



# Programación entera y binaria

Métodos cuantitativos para la toma de decisiones

Informática Empresarial

Jonathan Fernández González



## Introducción

- Uno de los supuestos de la PL es que las variables de decisión pueden tomar valores fraccionarios como  $X_1 = 0,33$   $X_2 = 1,57$
- Un gran número de problemas se resuelven solamente si se tienen **valores enteros** (vehículos a comprar, computadoras a comprar etc.)
- Un problema de la PL es que obliga a los tomadores de decisiones a establecer un solo objetivo



## Introducción

- Un gerente puede querer maximizar la utilidad, pero también puede querer maximizar la participación en el mercado, mantener las fuerzas de trabajo completas y minimizar costos.
- Una empresa puede tener como objetivo, maximizar la extracción de recursos, la fiabilidad y seguridad, y minimizar el costo de operación como los impactos ambientales generados en la comunidad.



# Programación entera

- Un modelo de programación entera es un modelo con restricciones y una función objetivo idénticas a las formuladas en PL.
- La diferencia es que una o más variables de decisión tiene que tomar un valor entero en la solución final. Existen tres tipos:

1. Programación entera pura
2. Programación entera mixta
3. Programación entera cero-uno



## Ejemplo de programación entera

Una empresa fabrica dos productos (A y B), el proceso de producción de ambos productos implica dos procesos, cableado y ensamblaje de la siguiente manera:

2 horas para cablear A y 3 para B

El ensamble requiere de 6 horas A y 5 para B

La capacidad de producción solo tiene disponibles 12 horas para cableado y 30 horas para ensamble. Si cada producto A genera ingresos de \$7 y cada producto B \$6

**¿Cómo se formularía la decisión de mezcla de producción en PL buscando maximizar las utilidades?**



## Ejemplo de programación entera

Maximizar utilidad =  $7X_1 + 6X_2$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$6X_1 + 5X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$X_1$  = producción de A

$X_2$  = producción de B

Resultado:

$$X_1 = 3,75$$

$$X_2 = 1,5$$

Variables	$X_1$	$X_2$			
Valores	3.75	1.5	Total		
Ingresos	7	6	35.25		
Restricciones			LHS		Rhs
Cableado	2	3	12	$\leq$	12
Ensamble	6	5	30	$\leq$	30



## Ejemplo de programación entera

Resultado:

$$X_1 = 3,75$$

$$X_2 = 1,5$$

Redondear estos resultados puede hacer que:

- Salgan de la zona factible
- No sería una respuesta práctica

Si se redondea a una solución factible, puede que esta no sea óptima.



## Ejemplo de programación entera

Una solución obtenida con programación entera, nunca genera una utilidad mayor que la que se logra con PL, casi siempre significa un valor menor.

Variables	X1	X2	
Valores	1	1	Total
Ingresos	7	6	13

Restricciones				
Cableado	2			
Ensamble	6			

  

Variables	X1	X2	
Valores	1	1	Total
Ingresos	7	6	13

  

Restricciones			LHS	Rhs
Cableado	2	3	5	12
Ensamble	6	5	11	30

Agregar restricción

Referencia de celda

Restricción:

\$C\$5:\$D\$5

int

entero

Aceptar

Agregar

Cancelar





## Ejemplo de programación entera

	Variables	X1	X2				
	Valores	5	0	Total			
				35			
Variables	X1	X2					
Valores	3.75	1.5	Total				
Ingresos	7	6	35.25				
Restricciones			LHS		Rhs		
Cableado	2	3	12	<=	12		
Ensamble	6	5	30	<=	30		

LHS		Rhs
10	<=	12
30	<=	30



## Planeamiento con variables 0-1 (binarias)

- Se asigna 0 si no se satisface una condición
- Se asigna 1 si satisface una condición

En problemas de asignación, que implica decidir que individuos asignar un conjunto de trabajos (1 si se le asigna y 0 si no se le asigna)



## Ejemplo

- Una empresa especializada en carteras de inversión tiene las siguientes peticiones de un cliente:
- Por lo menos dos compañías petroleras de (A, D y E ) deben estar en la cartera de inversión
- No se puede hacer más de una inversión en compañías petroleras (B y C)
- Se tiene que adquirir una de dos carteras de acciones de empresas petroleras ( F y G)

El cliente dispone de \$3 millones para invertir. El objetivo es maximizar el rendimiento anual sujeto a las restricciones.



## Ejemplo

El cliente dispone de \$3 millones para invertir. El objetivo es maximizar el rendimiento anual sujeto a las restricciones.

Cartera	Compañía	Rendimiento anual	Costo por acciones en millones
1	A	50	480
2	B	80	540
3	C	90	680
4	D	120	1000
5	E	110	700
6	F	40	510
7	G	75	900

$X=1$  si se compra la acción

$X=0$  si no se compra la acción



## Ejemplo

Maximizar rendimiento =  $50X_1 + 80X_2 + 90X_3 + 120X_4 + 110X_5 + 40X_6 + 75X_7$

$$X_1 + X_4 + X_5 \geq 2$$

$$X_2 + X_3 \leq 1$$

$$X_6 + X_7 = 1$$

$$480X_1 + 540X_2 + 680X_3 + 1000X_4 + 700X_5 + 510X_6 + 900X_7 \leq 3.000$$

Cartera	Compañía	Rendimiento anual	Costo por acciones en millones
1	A	50	480
2	B	80	540
3	C	90	680
4	D	120	1000
5	E	110	700
6	F	40	510
7	G	75	900



## Ejemplo

Maximizar rendimiento=  $50X_1 + 80X_2 + 90X_3 + 120X_4 + 110X_5 + 40X_6 + 75X_7$

$$X_1 + X_4 + X_5 \geq 2$$

$$X_2 + X_3 \leq 1$$

$$X_6 + X_7 = 1$$

$$480X_1 + 540X_2 + 680X_3 + 1000X_4 + 700X_5 + 510X_6 + 900X_7 \leq 3.000$$

Variables	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7		
Valores	1	1	1	1	1	1	1	Retorno	
Ingresos	50	80	90	120	110	40	75	565	
Restricciones								Lhs	
A, D y E	1			1	1			3	$\geq 2$
B y C		1	1					2	$\leq 1$
F y G						1	1	2	$= 1$
3 millones	480	540	680	1000	700	510	900	4810	$\leq 3000$



# Ejemplo

Variables	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7		
Valores	1	1	1	1	1	1	1	Retorno	
Ingresos	50	80	90	120	110	40	75	565	
Restricciones								Lhs	
A, D y E	1							3 >=	2
B y C								2 <=	1
F y G							1	2 =	1
3 millones	480						0	4810 <=	3000

Agregar restricción

Referencia de celda:  Restricción:

Aceptar Agregar Cancelar



# Ejemplo

▪

Variables	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7			
Valores	0	0	1	1	1	1	0	Retorno		
Ingresos	50	80	90	120	110	40	75	360		
Restricciones								Lhs		
A, D y E	1			1	1			2 >=	2	
B y C		1	1					1 <=	1	
F y G						1	1	1 =	1	
3 millones	480	540	680	1000	700	510	900	2890 <=	3000	