



Universidad de Costa Rica  
Facultad de Ciencias Exactas  
Escuela de Matemáticas  
MA-0320



## TERCER EXAMEN II CICLO 2019

Viernes 06 de Diciembre

**Tiempo Máximo: 180 minutos**

**Puntaje: 40 Puntos**

### Instrucciones Generales

- Utilice únicamente bolígrafo de tinta azul o negra. Si escribe usando lápiz, pierde el derecho a cualquier reclamo.
- Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si algún desarrollo está desordenado este no se calificará.
- Se prohíbe el uso de teléfono celular durante la prueba.

1. **[10 puntos]** Sea  $\mathcal{R}$  una relación definida sobre  $\mathbb{N}^*$ , donde

$$a\mathcal{R}b \iff a + b = 5k, \text{ donde, } k \in \mathbb{Z}$$

Analice cuáles propiedades cumple dicha relación.

2. Sea el conjunto  $A = \{a, b, c, d\}$  en el cual se define una partición  $P = \{\{a, b, d\}, \{c\}\}$
- a) **[4 puntos]** Determine el gráfico de la relación de equivalencia asociada a la partición  $P$ .
- b) **[2 puntos]** A partir del gráfico encontrado en 2a, construya el digrafo de  $\mathcal{R}$  y determina si esta relación es total.
3. Sea  $A = \{2, 4, 8\}$ , sea  $\mathcal{R}$  una relación sobre  $A$ , cuya matriz asociada está definida por

$$M_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i = j) \vee (i + j = 3) \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

- a) **[2 Puntos]** Determine la matriz asociada a  $\mathcal{R}$ .

- b) [8 Puntos] Determine, utilizando las propiedades de matrices que la relación es de equivalencia.
- c) [4 Puntos] Construya  $G_{\mathcal{R}}$  y determine las clases de equivalencia de  $\mathcal{R}$  y el conjunto cociente  $A/\mathcal{R}$ .

4. Sea  $E = \{a, b, c, d, e, f\}$  y  $\mathcal{R}$  una relación definida sobre  $E$ , cuyo organigrama es:

- a) [3 Puntos] Determine el gráfico de  $\mathcal{R}$ .
- b) [5 Puntos] Verifique que  $\mathcal{R}$  es una relación de orden, pero no de orden total.
- c) [2 Puntos] Si existen, determine los elementos maximales, minimales, primero y último elemento.

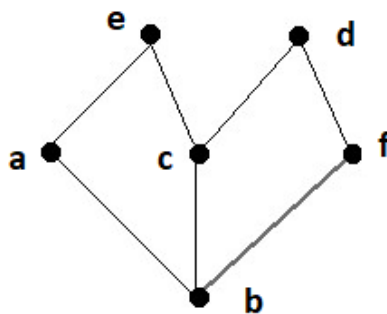


Figura 1: Organigrama