



UNIVERSIDAD DE  
**COSTA RICA**

# Programación por Metas y Programación no Lineal

---

Ing. Luis Delgado Lobo MBA  
Sede Guanacaste



# Programación por metas



## Programación por metas

- Con frecuencia, la maximización de la utilidad total es tan solo una de varias metas, incluidos objetivos contradictorios como maximizar la participación de mercado, mantener el pleno empleo, ofrecer una administración ecológica de calidad, minimizar el nivel de ruido en el vecindario y satisfacer otras metas no económicas.



## Programación por metas

- La programación por metas “satisface”, en comparación con la programación lineal, la cual intenta “optimizar”. Ello significa acercarse tanto como sea posible al logro de las metas.





## Programación por metas

- La función objetivo es la principal diferencia entre la programación por metas y la programación lineal. En la programación por metas se desean minimizar las variables de desviación, las cuales son los únicos términos en la función objetivo.
- Las variables de desviación son iguales a cero si una meta se logra por completo.



## Estructura de cada meta

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i$$

*Handwritten note above the equation: "variables de desviación" with arrows pointing to  $n_i$  and  $p_i$ .*

- En la expresión anterior  $f_i(x)$  representa la expresión matemática de la meta, a la que se le añaden dos **variables de desviación** ( $n_i$  y  $p_i$ ). La primera,  $n_i$  representa un **valor faltante** para llegar a la meta. La segunda variable de desviación  $p_i$ , representa un **valor excedente** por sobre la meta.

*Handwritten notes below the list item:*

- $n$  = lo que hace falta
- $p$  = lo que se pasa
- $\hookrightarrow$  alcanzar - mínimo
- Restricciones
- $\hookrightarrow$  minimizar lo que sobre - máximo
- contexto



## Estructura de cada meta

- Por ejemplo, suponga que una empresa tiene dos productos: el primero le deja 3 colones de ganancia y el segundo le produce solo 1 colón. Se desea obtener 50 colones de ganancia. La meta estaría representada por:

$$3X1 + X2 + n - p = 50$$

*Handwritten annotations:*  
Under  $3X1$ :  $\swarrow$  1° producto  
Under  $X2$ :  $\swarrow$  2° producto



## Niveles de Prioridad

- Una idea clave en la programación por metas es que **una meta es más importante que otra**. Se asignan prioridades a cada variable de desviación.
- En donde La prioridad 1 es infinitamente más importante que la prioridad 2 y así sucesivamente.







## Programación por metas con metas ponderadas

Cuando se utiliza programación por metas ponderadas, los coeficientes de la función objetivo para las variables de desviación incluyen tanto el nivel de prioridad como el peso. Si todas las metas están en el mismo nivel de prioridad, simplemente es suficiente utilizar las ponderaciones de los coeficientes de la función objetivo.

-> Asignar más valor a un valor



## Ejercicio

- En cierto país de 20 000 habitantes se tienen las siguientes bases anuales tributarias: 550 millones por bienes inmuebles. 35 millones por alimentos y medicinas. 55 millones por ventas. El consumo anual de gasolina es de 7.5 millones de galones. Se tienen las siguientes metas:
  - ✓ Tener un ingreso por impuestos de 16 millones.
  - ✓ Que el impuesto para alimentos y medicinas no exceda el 10% del total de impuestos.
  - ✓ Que el impuesto sobre ventas no exceda el 20% del total de impuestos.
  - ✓ Que el impuesto para gasolina no exceda de 2 centavos por galón.



## ① Variables de Decisión

- $X_1$  = tasa tributaria de bienes inmuebles
- $X_2$  = tasa tributaria por alimentos y medicinas
- $X_3$  = tasa tributaria por ventas
- $X_4$  = impuesto para gasolina en centavos por galón.



## ② Metas

- Tener un ingreso de impuestos de 16 millones.

① •  **$550 X1 + 35 X2 + 55 X3 + 7.5 X4 \geq 16$**

- Que el impuesto para alimentos y medicinas no exceda el 10% del total de impuestos

② •  **$35 X2 \leq 0.10 (550 X1 + 35 X2 + 55 X3 + 7.5 X4)$**

*Handwritten red annotations: A bracket under the terms in parentheses is labeled 'total' with an arrow. Another red arrow points from the 'total' label to the coefficient 0.10.*

- Haciendo las operaciones correspondientes, y simplificando, la meta anterior quedaría:

•  **$55 X1 - 31.5 X2 + 5.5 X3 + 0.75 X4 \geq 0$**



## Metas

- Que el impuesto sobre ventas no exceda el 20% del total de impuestos.

*↘ total impuesto*

③ •  **$55 X_3 \leq 0.20 (550 X_1 + 35 X_2 + 55 X_3 + 7.5 X_4)$**

Haciendo las operaciones correspondientes, y simplificando, la meta anterior quedaría:

•  **$110 X_1 + 7 X_2 - 44 X_3 + 1.5 X_4 \geq 0$**

- Que el impuesto para gasolina no exceda de 2 centavos por galón.

④ •  **$X_4 \leq 2$**



## (4) Metas

- La planificación por metas (incluyendo las variables de desviación) serían:
- $550 X1 + 35 X2 + 55 X3 + 7.5 X4 + \text{Como mínimo } \underline{n1} - \underline{p1} = 16$
- $55 X1 - 31.5 X2 + 5.5 X3 + 0.75 X4 + \text{mínimo } \underline{n2} - \underline{p2} = 0$
- $110 X1 + 7 X2 - 44 X3 + 1.5 X4 + \text{mínimo } \underline{n3} - \underline{p3} = 0$
- $X4 + \text{no se pase } \underline{n4} - \underline{p4} = 2$
- Las variables de desviación no deseadas serían: **n1, n2, n3, p4.**  $\rightarrow$  Reducir
- La función de logro sería:
- Minimizar la desviación total =  **$n1 + n2 + n3 + p4$**

Solve'

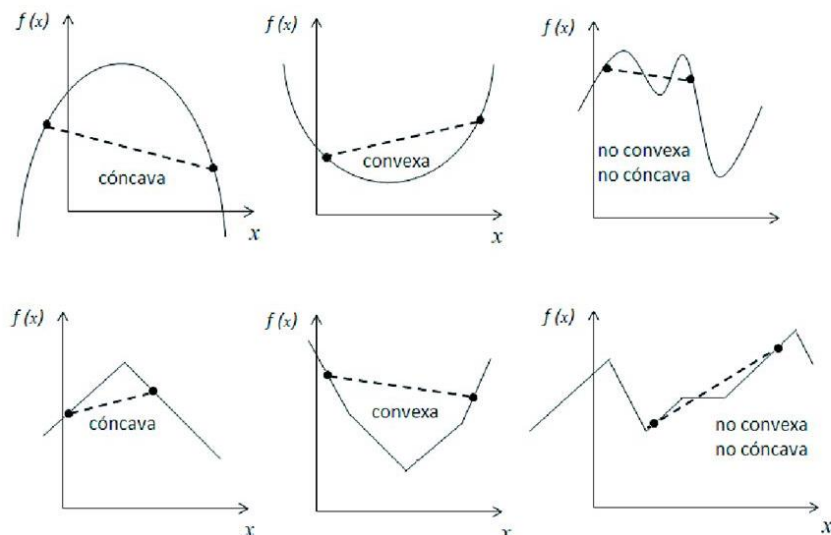


# Programación No Lineal



## Programación NO Lineal

- En la vida real hay muchas situaciones que violan la suposición de proporcionalidad de la programación lineal. La contribución de cada variable a la función objetivo no es proporcional al nivel de actividad de la variable en cuestión. Algunas veces estas contribuciones pueden expresarse de forma matemática como una **función no lineal**.







## Programación NO Lineal

- Existen muchos tipos y formas, algunos pueden tener rendimientos marginales crecientes, otros pueden tener funciones no lineales en las restricciones, incluso se puede tener gráficas de ganancia con varias curvas desconectadas. Muchos de estos tipos de problemas son difíciles de resolver, inclusive algunos serán imposibles de resolver.
- Para este curso nos centraremos en los problemas sencillos de programación NO lineal que tienen las siguientes tres características:  
*~> grado 1*
  1. Mismas restricciones que el modelo de programación lineal.
  2. Una función NO lineal para la función objetivo.
  3. Cada actividad que viole la suposición de proporcionalidad de la PL tiene rendimientos marginales decrecientes.



## Ejercicio Programación No Lineal

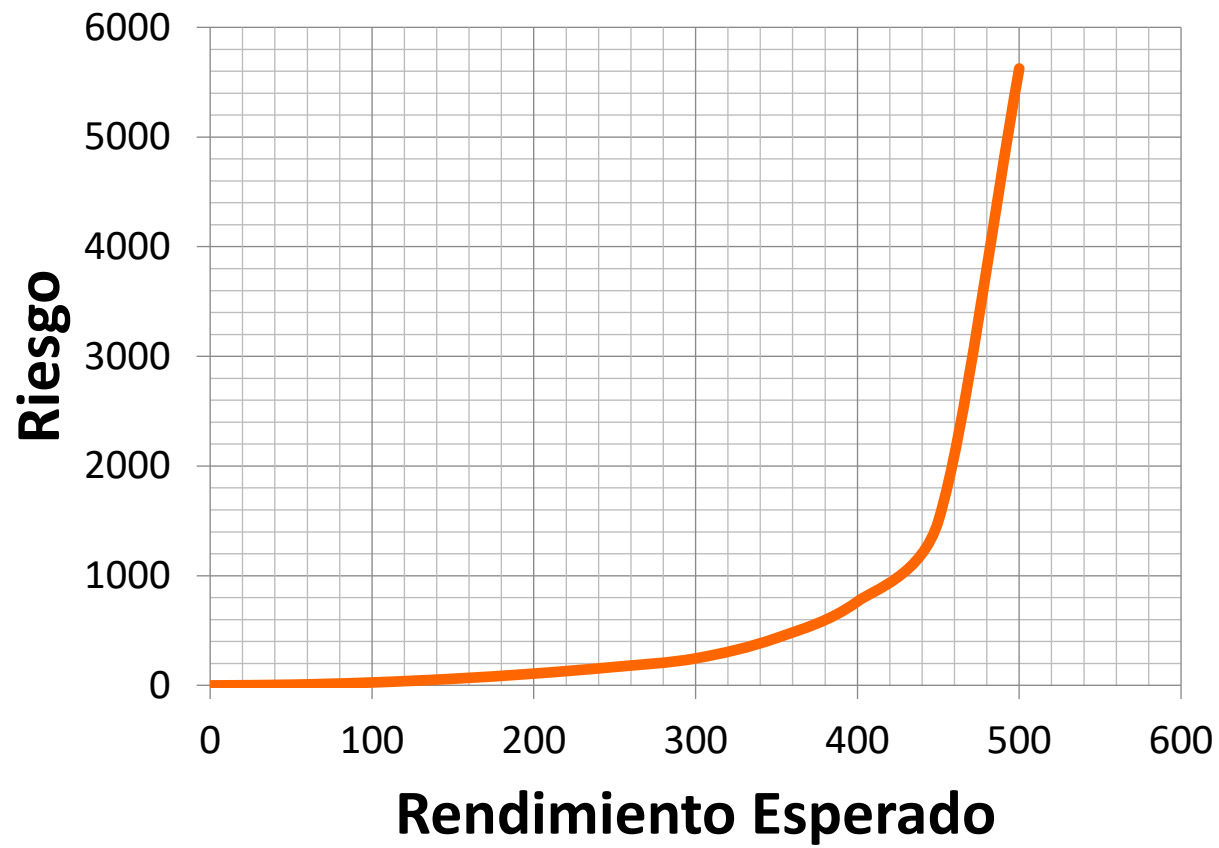
- Una pequeña empresa tiene un portafolio de inversiones y se desea considerar tres títulos (acciones) para la inclusión en su cartera de inversiones.

Acción	Precio (000)	Rendimiento (000)	Riesgo	Par de acciones	Riesgo Conjunto
1	\$60	25	4	1 y 2	2
2	\$40	20	9	1 y 3	-1
3	\$50	9	1	2 y 3	-1.5

- La cantidad presupuestada para invertir es de 1 millón de dólares, el rendimiento mínimo esperado es de trescientos mil dólares. Resuelva el problema con programación no lineal.



## Relación entre rentabilidad y riesgo - Histórico





$X_1$  = número de acciones 1 a comprar

$X_2$  = número de acciones 2 a comprar

$X_3$  = número de acciones 3 a comprar

→ sale del enunciado

$$\text{F.O. Min } Z = 4X_1^2 + 9X_2^2 + X_3^2 + 2(X_1 * X_2) - (X_1 * X_3) - 1.5(X_2 * X_3)$$

Sujeto a :

$$25X_1 + 20X_2 + 9X_3 \geq 300$$

$$60X_1 + 40X_2 + 50X_3 \leq 1000$$

$$X_i \geq 0$$

→ sale del enunciado

Solver