



Universidad de Costa Rica  
Facultad de Ciencias Exactas  
Escuela de Matemáticas  
MA-0320



## Tarea 2

### II Ciclo 2019

#### Instrucciones Generales

- Se debe adjuntar un documento Word con la solución de la tarea.
- La tarea se puede realizar en grupos de 2 o 3 personas.
- Tareas similares o plagio de ejercicios, asignará una nota de cero a los grupos involucrados.

1. **[20 Puntos]** A partir de la observación al desarrollar algunos casos  $n = 1, n = 2, n = 3, n = 4$ , o cuantos usted considere necesarios determine una relación por recurrencia (puede ser explícita) para cada una de las siguientes situaciones
  - a) Si se tienen  $n$  líneas rectas que dividen a un plano  $\pi$ , sea  $a_n$  el número de regiones en las cuales el plano es dividido. Se sabe que las rectas se cortan 2 a 2 en un único punto. Encontrar una relación de recurrencia para  $a_n$  y determine el número de regiones en las que quedará dividido  $\pi$  cuando  $n = 12$ .
  - b) **Torres de Hanoi:** el juego consiste en pasar una pila de  $n$  discos con varios tamaños a una varilla vertical, de acuerdo con las siguientes reglas:
    - Se tienen 3 varillas verticales.
    - En un inicio todos los discos se encuentran en una misma varilla, ordenados en forma ascendente de acuerdo con la longitud de su diametro.
    - Los discos se sobreponen, siempre y cuando un disco que se encuentra por encima de otro, posea un radio menor con respecto al primero.
    - Solamente se puede mover un disco a la vez
 Determinar una relación de recurrencia que determine el número mínimo de pasos necesarios para resolver este juego.
2. **[80 Puntos]** En la última clase estudiamos la resolución de relaciones de recurrencia por un método iterativo, utilice esta estrategia para determinar la fórmula explícita de cada una de las siguientes proposiciones

- a) 1)  $a_n = 3^n a_{n-1}$  con  $a_0 = 2$ .  
2)  $a_n = 2n a_{n-1}$  con  $a_0 = 3$ .  
3)  $a_n = a_{n-1} + 2 + 3^{n-1}$  con  $a_0 = 1$ .
- b) Una persona tiene  $n$  dólares y cada día compra pan a \$1, leche o café a \$2. Si  $a_n$  representa el número de formas en las que puede gastar el dinero, encuentre una relación de recurrencia para  $a_n$ .
- c) La población mundial en el año 2003 se estimó en 7.1 billones de personas y se calculó un crecimiento global de 1,2% al año. Encuentre una relación de recurrencia que determine después del año 2003 la población mundial (ojo, puede considerar al año 2003 como  $n = 0$ ). Resuelva la relación de recurrencia y de una estimación del número de personas en el mundo para el año 2050.
- d) Una fábrica se dedica al diseño de automóviles deportivos. En su primer mes de apertura fabricó un auto, en su segundo mes dos autos y en su tercer mes de operaciones construyó 3 vehículos. De acuerdo con este comportamiento, establezca una relación de recurrencia que determine el número total de autos fabricados después de  $n$  meses.