunto resultará zero.

No teorema de sanduíche, é escolhido uma função maior igual e outra menor igual no ponto em que o limite da função $f(x)$ será calculado.

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x)$$

$$g(x) \leq \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \leq h(x)$$

Como o seno varia de 1 até menos 1, temos que:

$$-1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} x \leq \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen} \frac{1}{x} \leq 1 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} x$$

logo:

$$-1.0 \leq \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} \leq 1.0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x} = 0$$

2.5 Limites Laterais

Seja f uma função definida no intervalo (a, c) . Dizemos que um número L é o limite **à direita** da função f quando x tende para a e escrevemos:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

Esse limite é real se para todo $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $a < x < a + \delta^*$.

Essa função é semelhante ao teorema do sanduíche.

* O x se encontra entre o valor ao qual se aproxima e esse valor $+ \delta$.

Ou seja, no gráfico, para um limite que se aproxima pela direita, precisa necessariamente existir uma imagem para todo domínio dentro do δ à direita.

Seja f uma função definida no intervalo (d, a) . Dizemos que um número L é o limite **à esquerda** da função f quando x tende para a e escrevemos:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

Esse limite é real se para todo $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $a - \delta < x < a$.

TEOREMA: se f é definida em um intervalo aberto contendo a , exceto no ponto a , então $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ se $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ e $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$.

Ou seja, só existe limite nos dois lados se existe o mesmo limite no lado direito e no lado esquerdo.