

一.线性查找

- 什么是算法

- 一系列解决问题的清晰、可执行的指令
- 五大特性(了解)
 - 有限性：纵使执行1亿年，有期限就算有限性
 - 确定性：指令不会产生二义性。(比如生成随机数，这是符合确定性的，其指令是确定的)
 - 可行性：找出最大的质数，不可行（因为质数是无穷多个的）
 - 输入
 - 输出

- 什么是线性查找法

- 生活：一沓试卷，找到属于自己的试卷。（一个个的顺序去找）

在一沓试卷中，找到属于自己的那张试卷

第 1 张：不是

第 2 张：不是

第 3 张：不是

...

第 5 张：是！找到！

线性查找法

- 计算机中：在数组中顺序查找某元素

在 data 数组中查找 16

	i							
	▼							
data	24	18	12	9	16	66	32	4
	0	1	2	3	4	5	6	7

输入：数组，和目标元素

输出：目标元素所在的索引；若不存在，返回 -1

- 实现线性查找

- 泛型

- 泛型，就是为了container能容纳不同的类型，不只是int、string等单一类型，这是强类型语言面临的共同问题。
- Go中，使用interface{}，不能完整的实现功能。因为interface会比较 类型&值，两者都相等才是true

- Go解决：
 - 定义接口 Comparable, 定义方法 Equals()
 - 要比较的类, 实现Comparable, Equals()内部定义如何比较
 - 比较的地方, 调用Equals(), 类似于java的Equals()
 - 【题外话】java为基本的数据类型, int、string等都实现好了Equals(), Go就需要自己实现了
- reference: <https://www.cnblogs.com/apocelipes/p/13832224.html>

循环不变量

- 就是for循环的条件, 在每次for循环中, 其要满足的条件都是不变的。循环体, 就是要维持循环不变量

循环不变量

```
public static <E> int search(E[] data, E target){
    for(int i = 0; i < data.length; i++){
        if(data[i].equals(target))
            return i;
    }
    return -1;
}
```

data[0...i - 1] 中没有找到目标
循环不变量

循环体: 维持循环不变量

“证明”算法的正确性
写出正确的代码

- 写每一次for循环, 我们都要明白循环不变量是什么, 定义清楚循环不变量, 循环体维护循环不变量, 有利于写出正确代码。

复杂度分析

- 目的: 表示算法的性能
- 通常: 通常看最差的情况(target在data的末尾), 是算法运行的上界(最差就这个上限了, 不可能比他还差了)

```
func searchWithEquals(data []Comparable, target Comparable) int {
    for i := 0; i < len(data); i++ {
        if data[i].Equals(target) {
            return i
        }
    }
    return -1
}
```

背景

- 如何知道我这个算法执行了多少指令? 转化成汇编? 汇编也是不够的, 汇编背后对应的是机器指令? 机器指令? 也是不够的, 不同CPU架构, 对机器指令有各自的优化
- 纵使知道了又多少指令, 那么, 需要多长时间? 不同指令、不同CPU, 执行时间是不一样的。
- 解决: 好在, 计算机世界很多时候需要个大概, 把以上问题都化简
 - 不需要知道有多少实际的指令
 - 不需要知道实际执行多长时间

复杂度分析：表示算法的性能

```
public static <E> int search(E[] data, E target){  
    for(int i = 0; i < data.length; i ++)  
        if(data[i].equals(target))  
            return i;  
    return -1;  
}
```

通常看最差的情况
算法运行的上界
 $n = \text{data.length}$
 $T = n?$ $T = 2n?$ $T = 3n?$ $T = 4n?$
 $T = 5n?$ $T = 5n + 2?$ 单位: ms?

- 表示: **$O(n)$** , 表示算法性能与data数据大小n的关系

复杂度分析：表示算法的性能

算法运行的上界

$$T = 5n + 2? \quad T = c1 * n + c2$$

$O(n)$ 常数不重要

复杂度描述的是随着数据规模 n 的增大,

算法性能的变化趋势

- 通常看最坏的情况, **也就是无穷大的情况, 所以常数不重要。**
- 【题外话】如果A算法运行时间是 $10000n$, B算法运行时间是 $2n^2$, 那么是A算法好还是B算法好呢?
 - 答案, B算法运行好, 因为算法我们通常考虑最坏的情况, 也就是n无限大, n越大, 肯定B越好

$$\begin{array}{lll} T1 = 10000n & T2 = 2n^2 & 10000n < 2n^2 \\ O(n) < O(n^2) & & n > 5000 \\ & & n_0 = 5000 \end{array}$$

存在某一临界点 n_0 , 当 $n \geq n_0$, $T1 < T2$

- 常见算法复杂度

- 常见复杂度

- 明确n是谁, 左边n代表数组的一个维度, 复杂度是 $O(n^2)$, 右边a代表数组的一个维度, 复杂度是 $O(a^2)$

遍历一个 $n*n$ 的二维数组 $O(n^2)$	遍历一个 $a*a$ 的二维数组 $O(n)$
<pre>for(int i = 0; i < n; i ++) for(int j = 0; j < n; j ++) // 遍历到 A[i][j]</pre>	<pre>a*a = n for(int i = 0; i < a; i ++) for(int j = 0; j < a; j ++) // 遍历到 A[i][j]</pre>

明确 n 是谁。

- log复杂度不关心底是多少, 因为底也是常数($\log_2 n$, 结果表示n除以2多少次可以除完)

数字 n 的二进制位数

$O(\log n)$

```
while(n){
```

```
    n % 2 // n 的二进制中的一位
```

```
    n /= 2;
```

```
}
```

- $\log_2 N$, 表示N被2除完需要多少次
- $\log_{10} N$, 表示N被10除完需要多少次
- 【题外话】
 - 不能数循环的个数判断复杂度, 这里 $n=n/2$, 其数据规模是 $\log_2 N$, 就是 $O(\log n)$

- $O(\sqrt{n})$

数字 n 的所有约数

```
for(int i = 1; i <= n; i ++)
```

$O(n)$

```
    if(n % i == 0)
```

```
        // i 是 n 的一个约数
```

```
for(int i = 1; i * i <= n; i ++)
```

$O(\sqrt{n})$

```
    if(n % i == 0)
```

```
        // i 和 n / i 是 n 的两个约数
```

- 这里不是 $O(\log n)$, log是以某个常数为底, 只不过常数可以忽略, 意思是N被常数除以多少次可以除完
 - 这里优化后, $i*i$, 不是常数, 与 $O(n^2)$ 相反, 是 $O(\sqrt{n})$
 - **$O(2^n)$, 非常大的复杂度, n超过20, 基本就不行了**
 - **$O(n!)$, 全排列公式, 比 $O(2^n)$ 还要大, 2^n 表示n个2相乘, $n!$ 除了最后1个数是1, 其他都要大于等于2**
 - $O(1)$, 与n大小无关
- 总结时刻
 - **$O(1) < O(\log n) < O(\sqrt{n}) < O(n) < O(n \cdot \log n) < O(n^2) < O(2^n) < O(n!)$**
 - $\log n < n$, 所以 $n \log n < n^2$
 - $\sqrt{n} < \log n$, 比如 $n=1000$, $\log n \approx 10$, $\sqrt{n} \approx 35$