

Sistema de Inferencia Difusa

Eric Martin Garcia

Grupo C411

Introducción

Implementación de un sistema de inferencia difusa. Dicho sistema se validará resolviendo un problema específico y se analizarán los resultados obtenidos.

Problema Propuesto

Se necesita automatizar el sistema de enfriamiento del motor de un auto, que dada la información de la temperatura y la humedad obtenida por sus sensores gestione la velocidad del ventilador optimizando la cantidad de energía que consume, mientras mas rápido se mueva el ventilador, más energía consume.

Las reglas que definen el sistema de enfriamiento son las siguientes:

- R1:** Si la temperatura es fría y el ambiente es seco el ventilador se mueve con velocidad normal
- R2:** Si la temperatura es fría y la humedad es moderada el ventilador se mueve lentamente
- R3:** Si la temperatura es fría y el ambiente es húmedo el ventilador se mueve lentamente
- R4:** Si la temperatura es tibia y el ambiente es seco el ventilador se mueve con velocidad rápida
- R5:** Si la temperatura es tibia y la humedad es moderada el ventilador se mueve con velocidad normal
- R6:** Si la temperatura es tibia y el ambiente es húmedo el ventilador se mueve lentamente
- R7:** Si la temperatura es caliente y el ambiente es seco el ventilador se mueve con velocidad rápida
- R8:** Si la temperatura es caliente y la humedad es moderada el ventilador se mueve con velocidad rápida
- R9:** Si la temperatura es caliente y el ambiente es húmedo el ventilador se mueve con velocidad normal

Las variables lingüísticas que se definieron para el problema y los conjuntos difusos que las componen con sus respectivas funciones de pertenencia son:

Temperatura (C°):

$$T(\text{Temperatura}) : \{ \text{Fría}, \text{Tibia}, \text{Caliente} \}$$
$$U = [0, 150]$$

$$G(\text{Temperatura}) : \{ \text{Fría} \} \cup \{ \text{Tibia} \} \cup \{ \text{Caliente} \}$$

$$M = \begin{cases} (u, \mu_{\text{Fría}}(u)), & u \in [0, 80] \\ (u, \mu_{\text{Tibia}}(u)), & u \in [70, 110] \\ (u, \mu_{\text{Caliente}}(u)), & u \in [100, 150] \end{cases}$$

$$\mu(u) = \begin{cases} \mu_{\text{Fría}}(u) = \text{Triangular}(0, 0, 80) \\ \mu_{\text{Tibia}}(u) = \text{Triangular}(70, 90, 110) \\ \mu_{\text{Caliente}}(u) = \text{Triangular}(100, 150, 150) \end{cases}$$

Humedad (%):

$$T(\text{Humedad}) : \{ \text{Húmedo}, \text{Moderado}, \text{Seco} \}$$

$$U = [0, 100]$$

$$G(\text{Humedad}) : \{ \text{Seco} \} \cup \{ \text{Moderado} \} \cup \{ \text{Húmedo} \}$$

$$M = \begin{cases} (u, \mu_{\text{Seco}}(u)), & u \in [0, 40] \\ (u, \mu_{\text{Moderado}}(u)), & u \in [30, 80] \\ (u, \mu_{\text{Húmedo}}(u)), & u \in [70, 100] \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\text{Seco}}(u) = \text{Triangular}(0, 40, 40) \\ \mu_{\text{Mod}}(u) = \text{Trapezoidal}(30, 45, 65, 80) \\ \mu_{\text{Húmedo}}(u) = \text{Triangular}(70, 100, 100) \end{cases}$$

Velocidad (%):

$$T(\text{Velocidad}) : \{ \text{Lento}, \text{Normal}, \text{Rápido} \}$$

$$U = [0, 100]$$

$$G(\text{Velocidad}) : \{ \text{Lento} \} \cup \{ \text{Normal} \} \cup \{ \text{Rápido} \}$$

$$M = \begin{cases} (u, \mu_{\text{Lento}}(u)), & u \in [0, 40] \\ (u, \mu_{\text{Normal}}(u)), & u \in [30, 70] \\ (u, \mu_{\text{Rápido}}(u)), & u \in [60, 100] \end{cases}$$

$$\mu(u) = \begin{cases} \mu_{\text{Lento}}(u) = \text{Triangular}(0, 0, 40) \\ \mu_{\text{Normal}}(u) = \text{Triangular}(30, 50, 70) \\ \mu_{\text{Rápido}}(u) = \text{Triangular}(60, 100, 100) \end{cases}$$

Modelo del Sistema

La implementación del sistema de inferencia difusa contará con funciones de pertenencia triangulares y trapezoidales, los métodos de inferencia de Mamdani y Larsen serán utilizados con entradas de valores precisos y en el proceso de defusificación están presentes los métodos Centroe (COA), Bisección (BOA) y Media de los Máximos (MOM).

Funciones de Pertenencia

Las funciones de pertenencia que fueron implementadas para comodidad a la hora de emplear el sistema fueron:

1. **Triangulares:** Es un conjunto difuso representado por 3 puntos $A = (a_1, a_2, a_3)$ y su función de pertenencia es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases}$$

2. **Trapezoidales:** Es un conjunto difuso representado por 4 puntos, $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ y su función de pertenencia es:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases}$$

Métodos de Inferencia

El sistema emplea los métodos de Mamdani y Larsen para determinar una agregación, se determinan los valores de los α_i y luego se determina la función de pertenencia para la agregación C' :

Mamdani: $\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^n [\alpha_i \wedge \mu_{C_i}(z)]$

Larsen: $\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^n [\alpha_i \cdot \mu_{C_i}(z)]$

Métodos de Defusificación

Para la defusificación del conjunto resultante se utilizaron:

Media de los Máximos: Representa el promedio de aquellos valores de control z_j donde se alcanza el máximo:

$$z_0 = \sum_{j=1}^k \frac{z_j}{k}$$

Centroide: Esta estrategia genera el centro de gravedad de los conjuntos que conforman la agregación y se define como:

$$z_0 = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_C(z_j) \cdot z_j}{\sum_{j=1}^n \mu_C(z_j)}$$

Bisector del Área: Este método genera el valor z_0 tal que particione el área en dos regiones iguales:

$$\int_{\alpha}^{z_0} \mu_C(z) dz = \int_{z_0}^{\beta} \mu_C(z) dz$$

donde α y β son los extremos del dominio

Implementación del Sistema

La implementación fue realizada en Python, se representaron las entidades: Conjunto Difuso, Variables (Entrada y Salida), Reglas y el Sistema de Inferencia.

La definición de conjunto difuso esta compuesta por la función: $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$

FuzzyInferenceSystem:

Rules $\leftarrow (A_{1i}, A_{2i}, \dots, C_i)$

Execute (input):

$\alpha_i \leftarrow \text{Fuzzify}(\text{input})$

$\mu_{C'}(z) = \bigvee_{i=1}^n [\alpha_i \oplus \mu_{C_i}(z)]$

...

El símbolo \oplus representa el operador que se usa acorde al método seleccionado, para ello se utiliza el parámetro **inference_method** el cual puede ser **Mamdani** o **Larsen**, empleando entonces los operadores R_c y R_p respectivamente.

Defuzzify Methods:

MOM (fs):

$mx \leftarrow []$

for $z_j \in U$

if z_j es máximo **then** $mx.add(z_j)$

endif

endfor

return mean(mx)

COA (fs):

$n \leftarrow 0$

$d \leftarrow 0$

for $z_j \in U$

$n \leftarrow n + \mu_{C'}(z_j) \cdot z_j$

$n \leftarrow n + \mu_{C'}(z_j)$

endfor

return n/d

BOA (fs):

$\alpha \leftarrow \min U$

$\beta \leftarrow \max U$

$z_0 \leftarrow \text{BinarySearch}(\alpha, \beta, \mu_{C'})$

return z_0

Los métodos de defusificación reciben como entrada un conjunto difuso y devuelven el resultado defusificado, el MOM y COA ya cuentan con una forma de realizarse mientras que para el BOA se empleo búsqueda binaria para determinar el valor z_0 tal que bisecciona el área formada por $\mu_{C'}$

Membership Functions:

- └ Triangular (a_1, a_2, a_3)
 - └ Trapezoidal (a_1, a_2, a_3, a_4)
-

Para trabajar de forma sencilla con las funciones de pertenencia vistas anteriormente se definieron conjuntos difusos, de forma que para su creación solo sea necesario introducir los valores que definen dichas funciones

Pruebas Realizadas

Con la entrada aleatoria (*Temp* : 130, *Humedad* : 60), se realizaron pruebas utilizando los 2 métodos de inferencia y por cada uno de estos los 3 métodos de defusificación, la salida del sistema se muestra a continuación:

```
--- Mamdani - COA ---
Velocidad: 85.47392815758985

--- Mamdani - MOM ---
Velocidad: 92.5

--- Mamdani - BOA ---
Velocidad: 98.4375

--- Larsen - COA ---
Velocidad: 87.00000000000006

--- Larsen - MOM ---
Velocidad: 100.0

--- Larsen - BOA ---
Velocidad: 99.21875
```

Los valores obtenidos corresponden con el ventilador operando a una velocidad rápida, lo cual es acertado si vemos que los datos corresponden con la regla **R8**.

Otras pruebas al sistema empleando diversas combinaciones de entradas y métodos:

```
--- Mamdani - COA ---
Entrada: (Temp: 70, Humedad: 50)
Regla: R2
Velocidad: 18.457317073170746
Esperado: Velocidad Lenta

--- Larsen - MOM ---
Entrada: (Temp: 60, Humedad: 20)
Regla: R1
Velocidad: 50.0
Esperado: Velocidad Normal

--- Mamdani - BOA ---
Entrada: (Temp: 90, Humedad: 20)
Regla: R4
Velocidad: 98.4375
Esperado: Velocidad Rápida
```

Consideraciones

Al observar los resultados de las pruebas realizadas queda demostrada la viabilidad del sistema implementado con salidas en correspondencia a las reglas definidas en el problema. Para un análisis mas veraz del problema en cuestión se pudieran implementar funciones de pertenencia gaussianas que son mas acordes a la variación de las variables propuestas.

Repositorio

https://github.com/ericmg97/fuzzy_system

References

- [1] **First Course on Fuzzy Theory and Applications**. Prof. Kacprzyk, Janusz. Systems Research Institute