

**4ª Lista de Exercícios - Taxas de Variação**

1. Numa granja experimental, constatou-se que uma ave em desenvolvimento pesa em gramas

$$W(t) = \begin{cases} 20 + \frac{1}{2}(t+4)^2, & 0 \leq t \leq 60 \\ 24,4t + 604, & 60 \leq t \leq 90 \end{cases} \quad (1)$$

onde  $t$  é medido em dias.

- (a) Qual é a razão de aumento do peso da ave quanto  $t = 50$ ? (Resp: 54 gramas/dia)  
(b) Quanto a ave aumentará no 51º dia? (Resp: 54,5g)  
(c) Qual a razão de aumento do peso quando  $t = 80$ ? (Resp: 24,4 gramas/dia)
2. Uma peça de carne foi colocada num freezer no instante  $t = 0$ . Após  $t$  horas, sua temperatura, em graus centígrados, é dada por:

$$T(t) = 30 - 5t + \frac{4}{t+1}, \quad 0 \leq t \leq 5.$$

Qual a velocidade de redução de sua temperatura após 2 horas? (Resp: -5,44... graus centígrados/hora)

3. A temperatura de um gás é mantida constante e sua pressão  $p$  em  $kgf/cm^3$  e volume  $v$  em  $cm^3$  estão relacionadas pela igualdade  $vp = c$ , onde  $c$  é constante. Achar a razão do volume em relação à pressão quando esta vale 10  $kgf/cm^3$ . (Resp:  $-c/100$ )
4. Uma piscina está sendo drenada para limpeza. Se o seu volume de água inicial era de 90.000 litros e depois de um tempo  $t$  horas este volume diminuiu  $2.500t^2$  litros, determinar:
- (a) tempo necessário para o esvaziamento da piscina;  
(b) taxa média de escoamento no intervalo  $[2, 5]$ ;  
(c) taxa de escoamento depois de 2 horas do início do processo.
5. Um apartamento está alugado por R\$4.500,00. Este aluguel sofrerá um reajuste anual de R\$1.550,00.
- (a) Expresse a função com a qual podemos calcular a taxa de variação do aluguel, em  $t$  anos.  
(b) Calcule a taxa de variação do aluguel após 4 anos.  
(c) Qual a porcentagem de variação do aluguel depois de um ano do primeiro reajuste?

- (d) O que acontecerá à porcentagem de variação depois de alguns anos?
6. Numa pequena comunidade obteve-se uma estimativa que daqui a  $t$  anos a população será de  $p(t) = 20 - \frac{5}{t+1}$  milhares.
- (a) Daqui a 18 meses, qual será a taxa de variação desta comunidade?
- (b) Qual será a variação real sofrida durante o 18<sup>o</sup> mês?
7. Seja  $r$  a raiz cúbica de um número real  $x$ . Encontre a taxa de variação de  $r$  em relação a  $x$  quando  $x = 8$ . (Resp:1/12)
8. Um líquido goteja em um recipiente. Após  $t$  horas, há  $5t - t^{\frac{1}{2}}$  litros no recipiente. Qual a taxa de gotejamento de líquido no recipiente, em  $l/h$ , quando  $t = 16$  horas? (Resp:4,875l/h)
9. Um tanque tem a forma de um cilindro circular reto de  $5m$  de raio de base e  $10m$  de altura. No tempo  $t = 0$ , a água começa a fluir no tanque à razão de  $25m^3/h$ . Com que velocidade o nível de água sobe? Quanto tempo levará para o tanque ficar cheio? (Resp: $\frac{1}{\pi}m/h$ ;  $10\pi$  horas)
10. Achar a razão de variação do volume  $v$  de um cubo em relação ao comprimento de sua diagonal. Se a diagonal está se expandindo a uma taxa de 2 m/s, qual a razão de variação do volume quando a diagonal mede 3m? (Resp: $\frac{d^2}{\sqrt{3}}m^2$ ;  $6\sqrt{3}m^3/s$ )
11. Um balão esférico é esvaziado de tal forma que seu raio decresce a uma taxa constante de 15 cm/min. Com que taxa o ar estará sendo removido quando o raio for de 9cm? (Resp: $4860\pi cm^3/min$ )
12. Uma escada de 1,7 m de altura está apoiada em uma parede. Se sua base for puxada ao longo do chão, afastando-se da parede a uma taxa constante de 0,5 m/s, com que rapidez o topo da escada estará se movendo para baixo na parede quando estiver 0,8 m acima do solo? (Resp:-0,9375 m/s)
13. Um avião está voando a uma altitude constante e com uma velocidade constante de 600 km/h. Um míssil antiaéreo é disparado em uma linha reta perpendicular à trajetória de vôo do avião, de tal forma que irá atingi-lo em um ponto P. No instante que o avião está a 2 km do ponto de impacto, o míssil está a 4 km dele e voando a 1200 km/h. Naquele instante com que rapidez estará decrescendo a distância entre o míssil e o avião? (Resp: $600\sqrt{5}$  km/h)
14. Resolva o exercício anterior considerando a hipótese que o ângulo entre as duas trajetórias de vôo seja de 120<sup>o</sup>, em vez de perpendicular. (Sugestão: use a lei dos cossenos). (Resp: $\frac{9600\sqrt{7}}{7}$  km/h)
15. Dois carros estão se encaminhando em direção a um cruzamento, um seguindo a direção leste a uma velocidade de  $90km/h$  e o outro seguindo a direção sul, a  $60km/h$ . Qual a taxa segundo a qual eles se aproximam um do outro no instante em que o primeiro carro está a 0,2km do cruzamento e o segundo a 0,15km? Resp:108km/h

16. Suponha que em um supermercado,  $x$  milhares de caixas de laranja sejam fornecidos diariamente sendo  $p$  o preço por caixa e equação de oferta dada por

$$px - 20p - 3x + 105 = 0$$

Se o fornecimento diário estiver crescendo a uma taxa de 250 caixas por dia, com que taxa os preços estarão variando quando o fornecimento diário for de 5000 caixas? Resp: R\$ 0,05 centavos por dia quando for de 5000 caixas.