



## CATEDRA DE MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA TOMA DE DECISIONES

### Práctica de Programación lineal

La siguiente práctica es una recopilación de ejercicios tomados de exámenes hechos por la cátedra desde 1992 hasta la fecha.

1- La Cooperativa Dos Pinos debe preparar con cinco concentrados de fruta en existencia, 500 galones de un jugo mixto de frutas que contenga por lo menos 20% de jugo de naranja, 10% de jugo de toronja y 5% de jugo de arándano. Si los datos del inventario son los que se presentan a continuación, ¿qué cantidad de cada concentrado de fruta deberá emplear la cooperativa a fin de obtener la composición requerida a un costo total mínimo?

Concentrados	Porcentaje de jugo de Naranja	Porcentaje de jugo de Toronja	Porcentaje de jugo de Arándano	Existencias en galones	Costo por galón
Fruta A	40	40	0	200	150
Fruta B	5	10	20	400	75
Fruta C	100	0	0	100	200
Fruta D	0	100	0	50	175
Fruta E	0	0	0	300	25

Haga el planteamiento de solución de este problema por programación lineal. Establezca la primera matriz completa.

2- Una empresa puede fabricar tres productos: A, B y C. Para fabricar los dos primeros se tiene la siguiente información:

Proceso	A	B
1	4 Hrs.	6 Hrs.
2	6 Hrs.	4 Hrs.

Para fabricar el producto C se necesitan 2 unidades de A y 1 de B y se debe agregar 5 horas en cada proceso. Las utilidades respectivas son: \$40, \$50 y \$200.

La empresa dispone de 1.200 horas mensuales en cada departamento y desea que el tiempo del proceso 1, dedicado a la producción de C, sea el máximo del 40% del tiempo consumido en la fabricación de A y B juntos. Plantee el problema para ser resuelto por programación lineal para maximizar las utilidades.

3- Se obtienen distintos tipos de gasolina mezclando ciertas gasolinas que se obtienen directamente de las operaciones de refinería de la empresa RECOPE. En un proceso de refinamiento real hay varias gasolinas para mezcla, varias

gasolinas que son productos finales y varias características de importancia para la composición química de los diversos grados de gasolina (octanaje, presión de vapor, contenido de azufre, contenido de goma, etc). En este ejercicio simplificado se supondrá que la refinería sólo tiene dos tipos de gasolina para mezcla, con las características que se presentan en la siguiente tabla:

Mezclas disponibles	Octanaje	Presión de vapor	Cantidad disponible
Gasolina para mezcla tipo 1	104	5	30.000 barriles
Gasolina para mezcla tipo 2	94	8	70.000 barriles

Estas gasolinas para mezcla pueden combinarse para obtener dos productos finales: gasolina para aviación y gasolina para motores. En la siguiente tabla se presentan las características que requieren estos productos finales:

Productos finales	Octanaje mínimo	Presión de vapor máxima	Ventas máximas	Precio de venta por barril
Gasolina para aviación	102	6	20.000 barriles	\$45.10
Gasolina para motores	96	8	Cualquier cantidad	\$32.40

Al mezclar las gasolinas, el octanaje y la presión de vapor de la mezcla que se obtiene están en proporción directa con el volumen de cada una de las gasolinas que se mezclan. La empresa desea maximizar los ingresos de la venta de la gasolina que se obtiene como producto final. Plantee el problema para ser resuelto por medio de Programación Lineal. No lo resuelva.

4- Un taller de ebanistería produce jarras de madera barnizadas como souvenirs para turistas, para lo cual utiliza dos tipos de madera: dura y suave. La elaboración de cada jarra consta de tres procesos: torno, pulido y barnizado, los cuales se realizan tanto para madera suave como la madera dura con el mismo equipo y en el mismo departamento. En la tabla siguiente se muestran los costos en colones por hora de cada uno de los tres procesos y sus capacidades máximas de producción en cada tipo de madera:

Proceso de Producción.	Costo colones por hora del proceso	Capacidad de Producción	
		Con madera suave	Con madera dura
Torno	¢200 por hora	8 por hora	4 por hora
Pulido	¢140 por hora	7 por hora	5 por hora
Barnizado	¢175 por hora	5 por hora	7 por hora

Por condiciones del proveedor de madera, siempre adquieren al menos una tercera parte del total en madera suave. La pieza sin preparar de madera suave cuesta trescientos colones (¢300) cada una y la de madera dura seiscientos colones (¢600). Los souvenirs preparados se venden a ochocientos colones (¢800) de madera suave y a mil doscientos colones (¢1200) de madera dura. Conociendo que se puede vender sin dificultades toda la producción, plantee la

función objetivo y las restricciones del problema con programación lineal, tendiente a determinar la mezcla óptima de jarras a producir de cada tipo de madera.

5- La compañía de transportes MXTL está analizando la oportunidad que se le presenta de transportar la mayor cantidad de carga de Puerto Limón a San José, dado el tratado de libre comercio con México. Desea aumentar su flota de camiones, para satisfacer su objetivo, que es que la empresa requiere transportar el máximo de carga al menor tiempo posible. Utilice la información siguiente:

Tipo de camión	A	B	C
Capacidad de carga	20 T.M.	14 T.M.	18 T.M.
Número de choferes por turno	1	2	2
Km/Hr	20	40	25
Horas de trabajo por día	20	18	16

Si cada camión cuesta: el A \$50.000, el B \$30.000 y el C \$45.000, cuenta con 60 choferes, \$600.000 y se debe trabajar tres turnos. La distancia de Limón a San José es de 200 kilómetros.

Plantee el problema incluyendo variables de Holgura y Artificiales.

6- Una empresa cuenta con tres procesos de producción y puede fabricar tres productos: A, B y C. Los tiempos requeridos (en horas) pueden verse en la siguiente tabla:

Producto:	A	B	C	Disponible
Proceso 1	4	6	4	3200
Proceso 2	6	5	7	3400
Proceso 3	5	6	7	3400
Utilidad en \$:	40	50	60	

Utilizando 3 unidades de A y 2 unidades de B, con 4 horas del proceso 1 y 2 horas del proceso 3, se puede hacer un ensamble que deja \$250 de utilidad.

Por cada unidad que se fabrique del producto C, se obtienen 3 unidades de un subproducto que se puede vender con una utilidad de \$10, pero un máximo de 50 unidades. Las unidades que se produzcan por encima de 50 deben ser destruidas con un costo de \$20. Platee el problema para ser resuelto por programación lineal. No incluya holguras ni artificiales.

7- Resuelva por el método gráfico:

Maximizar  $Z = 4X + Y$

Sujeto a :

$$3X + 4 \geq Y \geq 3X - 2$$

$$2Y + 3X \leq 30$$

$$X + 3Y \geq 15$$

$$X \leq 3 \quad X_i \geq 0$$

8- Plantear el siguiente problema para ser resuelto por programación lineal, incluyendo las correspondientes variables de holgura y artificiales.

Una persona que se dedica al cultivo de flores puede producir 4 tipos diferentes que se cultivan y se venden durante todo el año. Para ello es necesario terreno y mano de obras, que se consumen de acuerdo con la siguiente tabla:

	A	B	C	D
Utilidad/planta	\$0.50	\$0.40	\$0.60	\$0.55
Plantas/hectarea	100.000	150.000	125.000	90.000
Horas hombre/hectarea	1.000	800	1.200	900

Se dispone de 10 hectáreas de terreno y 10.000 horas hombre mensuales. De todas las plantas se puede vender cualquier cantidad al mes de los tipos A, B y D, pero las del tipo C, deben producirse y venderse por lo menos 125.000 y no más de 375.000. Además se requiere que el área dedicada al cultivo de plantas A, sea como máximo el 30% del área dedicada al cultivo de los otros tres tipos juntos.

9- Utilizando el método gráfico de programación lineal resuelva:

Maximizar  $Z=5X-2Y$

Sujeto a:

$$3X+Y \leq 300$$

$$X+2Y \geq 100$$

$$Y \leq 200$$

$$Y \geq X$$

$$10X \geq Y+100$$

$$X, Y \geq 0$$

10- Una cafetería ubicada en el Mall conocido como Multi Plaza tiene problemas para manejar la cantidad de pasteles que debe producir para atender la demanda que existe por ellos. El administrador cuenta con las siguientes estimaciones de demanda: para el primer trimestre 30 unidades, para el segundo trimestre 20 unidades y para el tercer trimestre 40 unidades. Se pueden producir hasta 27 unidades con trabajo normal, a un costo de ¢400 por pastel. Durante cada trimestre, se puede producir un número ilimitado de pasteles con trabajo de tiempo extra, a un costo de ¢600 la unidad. De todas las unidades producidas, el 20% se pierde y no puede ser utilizado para cumplir con las demandas. Al final de cada trimestre, el 10% de todas las unidades se dañan; por lo tanto, no se pueden utilizar para satisfacer las demandas posteriores. Después de satisfacer la demanda trimestral y de tomar en cuenta los desechos, se aplica un costo de mantenimiento del inventario de ¢50 por unidad. Plantee el problema para ser resuelto por medio de PL. Suponga que al inicio del primer trimestre ya se descontaron los pasteles en mal estado del trimestre anterior y se dispone de 20 pasteles en buen estado.

11- Utilizando el método gráfico de programación lineal calcule lo siguiente:

FO: Minimizar  $Z = 5X + 3Y + 10$

Sujeto a:

$$\begin{array}{ll} X - 80 \leq 0 & Y \leq 200 \\ 10X \geq 2Y + 100 & 5X + 3Y \geq 300 \\ X \leq Y & X - Y/5 \geq 0 \\ -20X + 25Y \geq 500 & X, Y \geq 0 \end{array}$$

12- Steven Spielberg está planeando hacer la producción de una película musical. Para esto puede contratar dos cantantes de sexo masculino (John Secada y George Michael), y dos cantantes del sexo femenino (Whitney Houston y Madona). El mercado potencial es de 4.000.000 de personas, y los (las) cantantes cobran por cada escena de tres minutos.

Los costos por escena y el porcentaje del mercado potencial que atrae por escena se dan en la siguiente tabla:

Cantante	Costo	Porcentaje
George Michael	\$10.000	5
John Secada	\$7.000	4
Madona	\$8.000	5
Whitney Houston	\$5.000	4

El presupuesto que tiene el director es de \$225.000. Cuando cantan en coro (Un hombre y una mujer), el mercado potencial se incrementa en un 12%, de los que atraen juntos. Se dispone de un total de treinta minutos para hombres solos, treinta minutos mujeres solas y treinta minutos para coro.  
¿Cómo debería ser la contratación para maximizar la concurrencia?

13- Resuelva por el método simplex utilizando el solver de excel:

Minimizar  $Z = 2X_1 + 3X_2 - 4X_3$

Sujeto a :

$$\begin{array}{l} 5X_1 + 6X_2 + 7X_3 \leq 8 \\ 9X_1 - 10X_2 + 11X_3 = 12 \\ 13X_1 - 14X_2 + 15X_3 \geq 16 \\ X_i \geq 0 \end{array}$$

14- Resuelva por método gráfico:

Minimizar  $Z = Y + X$

Sujeto a:

$$\begin{array}{ll} 3X - 10 \leq Y \leq 3X - 5 & X \geq Y \\ 10 - 2X \leq Y \leq -X + 10 & X, Y \geq 0 \end{array}$$

Defina cuál es el área viable, el punto óptimo y demuéstrela.

15- Un empresario de juegos mecánicos cuenta con cinco juegos mecánicos que desea instalar en las fiestas de Zapote. Para esto cuenta con la siguiente información:

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>Tipo de Juego</b>					
Capacidad (personas / vuelta)	20	30	40	50	30
Cobro por niño/vuelta	50	50	80	---	---
Cobro por adulto/vuelta	---	---	100	120	125
Duración de la vuelta en min.	3	4	5	5	5
Horas operación/día	10	10	16	12	12
Costo operación/día	100.000	100.000	150.000	150.000	200.000
# de horas/ hombre por día	30	30	80	60	70
Demanda potencial/día		8 a 12	12 a 6	6 a 12	
Niños		10.000	15.000	2.000	
Adultos		1.000	20.000	40.000	

<b>Tipo de juego</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
Patente municipal / día	50.000	50.000	80.000	90.000	100.000
Área necesaria	100 m2	150m2	300m2	320m2	350m2

El área disponible es de 1.000 m2 y el capital de trabajo que dispone la empresa para cada día es de ¢800.000 y 220 horas hombre por día.

¿Cuántos juegos mecánicos de cada tipo debe poner para maximizar las utilidades? Solamente plantee el problema sin variables auxiliares.

16- Con el software Solver de Excel resuelva el siguiente problema de programación lineal:

Maximizar  $Z = X_1 + 2X_2 + 3X_3$   
 Sujeto a:  $X_1 + 3X_2 + 2X_3 \geq 45$   
 $X_1 + 2X_3 \leq 20$   
 $2X_1 + X_2 \geq 10$   
 $X_2 + X_3 = 15$   
 $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

17- Con el método gráfico de programación lineal encuentre la solución a:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar} && Z = 2X + 3Y \\
 &\text{Sujeto a:} && 21/12X - 14.5 \leq Y \leq 21/12X \\
 &&& -7/4X + 7 \leq Y \leq -21/12X + 21 \\
 &&& 0 \leq X \leq 7 \\
 &&& X \geq Y \\
 &&& X, Y \geq 0
 \end{aligned}$$

18- La Texas Electronics Inc. Está estudiando la posibilidad de agregar nuevos minicomputadores a su línea con el fin de incrementar sus utilidades. Tres nuevos computadores han sido diseñados y evaluados. Cada uno requerirá de una inversión de \$300.000. El computador 1 tiene un valor esperado en las ventas de 50.000 unidades por año, con una contribución en las utilidades de \$20 por unidad. Los computadores 2 y 3 tienen un valor esperado de ventas de 300.000 y 100.000 unidades respectivamente, con contribuciones en la utilidad de \$5 y \$10. La empresa ha asignado 800 horas mensuales de tiempo de la planta técnica para estos nuevos productos. Los computadores 1, 2, 3 requieren 1, 0.2 y 0.5 horas técnicas por unidad respectivamente. El sistema de empaque y despacho serán los usados actualmente por la compañía. Este sistema puede empaquetar y despachar como máximo 25.000 cajas de los minicomputadores 1, 2 y 3. El computador 1 es empaquetado en una caja; los computadores 2 y 3 son empaquetados cada uno, cuatro computadores por caja. Formule un modelo de programación lineal para determinar las decisiones que aporten la máxima utilidad a la empresa.

19- Una empresa de explotación petrolera vende sus productos a tres refinerías diferentes (A, B, C). La petrolera cuenta con pozos localizados en tres zonas diferentes (P1, P2 y P3) y la calidad del crudo en cada zona es diferente. Las refinerías le han presentado la siguiente programación de requerimientos mínimos que necesitan para llenar sus tanques. Cada buque cisterna equivale a un tanque de refinería:

Refinerías		Pozos					
A	Día	20	80	60	90	50	120
	Cantidad	3	4	5	6	6	3
	Día	32	120	80	120	100	150
	Cantidad	3	5	6	5	5	4
B	Día	30	90	45	100	90	130
	Cantidad	5	4	4	4	3	2
	Día	45	120	60	120	110	150
	Cantidad	4	3	4	5	5	2
C	Día	20	90	80	140	50	120
	Cantidad	2	6	6	4	3	3
	Día	45	100	100	150	90	140
	Cantidad	5	4	4	3	4	2

Si cada buque cisterna dura 1 día cargando, 12 días de viaje de ida, 1 día descargando y 12 días de viaje de regreso. ¿Cuántos buques como mínimo debe

tener la empresa explotadora de petróleo? Plantee el problema para ser resuelto por programación lineal.

20- Una empresa tiene dos procesos de producción y puede fabricar tres productos A, B y C de acuerdo a la siguiente información de tasas de producción (Unidades por hora).

Proceso.\Producto.	A	B	C	Hrs. Disponibles
Proceso 1	4	3	2	900
Proceso 2	8	5	1	1400
Utilidad en ¢	120	80	30	

Además la empresa puede producir un ensamble compuesto por dos unidades de A y una de B, utilizado además 4 horas del proceso 1 y 4 horas del proceso 2, con la ventaja de una alta utilidad unitaria de ¢500 por ensamble.

Plantee el problema para determinar cuántas unidades de cada producto y ensambles debe producir, para obtener la máxima utilidad.

21- A una Federación de Cooperativas Agrícolas, pertenecen tres cooperativas: Coope A, Coope B y Coope C. Las tres están en la misma zona y pueden sembrar los mismos cultivos: papa, lechuga y tomate.

En la siguiente tabla se dan las medidas de los terrenos y la disponibilidad de agua de cada cooperativa.

Cooperativa	Terreno en Hectáreas	Asignación
A	400	600
B	600	800
C	300	375

El ministerio de agricultura, quiere regular los cultivos y para eso emitió la siguiente información que deben acatar y cumplir las 3 cooperativas:

Cultivo	Máximo por hectárea	Consumo de agua m-3 por Ha	Utilidad Neta \$/HA
Papa	600	3	400
Lechuga	500	2	300
Tomate	325	1	100

Además el ministerio desea que las áreas sembradas de cada cultivo en cada cooperativa sean proporcionales. Plantee el problema para maximizar las utilidades de la Federación.



22-Resolver mediante Solver de Excel:

Maximizar  $Z = 6000X_1 + 4500X_2 + 3000X_3$

Sujeto a:

$$4X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 100$$

$$25X_1 + 25X_2 \geq 0$$

$$800X_1 + 120X_2 + 200X_3 \leq 25000$$

$$X_i \geq 0$$

23- Resuelva por medio del método gráfico de Programación lineal:

Maximizar  $Z = 60X + 10Y$

Sujeto a:

$$Y \leq 2X$$

$$Y + X \leq 10$$

$$X \geq 2$$

$$X, Y \geq 0$$

$$Y \geq X/2$$

$$3Y + 2X \geq 8$$

$$Y \leq 2$$

24- Se tiene el siguiente cuadro:

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>Disponible</b>
1	40	50	60	60	200
2	40	70	40	80	200
3	70	50	80	90	300
Requiere	100	150	250	150	

Por el método de transporte obtenga la solución final.

25- Una empresa fabricante de fertilizantes tiene tres minas: una de Potasio (K), una de Nitrógeno (N) y una de fósforo (P). Además cuenta con tres plantas mezcladoras: M1, M2 Y M3. Tanto las minas como las plantas están en la costa y los transportes se hacen por medio de buques cargueros (todos tiene la misma capacidad). A continuación se da la programación de necesidades de buques de cada mina a cada planta mezcladora para los primeros noventa días.(todas las plantas tienen las mismas necesidades)

Necesidades	5K 6N 5P	10K 6N 8P	8K 8N 10P	10K 8N 10P	6K 6N 6P	12K 6N 8P
Día número	10	18	25	30	38	45
Necesidades	5K 8N 6P	12K 12N 12P	8K 10N 8P	18K 16N 18P	4K 8N 6P	20K 20N 20P
Día número	52	60	68	75	80	90

Los buques duran 8 días de viaje (de las minas a las plantas y viceversa), un día cargando y un día descargando. En las fechas dadas el material debe estar

descargado. La empresa desea conocer el número mínimo de buques para atender la demanda. Plantee el problema mediante Programación Lineal.

26- Un fabricante de confites distribuye sus productos en cajas de 1.000 grs en dos variantes H y B. La caja tipo H contiene 300 gramos de confites de licor, 500 gramos de confites de nuez y 200 gramos de confites de fruta. La caja tipo B contiene 400 gramos de confites de licor, 200 gramos de confites de nuez y 400 gramos de confites de fruta. La utilidad por cada caja del tipo H es de \$120 y por cada caja del tipo B de \$90. El fabricante dispone de 100.000 gramos de confites de licor, 120.000 gramos de confites de nuez y 100.000 gramos de confites de fruta. Plantee el problema para ser resuelto por medio de Programación Lineal.

27- La compañía el Florense S.A. tiene definida su producción en tres productos: THHN, ALT y SPT, todos de corte industrial y de la línea de metal mecánica. Se conoce que sus contribuciones respectivas son de \$10/Km, \$12/Km y \$19/Km. Cada producto pasa por cuatro centros productivos de la fabrica, con un estándar de producción por producto y un total de tiempo disponible en cada centro productivo tal y como se plantea en el siguiente cuadro:

Horas Estándar de Producción				
Centro Productivo	THHN	ALT	SPT	Hrs. Disponibles
201	2.0	3.0	2.5	1500
501	3.0	1.0	1.5	1450
601	1.0	2.0	2.5	1600
901	2.0	3.0	3.5	1200

Se cuenta con un historial de eficiencias por centro productivo de 85%, 75%, 65% y 90% respectivamente, deseándose elaborar un análisis que maximice las utilidades totales, así como minimizar el tiempo requerido para procesar cada producto. Considerar una programación continua de 24 Hrs/semana y un total de tiempos perdidos del 10% por producto considerados en los factores de eficiencia.

28- Dada la siguiente información de maximización, utilice el modelo del método gráfico de Programación Lineal, para resolver este problema:

Maximizar  $Z = 2X_1 + 4X_2$

Sujeto a:

$$2X_1 + X_2 \leq 20$$

$$X_1 + X_2 = 12$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 36$$

$$X_1 - 3X_2 \geq 0$$

$$X_1 \leq 5$$

$$X_i \geq 0$$

29- Resuelva por medio del Solver de Excel:

Maximizar  $Z = 5X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 3X_4$

Sujeto a:  $2X_1 + 5X_2 + 4X_3 + 2X_4 \leq 6$

$$3X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 4X_4 \leq 4.8$$

$$4X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 = 5$$

$$X_i \geq 0$$

En qué se afectaría la solución óptima del problema si se le agrega esta otra limitación:

$$5X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 5X_5 + 6X_6 + 7X_7 \leq 15$$

30- Una empresa fabrica tres tipos de materias primas para fertilizantes que son: Potasio (K), Nitrógeno (N) y Fósforo (P). la compañía vende las materias primas en sacos de 50 kilos.

La empresa cuenta con tres minas que producen los siguientes minerales:

Tipo de mineral	K	N	P	Otros
Mineral 1	50%	30%	0%	20%
Mineral 2	30%	0%	40%	30%
Mineral 3	0%	40%	50%	10%

Cada kilo de K producido deja una utilidad de \$100

Cada kilo de N producido deja una utilidad de \$80

Cada kilo de P producido deja una utilidad de \$90

La empresa cuenta para el transporte de los minerales con dos buques, uno con capacidad de 40.000 toneladas métricas y otro con capacidad de 20.000 toneladas métricas.

Si los buques van a la mina número 1 pueden hacer 4 viajes por mes y si van a la mina número 2 o a la mina número 3 pueden hacer 6 viajes por mes.

La Planta tiene capacidad para procesar 300.000 toneladas métricas por mes de cualesquiera de los materiales. Tome en consideración que la capacidad de N es igual a la cantidad de P.

Plantee el problema para ser resuelto por medio de Programación Lineal. No incluya variables artificiales ni de holgura.

31- Un comerciante puede cultivar árboles de navidad en su propia finca y/o comprarlos, para su venta en ambos casos. Los cultivados a en su finca, en un solo año están listos para la venta, la finca mide 10 hectáreas y por las características físico-químicas del terreno puede obtener árboles de diferente tamaño, se estima que el 50%, 30% y el 20% saldrán de 2.5, 2 y 1.5 metros de altura respectivamente.

Los costos de oportunidad del terreno son de ¢20.402 por hectárea por año y los costos de mano de obra son de ¢40.804 por mes por hectárea. Los precios de venta de los árboles cultivados son de ¢3.500 los de 2.5 metros, ¢3.000 los de 2 metros y ¢2.500 los de 1.5 metros. Hay impuestos forestales por la siembra de árboles para su corta, del 22%, 20% y 30% para 2.5 metros, 2.0 metros y 1.5 metros respectivamente, que se cobran por la utilidad. Los árboles comprados y revendidos, dejan una utilidad de ¢1.500 los que miden 2.5 metros de altura, ¢1.000 los que miden 2 metros de altura y ¢800 los que miden 1.5 metros de

altura. Las demanda esperadas son entre 20.000 y 30.000 árboles de 2.5 metros; entre 40.000 y 50.000 árboles de 2.00 metros y entre 30.000 y 40.000 árboles de 1.5 metros. Las 10 hectáreas que dispone en su finca, son 10 espacios de una hectárea cada espacio y que están separadas entre sí. Los árboles se siembran a un distancia de un metro cada uno o sea caben 101 hileras por hectárea. El 50% de los árboles que se siembran se pierden por diversas razones. Para no perder la experiencia de reventa y de cultivo, debe tratar de que por lo menos la mitad de cada tamaño de árbol provenga de su propia finca y que de las ganancias por lo menos la mitad provenga de las reventas.

Plantee el problema para ser resuelto por programación lineal para maximizar la utilidad.

32- La Municipalidad de San José compró un terreno de 10 hectáreas para realizar los festejos populares. El terreno cuenta con cuatro hectáreas más o menos planas y 6 hectáreas muy quebradas. Los ingenieros estiman que en el espacio plano habrá que hacer un movimiento de tierra de 10.000 m<sup>3</sup> por hectárea y en la parte quebrada se debe hacer un movimiento de tierra de 80.000 m<sup>3</sup> por hectárea. La Municipalidad debe entregar la obra terminada en un plazo de 10 semanas y puede trabajar un máximo de 40 horas por semana. Para realizar la obra, la Municipalidad debe contratar tres tipos de tractores: D-4, D-6 y D-8. La tabla a continuación presenta la información de los tractores:

<b>Tipo de Tractor</b>	<b>Costo de alquiler por semana en colones</b>	<b>Costo de operación por hora en colones</b>	<b>m3 removidos por hora</b>
D-4	20.000	10.000	20
D-6	60.000	8.000	80
D-8	100.000	6.000	200

El alquiler por semana debe pagarse aunque el equipo no se use. La Municipalidad debe entregar la obra a más tardar en el plazo contemplado y al mínimo costo. Además por motivos de alquiler, los costos totales e invertidos en el alquiler y operación de los tractores D-4, deben ser a lo sumo iguales a los costos totales de alquiler y operación de los tractores D-8.

33- La Municipalidad de Tarrazú para reducir el impacto ambiental en los cerros bajo su jurisdicción, ha establecido las siguientes cinco restricciones en los que respecta a urbanizaciones en los citados cerros.

- Solo se pueden construir conjuntos residenciales para una, dos y tres familias, donde las uní familiares deben constituir cuando menos el 60% del total.
- Para reducir la deforestación se requieren tamaños de lotes de 0.5, 1 y 2 hectáreas para conjuntos residenciales de una, dos y tres familias respectivamente.
- Se deben de establecer parques de una hectárea cada uno a razón de uno por cada 100 familias. Los cuales deben de donarse a la comunidad.

- d) Debe reservarse para venderse a la municipalidad o para otros servicios públicos lotes de una hectárea por cada 100 lotes. La ganancia que se recibe en la venta de estos lotes es la quinta parte de que ganaría con la construcción y venta de una casa unifamiliar.
- e) Todas las instalaciones eléctricas en la urbanización deben ser subterráneas para evitar la corta de árboles que implica un tendido eléctrico de postes.

Una empresa constructora nacional ha adquirido un total de 1200 hectáreas en dicha localidad y estudia la mejor forma de urbanizar construyendo conjuntos residenciales para una, dos y tres familias. Sus estándares reflejan que el 20% del terreno se utiliza en la apertura de calles.

La utilidad neta esperada para cada conjunto residencial de una, dos y tres familias es de 2, 3 y 4 millones de colones respectivamente, sin considerar la dificultad aún no analizada del tendido eléctrico subterráneo.

El costo del tendido eléctrico subterráneo en el área es proporcional al grado de concentración de las familias, en otros términos es diferente para un vivienda unifamiliar, de dos o de tres familias, o para las zonas de servicios públicos, calculándose en ¢200.000, ¢240.000, ¢280.000 y ¢160.000 respectivamente. La urbanizadora ha determinado que si dicho tendido eléctrico excede de 20 millones de colones el proyecto como conjunto no sería atractivo del todo.

Por otra parte la empresa distribuidora de electricidad de la zona ha indicado que si la carga instalada excede de 10.000 kw, habría que efectuar una ampliación a la sub estación eléctrica, lo que haría el proyecto inviable en la oportunidad en que se planeaba. Se sabe que cada unidad residencial demanda cerca de 20kw, la utilización eléctrica en parques, iluminación pública y áreas de servicio público pueden despreciarse en este análisis.

Plantee el problema para ser resuelto por P.L.

34- Con el método de Solver de Excel resuelva:

Maximizar  $Z = 3X_1 + X_2 + 2X_3$

Sujeto a:

$$4X_1 + X_2 + X_3 = 4$$

$$2X_1 + X_3 \leq 7$$

$$X_1 + 2X_2 \geq 4$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

### 35- Resuelva por medio del método gráfico de Programación Lineal

Maximizar  $Z = 57X_1 + 49X_2$

Sujeto a:

$$10X_1 + X_2 \leq 50$$

$$10X_1 - 2X_2 \leq 20$$

$$10X_1 \geq 10$$

$$-10X_1 + X_2 \leq 10$$

$$280/8X_1 + 28/4X_2 \geq 70$$

$$X_2 \leq 30$$

$$X_1 \geq X_2$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

36- Un fabricante de ropa de hombres, produce tres tipos diferentes de suéteres: suéter otoño XSO, suéter invierno XSI y suéter primavera XSP. Se conoce que las utilidades logradas por tipo de suéter son de \$25, \$8 y \$22 respectivamente. La suéter XSO está compuesta en un 13.33% de algodón, 33.33% de polyester y 53.34% de docoma. La suéter XSI está constituida en un 66.67% de algodón, 22.22% de Polyester y 11.11% de docoma. La suéter XSP se encuentra constituida en un 11.11% de algodón, 11.11% de Polyester y 77.78% de docoma. Los costos de manufactura por tipo de suéter son de \$135, \$18 y \$90 por unidad respectivamente; teniéndose un stock de cada material disponible para producción de 80 kgs de algodón, 24 kgs de Polyester y 200 kgs de docoma. Por políticas de la empresa se debe producir una cantidad mínima de 300 unidades de cada tipo y la cantidad de suéteres XSO debe ser mayor que la del resto en conjunto. Además los costo unitarios por kilogramo de algodón, Polyester y docoma son de \$50, \$9 y \$30 respectivamente.

¿Cuál es la cantidad de suéteres que se deben de producir, que permita maximizar las utilidades? Plantee el problema para ser resuelto por P.L.

37- Un fabricante produce tres modelos de un producto utilizando dos tipos de materia prima A y B, de los cuales dispone de 4.000 y 6.000 unidades respectivamente. Para cada modelo la utilización de la materia prima A y B es de la siguiente manera: Modelo I: 2 y 4, Modelo II: 3 y 2, y Modelo III: 5 y 7. respectivamente. El tiempo de mano de obra requerido para cada unidad del modelo I es el doble que el del modelo II y el triple que el del modelo III. Si toda la fuerza de trabajo se dedicara exclusivamente al modelo I podría producir el equivalente de 1500 unidades. Un estudio de mercado indica que la demanda mínima de los tres modelos es de 200, 200 y 150 unidades, los precios de venta por unidad son de 80, 100 y 90 colones y las razones de número de unidades

producidas deben ser igual a 3:2:5 en el orden de I, II y III respectivamente en los tres juegos de números anteriores. Plantee el problema con programación lineal sabiendo que los márgenes de utilidad son de 60% para el modelo I, 25% para el modelo II y 80% para el modelo III.

38- Un inversionista tiene dos actividades inmediatas para hacer dinero, codificadas como A y B, disponibles al comienzo de cada uno de los próximos cuatro años. Cada colón invertido en A al comenzar un año reditúa 1.4 colones dos años más tarde. Cada colón invertido en B al iniciar el año reditúa 1.8 colones tres años después. Una tercera posibilidad de inversión, la construcción de proyectos, estará disponible al comienzo del segundo año. Cada colón invertido en construcción reditúa 1.2 colones un año más tarde. La construcción estará disponible también al comienzo de los años tercero y cuarto. El inversionista comienza con diez millones al principio del primer año y desea maximizar la cantidad de dinero que tendrá disponible al término del cuarto año. Para diluir el riesgo el inversionista prefiere que durante esos cuatro años, los dineros invertidos en A no superen los invertidos en B. Plantee el problema para ser resuelto por Programación Lineal incluyendo las variables de holgura y artificiales. No lo resuelva.

39- Determinése por el método gráfico, las toneladas de pintura para interiores y exteriores que se producirán para:

Maximizar  $Z = 3X_1 + 2X_2$

Sujeto a:

$$X_1 + 2X_2 \geq 6$$

$$2X_1 + X_2 \leq 8$$

$$-X_1 + X_2 \leq 1$$

$$X_2 \geq 2$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Donde  $X_1$  representa la pintura para exteriores y  $X_2$  la pintura para interiores.

40- En el mes de octubre se planea realizar en el Gimnasio Nacional la presentación de un famoso cantante de rock. Los organizadores del evento contrataron a una empresa publicitaria que hizo un estudio de mercado que arrojó los siguientes datos de atracción de asistencia por cada cuña publicitaria:

	Radio	Prensa	Televisión
Asistencia/cuña			
Mujeres	3.000	750	4.500
Hombres	2.000	600	7.000

Los costos de cada anuncio en radio, prensa y televisión son de ¢10.000, ¢20.000 y ¢100.000 respectivamente y el presupuesto de publicidad de ¢10.000.000 se debe gastar en su totalidad. Por aspectos de política del negocio el presupuesto de radio debe ser superior al de televisión y no se debe gastar en televisión más de ¢3.000.000. El beneficio neto por cada hombre que asista es de ¢500 y por cada mujer de ¢400, no obstante se desea que asistan por lo menos 10.000

hombres, que las mujeres representen por lo menos la mitad de la asistencia y que los hombres generen por lo menos el 60% del beneficio neto total. Plantee el problema para ser resuelto por programación lineal.

41- Utilizando el Solver de Excel resuelva el siguiente problema de programación lineal:

Maximizar  $Z = X_1 + 2X_2 + 3X_3$

Sujeto a :

$$X_1 + 3X_2 + 2X_3 = 20$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 7$$

$$3X_1 + X_2 \geq 5$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

42- Con el método gráfico determine el área viable y el punto óptimo:

Minimizar  $Z = 5X_1 + 2X_2$

Sujeto a :

$$3X_1 + 6X_2 \geq 18$$

$$5X_1 + 4X_2 \geq 20$$

$$8X_1 + 2X_2 \geq 16$$

$$7X_1 + 6X_2 \leq 42$$

$$-25X_1 + 15X_2 \leq 75$$

$$81X_1 - 45X_2 \leq 405$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- b) Elabore una función objetivo para un problema de minimizar con las restricciones que se presentan arriba en forma tal que la solución óptima se encuentre en la intersección de las rectas  $81X_1 - 45X_2 \leq 405$  y  $3X_1 + 6X_2 \geq 18$ . Encuentre el valor exacto en la función objetivo de la solución, demuestre que es el óptimo.

43- El Centro de Planificación Nacional de una empresa eléctrica estatal se encuentra en el proceso de desarrollar un plan nacional de energía para el año siguiente. Esta empresa puede generar energía de cualquiera de cinco fuentes: carbón mineral, gas natural, geotermia, plantas hidráulicas y diesel. Los datos sobre los recursos de energía, las capacidades de generación medidas en megavatios-hora (MWh), y los costos unitarios de generación se dan en la siguiente tabla.

Fuente	Capacidad Total MWh	Costo \$/MWh de Generación
Carbón mineral	45000	6.0
Gas natural	15000	5.5
Geotermia	45000	5.0
Hidráulica	96000	4.5
Diesel	48000	8.0

El país en referencia necesita 50000 MWh de energía para uso nacional y tiene compromiso de producción para exportación de 10000 MWh. Más aún, a fin de conservar los recursos de energía y proteger el medio ambiente, le gobierno ha aprobado las siguientes regulaciones:



- 1) La generación proveniente de plantas diesel no debe exceder el 20% de la energía total generada.
- 2) Debe utilizarse al menos el 80% de las plantas hidráulicas.
- 3) Los afluentes que salen a la atmósfera no deben exceder los límites especificados en la siguiente tabla de contaminación en la generación eléctrica.
- 4) La cantidad de energía generada a partir de gas natural debe ser al menos 30% de la generada a partir de diesel.
- 5) Los gramos de monóxido de carbono no deben exceder los de dióxido de azufre.

<b>Fuente de energía</b>	<b>Dióxido de Azufre</b>	<b>Monóxido de Carbono</b>	<b>Partícula de Polvo</b>	<b>Desechos Sólidos</b>
Carbón	1.5	1.2	0.7	0.4
Gas natural	0.2	0.5	0	0
Geotermia	0.5	0.1	0.2	0.7
Hidráulica	0	0	0	0
Diesel	0.4	0.8	0.5	0.1
Kg máximos permitidos	75	60	30	25

Plantee el problema para ser resuelto por P.L. No incluya holguras ni artificiales.

44- La Gerencia de un fondo de pensiones debe presentar un plan de inversiones para un monto de ¢100.000.000. Se han identificado seis sistemas de colocación de dichos fondos con estrategias de inversión variables, resultando en diferentes rendimientos potenciales y riesgos asociados, como se resume en la siguiente tabla:

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
Precio	45	76	110	17	23	22
Rendimiento	30%	20%	15%	12%	23%	22%
Categoría de riesgo	Alto	Alto	Alto	Medio	Medio	Bajo

NOTA: Precio es de colones/Acción.

Para controlar el riesgo debe limitarse la cantidad de dinero a colocar en los diferentes sistemas, para lo cual la administración ha especificado las siguientes pautas:

- 1- La cantidad total invertida en fondos de alto riesgo debe estar entre 50 y 75% de la cartera.
- 2- La cantidad total invertida en fondos de mediano riesgo debe estar entre 20 y 30% de la cartera.
- 3- La cantidad total invertida en fondos de bajo riesgo debe ser al menos el 5% de la cartera.

Además debe utilizarse la estrategia de diversificación, esto es esparcir el riesgo invertido en muchas alternativas diferentes. Para esto la administración ha

especificado que la cantidad invertida en los fondos de alto riesgo 1,2,3 deben estar en la tasa 1:2:3 respectivamente. La cantidad invertida en los fondos de mediano riesgo 4,5 debe ser 1:2 y que la cantidad de acciones de baja denominación, (menores a 50) sean mayores que la cantidad de acciones de alta denominación. El rendimiento esperado en colones invertido en mediano y bajo riesgo juntas debe ser mayor que la de alto riesgo.

Plantee el problema para ser resuelto por Programación Lineal. No incluya variables de holgura ni artificiales.

45- INTEL es un fabricante de microprocesadores, que construye una planta en un país de América Latina para probar y certificar su producción. Para determinado proceso el número de horas de supervisión especializada que requiere la empresa durante los primeros cinco meses del año 1998 son 6.000, 7.000, 8.000, 9.500, 11.000 horas respectivamente. Al principio de enero se dispondrán de 50 técnicos especializados, que serán entrenados durante 1997. Cada técnico especializado puede trabajar hasta 160 horas al mes. Para satisfacer la demanda, hay que capacitar nuevos técnicos. La capacitación de un nuevo técnico dura un mes. Un técnico especializado tiene que supervisar al aprendiz durante 50 horas del mes de entrenamiento. A cada técnico experimentado se le paga mensualmente 2000 dólares aunque no trabaje las 160 horas. Durante un mes de entrenamiento, se paga al aprendiz un sueldo que necesita un aumento del 50% para equiparar el sueldo por hora del técnico especializado; si embargo, el sueldo del aprendiz durante el período de capacitación es inferior en un 25% a su salario regular. Al final de cada mes, 5% de los técnicos experimentados, cambian de trabajo, para irse con AMD Computer que también planea operar en ese país. Plantee el problema con P.L. No resuelva.

46- Con el método Simplex de P.L. resuelva (no efectúe más de 5 tablas):

$$\text{Minimizar } Z = 0.5X_1 + 1.5X_2 - 0.5X_3$$

Sujeto a:

$$-0.5x_1 - 0.5x_2 + x_3 \leq 2.5$$

$$x_1 - 0.5x_2 + 0.5x_3 \leq 3$$

$$0.5x_1 - 1.5x_2 + 2.5x_3 \geq 10$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

47- Con el método gráfico de P.L. determine el área viable y la solución óptima:

Minimizar  $Z = 50X_1 + 3X_3$

Sujeto a:

$$7X_1 + X_2 \leq 35$$

$$-15X_1 + 3X_2 \geq -45$$

$$80X_1 + 4X_2 \geq 80$$

$$\frac{2}{3}X_1 \geq \frac{2}{3}$$

$$X_2 \geq 5/2 X_1 + 10$$

$$3/15 X_1 \leq 7/70 X_2$$

$$X_2 / 2.5 \leq 6$$

$$X_1 X_2 \geq 0$$

48- La empresa El Gran Pavo produce dos tipos de croquetas de pavo para vender en restaurantes de servicio rápido. Cada tipo de alimento consiste en carne blanca y carne oscura. El tipo uno se vende a 4 colones la libra y tiene que contener por los menos 70% de carne blanca. El tipo dos se vende a 3 colones la libra y tiene que contener por los menos 60% de carne blanca. Se pueden vender a lo más 50 libras de la croqueta uno y 30 libras de la croqueta dos. Los dos tipos de pavos utilizados para producir las croquetas se compran en una granja al por mayor. Cada pavo tipo A cuesta 10 colones y produce cinco libras de carne blanca y dos libras de carne oscura. Cada pavo tipo B cuesta 8 colones y produce tres libras de carne blanca y tres libras de carne oscura. Formule un problema de PL tendiente a resolver la situación de esta empresa.

49- La única fábrica nacional de postes de concreto para tendido eléctrico los produce en tres tamaños: de 15 mts, 17 mts. y 20 mts., que son vendidos a las empresas eléctricas en 5.000, 8.000 y 10.000 colones respectivamente. Debido a las diferencias de soporte, para fabricar cada metro de postería de 15 mts. se necesita un minuto de tiempo de proceso de modelado, el poste de 17 mts. se necesitan 1.5 minutos por cada metro, y del poste de 20 mts. se requieren 2 minutos de proceso por metro. Después de la producción, cada metro de postería sin importar el tipo, requiere 50 gramos de sellador especial para interperie, de lo contrario los postes no alcanzarían el estándar requerido. El costo total de producción es de 2000, 4000 y 6000 colones para los postes de 15, 17 y 20 metros respectivamente, de lo cual el 50% corresponde a mano de obra.

Para el siguiente mes, la fábrica de postes ha recibido pedidos extraordinarios que podrían exceder su capacidad de producción. Estos pedidos totalizan 200 postes de 15 mts., 400 postes de 17 mts. y 500 postes de 20 mts; para lo cual solo dispone de 100 horas de tiempo de modelado y solo se tienen en inventario 1000 kilos de sellador. Por su política de atención total del cliente, la fábrica en cuestión complementa su producción con la importancia de postería, cuyo precios puestos en su bodega son de 4000, 6000 y 8000 colones para los postes de 15, 17 y 20 metros respectivamente. El sellador en cuestión puede ser almacenado y utilizado en cualquier período, no obstante dado que la mano de obra es fija, si no se utiliza, siempre se incurre en el costo respectivo. Para mantener la imagen ante los clientes es imprescindible que por lo menos el 75% de los postes vendidos sean de producción local.

Plantee el problema para resolver por PL. No resuelva.

50- Con el método simple de P.L. desarrolle el siguiente problema (No efectúe más de 4 tablas)

Maximizar  $Z = 2X_1 + 3X_2 + X_3$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 &= 10 \\ 2X_1 - X_2 + 3X_3 &> 5 \\ X_1, X_2, X_3 &> 0 \\ X_1 + 2X_2 &< 8 \end{aligned}$$

51- Utilizando el método gráfico de P.L. determine el área viable y el cálculo de la solución óptima:

Minimizar  $Z = 10X_1 + 5X_2$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &< 3 \\ X_1 - 2X_2 &> 0 \\ 4X_1 &< 9 \\ 5X_1 &< 14 + 14X_2 \\ X_1 + 2 &\leq 4X_2 \\ -2X_1 - X_2 &\leq -5 \\ 6X_1 - X_2 &\geq 3 \\ X_1, X_2, X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

52- Sunco Oil produce tres tipos de gasolina (1,2,3). Cada tipo de gasolina se produce mezclando tres tipos de petróleo crudo (1,2,3). La tabla de los precios de venta por barril de gasolina y los precios de compra, por barril de petróleo crudo se da a continuación:

	Precio de venta por barril		Precios de compra por barril
Gasolina tipo 1	70	Crudo tipo 1.	45
Gasolina tipo 2	60	Crudo tipo 2.	35
Gasolina tipo 3	50	Crudo tipo 3.	25

La empresa puede comprar hasta 5.000 barriles de cada tipo de petróleo crudo diariamente.

Los tres tipos de gasolina difieren en su índice de octano y en su contenido de azufre. La mezcla de petróleo crudo que se utiliza para obtener la gasolina 1, tiene que tener un índice de octano promedio de por lo menos 10 y a los más 1% de azufre. La mezcla de petróleo crudo, que se utiliza para obtener la gasolina 2, tiene que tener un índice de octano promedio de por lo menos 8 y a los más 2% de azufre. La mezcla de petróleo crudo, que se utiliza para obtener la gasolina 3, tiene que tener un índice de octano promedio de por lo menos 6 y a lo más 1% de azufre. El índice de octano y el contenido de azufre de los tres tipos de petróleo se dan en la siguiente tabla:

	Índice de octano	Contenido de azufre
Crudo tipo 1.	12	0.5%
Crudo tipo 2.	6	2.0%
Crudo tipo 3.	8	3.0%

La transformación de un barril de petróleo en un barril de gasolina cuesta \$4, y la refinería de Sunco puede producir diariamente hasta 14.000 barriles de gasolina.

Los clientes de la empresa necesitan diariamente las siguientes cantidades de cada tipo de gasolina: gasolina 1 3000 barriles, gasolina 2 2000 barriles y gasolina 3 3000 barriles. La empresa está comprometida a cumplir con estas demandas. Sin embargo la compañía tiene la posibilidad de estimular la demanda de sus productos mediante la publicidad. Cada dólar invertido diariamente en publicidad, para cierto tipo de gasolina, aumenta la demanda diaria de este tipo de gasolina en 10 barriles.

Formule un planteo de programación lineal que permita a la Sunco Oil maximizar sus ganancias diarias. No incluya variables de holgura o excedentes.

53- En la división de productos químicos de una empresa industrial los productos A y B son producidos y requieren de dos operaciones que son las mismas para cada uno. Un consumidor necesita durante los próximos cuatro meses 50, 65, 100 y 70 unidades del producto A y 40, 55, 90 y 65 unidades del producto B respectivamente. Los costos de producción son de ¢50.000, ¢80.000, ¢40.000 y ¢70.000 por unidad en el proceso 1 y ¢40.000, ¢70.000, ¢30.000 y ¢80.000 en el proceso 2 durante los próximos cuatro meses.

El costo de almacenaje de un mes al siguiente, es de ¢20.000 por unidad. Se estima que cada unidad sobrante al final del cuarto mes, tendrá que venderse en ¢60.000. los tiempos que se toma cada unidad para ser producida en cada proceso se dan en la siguiente tabla, así como la disponibilidad mensual de recursos en cada proceso:

Producto	Proceso 1	Proceso 2	Horas disponibles
A	3.6	4.3	60
B	5.7	5.6	65

Plantee el problema para ser resuelto por Programación Lineal, no incluya variables de holgura ni artificiales.

54- Utilizando el método gráfico de P.L. determine el área viable y el cálculo de la solución óptima:

Maximizar  $Z = 3X_1 - X_2$

Sujeto a:

$$\frac{3}{2} X_2 < 3 + X_1 \quad 6X_1 - 2X_2 < 3$$

$$X_1 + X_2 > 3 \quad 2X_1 + 2X_2 < 8$$

$$4 X_2 > 10 \quad \frac{4}{3} X_1 > 1$$

$$-X_1 - 2 X_2 < -6 \quad X_1, X_2 > 0$$

54- La Fábrica Nacional de Metales S.A. se dedica a la importación de lingotes de diferentes metales blandos para el consumo nacional. El valor agregado de la empresa está representado por la acción de laminar y/o cizallar los lingotes para su venta.

Dentro de la gama de metales que maneja la compañía, la empresa importa planchas gruesas de aluminio (lingote), y por medio de molinos laminadores reduce las planchas gruesas a tiras de 300 cm. de largo por un ancho estándar que utiliza la industria nacional, las cuales representan su presentación genérica en el mercado nacional.

La empresa cuenta con un presupuesto para la importación de materias primas de \$1,374.500.000, para el actual período fiscal. De acuerdo con el sistema ABC de su materia prima, el aluminio posee el 57% y ocupa en solitario el puesto A de entre todos los metales que trabaja la empresa. La Gerencia General, en mutuo acuerdo con el gerente de mercadeo, han decidido reservar un 15% del presupuesto destinado a cada metal; para la atención de los pedidos especiales que provienen de algunos clientes ocasionales.

El día de hoy, se recibió el siguiente pedido especial de aluminio: un lote de 550 láminas de 35 cm. de largo, un lote de 350 láminas de 80 cm. de largo y un lote de 450 láminas de 90 cm de largo.

El costo del lingote de 300 cm. de largo es de \$25.000 por unidad incluidos todos los gastos de importación. Los costos del departamento de producción se dividen en \$5.000 por unidad producida en el departamento de laminación. En el departamento de cizallado, el costo de realizar un corte es de \$150. Los costos de cizallado solo se aplican en aquellos casos en que un cliente no compra el producto en su presentación genérica, por lo tanto la empresa ha destinado un máximo de \$1.120.000 para realizar esta obra.

Plantee el problema para ser resuelto.

55- World Oil Company propone el siguiente modelo, en que L es el número de barriles de petróleo crudo ligero por comprar, H es el número de barriles de petróleo crudo pesado a comprar y J es el número de barriles tipo cóctel a comprar. Desarrolle el siguiente problema:

Minimizar  $Z = 2L - 2H - J$

Sujeto a los siguientes requerimientos del mercado:

$$L - H - J \geq 16 \text{ (petrolin)}$$

$$2L - 2J \geq 30 \text{ (Turbosina)} \quad L, H, J \geq 0$$

$$L - 2H \geq 8 \text{ (queroseno)}$$

- a) Resuelva utilizando el algoritmo de Solver. ¿Cuál es el plan de compra óptimo y el costo total del petróleo comprado en barriles?
- b) Sobre la base de su solución de la parte (a), ¿cuántos barriles de cada producto se producen para su venta en el mercado?

56- Utilizando el método gráfico de P.L. determine el área viable y el cálculo de la solución óptima:

$$\text{Maximizar } Z = -60 X_1 + X_2$$

Sujeto a:

$$110X_1 + 3X_2 \geq 330 \quad 5X_1 - 30 \leq X_2$$

$$-50X_1 + 6X_2 \leq 360 \quad -2X_1 - 3X_2 \leq -30$$

$$X_1 \geq 2X_2 \leq 80$$

$$25X_1 \geq 100 - 2X_2 \quad X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

57- Cierta compañía tiene tres plantas con un exceso en su capacidad de producción. Por fortuna la corporación tiene un nuevo producto listo para producción y las tres plantas pueden fabricarlo, así que se podrá usar parte de este exceso de capacidad. El producto puede hacerse en tres tamaños: grande, mediano y pequeño; y darán una ganancia neta de \$420, \$360 y \$300 respectivamente. Las plantas 1, 2 y 3 tienen capacidad de mano de obra y equipo para producir 750, 900 y 450 unidades diarias de este producto, respectivamente, sin importar el tamaño o la combinación de tamaños de que se trate.

La cantidad de espacio disponible para almacenar material en proceso impone también una limitación en las tasas de producción del nuevo producto. Se cuenta con 13.000, 12.000 y 5.000 pies cuadrados de espacio correspondiente a las plantas 1, 2 y 3, para los materiales en proceso de la producción diaria de este producto. Cada unidad grande, mediana y pequeña que se produce requiere 20, 15 y 12 pies cuadrados, respectivamente. Normalmente el volumen de los materiales en proceso representan un 75% del volumen del producto terminado. Por otro lado la empresa tiene una bodega con capacidad para almacenar un máximo de 40.000 pies cuadrados de producto terminado.

Los pronósticos de mercado indican que, si se disponen de ellas, se pueden vender 900, 1200 y 750 unidades diarias, correspondientes a los tamaños grande, mediano y pequeño.

Será necesario despedir algunos empleados en cada planta, a menos que la mayor parte de esta capacidad en exceso se pueda usar con el nuevo producto. Para evitar despidos en lo posible, la gerencia ha decidido que las plantas deben usar el mismo porcentaje de su capacidad adicional con este nuevo producto.

Plantee el problema para ser resuelto por medio de programación lineal. No incluya variables de holgura, ni de excedente.

58- El Campesino S.A. es una empresa nacional que participa en el negocio de la comercialización de productos agrícolas. En la Bolsa Nacional de Productos Agrícolas compra y vende maíz en efectivo. Posee una bodega con capacidad de 50.000 bushels. El primero de Julio, esperan tener un inventario inicial de 10.000 bushels de maíz y ¢21.200.000 en caja. El precio estimado de maíz por bushel para el segundo semestre es como sigue:

MES	PRECIO DE COMPRA	PRECIO DE VENTA
Julio	¢730	795
Agosto	780	830
Setiembre	740	755
Octubre	740	735
Noviembre	750	850
Diciembre	770	864

El maíz es entregado en el mes de compra y no puede ser vendido hasta el mes siguiente. La compra y la venta se hacen estrictamente de contado sobre la entrega. La compañía desea tener un inventario final de 20.000 bushels de maíz al terminar el año. La gerencia pide al programa de compra y venta que maximice el retorno neto total hasta el último mes del año. Formule esto como un modelo de programación lineal. No incluya variables de holgura ni excedente.

59- Un fabricante de café mezcla cuatro granos en tres mezclas finales. Los cuatro granos componentes le cuestan \$0.55, \$0.70, \$0.60 y \$0.80 por libra, respectivamente. Las existencias semanales de los cuatro componentes son, respectivamente, 30.000, 40.0000, 25.000 libras y 20.000 libras. El fabricante vende las tres mezclas a precios de mayoreo de \$1.25, \$1.40 y \$1.80 por libra, respectivamente. La producción semanal habrá de incluir por lo menos 40.000 libras de la mezcla final 1. El componente 2 deberá constituir por lo menos 30% de la mezcla final 1 y no más de 20% de la mezcla final 3, el componente 3 deberá constituir exactamente 20% de la mezcla final 3 y el componente 4 deberá de constituir por lo menos 40% de la mezcla final 3 y no más del 10% de la mezcla final 1. Formule esto como un modelo de programación lineal, definiendo cuidadosamente sus variables de decisión.

60-Licores de Calidad S.A., es una empresa que se dedica a la importación y comercialización de una gran variedad de licores europeos, con gran prestigio a nivel mundial. Al inicio del primer mes la compañía cuenta con ¢4.000.000 en efectivo. Al principio de los meses 1,2,3 y 4 recibe ingresos por concepto de cobro de las ventas realizadas a crédito en período anteriores, después de lo cual paga las cuentas pendientes con sus diferentes acreedores. Se puede invertir dinero que sobra en algunos de los bancos del Sistema Bancario Nacional, por un mes, a una tasa mensual del 0.15%; por dos meses, a una tasa mensual del 0.55%; por tres meses, a una tasa de mensual del 1.5% y por cuatro meses a una tasa mensual del 2.5%.

a) Plantee el problema para ser resuelto por medio de P.L. hasta el principio del quinto mes.



b) Replante el problema con variables del holgura y artificiales.

Meses	Ingresos	Cuentas
1	4.000.000	6.000.000
2	8.000.000	5.000.000
3	3.000.000	5.000.000
4	3.000.000	2.000.000

61- Utilizando el método gráfico de P.L. determine el área viable y el cálculo de la solución óptima:

Maximizar  $Z = -0.04 X + Y$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 Y + 10 &\geq 0.05 X & Y &\leq 3X / 50 - 6 \\
 Y &\leq 2 & X &\leq 100 + 1 \\
 X - 500 &\geq -(250/3)Y & Y &\leq 7 \\
 Y &\geq -0.1X + 20 & X, Y &\geq 0
 \end{aligned}$$

62- La empresa “El mejor amigo del hombre” se dedica a la producción y comercialización de alimentos para perros. Dos de sus productos que se venden en las veterinarias y en los supermercados, son galletas procesadas, cuya principal materia prima son el atún blanco y el atún azul; dependiendo de la calidad que se quiera dar el producto. La galleta de mayor calidad es la galleta premiere que se vende a ¢240 la libra y tiene que contener 75% de lomito blanco y 25% de lomito azul. La galleta tipo dos es de menor calidad y se orienta a las familias de clase media, esta se vende a ¢160 la libra y tiene que contener 50% de lomito blanco y 50% de lomito azul. Se pueden vender a lo más 1500 libras de galleta premier y 2500 libras de la galleta dirigida a la clase media. Los dos tipos de atún utilizados en la producción de galletas son el Atún blanco y el Atún azul, ambos se le compran a la empresa Sardimar. Cada atún blanco cuesta ¢3.200 y produce 50 libras de lomito blanco. Cada atún azul cuesta ¢2.100 y produce 27 libras de lomito azul. Formule un problema de programación lineal tendiente a resolver la situación de la empresa.

63- Una compañía de alimentos para ganado ha suscrito un contrato por quince millones de colones (\$15.000.000) para producir 10.000 kilos de una mezcla especial para un cliente. La mezcla se compone únicamente de tres ingredientes: A, B y C, cuyos costos son \$800/kilo, \$1000/kilo y \$1100/kilo respectivamente. Los especialistas en alimentación indican que no puede usarse en la mezcla más del 30% de la materia prima A, que por lo menos debe usarse el 15% de la materia prima B y además se requiere por lo menos 20% de C. Se dispone de financiamiento disponible para las compras de materia prima de hasta \$7 millones, pero se conoce que el proveedor de la materia prima B siempre está dispuesto a conceder el financiamiento para sus ventas. Plantée el problema para ser resuelto por programación lineal.

64-Oil Company suministra gasolina a distribuidores en camiones. La compañía recientemente recibió un contrato para iniciar el suministro de 800 000 galones de gasolina por mes a distribuidores. La compañía tiene \$500 000 disponibles para crear una flota de tres tipos diferentes de camiones. La siguiente tabla muestra la capacidad relevante de la empresa:

<b>Tipo de Camión</b>	<b>Capacidad (galones)</b>	<b>Costo de Compra (\$)</b>	<b>Costo de Operación (\$/mes)</b>	<b>Máximo de Viajes/mes</b>
1	6000	50.000	800	20
2	3000	40.000	650	25
3	2000	25.000	500	30

Sobre la base del mantenimiento y la disponibilidad de los conductores, la compañía no desea comprar más de 10 vehículos para su flota. Asimismo, la compañía desearía asegurarse que se compren al menos tres de los camiones tipo 3. Finalmente, la compañía no desea que más de la mitad de la flota sea de camiones tipo 1.

Formule un modelo para determinar la composición de la flota que minimice los costos operativos mensuales al tiempo que satisfaga las demandas, no saliéndose del presupuesto y satisfaciendo los requerimientos de las otras compañías.

65-Utilizando, el método gráfico, encuentre el área factible y la solución óptima del siguiente problema de programación lineal.

$$\text{Minimizar } Z = 6 X_1 + 5 X_2$$

Sujeto a:

$$220 X_1 + 880 X_2 \geq 800$$

$$220 X_1 + 264 X_2 \leq 600$$

$$220 X_1 + 110 X_2 \leq 450$$

$$200 X_1 \geq 200$$

$$1056 X_1 + 880 X_2 \geq 2400$$

$$X_i \geq 0$$

66- Una empresa fabricante de muebles de metal, ha desarrollado e implementado en sus procesos de producción la fabricación de tornillería requerida para todos sus muebles fabricados, especialmente: tornillos, tuercas, arandelas y tarrajas. La planta de procesos de tornillería trabaja dos turnos diarios. Cuenta con 16 empleados en el área de fundición, 24 personas en tornos y 8 personas en empaque, donde cada trabajador no trabaja más de 48 horas por semana. El número de horas disponibles por departamento son:

Dpto.	En segundos por unidad				Hrs. Disponibles por semana.
	Tornillos	Tuercas	Arandelas	Tarrajas	
Fundición	9	45	6	6	1440
Tornos	30	18	24	21	1440
Empaque	30	24	24	21	720

El contador de costos de la planta, ha logrado definir con la ayuda del departamento técnico, los costos estándar unitarios por producto, basándose en las rutas de proceso, donde dichos costos en colones por Dpto. y por producto se indican en colones /hora:

Departamento	Tornillos	Tuercas	Arandelas	Tarrajas
Fundición	1.5	0.8	1.2	1.2
Tornos	3.0	1.8	2.4	2.1
Empaques	3.5	2.8	2.5	2.1
Precio de Venta	12.5	8.3	9.7	10.6

La empresa tiene una demanda mínima de 1000 tornillos, 1200 tuercas y 1100 tarrajas. Una importante restricción, es que una arandela debe de hacerse por cada tornillo, y no se producirá ninguna arandela adicional para la venta y/o repuestos, además todos los productos fabricados deben quedar debidamente empacados al final de la semana (o sea todo lo producido se empaqueta). Se tiene la posibilidad de contratar todo o parte de las actividades de empaque con una subcontratación de una compañía especializada en el campo del empaque, significando un recargo del 25% en el costo del producto, comparativamente con los costos de empacarlo en la planta. ¿Cuál sería la producción óptima para maximizar las ganancias semanales del negocio?

Realice el planteo por medio del modelo de Programación lineal

67- Utilizando el método gráfico de P.L. determine el área viable y el cálculo de la solución óptima:

Maximizar  $Z = 28X_1 + 50X_2$

Sujeto a:

$$\begin{array}{ll} -25X_1 + 25X_2 \leq 125 & X_1 \geq 3 \\ 15X_1 \leq 165 & X_2 \leq 8 \\ -14X_1 - 12X_2 \geq -168 & 5X_1 + 7X_2 \leq 35 \\ 8X_1 - 5.8X_2 \geq 46.4 & X, Y \geq 0 \end{array}$$

68- El Mundo Del Sonido es una pequeña compañía que produce grabadoras, radios y equipos de sonido. En la tabla 1 se dan los costos laborales por unidad, los costos de la materia prima por unidad y el precio de venta unitario de cada producto. El primero de diciembre de 1999, la empresa dispone de suficiente materia prima para producir 100 grabadoras, 150 radios y 75 equipos de sonido. En la tabla 2 se muestra el estado de cuentas de la empresa en la misma fecha y la razón activo sobre pasivo es de 2.

**TABLA #1**

	Grabadora	Radio	Equipo de sonido
Precio de Venta en \$	100	80	150
Costo de la mano de obra en \$	50	30	70
Costo de la materia prima en \$	30	40	50

**TABLA # 2**

	<b>Activo</b>	<b>Pasivo</b>
Efectivo	\$20.000	
Cuentas por cobrar*	\$6.000	
Inventario pendiente**	\$16.500	
Préstamo bancario		\$21.250

\*Ventas a crédito a clientes de la empresa

\*\*Valor del inventario al primero de diciembre de 1999 = 16.500.

La empresa tiene que determinar cuántas grabadoras, radios y equipos de sonido habría que producir en el mes de diciembre. La demanda es suficientemente grande para que se vendan todos los artículos producidos. Sin embargo todas las ventas se realizan a crédito y el pago por los productos fabricados en diciembre se recibirá hasta el primero de Febrero del 2.000. Durante el mes de diciembre, la compañía recibirá \$4.000 por cancelación de cuentas por cobrar por parte de algunos clientes y tiene que pagar \$1.500 del préstamo pendiente y una renta mensual de \$1.700. El primero de enero del 2.000, la compañía recibirá un cargamento de materia prima por un valor de \$4.000, que se pagará el primero de febrero del 2.000. La gerencia de la compañía decidió que el balance de caja, el primero de enero del 2.000, tiene que ser, por lo menos, de \$8.000. El Banco Nacional exige también que la razón (Activo/Pasivo) para el próximo primero de Enero sea por lo menos igual a la del primero de Diciembre, es decir igual a 2. Plantee el problema como un problema de Programación Lineal tendiente a maximizar las utilidades de la empresa al primero de Enero.

69- Utilizando el método gráfico de programación lineal, dibuje los siguientes datos identificando el área de soluciones factibles y resuelva identificando la solución óptima.

$$\text{Maximizar } Z = 400X_1 + 5Y_2$$

Sujeto a:

$$2Y_2 \leq 550$$

$$500X_1 + 5Y_2 \leq 2500$$

$$4X_1 \geq 6$$

$$250X_1 + 6Y_2 \geq 1500$$

$$200X_1 \leq 2Y_2$$

$$500X_1 + 3Y_2 \leq 1500$$

$$350X_1 + 4Y_2 \leq 1400$$

$$X_1, Y_2 \geq 0$$

70- La empresa Wonka Motor Co ha decidido incursionar en el mercado de los vehículos recreativos con el Rover, un vehículo tipo motocicleta con neumáticos de gran tamaño. La empresa Wonka Co se propone desarrollar una campaña de promoción efectiva, empleando un modelo de selección de medios. Para eso, la empresa debe pagar anuncios en cada uno de los siguientes medios: radio, televisión y diarios.

Por tratarse de una línea nueva de productos, la empresa planea lanzar una campaña publicitaria en el mes de su presentación y ha asignado un presupuesto de \$72,000 para esa campaña. En su campaña de publicidad, la empresa decide insertar sus anuncios en la radiodifusión diurna, la televisión vespertina, y los diarios impresos. De acuerdo a la agencia de publicidad, la eficacia de un anuncio se mide en términos de "unidades de exposiciones (persona que ven el anuncio)". La gerencia ha elegido que de cada uno de los 10 primeros anuncios de radio tiene un valor de 60 unidades de exposición y cada anuncio después de los 10 primeros tiene 40 exposiciones. Los datos acerca del número de unidades de exposición en los otros medios y el costo por anuncio en cada uno de esos medios, con el número de unidades de compra que cada anuncio ha logrado alcanzar han sido proporcionados por la agencia de publicidad de Wonka Motor. Estos datos se resumen a continuación:

Medio Publicitario	Número de unidades de venta alcanzadas por anuncio	Costo por anuncio	Unidades de Exposición	
			Los primeros 10 anuncios	Todos los siguientes
Radio fusión diurna	30.000	1.700	60	40
Televisión vespertina	60.000	2.800	80	55
Diarios impresos	45.000	1.200	70	35

La gerencia quiere asegurarse que la campaña publicitaria satisfaga ciertos criterios que a su juicio son importantes. En particular no deben aparecer más de 25 anuncios en el mismo medio, es preciso alcanzar como mínimo de ventas 1,800,000 unidades a través de todos los medios y por los menos la cuarta parte de los anuncios debe aparecer en televisión vespertina.

Formule un modelo de programación lineal para seleccionar la cantidad de anuncios en los medios de comunicación.

71- Impala Gold Company explota una mina de oro en Suráfrica. La operación aurífera para extraer la roca es de carácter subterráneo y las rocas se transportan desde pozos de la mina hasta un molino que las tritura para extraer el oro. La mina tiene tres pozos cuya información aparece a continuación:

	<b>Pozo 1</b>	<b>Pozo 2</b>	<b>Pozo 3</b>
Capacidad extracción del pozo (toneladas de roca 1 mes)	85,000	90,000	96,000
"Grado del mineral" (gramos de oro /tonelada de roca)	25	20	15
Costo variable de extraer la roca (\$/tonelada de roca)	6	5	4

La capacidad del molino depende de la roca que llega. Si ésta es fina, la capacidad del molino es de 240,000 toneladas por mes y 95% del oro se recupera en la operación. Las rocas de cada pozo podrían molerse por separado. El costo de procesar una tonelada de roca fina es de \$1.12 por tonelada. Si la roca es gruesa la capacidad del molino es de 250,000 toneladas mensuales, pero la recuperación del oro desciende a 90%. El costo de procesar una tonelada de roca gruesa es de \$0.85. La mina puede vender todo el oro que se produce a un precio de \$0.80 por gramo.

El gerente de la mina está preocupado por la cantidad de roca que debe extraer del área de cada pozo, pues observó que la capacidad del molino no es suficiente para manejar la operación de los tres pozos al máximo de su capacidad. Además por restricciones legales, la roca de los tres pozos no puede exceder un promedio de 20 gramos por tonelada en el "Grado del mineral" de la mina. Formule un modelo de programación lineal para maximizar la ganancia de la operación de la mina.

72- La Refinería El Truco S.A. utiliza tres diferentes procesos para producir varios tipos de gasolina. En cada proceso se mezcla crudos en la instalación de fraccionamiento catalítico de la empresa. El funcionamiento del proceso 1 durante una hora, cuesta ¢1625 y requiere 4 barriles de petróleo crudo A y 6 barriles de petróleo crudo B. La producción, después de trabajar una hora el proceso 1, es de cuatro barriles de gasolina 1 y dos barriles de gasolina 2. El funcionamiento del proceso dos durante una hora, cuesta ¢1300 y requiere 2 barriles de petróleo crudo A y 6 barriles de petróleo crudo B. La producción, después de trabajar una hora el proceso 2, es de 6 barriles de gasolina 2. El funcionamiento del proceso tres durante una hora, cuesta ¢325 y requiere 4 barriles de petróleo crudo B y 3 barriles de gasolina 2. La producción, después de trabajar una hora el proceso 3, es de 4 barriles de gasolina 3. Cada semana se puede comprar 400 barriles de crudo A, a ¢650 el barril y 600 barriles de crudo B, a ¢975 el barril. Toda la gasolina producida se puede vender a los siguientes precios por barril: Gasolina 1 a ¢2925; Gasolina 2 a ¢3250 y Gasolina 3 a ¢ 7800. Formule el problema como un problema de Programación Lineal tendiente a maximizar las utilidades de la refinería, considerando que se dispone de solamente 88 horas por semana de fraccionamiento catalítico.

73- En la división de productos químicos de una empresa industrial los productos A y B son producidos y requieren de una operación que es la misma para cada uno. Un cliente necesita durante los próximos 4 meses 50, 65, 100 y 70 unidades

del producto A; 40, 55, 90 y 65 unidades del producto B respectivamente. Los costos de producción por cada unidad de A en el proceso 1, son de: ¢50.000, ¢ 80.000, ¢ 40.000 y ¢ 70.000 durante los próximos 4 meses. Los costos de producción por cada unidad de B en el proceso 1, son de: ¢40.000, ¢ 70.000, ¢ 30.000 y ¢ 80.000 durante los próximos 4 meses.

El costo de almacenamiento de un mes al siguiente para ambos productos es de ¢20.000 por unidad. Se estima que cada unidad sobrante de cualquiera de los dos productos al final del cuarto mes tendrá que venderse en ¢60.000.

Los tiempos que toma cada unidad para ser producida, así como la disponibilidad mensual de recursos aparece en la siguiente tabla:

PRODUCTO	PROCESO
A	3.6
B	5.7
Horas disponibles	60

Plantee el problema para ser resuelto por Programación Lineal

74- Magnus Electric Products Co. produce grandes transformadores eléctricos para el sector industrial del país. La empresa tiene pedidos (tabla) para los próximos seis meses. Se espera que el costo de manufactura de un transformador varíe un poco en los próximos meses, por cambios esperados en los costos de los materiales y en las tarifas de trabajo. La compañía puede producir hasta 50 unidades al mes con tiempo normal y hasta 20 unidades adicionales si utiliza tiempo extra. El costo de almacenamiento en inventarios de los transformadores que no se vendan es de \$500 por mes. Al 10 de enero, la empresa tiene 15 transformadores en existencia y desea tener no menos de cinco en existencias para el 30 de junio.

Formule un problema de programación lineal para determinar el programa de producción óptimo para MEPCO.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Pedidos en unidades.	58	36	34	69	72	43
Costo por unidad en tiempo regular en miles.	\$18	\$17	\$17	\$18.5	\$19	\$19
Costo por unidad en tiempo extra en miles.	\$20	\$19	\$19	\$21	\$22	\$22

---

*Una larga trayectoria de excelencia...*