Revisão Prova 1 de Cálculo II
Milton Kist

Erickson Giesel Müller

August 26, 2024

1 Conteúdos

1. Integrais primitivas
2. Integrais indefinidas
3. Métodos de integração: Substituição e Integração por partes.
4. Integração definida via somas de Riemann
5. Teorema Fundamental do Cálculo
6. Integração envolvendo funções trigonométricas
7. Técnicas de integração
8. Cálculo de áreas de figuras planas
9. Cálculo de comprimento de arco de curva plana
10. Cálculo de volumes de sólidos de revolução
11. Cálculo de áreas de superfícies de revolução

2 Integrais Primitivas

Uma função $F(x)$ é considerada primitiva de $f(x)$ em um intervalo I se para todo $x \in I$ temos $F'(x) = f(x)$.

2.1 Propriedades

$$G'(x) = (F(x) + k)' = F'(x) + 0 = F'(x)$$

3 Integral Indefinida

Integral indefinida é aquela que não tem limite de integração.

3.1 Propriedades

$$\int f(x).dx.K = K.\int f(x).dx \tag{1}$$

$$\int [f(x) + g(x)].dx = \int f(x).dx + \int g(x).dx \tag{2}$$

3.2 Integrais imediatas

1. $\int dx = x + K$
2. $\int x^-1.dx = \int \frac{1}{x}.dx = \ln x + K$
   Se fizermos a derivação do exemplo 4, dará uma constante
3. $\int \sin x.dx = -\cos x + K$
4. $\int x^\alpha.dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + K$

3.3 Integrais de Multiplicação

$$\int [f(x).g(x)]'.dx = \int [f'(x).g(x) + f(x).g'(x)].dx$$

$$f(x).g(x) = \int f'(x).g(x).dx + \int f(x).g'(x).dx$$

$$\int f'(x).g(x).dx = f(x).g(x) - \int f(x).g'(x).dx$$

$$u = g(x)$$

$$du = g'(x).dx$$

$$dv = f'(x).dx$$

$$v = f(x)$$

Para resolver a integral $\int 2x.\sin x.dx$:

$$u = 2x$$

$$du = 2.dx$$

$$dv = \sin x.dx$$

$$v = -\cos x$$

$$\int 2x.\sin x.dx = \int u.dv$$

como $\int f'(x).g(x).dx = f(x).g(x) - \int f(x).g'(x).dx$:

$$2x. - \cos x - \int (-\cos x).2.dx$$

$$u.v - \int v.du$$

$$\int \sin x.2x.dx = 2x. - \cos x - \int (-\cos x).2.dx$$

$$I = -2x.\cos x + 2.\sin x + K$$

3.4 Integração por Partes

$$\int x^2.e^x.dx$$

$$u = x^2$$

$$du = 2x.dx$$

$$dv = e^x.dx$$

$$v = \int e^x.dx = e^x$$

$$I = \int u.dv$$

$$\int x^2.e^x.dx = x^2.e^x - \int e^x.2x.dx$$

$$= x^2.e^x - 2\int x.e^x.dx$$

Para o integrando $\int x.e^x.dx$ aplicamos a derivação por partes novamente.

$$u = x$$

$$du = 1.dx$$

$$dv = e^x.dx$$

$$v = e^x$$
$$I = \int u.dv$$
$$\int x.e^x.dx = x.e^x - \int e^x.dx$$
$$\int x.e^x.dx = x.e^x - e^x$$

Logo:

$$\int x^2.e^x.dx = x^2.e^x - 2[x.e^x - e^x] + K$$
$$= e^x.[x^2 - 2x + x] + K$$

Prova real:

$$[e^x.(x^2 - 2x + x)]' = e^x.(x^2 - 2x + 2) + e^x.(2x - 2) = e^x.x^2 \qquad (3)$$

4 Método de integração por substituição ou mudança de variável de integração

Sejam $F'(x) = f(x)$ e g está contido no domínio de F, podemos definir a composição $F(g(x))$. Que segundo a regra da cadeia é resolvida por $F'(g(x)).g'(x)$
Exemplo:

$$F(g(x)) = sen(5x + 2)$$
$$[F(g(x))]' = \cos(5x + 2).5$$

5 Integral Definida