UJIAN AKHIR SEMESTER
SEMESTER GASAL 2015/2016
Program Sarjana - Jurusan Sistem Informasi
Fakultas Teknologi Informasi
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Kampus ITS Sukolilo, Surabaya 60111. 031 – 5999944

MATAKULIAH	: Matematika Diskrit	KELAS	: A, B, C, D
Dosen	: Amalia Utamima, Eko Wahyu Tyas D	Sifat	: TERBUKA 1 lembar A4
Durasi Waktu Pelaksanaan	: 120 Menit	Hari/Tanggal	: Selasa, 20 Des 2016

1. Buktikan bahwa jika *n* adalah integer, maka $\lfloor n/2 \rfloor = n/2$ jika *n* genap, dan $(n-1)/2$ jika *n* ganjil.

   If *n* is even, then *n* = 2*k* for some integers *k*. Thus $\lfloor n/2 \rfloor = \lfloor k \rfloor = k = n/2$.
   If *n* is odd, then *n* = 2*k* + 1 for some integers *k*. Thus $\lfloor n/2 \rfloor = \left\lfloor k + \frac{1}{2} \right\rfloor = k = (n-1)/2$.

2. Dengan menggunakan bentuk umum dari ***pigeon hole principle***, berapakah jumlah kartu yang harus dipilih dari susunan standar yang terdiri atas 52 kartu untuk memastikan bahwa paling tidak terpilih 3 kartu dengan jenis yang sama.

   $\left\lceil \frac{N}{4} \right\rceil \geq 3$, **so N=9**

3. Gunakan Induksi Matematika untuk membuktikan pernyataan tentang *P(n)* berikut:
   $1 + 2 + \dots + n = n(n+1)/2$; dimana *n* adalah integer positif.

   Basis Step: P(1) is true, since 1=1(1+1)/2

   Inductive Hypothesis: Assume that P(k) holds so that
   $1 + 2 + \dots + k = k(k+1)/2$

   Inductive Step: Proof P(k+1) is also true if P(k) is true:
   Under this assumption, it **must be shown** that P(k+1) is true, namely, that
   $1 + 2 + \dots + k + (k+1) = (k+1)\frac{[(k+1)+1]}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$ is also true
   Add k+1 to both sides of the equation of the equation in P(k) to obtain :
   $$1 + 2 + \dots + k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)$$
   $$= \left[\frac{k}{2} + 1\right](k+1)$$
   $$= \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$
   The last equation shows that **P(k+1) is true**.

4. Selesaikanlah pseudocode berikut untuk menyelesaian permasalahan factorial secara ***recursive***.

```
Procedure factorial(x: positive integer){
 if x=1  OR  x=2
        return x;
 else
        return x*factorial(x-1);
}
```

5. Misalkan *R* adalah relasi pada himpunan pasangan terurut dari bilangan integer positif sehingga $((a, b), (c, d)) \in R$ jika dan hanya jika $a + d = b + c$. Tunjukkan bahwa *R* adalah relasi ekivalen.

For reflexivity, $((a, b), (a, b)) \in R$ because $a + b = b + a$.
For symmetry, if $((a, b), (c, d)) \in R$, then $a + d = b + c$, so $c + b = d + a$, so $((c, d), (a, b)) \in R$.
For transitivity, if $((a, b), (c, d)) \in R$ and $((c, d), (e, f)) \in R$, then $a + d = b + c$ and $c + e = d + f$, so $a + d + c + e = b + c + d + f$, so $a + e = b + f$, so $((a, b), (e, f)) \in R$.

An easier solution is to note that by algebra, the given condition is the same as the condition that $f((a, b)) = f((c, d))$, where $f((x, y)) = x - y$; therefore this is an equivalence relation.

6. Gunakanlah operasi baris elementer (*Elementary Row Operation*) untuk menemukan invers dari matriks A berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A I

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Start with **A** next to **I**

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Add

Add row 2 to row 1,

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Divide by 5

then divide row 1 by 5,

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -0.4 & 0.6 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Subtract x 2

Then take 2 times the first row, and subtract it from the second row,

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 & -0.3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

Multiply by -½

Multiply second row by -1/2,

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 & -0.3 & 0 \end{array}\right]$$

Swap

Now swap the second and third row,

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -0.2 & 0.3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.2 & -0.3 & 0 \end{array}\right]$$

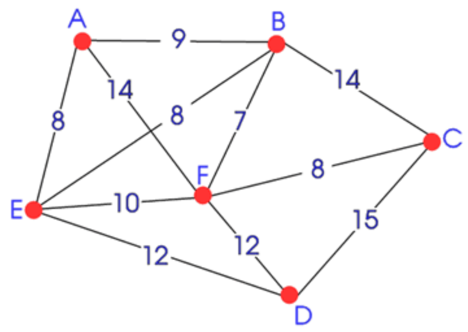
Subtract

Last, subtract the third row from the second row,

And we are done!

I A^{-1}

7. Perhatikan gambar Graf berikut.



a. Buatlah ***adjacency matrix*** yang sesuai dengan Graf tersebut.

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	1	1
B	1	0	1	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1
D	0	0	1	0	1	1
E	1	1	0	1	0	1
F	1	1	1	1	1	0

	A	B	C	D	E	F
A	-	9	-	-	8	14
B	9	-	14	-	8	7
C	-	14	-	15	-	8
D	-	-	15	-	12	12
E	8	8	-	12	-	10
F	14	7	8	12	10	-

b. *Travelling Salesman Problem* adalah permasalahan untuk menemukan lintasan terpendek (*shortest path*) dari sebuah graf yang melewati setiap simpulnya tepat sekali. Lintasan tersebut akan dimulai dari simpul A sebagai titik asalnya dan harus kembali lagi ke simpul A sebagai terminalnya. Temukanlah lintasan terpendek dari graf tersebut yang memenuhi persyaratan seperti yang telah disebutkan. Tuliskanlah lintasan yang dimaksud.

A B F C D E A -> 59