



Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias Exactas
Escuela de Matemáticas
MA-0320



TERCER EXAMEN II CICLO 2020

Viernes 04 de Diciembre

Tiempo Máximo: 4 horas

Puntaje: 50 Puntos

Instrucciones Generales

1. A cada estudiante le corresponde realizar todos los ejercicios presentados, los mismos deben ser resueltos en hojas blancas, rayadas o de reciclaje, con lapicero de tinta azul o negra, con el mayor orden y aseo posible. Si algún desarrollo está desordenado, incompleto o aparecen ejercicios con respuestas pero sin procedimientos, estos no se calificarán.
2. Todo ejercicio que deba ser resuelto en **Mathematica** se indicará, caso contrario debe aparecer el desarrollo respectivo realizado en papel.
3. En la primera página favor anotar su nombre completo y carnet.
4. En mediación virtual con su nombre completo y carnet, debe hacer entrega de un archivo .rar o .zip que incluya, un documento pdf, en donde, de forma legible se indique el enunciado y la respuesta de los ejercicios asignados, para ello, usted deberá adjuntar fotos de los apuntes que realizó en hojas. Los ejercicios que deben ser resueltos en Mathematica, usted deberá adjuntar una imagen dentro del documento pdf, además en mediación deberá subir un **único** archivo en Mathematica en el cual estén las soluciones de los ejercicios asignados. El profesor tomará para revisión el documento pdf, y validará los ejercicios que deben ser resueltos en Mathematica con el archivo .nb
5. Ejercicios similares, que se llegue a probar que incidieron en fraude, serán causante de anulación de la prueba para las partes involucradas y la ejecución del respectivo proceso disciplinario.
6. El estudiante, deberá guardar sus apuntes con los cuales resolvió el parcial, ya que puede darse la situación de que el profesor necesite validar respuestas.
7. El estudiante que no entregue el examen dentro del tiempo asignado perderá el derecho a entregar la prueba. Considere que el profesor ha incluido dentro del tiempo total habilitado en mediación, 30 minutos adicionales a los dados para realizar el examen para que usted se dedique a terminar de editar el documento y lo pueda subir a mediación. En resumen usted cuenta con 4 horas para realizar el examen + 30 minutos para terminar de editar los documentos y subirlos a mediación virtual.

8. Usted necesitará conexión a internet únicamente en dos momentos, al inicio de la prueba para descargar el enunciado y al final de la misma para subir su solución, si un estudiante aduce tener problemas de internet debe presentar las evidencias que lo respalden.
9. Cualquier otro supuesto problema que tenga para subir el examen debe presentar las pruebas que den validez a sus argumentos.
-

1. Sea $A = \{2, 3, 5\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$, considere la función

$$f : A \times B \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

definida por

$$f((a, b)) = \begin{cases} 2a & \text{si } a < b \\ b & \text{si } a > b \\ a + b & \text{si } a = b \end{cases}$$

- a) [4 Puntos] Determine si f es inyectiva y si f es sobreyectiva.
- b) [3 Puntos] Calcule $f^{-1}(\{1, 3, 5\})$, $f(f^{-1}(\{4, 5\}))$
- c) [3 Puntos] Calcule $f((f(3, 2), f((f(3, 2), f(3, 2))))$
2. [5 Puntos] Determine el dominio máximo de la siguiente función

$$h(x) = \log\left(-2x - \frac{x}{x+1}\right) + \frac{x^2}{x^4 - x^2 - 2}$$

3. [5 Puntos] Determine los puntos de intersección con los ejes e intervalos donde la función es positiva y negativa.

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 5x^2 + 6x}$$

4. [10 Puntos] Considere las dos funciones f y g , definidas sobre sus respectivos dominios de números reales, con $g(x) = \frac{x}{x+2}$, $f(x) = x - 1$. Verifique que $(g^{-1} \circ f \circ g)(x) = \frac{-4}{x+4}$.
5. Dado el siguiente autómata de estado finito determinístico, $A = (\sigma, \tau, \sigma^*, \Delta, \hat{A})$, donde $\sigma = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, $\tau = \{a, b, c\}$, $\sigma^* = \sigma_1$, $\hat{A} = \{\sigma_1, \sigma_3\}$, y:

| | (σ_0, a) | (σ_0, b) | (σ_0, c) | (σ_1, a) | (σ_1, b) | (σ_1, c) |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Δ | σ_1 | σ_2 | σ_3 | σ_0 | σ_2 | σ_2 |

| | (σ_2, a) | (σ_2, b) | (σ_2, c) | (σ_3, a) | (σ_3, b) | (σ_3, c) |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Δ | σ_0 | σ_1 | σ_3 | σ_0 | σ_1 | σ_2 |

- a) [5 Puntos] Elabore a mano el diagrama de transición del mismo.
- b) [5 Puntos] En [Mathematica](#), determine si la hilera $\alpha = cabcabbaaccaabbbcbcbcbcbcbabcbabca$ es aceptada por el autómata.

6. [10 Puntos] La solución del siguiente ejercicio debe ser implementada en [Mathematica](#).

Implemente una rutina en Mathematica que reciba, un conjunto A , el cual es el conjunto de partida, un conjunto B , el cual es el conjunto de llegada, la gráfica de una relación $G_{\mathcal{R}}$ y determine si dicha relación es una función, en caso de que $G_{\mathcal{R}}$ sea una función debe determinar si la misma

- es inyectiva.
- es sobreyectiva.
- es biyectiva.

Nota: usted debe comentar los principales elementos de su rutina.