Revisão Prova 1 de Cálculo I
Divane Marcon

Erickson Giesel Müller

June 7, 2024

1 Introdução

Para o desenvolvimento deste resumo, foi utilizado o livro da Diva Marília Flemming *Cálculo A: funções, limite, derivação e integração.* Além das aulas e listas fornecidas pela professora Divane.

2 Funções

2.1 Noção Intuitiva

Em um gráfico de uma função, o limite é a tendência à qual a imagem está se aproximando conforme o x se aproxima, dos dois lados, pelo número determinado no limite.
Às vezes a curva passa pelo ponto em que o x está se aproximando, e esse limite é exato. Outras, como no caso quando o limite é infinito ou a função se aproxima ao eixo das abscissas, a função nunca intercepta realmente aquela imagem, mas tende a ele.

2.2 Exemplos

Para calcular a função abaixo, quando tende a 2 quando x = $+\infty$

$$y = \frac{2x+1}{x-1}$$

2.3 Unicidade do Limite

Se $\lim_{x\to a}$f(x) $= L_1$ e $\lim_{x\to a}$f(x) $= L_2$ então $L_1 = L_2$

$$\lim_{x\to 2}(x^2+3x+5) = \lim_{x\to 2} x^2 + 3.\lim_{x\to 2} x + \lim_{x\to 2} 5$$

2.4 Teorema do Confronto

$$a) \lim_{x \to 0} sen\frac{1}{x} = \nexists \qquad b) \lim_{x \to 0} xsen\frac{1}{x} = 0$$

$$c) \lim_{x \to 0} x^2 sen\frac{1}{x} = 0 \qquad d) \lim_{x \to 0} x^3 sen\frac{1}{x} = 0$$

Por mais que $\frac{1}{0}$ seja um absurdo, ao multiplicar por um outro limite que resulte em zero, todo o conjunto resultará zero.

No teorema de sanduíche, é escolhido uma função maior igual e outra menor igual no ponto em que o limite da função f(x) será calculado.

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x)$$

$$g(x) \leq \lim_{x \to 0} xsen\frac{1}{x} \leq h(x)$$

Como o seno varia de 1 até menos 1, temos que:

$$-1. \lim_{x \to 0} x \leq \lim_{x \to 0} x. \lim_{x \to 0} sen\frac{1}{x} \leq 1. \lim_{x \to 0} x$$

logo:

$$-1.0 \leq \lim_{x \to 0} xsen\frac{1}{x} \leq 1.0$$

$$\lim_{x \to 0} xsen\frac{1}{x} = 0$$

2.5 Limites Laterais

Seja f uma função definida no intervalo (a,c). Dizemos que um número L é o limite **à direita** da função f quando x tende para a e escrevemos:

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = L$$

Esse limite é real se para todo $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $a < x < a + \delta^*$.

Essa função é semelhante ao teorema do sanduíche.
* O x se encontra entre o valor ao qual se aproxima e esse valor + δ.

Ou seja, no gráfico, para um limite que se aproxima pela direita, precisa necessariamente existir uma imagem para todo domínio dentro do δ à direita.

Seja f uma função definida no intervalo (d,a). Dizemos que um número L é o limite **à esquerda** da função f quando x tende para a e escrevemos:

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = L$$

Esse limite é real se para todo $\varepsilon > 0$ existe um $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $a - \delta < x < a$.
TEOREMA: se f é definida em um intervalo aberto contendo a, exceto no ponto a, então $\lim_{x \to a} f(x) = L$ se $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$ e $\lim_{x \to a^-} f(x) = L$.

Ou seja, só existe limite nos dois lados se existe o mesmo limite no lado direito e no lado esquerdo.

2.6 Indeterminações

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0.\infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$$

1. Sejam $f(x) = x^3$ e $g(x) = x^2$, temos:

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} g(x) = 0$$

e

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to 0} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x^3}}{\cancel{x^2}} = \lim_{x \to 0} x = 0$$

2. Sejam $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2x^2$, temos:

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} g(x) = 0$$

e

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to 0} \frac{\cancel{x^2}}{2\cancel{x^2}} = \frac{1}{2}$$

3. Seja:

$$\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x}$$

Essa função causa uma indeterminação $\frac{0}{0}$, podemos separar essa divisão em duas funções, sendo $f(x) = senx$ e $g(x) = x$. À medida que os valores de x pertencem a uma pequena vizinhanças de 0, a função $f(x)$ se aproxima de 0, assim como a a função $g(x)$ também se aproxima de 0, ficando cada vez mais próximos entre si (Diferença entre $f(x)$ e $g(x)$ cada vez menor à medida que x se aproxima de 0). Podemos, portanto, assumir que:

$$\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

4. Agora um exemplo de cálculo de limites onde os artifícios algébricos são necessários. São os casos de funções racionais em que o limite do denominador é zero num determinado ponto e o limite do numerador também é zero neste mesmo ponto.

Seja:

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4}$$

Neste caso, fatora-se o numerador e o denominador VER PREPOSIÇÕES 3.5.2