

Cálculo II

Lista 2 - Funções de Várias Variáveis

Erickson G. Müller

Lista 1.4 (pg. 26)

• 2

$$D_A = 1300 - 50x + 20y$$

$$D_B = 1700 + 12x - 20y$$

$$R_x = x.D_A$$

$$R_y = y.D_B$$

$$R_T = x.D_A + y.D_B$$

$$R_T = 1300x - 50x^2 + 20xy + 1700y + 12xy - 20y^2$$

$$R_T = 32xy - 50x^2 - 20y^2 + 1300x + 1700y$$

• 3.a

$$z = 3 - x - y$$

$$D(z) = \mathbb{R}^2$$

$$Im(z) = \mathbb{R}$$

• 3.b

$$f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$$

$$D(f(x, y)) = \mathbb{R}^2$$

$$Im(f(x, y)) = [1, \infty)$$

• 3.c

$$z = \sqrt{9 - (x^2 + y^2)}$$

$$x^2 + y^2 \leq 3^2$$

$$x^2 + y^2 - 9 \leq 0$$

$$D(z) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 9\}$$

$$\sqrt{9 - (x^2 + y^2)} \rightarrow \sqrt{9 - 9} = 0$$

$$x^2 + y^2 \geq 0 \rightarrow \sqrt{9 - 0} = 3$$

$$Im(z) = [0, 3]$$

- 3.d

$$w = e^{x^2+y^2+z^2}$$

$$D(w) = \mathbb{R}^3$$

$$Im(w) = [1, \infty)$$

- 3.j

$$f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$$

$$D(f(x, y)) = \mathbb{R}^2$$

$$Im(f(x, y)) = (-\infty, 4]$$

- 4.b

$$w = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq 0$$

$$D(w) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / (x, y, z) \neq (0, 0, 0)\}$$

$$Im(w) = (0, \infty)$$

- 4.c

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}$$

$$x^2 - y^2 > 0$$

$$D(z) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x| > |y|\}$$

$$Im(z) = (0, \infty)$$

- 4.e

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$$

$$x^2 + y^2 - 1 \geq 0$$

$$D(z) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \geq 1\}$$

$$Im(z) = [0, \infty)$$

- 4.i

$$y = \sqrt{\frac{1+x}{1+z}}$$

$$1+z \neq 0 \ \& \ \frac{1+x}{1+z} \geq 0$$

$$z \neq -1$$

$$x \geq -1 \text{ se } z > -1$$

$$x \leq -1 \text{ se } z < -1$$

$$D(y) = \{(x, z) \in \mathbb{R}^2 / x \geq -1 \text{ se } z > -1$$

$$x \leq -1 \text{ se } z < -1\}$$

- 4.j

$$w = \frac{1}{9 - x^2 - y^2 - z^2}$$

$$9 - x^2 - y^2 - z^2 \neq 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 \neq 9$$

$$D(w) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 \neq 9\}$$

- 4.n

$$z = \ln(x + y - 3)$$

$$D(z) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y > 3\}$$

- 4.p

$$f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2} - \sqrt{1 - z^2}$$

$$1 - x^2 \geq 0 \text{ logo } |x|^2 \leq 1$$

$$1 - y^2 \geq 0 \text{ logo } |y|^2 \leq 1$$

$$1 - z^2 \geq 0 \text{ logo } |z|^2 \leq 1$$

$$D(f) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / -1 \leq x, y, z \leq 1\}$$

- 5.b

$$x^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 9$$

$$1. \quad z_1 = +\sqrt{x^2 + y^2 - 6y}$$

$$2. \quad z_2 = -\sqrt{x^2 + y^2 - 6y}$$

$$x^2 + y^2 - 6y \geq 0$$

$$D(z) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \geq 6y\}$$

Lista 3.7 (pg. 99)

- 1.a

$$x^2 + y^2 - 2y < 3$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = 4 \rightarrow x^2 + y^2 - 2y = 3$$

Bola aberta em centro $(0, 1)$ e raio 2.

- 1.b

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6z < 0$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 6z$$

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = 0$$

$$z_0 = -3$$

$$r = 3$$

$$x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 3^2$$

Bola aberta em centro $(0, 0, -3)$ e raio 3.

- 1.e
 $x^2 + y^2 - 1 > 0$
 $x^2 + y^2 > 1$ não é uma bola.
- 1.f
 $x^2 + 4x + y^2 < 5$
 $(x + 2)^2 + (y - 0)^2 = r^2$
 $(x + 2)^2 + y^2 = x^2 + 4x + y^2 + 4 = r^2$
 $r^2 - 4 < 5$
 $r^2 < 9$
 $r < 3$ Bola aberta centrada em $(-2, 0)$ e raio 3.
- 2
 $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 2 < x < 3 \text{ e } -1 < y < 1\}$
 Fronteira: $(2, -1) \rightarrow (3, -1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, -1)$
- 3
 $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / -1 < x < 1, -1 < y < 1 \text{ e } -1 < z < 1\}$
 Fronteira: Cubo formado pelos vértices $(-1, -1, -1)$ até $(1, 1, 1)$
- 4 Identificar as afirmações verdadeiras:
 1. A união de bolas abertas é uma bola aberta. F
 2. A união de bolas abertas é um conjunto aberto. V
 3. A união de bolas abertas é um conjunto conexo. F
 4. O conjunto $A = \{(x, y) / x^2 + 2x + y^2 - 4y > 0\}$ é conexo. V (Apenas conexo)
 5. O conjunto $B = \{(x, y) / x^2 > y^2\}$ é aberto. V
- 6.a
 Fronteira de $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 < 4\}$

$$Fr = x^2 + y^2 - 4$$
- 6.d
 Fronteira de $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y > \frac{1}{x}\}$

$$\frac{1}{x} - y < 0$$

$$Fr = \frac{1}{x} - y = 0$$
- 10 Identificar as afirmações verdadeiras:
 1. $P(0, 0)$ é ponto de acumulação do conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y > x\}$.
 Falso X
 Verdadeiro pois está na fronteira

2. Os pontos $P(0, 4)$ e $Q(2, 2)$ pertencem à fronteira do conjunto $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y > 4 - x^2\}$. Falso C
pois Q não está na fronteira
3. $P(0, 0)$ é ponto de acumulação da bola aberta $B((0, 0), r)$, qualquer que seja $r > 0$. Verdadeiro C
pois está no centro
4. O conjunto vazio é um conjunto aberto. Verdadeiro C
pois sim
5. Toda bola aberta é um conjunto aberto. Verdadeiro C
Sim pois bola aberta não tem fronteira
6. \mathbb{R}^2 é um conjunto aberto. Verdadeiro C
] $-\infty, +\infty$ [
7. Todo ponto de acumulação de um conjunto A pertence a esse conjunto. Falso C
pois ponto de acumulação não está na fronteira. (CONTRADIZ COM 1- ESTUDAR PONTOS DE ACUMULAÇÃO)
8. O conjunto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \text{ e } y \text{ são racionais}\}$ não tem ponto de acumulação. Verdadeiro X
9. Todos os pontos de um conjunto aberto são pontos de acumulação de A . Verdadeiro C
pois o conjunto não tem fronteira
10. Se A é um conjunto aberto, nenhum ponto da fronteira de A pertence a A . Verdadeiro. C
pois a fronteira não faz parte do conjunto aberto.