

# Álgebra de Boole

## Formas Canônicas

GEN 253 - Circuitos Digitais

Prof. Luciano L. Caimi  
[lcaimi@uffs.edu.br](mailto:lcaimi@uffs.edu.br)

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Chama-se forma canônica de uma expressão booleana a todo o produto ou soma nos quais aparecem todas as variáveis de entrada em cada um dos termos que constituem a expressão em forma direta ou complementada

Exemplos:

- $S1 = (A.'B.C) + (A.'B.'C) + ('A.B.'C) + ('A.'B.C)$

Forma canônica disjuntiva (soma de produtos) - mintermos

- $S2 = (A+B+'C) . (A+'B+C) . ('A+'B+C)$

Forma canônica conjuntiva (produto de somas) - maxtermos

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas

- Obtenção da expressão lógica a partir da Tabela Verdade

A	B	C	S1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

**Síntese com Soma de Produtos (SOP)**

$$S1 = A.B.C$$

A própria função lógica AND



# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Obtenção da expressão lógica a partir da Tabela Verdade

A	B	C	S2
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

## Síntese com Soma de Produtos (SOP)

Se o '1' estiver em outro lugar?

Como fazemos a porta AND ter saída igual a 1?

Garantindo que todas as entradas sejam 1,  
ou seja, negando as entradas cujo valor é 0

$$S2 = 'A.B.'C$$

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Obtenção da expressão lógica a partir da Tabela Verdade

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

## Síntese com Soma de Produtos (SOP)

Se o tiver vários '1'?

Na tabela verdade temos duas situações em que a saída é 1

$$S = ('A.B.'C) + (A.B.C)$$



# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



## Síntese com Soma de Produtos

- Cada '1' da tabela verdade é representado por um produto lógico (E) no qual todas as variáveis de entrada estão presentes (**forma canônica**). Cada produto constitui um **mintermo** (ou **minitermo**)
- Cada mintermo é único, pois representa uma e somente uma posição da tabela verdade que vale 1
- A tabela verdade é representada por uma soma lógica (OU) dos seus mintermos (produto) - Soma de Produtos



# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Minitermos

A	B	C	minitermo	número
0	0	0	'A.'B.'C	m0
0	0	1	'A.'B.C	m1
0	1	0	'A.B.'C	m2
0	1	1	'A.B.C	m3
1	0	0	A.'B.'C	m4
1	0	1	A.'B.C	m5
1	1	0	A.B.'C	m6
1	1	1	A.B.C	m7

- Cada minitermo é único, pois representa uma e somente uma posição da tabela verdade cuja saída vale 1
- Uma expressão pode ser representada pela soma dos minitermos

Exemplo:

$$S(A,B,C) = \text{sum}(m2, m4, m6, m7)$$

$$S(A,B,C) = ('A.B.'C)+(A.'B.'C)+(A.B.'C)+(A.B.C)$$

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas

- Exemplo

## Síntese com Soma de Produtos (SOP)

- 1) Obter a expressão usando SOP
- 2) Apresente o circuito

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

$$F(A,B,C) = \text{sum}(m_2, m_3, m_5, m_6)$$



# Formas Canônicas de Expressões Booleanas

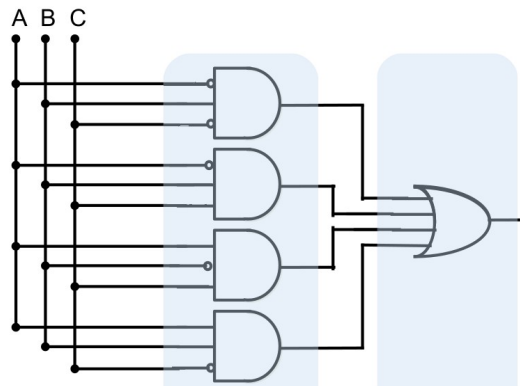
- Exemplo

## Síntese com Soma de Produtos (SOP)

- 1) Obter a expressão usando SOP
- 2) Apresente o circuito

$$F = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



# Formas Canônicas de Expressões Booleanas

- Obtenção da expressão lógica a partir da Tabela Verdade

A	B	C	S1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

**Síntese com Produto de Somas (POS)**

$$S1 = A+B+C$$

A própria função lógica OR

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Obtenção da expressão lógica a partir da Tabela Verdade

A	B	C	S2
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

## Síntese com Produto de Somas (POS)

Se o '0' estiver em outro lugar?

Como fazemos a porta OR ter saída igual a 0?

Garantindo que todas as entradas sejam 0, ou seja, negando as entradas cujo valor é 1

$$S2 = A + B + C$$

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Obtenção da expressão lógica a partir da Tabela Verdade

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

## Síntese com Produto de Somas (POS)

Se o tiver vários '1'?

Na tabela verdade temos duas situações em que a saída é 1

$$S = (A+B+C) \cdot (A+B+C)$$





# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



## Síntese com Produto de Somas (POS)

- Cada '0' da tabela verdade é representado por uma soma lógica (OR) no qual todas as variáveis de entrada estão presentes (**forma canônica**). Cada soma constitui um **maxtermo** (ou **maxitermo**)
- Cada maxtermo é único, pois representa uma e somente uma posição da tabela verdade que vale 0
- A tabela verdade é representada por um produto lógico (AND) dos seus maxtermos (somas) - Produto de Somas

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas



- Maxitermos

A	B	C	maxitermo	número
0	0	0	$A+B+C$	M0
0	0	1	$A+B+'C$	M1
0	1	0	$A+'B+C$	M2
0	1	1	$A+'B+'C$	M3
1	0	0	$'A+B+C$	M4
1	0	1	$'A+B+'C$	M5
1	1	0	$'A+'B+C$	M6
1	1	1	$'A+'B+'C$	M7

- Cada maxitermo é único, pois representa uma e somente uma posição da tabela verdade cuja saída vale 0
- Uma expressão pode ser representada pelo produto dos maxitermos

Exemplo:

$$S(A,B,C) = \text{prod}(M2, M5, M6)$$

$$S(A,B,C) = (A+'B+C).('A+B+'C).('A+'B+C)$$



# Formas Canônicas de Expressões Booleanas

- Exemplo

## Síntese com Produto de Somas (POS)

- 1) Obter a expressão usando POS
- 2) Apresente o circuito

$$F = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

$$F(A,B,C) = \text{prod}(M0, M1, M4, M7)$$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

# Formas Canônicas de Expressões Booleanas

- Exemplo

## Síntese com Produto de Somas (POS)

- 1) Obter a expressão usando SOP
- 2) Apresente o circuito

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

