6,5 / 10

UFFS - Ciência da Computação - Cálculo II
Prova 1 Valor 10 pontos - Data: 16/09/2024

Nome e e-mail: Erickson G. Muller e.rickson@live.com

2,0 **1ª Questão (valor 2,0 pontos)** Dada a função $y = f(x)$, definida por $f(x) = 6 - x^2$. Determine uma aproximação, por retângulos, para a área da região plana limitada pelas retas $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ e a curva $y = f(x)$.
Observação: Trabalhe com as partições do intervalo [0,2] em 2, 4 intervalos, respectivamente. Faça as aproximações considerando estes 2 casos de partição. Apresente um algoritmo com o qual seria possível determinar a aproximação da área dessa região considerando n partições do intervalo $[a, b]$.

3,0 **2ª Questão (valor 5,0 pontos)** Determine as seguintes integrais:

(i) $\int \sqrt{5 - 2x^3}4x^2 \, dx$;

(ii) $\int 2x^2 e^x \, dx$;

(iii) $\int sen(3t)cos(5t) \, dt$;

(iv) $\int cos^5(3t) \, dt$;

(v) $\int \frac{2x - 3}{(x + 2)(x^2 - 4)} \, dx$.

0 **3ª Questão (valor 1,5 pontos)** Represente a região e calcule a área da região limitada pelas curvas $y = x^2 - x$ e $y = x + 3$.

1,5 **4ª Questão (valor 1,5 pontos)** Determine o volume do sólido de revolução obtido pela rotação da região delimitada pelas curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ e $x = 9$ em torno do eixo x. Esboce a região e o sólido.

Boa Prova!!

Erickson G. Müller

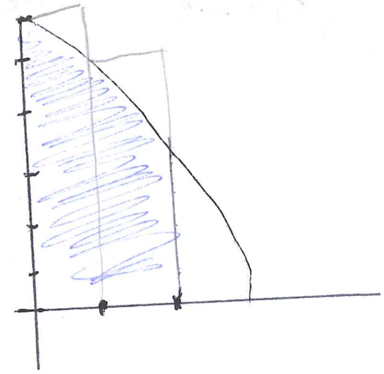
1-)

2 intervalos

$$l = \frac{2-0}{2} = 1$$

$$a_1 = (6 - (1-1)^2) \cdot 1 = 6$$

$$a_2 = (6 - (2-1)^2) \cdot 1 = 5$$



$$a_t = a_1 + a_2 = 11 \text{ u.a}$$

4 intervalos

$$l = \frac{2-0}{4} = 0{,}5$$

$$a_1 = (6 - [(1-1) \cdot 0{,}5]^2) \cdot 0{,}5 = 3 \quad | \quad a_2 = (6 - [(2-1) \cdot 0{,}5]^2) \cdot 0{,}5 = \frac{23}{8}$$

$$a_3 = (6 - [(3-1) \cdot 0{,}5]^2) \cdot 0{,}5 = 2{,}5 \quad | \quad a_4 = (6 - [(4-1) \cdot 0{,}5]^2) \cdot 0{,}5 = \frac{15}{8}$$

$$a_t = 3 + \frac{23}{8} + \frac{5}{2} + \frac{15}{8} = \frac{24 + 23 + 20 + 15}{8} = \frac{41}{4} \text{ u.a}$$

$\frac{41}{4}$ u.a

algoritmo

$$A_t = \sum_{i=0}^{n-1} \overbrace{\left[6 - \left(\underbrace{i}_{\text{Posição}} \cdot \underbrace{\frac{b-a}{n}}_{\text{largura}}\right)^2\right] \cdot \frac{b-a}{n}}^{\text{base} \times \text{altura (h)}}$$

base distância

h: Calculei pelo lado extremo esquerdo do retângulo

2-) $\int \sqrt{5-2x^3} \cdot 4x^2 \cdot dx$

$u = 5-2x^3$

$du = -6x^2 \cdot dx$

i a)

$I = 4 \cdot \int \sqrt{u} \cdot -\frac{du}{6} = \frac{-2}{3} \int \sqrt{u} \cdot du$

$I = \frac{-2}{3} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{3} \cdot 2 + C = \frac{-4}{9} \cdot (5-2x^3)^{\frac{3}{2}} + C$

C

$I = \frac{8x^3 - 20}{9} \cdot \sqrt{5-2x^3} + C$

ii b) $\int 2x^2 e^x \cdot dx$

$u = 2x^2 \quad du = 4x \cdot dx$

$dv = e^x \cdot dx \quad v = e^x$

$w = 4x \quad dw = 4 \cdot dx$

$I = 2x^2 \cdot e^x - \int e^x \cdot 4x \cdot dx$

$I = 2x^2 \cdot e^x - [4x \cdot e^x - \int e^x \cdot 4 \cdot dx]$

$I = 2x^2 \cdot e^x - [4x \cdot e^x - 4e^x] + C$

$I = 2x^2 \cdot e^x - 4x \cdot e^x + 4e^x + C$

C

$I = e^x \cdot (2x^2 - 4x + 4) + C = 2e^x \cdot (x^2 - 2x + 2) + C$

iii c) $\int sen(3t) \cdot cos(5t) \cdot dt$

$u = sen(3t) \quad du = cos(3t) \cdot dt$

$dv = cos(5t) \cdot dt \quad v = -sen(5t)$

$I = sen(3t) \cdot -sen(5t) - \int -sen(5t) \cdot cos(3t) \cdot dt$

$w = -sen(5t) \quad dw = -cos(5t) \cdot dt$

$I = sen(3t) \cdot -sen(5t) - [-sen(5t) \cdot sen(3t) - \int sen(3t) \cdot -\cancel{cos}(5t) \cdot dt]$

$I = sen(3t) \cdot -sen(5t) + sen(5t) \cdot sen(3t) + I$

$I = \frac{sen(3t) \cdot -sen(5t) + sen(5t) \cdot sen(3t)}{2}$

$I = 0$

Propriedade

$sen\,a \cdot cos\,b = \frac{1}{2} \cdot sen(a-b) + sen(a+b)$

Erickson G. Mitev

2-)

iv) $\int \cos^5(3t) . dt = \int (\cos^2(u))^2 . \cos(u) . \frac{du}{3}$

$I = \int (1 - sen^2(u))^2 . \cos(u) . \frac{du}{3}$ $\quad v = sen(u)$ $\quad dv = \cos(u) . dt$

$I = \frac{1}{3} \int (1 - v^2)^2 . dv = \frac{1}{3} \int (v^4 - 2v^2 + 1) . dv$

$I = \frac{1}{3} . \left[\frac{v^5}{5} - \frac{2v^3}{3} + v \right] + C$

$I = \frac{sen^5(3t)}{15} - \frac{2 sen^3(3t)}{9} + \frac{sen(3t)}{3} + C$

vi) $\int \frac{2x - 3}{(x+2)(x^2-4)} . dx$

$\frac{p(x)}{q(x)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+2} = \frac{A . (x-2) . (x+2) + B . (x+2)^2 + C (x+2)(x-2)}{(x+2) . (x-2) . (x+2)}$

$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

$(x+2) . (x-2) = x^2 - 4$

$A . x^2 - 4A + B . x^2 + 4Bx + 4B + Cx^2 - 4C = 2x - 3$

$x^2 (A + B + C) + x . (4B) + (-4A + 4B - 4C) = 2x - 3$

$\begin{cases} A + B + C = 0 \\ 4B = 2 \\ -4A + 4B - 4C = -3 \end{cases}$

$4A + 4B + 4C = 0$

$-4A + 4B - 4C = -3$

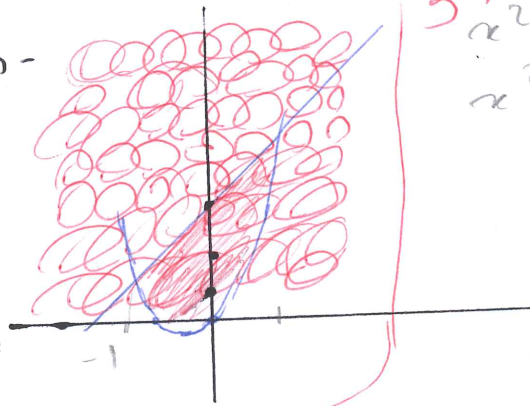
$8B = -3$

$-4A - 4C = -5$

$A + C = \frac{5}{4}$

~~3-)~~

Favor descon-
sidorar este
Gráfico =D



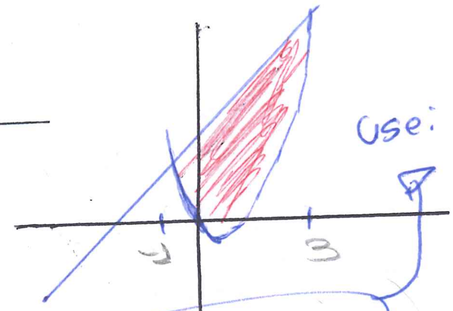
$\frac{2.4 + 4.6}{2}$

3-) $x^2 - x = x + 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$-1 \cdot 3 = -3$

$-1 + 3 = 2$



Use: a fórmula errada

$\int_{-1}^{3} [(x+3) - (x^2 - x)] \cdot dx$

$y = x + 3 \quad y' = 1$

$y = x^2 - x \quad y' = 2x - 1$

$\text{Área} = \int_{-1}^{3} \sqrt{1 + 1^2} \cdot dx - \int_{-1}^{3} \sqrt{1 + (2x-1)^2} \cdot dx$

$\text{Área} = \int_{-1}^{3} 2^{\frac{1}{2}} dx - \int_{-1}^{3} (4x^2 - 4x + 2) \cdot dx = \sqrt{2} \int_{-1}^{3} dx - 2 \int_{-1}^{3} (2x^2 - 2x + 1) \cdot dx$

$\text{Área} = \sqrt{2}x - 2 \cdot \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + x\right] \Big|_{-1}^{3} = \frac{-4x^3}{3} + 2x^2 - (2 - \sqrt{2})x \Big|_{-1}^{3}$

$\text{Área} = \frac{-4}{3} \cdot 27 + 2 \cdot 9 - 2 \cdot 3 + \sqrt{2} \cdot 3 - \left[\frac{-4}{3} \cdot -1 + 2 \cdot 1 + 2 - \sqrt{2}\right]$

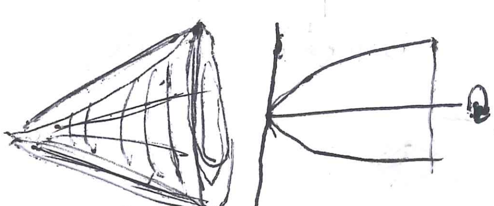
$= 44 + 4\sqrt{2} - \frac{4}{3} = \frac{128 + 12\sqrt{2}}{3}$

$\text{Área} = 48 + 3\sqrt{2} - \left(\frac{4}{3} + 4 - \sqrt{2}\right)$

4-)

$V = \int_{0}^{9} \pi \cdot (\sqrt{x})^2 \cdot dx = \int_{0}^{9} \pi \cdot x \cdot dx$

$V = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{0}^{9} = \pi \cdot \frac{81}{2}$ u.V.



$(e^{2x})' = 2e^{2x}$

$e^{x^2} = 2x e^{x^2}$

$u = \ln(x^2 + 1)$

$du = \frac{2x}{x^2 + 1} \cdot dx$

Correção

2v-) $\int \frac{2x-3}{(x+2)(x^2-4)} \cdot dx$

$$\frac{A}{(x+2)^2} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-2} = \frac{A.(x-2) + B.(x^2-4) + C(x^2+4x+4)}{(x+2)(x^2-4)}$$

$= \cancel{A.(x+2) + B.7}$

$$= \frac{x^2.(B+C) + x.(A+4C) + (-2A-4B+4C)}{(x+2)^2.(x-2)}$$

$$\begin{cases} B+C=0 \\ A+4C=+2 \\ -2A-4B+4C=-3 \end{cases}$$

$B=-C$

$$\begin{cases} A+4C=2 \\ -2A+4C+4C=-3 \end{cases}$$

$A = 2-4C$

$A = \frac{8C+3}{2}$

$2.(2-4C) = 8C+3$

3-)