Revisão Prova 2 de Cálculo II
Milton Kist

Erickson Giesel Müller

2 de Dezembro de 2024

Conteúdos

1. Funções de várias variáveis (Definição, Domínio, Imagem, Operações, Representação Gráfica).
2. Limite e Continuidade.
3. Limite e Continuidade de funções de várias variáveis.
4. Limites por caminho.
5. Cálculo de Limites envolvendo indeterminações.
6. Verificação de Continuidade de funções.
7. Derivadas parciais e aplicações.
8. Gradiente.
9. Multiplicadores de Lagrange.
10. Integração dupla.
11. Integração tripla

1 Função de Várias Variáveis

Seja $A \subset \mathbb{R}^n$, a relação $f_i A \rightarrow \mathbb{R}$ é denominada função real, $P = (x_1, x_2, ..., x_n), P \in \mathbb{R}$, associamos um único número real $z \in \mathbb{R}$.

$$A = D(f)$$

$$\mathbb{R} = CD(f)$$

$$Im(f) = \{z \in \mathbb{R}/z = f(x_1, x_2, ...)\}$$

Exemplo: Dada a função $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, determine os conjuntos domínio e imagem de f.

$$1 - x^2 - y^2 \geq 0 \leftrightarrow x^2 + y^2 < 1$$

$$D(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2/x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$Im(f) = [0, 1]$$

Exemplo: em cada caso, determine o domínio da função, faça também a representação geométrica do domínio:

2 Regra da Cadeia

Vamos definir a regra da cadeia para o caso de funções de várias variáveis.
Proposição 1: Sejam A e B conjuntos abertos do $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}$, respectivamente, e sejam $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : B \rightarrow \mathbb{R}^2$ tais que $g(t) = (x(t), y(t)) \in A$ para todo $t \in B$. Nestas condições, se g for diferenciável em B e $f(x, y)$ possuir derivadas parciais de 1ª ordem contínuas em A.
Então, a função composta:

$$h(t) = f(g(t)) = f(x(t), y(t))$$

é diferenciável $\forall t \in B$ e $\frac{dh}{dt}$ é dada por:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\varphi f}{\varphi x}.\frac{dx}{dt} + \frac{\varphi f}{\varphi y}.\frac{dy}{dt}$$