UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Adaptaciones del Método Simplex

Sede Guanacaste

Ing. Luis Delgado Lobo MAE

Método Simplex

- Adaptaciones a otras formas del modelo
  - Lados derechos negativos
    - Si un modelo de programación lineal tiene un coeficiente del lado derecho negativo, se multiplica ambos lados por (-1)

Método Simplex

- Adaptaciones a otras formas del modelo
  - Restricciones en forma de igualdad
    - Se aplica la técnica de las variables artificiales introduciendo una variable artificial no negativa.
    - Se asigna una penalización enorme al hecho de tener la variable artificial mayor que cero en la función objetivo (Método de la M).

Método Simplex

- Adaptaciones a otras formas del modelo
  - Restricciones funcionales de la forma ≥
    - Se introducen dos variables: una variable de superávit y una variable artificial.
    - La variable de superávit es no positiva, y la variable artificial es no negativa

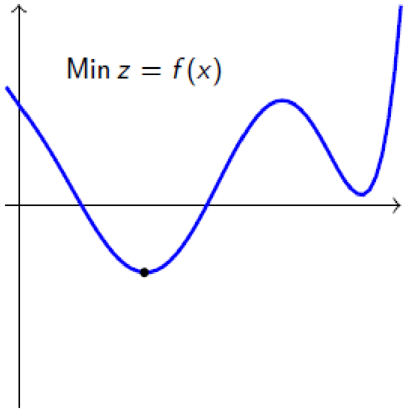
- Adaptaciones a otras formas del modelo
  - Minimización
    - Minimizar

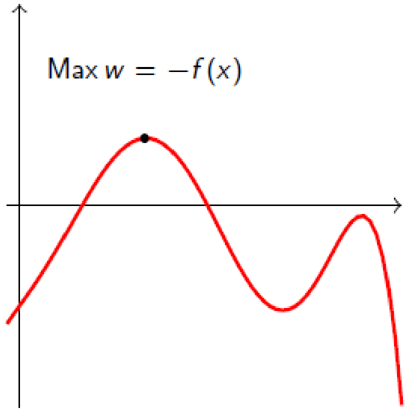
$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

es equivalente a

- Maximizar

$$-Z = \sum_{j=1}^{n} (-c_j) x_j$$





Método Simplex

- Adaptaciones a otras formas del modelo
  - Minimización
    - Otra forma de adaptación para Minimización
- Modificar la estrategia de selección de la variable entrante: aquella con el coeficiente negativo mas grande, por: aquella con el coeficiente positivo mas grande.
- En este caso, se corresponde con aquella variable con el factor de disminución mas grande. Para determinar la variable básica saliente se sigue el mismo proceso que en el Simplex de maximización.

Método Simplex

- Método de la Gran M.

Definimos la letra M como un número muy grande pero finito para usarlo como coeficiente de las variables artificiales en la función objetivo y con sentido contrario a la misma para penalizar de manera muy grande la existencia de las mismas en la solución. Si el objetivo es minimizar las variables artificiales entraran con M positivo y si es maximizar las variables artificiales se usaran como -M.

Ejemplo:

$$\textbf{Min } Z = 2X_1 + X_2 + 3X_3$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 3X_1 + X_2 + 2X_3 &\leq 10 \\ X_1 - 2X_2 + 3X_3 &\geq 6 \\ 2X_1 + 3X_2 - X_3 &\leq 9 \\ X_1 + X_2 + 2X_3 &= 7 \end{aligned}$$

Método Simplex

- Cada restricción debe ser convertida de inecuación a una igualdad, agregando variables como se requiera. Con las restricciones de tipo ≤, es fácil. Simplemente se agrega una en cada restricción con coeficiente 1 en la misma restricción y con coeficiente cero en la función objetivo. Por ejemplo:

$$3\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + 2\mathbf{X}_3 \leq 10 \text{ queda:}$$

$$3\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + 2\mathbf{X}_3 + \mathbf{S}_1 = 10$$

- Se puede leer así: el uso de la primera restricción no puede superar la disponibilidad de 10 unidades, lo que equivale a decir que lo usado mas lo que sobre (S_1) es igual a 10.

Método Simplex

- Para las restricciones de tipo mayor o igual, la lógica es la misma, de esta manera decir:

$$X_1 - 2X_2 + 3X_3 \geq 6$$

- Se puede leer como: el uso de la restricción 2 debe ser como mínimo 6 unidades. Eso significa que el uso podría ser 6.1 o tal vez 7 u 8... etc. Podríamos escribirlo también como 6+0.1 o 6+1 o 6+2 ... o en términos generales:

$$X_1 - 2X_2 + 3X_3 = 6 + S_2$$

que es equivalente a decir: lo usado en la restricción 2 es igual al mínimo requerido que es 6 mas el adicional que esta en S_2.

- Esto lo podemos reescribir como:

$$X_1 - 2X_2 + 3X_3 - S_2 = 6$$

Método Simplex

- Sin embargo para el método simplex, cuando aparece esta restricción tipo ≥ es necesario adicionar una variable comodín, llamada Variable Artificial, sin ningún significado físico, sólo como artificio matemático. Lo sumamos al lado izquierdo de la restricción como se muestra a continuación:

$$\mathbf{X_1} - 2\mathbf{X_2} + 3\mathbf{X_3} - \mathbf{S_2} + \mathbf{A_1} = 6$$

- Al usar una variable artificial debemos penalizar la función objetivo allí la vamos a incluir con un coeficiente muy grande, llamado M, al estar minimizando la sumamos $+ .\mathbf{MA_1}$.

Método Simplex

- La tercera restricción es de tipo <=, por lo que no tenemos ningún problema con ella:

$$2\mathbf{X_1} + 3\mathbf{X_2} - \mathbf{X_3} \leq 9 \quad \text{queda}$$
$$2\mathbf{X_1} + 3\mathbf{X_2} - \mathbf{X_3} + \mathbf{S_3} = 9$$

- La cuarta restricción es de tipo =. Para este tipo de restricción simplemente adicionamos una variable artificial al lado izquierdo:

$$\mathbf{X_1} + \mathbf{X_2} + 2\mathbf{X_3} = 7 \text{ queda:}$$
$$\mathbf{X_1} + \mathbf{X_2} + 2\mathbf{X_3} + \mathbf{A_2} = 7$$

- ***Recordemos: las variables de holgura quedan con coeficiente 0 en la función objetivo y las variables artificiales con coeficiente M. Positiva si es minimizando o negativa si es maximizando***.

Método Simplex

- En resumen el modelo queda de la siguiente manera:

$$\textbf{Min Z} = 2X_1 + X_2 + 3X_3 + 0S_1 + 0S_2 + MA_1 + 0S_3 + MA_2$$

Sujeto a:

$$3X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 = 10$$

$$X_1 - 2X_2 + 3X_3 - S_2 + A_1 = 6$$

$$2X_1 + 3X_2 - X_3 + S_3 = 9$$

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + A_2 = 7$$